



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา
เรื่อง	ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร Effects of Organizing Learning Activities on “Linear Programming” Supplementing Mathematical Skills and Processes by Using The GeoGebra for Mathayomsuksa Six Students at Samutsakhonburana School, Changwat Samut Sakhon
นามผู้วิจัย	นางสาวชญญา อุทิศ
ได้พิจารณาเห็นชอบโดย	
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศจรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ด.)
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)
หัวหน้าภาควิชา	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

Effects of Organizing Learning Activities on “Linear Programming” Supplementing Mathematical Skills and Processes by Using The GeoGebra for Mathayomsuksa Six Students at Samutsakhonburana School, Changwat Samut Sakhon

โดย

นางสาวชญญา อุทิศ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตร

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2557

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ัญญา อุทิส 2557: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ปรินญาศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศจรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ด. 143 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และโปรแกรม GeoGebra 2) ศึกษาพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และ 3) ศึกษาความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 10 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” จำนวน 17 ข้อ แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติที่

ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 3) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra นั้นเหมาะสม

ลายมือชื่อนิติ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Chanya Uthit 2014: Effects of Organizing Learning Activities on “Linear Programming” Supplementing Mathematical Skills and Processes by Using The GeoGebra for Mathayomsuksa Six Students at Samutsakhonburana School, Changwat Samut Sakhon. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Assistant Professor Chanisavara Lertamornpong, Ph.D. 143 pages.

The purposes of this research were 1) to study students’ mathematics learning achievement on “Linear Programming” by using learning activity supplementing mathematical skills and processes and using The GeoGebra, 2) to study students’ behavior on mathematical skills and processes, and 3) to study students’ opinion related to learning activities on the “Linear Programming” by using activity supplementing mathematical skills and processes and using The GeoGebra for mathayomsuksa six students at Samutsakhonburana School, Changwat Samut Sakhon.

The sample was 48 mathayomsuksa six students in the second semester of the academic year 2013 at Samutsakhonburana School, Changwat Samut Sakhon. This sample was selected by cluster random sampling from ten classrooms. The research instruments were 10 lesson plans, the 17 items of mathematics learning achievement test, students’ observation scale for behavior reflecting mathematical skills and processes, and students’ questionnaire toward learning activities on the “Linear Programming” supplementing mathematical skills and processes and using The GeoGebra. The data were analyzed by the percentage, mean, standard deviation, and t-test.

The research finding revealed that 1) mathematics learning achievement of mathayomsuksa six students on “Linear Programming” by using learning activity supplementing mathematical skills and processes and using The GeoGebra after learning was higher than before learning and was higher than 60% at .01 level of significance, 2) students had the ability on problem solving, reasoning, communication presentation of mathematical concepts, linking various bodies of mathematical knowledge and linking mathematics with other disciplines, and 3) almost students agreed that the learning activities on the “Linear Programming” by using activity supplementing mathematical skills and processes and using The GeoGebra were appropriate.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ เนื่องมาจากได้รับความเมตตากรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้อาณัติอนุเคราะห์ดูแล ให้ข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด และให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยทั้งด้านวิชาการและการดำเนินชีวิต ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วราภรณ์ มีหนัก และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อนันท์ศิลป์ รุจิเรข ที่กรุณาเสียสละเวลาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำ ทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดในการแก้ไขปรับปรุงเพื่อให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร และอาจารย์ เอกรัฐ บุญเพ็ญ ที่ให้คำแนะนำ คำปรึกษา และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเป็นอย่างดี ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือตลอดการดำเนินการเก็บข้อมูลในครั้งนี้ ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์และเพื่อนๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ พ่อ แม่ น้าสาว ครู อาจารย์ ที่คอยดูแล ให้กำลังใจ ให้การสนับสนุนตลอดมา และส่งเสริมให้ผู้วิจัย ได้รับความสำเร็จในการศึกษาและการทำงาน

ชญัญญา อุทิศ

เมษายน 2557

สารบัญ

	หน้า
สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
ประโยชน์ที่ได้รับ	7
ขอบเขตของการวิจัย	7
นิยามศัพท์เฉพาะ	8
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	11
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	11
โปรแกรมทางคณิตศาสตร์	25
การวัดผลและการประเมินผล	29
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	37
สมมติฐานการวิจัย	41
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	42
ประชากร	42
กลุ่มตัวอย่าง	42
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	42
การเก็บรวบรวมข้อมูล	47
การวิเคราะห์ข้อมูล	48
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	50
ผลการวิจัย	50
ข้อวิจารณ์	65

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	72
สรุปผลการวิจัย	72
ข้อเสนอแนะ	77
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	79
ภาคผนวก	86
ภาคผนวก ก ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra	87
ภาคผนวก ข ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	121
ภาคผนวก ค แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	130
ภาคผนวก ง แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ โปรแกรม GeoGebra	134
ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ	138
ภาคผนวก ฉ ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	140
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	143

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	33
2	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนเรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra	51
3	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียนหลังเรียนกับเกณฑ์ 60%	52
4	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	53
5	ผลการสอบถามความคิดเห็นที่นักเรียนมีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น	61
ตารางผนวกที่		
1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	122

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	การเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	51
2	แผนภูมิแท่งแสดงคะแนนสอบหลังเรียนกับจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	52
3	ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra กราฟของระบบสมการเชิงเส้น	55
4	ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra ที่ใช้ในการเรียนเรื่องกราฟของ ระบบสมการเชิงเส้น	56
5	ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra ลักษณะของกราฟของ ระบบสมการเชิงเส้น	57
6	ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra แสดงการเลื่อนกราฟเส้นตรงของ ฟังก์ชันจุดประสงค์	58
7	การสร้างกราฟเส้นตรงเพื่อหาจุดมุมของบริเวณที่หาคำตอบได้	59
ภาพผนวกที่		
1	ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	141

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีระบบและระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างละเอียดรอบคอบ ถี่ถ้วน สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับ แบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆ ได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2546 และ 2551)

ในปัจจุบันความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้นำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับธุรกิจและการลงทุน เนื่องจากผู้ลงทุนหรือผู้ประกอบการทุกคนต้องการที่จะได้กำไรหรือปันผลจากการลงทุนสูงที่สุด และมีต้นทุนในการลงทุนต่ำที่สุด อีกทั้งสภาพเศรษฐกิจในปัจจุบันทำให้การลงทุนมีความเสี่ยงเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นนอกจากการศึกษาเกี่ยวกับข้อมูล หลักเกณฑ์แนวคิดและวิธีการทางธุรกิจแล้ว สิ่งสำคัญสำหรับผู้ลงทุนหรือผู้ประกอบการต้องทำคือการวางแผนและการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ เพราะการวางแผนและการตัดสินใจเป็นสิ่งสำคัญที่ใช้ในการกำหนดทิศทางการดำเนินธุรกิจให้สามารถดำเนินงานอย่างมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จทางธุรกิจได้ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของบริษัท เช่น สภาพตลาด เงินทุน แรงงานที่มีจำกัด ขอบข่ายของธุรกิจที่ดำเนินอยู่และปัจจัยอื่นๆ ซึ่งวิธีการหนึ่งที่ช่วยแก้ปัญหาและตัดสินใจได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่วางไว้เพื่อหาแนวทางการดำเนินงานที่ดีที่สุด เช่น ทำให้เกิดกำไรสูงสุด ผลผลิตมากที่สุด ต้นทุนต่ำสุด หรือค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ซึ่งความรู้คณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือ กำหนดการเชิงเส้น

ประเภทของปัญหาที่ใช้วิธีการกำหนดการเชิงเส้นในการแก้ปัญหา ได้แก่
(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2544: 180)

1) การมอบหมายงาน (Assignment) ปัญหาการมอบหมายงานนั้นจะเกี่ยวข้องกับการจัดคนหรือเครื่องจักร ให้ทำงานประเภทต่าง ๆ โดยแต่ละคนและแต่ละเครื่องจะทำงานเพียงประเภทเดียว โดยมีจุดประสงค์ของการกำหนดลักษณะดังกล่าวเพื่อให้ได้ผลดีที่สุดหรือเสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด

2) การผสมอาหาร (Blending) ปัญหาในเรื่องการผสมอาหารนั้นจะเกี่ยวข้องกับการหาส่วนผสมวัตถุดิบเพื่อให้สอดคล้องตามเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ระบุ วัตถุดิบชนิดหนึ่ง ๆ จะมีค่าใช้จ่ายในระดับหนึ่ง จุดประสงค์ของการดำเนินการนี้จึงมักจะเป็นการกำหนดว่าจะผสมในลักษณะใดเพื่อที่จะให้เสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด หรือให้ได้ผลดีที่สุดเป็นไปตามเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ต้องการด้วย

3) การวางแผนดำเนินการ (Planning and scheduling) เน้นการตัดสินใจที่จะทำโครงการต่าง ๆ ในอนาคตเพื่อให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ โดยมีข้อจำกัดในเรื่องของระยะเวลาในการทำโครงการนั้น ๆ โดยให้ผลประโยชน์สูงสุดหรือเสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด

4) การจัดสรรทรัพยากร (Resource allocation) ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรส่วนมากจะมีโครงการที่ต้องตัดสินใจต่าง ๆ ซึ่งการดำเนินการของโครงการนี้จะทำให้ทรัพยากรลดน้อยลง โครงการหนึ่ง ๆ จะส่งผลต่อจุดประสงค์ในปริมาณหนึ่งจึงต้องการจัดสรรทรัพยากรที่มีอย่างจำกัดท่ามกลางโครงการเหล่านี้เพื่อให้ได้ผลประโยชน์ที่ดีที่สุด

5) การขนส่ง (Transportation) ปัญหาการขนส่งนั้นเป็นการขนส่งสินค้าหรือบริการจากแหล่งผลิตไปยังผู้บริโภคทั้งหลาย แหล่งผลิตแต่ละแหล่งต่างก็มีสินค้าเป็นปริมาณจำกัดและ ผู้บริโภคต่างก็มีความต้องการในระดับที่ต่างกัน นอกจากนี้ยังมีค่าใช้จ่ายต่อหน่วยที่แตกต่างกันไป ในการขนส่งสินค้าจากแหล่งผลิตหนึ่งไปยังผู้บริโภคในที่ตั้งต่าง ๆ ด้วย ดังนั้น ปัญหาในลักษณะนี้จึงเป็นการหารูปแบบการขนส่งสินค้าที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุด หรือเกิดประโยชน์สูงสุด โดยเป็นไปตามเงื่อนไขของการผลิตและการบริโภค

ความรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้นสามารถนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นได้ คือช่วยในการวางแผนและการตัดสินใจให้มีประสิทธิภาพ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานและจัดสรรทรัพยากรให้ดีที่สุด เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้จริงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน ใช้ใน

การหาผลลัพธ์ ที่จะก่อให้เกิดผลประ โยชน์สูงสุด ในสิ่งที่ต้องการภายใต้เงื่อนไขและภาวะที่บังคับ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เห็นการประยุกต์และประโยชน์ของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้แก้ปัญหาใน สถานการณ์จริงหรือเหตุการณ์ที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ด้วยความสำคัญนี้ เรื่องกำหนดการเชิง เส้นจึงได้เริ่มบรรจุในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายตั้งแต่พุทธศักราช 2524 จนมาถึงปัจจุบันใน หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยการศึกษาเรื่องกำหนดการเชิงเส้นจะใช้กราฟในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัย ความรู้พื้นฐานในเรื่องสมการ อสมการ และกราฟ เพื่อหาคำตอบที่ต้องการ

จากความสำคัญดังกล่าวข้างต้น ทำให้มีผู้สนใจศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการจัดกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้นอย่างกว้างขวาง เช่น เกตุกนก หนูดี (2553) ได้ศึกษาเรื่อง ชุด กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยชุด กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และสังเวียน แพนสุพัต (2552) ได้ศึกษาเรื่อง ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการและวิธี ชิมเพล็กซ์ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีการและวิธีชิมเพล็กซ์ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น โดยสามารถสอบ ผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และงานวิจัยในต่างประเทศ Lazaridis, Paparrizos, Samaras and Sifaleras (2007) ได้ศึกษาเกี่ยวกับโปรแกรมการเรียนรู้บนเว็บไซต์สำหรับ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ที่มีชื่อว่า Visual LinProg ซึ่งเป็นเครื่องมือทางการศึกษาในการแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้ภาพเคลื่อนไหวและเทคนิคการสร้างภาพ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า การ ใช้โปรแกรมเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียนมากกว่าใช้การอธิบาย และนักเรียน ต้องการให้มีการพัฒนาโปรแกรมให้ดีที่สุด จากงานวิจัยที่กล่าวมาสรุปได้ว่า เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น มีการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลาย เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา มากขึ้น และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 6 สาระ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระที่ 6 ได้กล่าวถึง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย การแก้ปัญหา การให้ เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ

ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนจะต้องฝึกฝน และการพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพื่อที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้นับว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้การเรียนการสอนประสบความสำเร็จ และบรรลุผลตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้ยังเป็นการปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน มีความรับผิดชอบ และเป็นการทำงานร่วมกับผู้อื่นอีกด้วย ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ การแก้โจทย์ปัญหาและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีระเบียบแบบแผน สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล ครูผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมโดยกำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อพัฒนานักเรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว โดยอาศัยกระบวนการตัดสินใจ และการค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหาที่ได้พยายามใช้เครื่องมือหรืออุปกรณ์เสริมเท่าที่จำเป็น เน้นความสำคัญของการรู้จักวิเคราะห์และนำไปใช้ และการเชื่อมโยงองค์ความรู้อย่างต่อเนื่อง รวมทั้งการประยุกต์ใช้ในสาขาวิชาอื่น ๆ ที่สามารถทำได้ เพื่อให้เห็นคุณค่าและประโยชน์ที่แท้จริงของคณิตศาสตร์

นอกจากการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนในรูปแบบต่างๆแล้ว สื่อการเรียนรู้เป็นส่วนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่จะช่วยให้เพิ่มความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียนได้มากขึ้น เนื่องจากสื่อการเรียนรู้เป็นเครื่องมือส่งเสริมสนับสนุนการจัดการกระบวนการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนเข้าถึงความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะตามมาตรฐานของหลักสูตรได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อการเรียนรู้มีหลากหลายประเภท ทั้งสื่อธรรมชาติ สื่อสิ่งพิมพ์ สื่อเทคโนโลยี และเครือข่ายการเรียนรู้ต่างๆ ที่มีในท้องถิ่น การเลือกใช้สื่อควรเลือกให้มีความเหมาะสมระดับพัฒนาการ และลีลาการเรียนรู้ที่หลากหลายของผู้เรียน การจัดหาสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียนและผู้สอนสามารถจัดทำและพัฒนาขึ้นเอง หรือปรับปรุงเลือกใช้ อย่างมีคุณภาพจากสื่อต่างๆ ที่มีอยู่รอบตัวเพื่อนำมาใช้ประกอบในการจัดการเรียนรู้ที่สามารถส่งเสริม และสื่อสารให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 22)

สื่อโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นสื่อการเรียนรู้หนึ่งที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ นอกจากจะช่วยนักเรียนในการเรียนและทำความเข้าใจในเนื้อหาได้มากขึ้นแล้ว ยังมีส่วนช่วยในกระบวนการสอนของครู ซึ่งในปัจจุบันมีการพัฒนาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นมาหลายเพื่อ ใช้ประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โปรแกรม MAPLE โปรแกรม Mathematica และเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งโปรแกรมทาง

คณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีทั้งโปรแกรมประเภทที่ใช้ในเชิงธุรกิจ จะต้องเสียค่าลิขสิทธิ์ในการนำโปรแกรมมาใช้ประโยชน์ และโปรแกรมประเภทที่สามารถนำไปใช้ได้โดยไม่ต้องเสียค่าลิขสิทธิ์ (General Public License: GPL) พัฒนาโดยบุคคลต่างๆ ในวงการคณิตศาสตร์ เพื่อต้องการให้นักเรียน นักศึกษา หรือผู้ที่สนใจสามารถนำโปรแกรมไปใช้ให้เกิดประโยชน์อย่างกว้างขวาง (เกตุกนก หนูดี, 2553: 3) โปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัต (Dynamic Mathematics Software : DMS) ได้ออกแบบมาจากการรวมคุณลักษณะบางอย่างของระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และโปรแกรมคำนวณ ไว้ในโปรแกรมเดียว และมีคุณสมบัติในการทำงานร่วมกันของระบบพลวัตทั้งหมด เป็นสื่อเทคโนโลยีทางการศึกษาที่มีการโต้ตอบกับผู้ใช้งาน มีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน ยกตัวอย่างเช่น โปรแกรม GeoGebra และ โปรแกรม GEONExT เป็นต้น

โปรแกรม GeoGebra เป็น โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์แบบพลวัตที่โต้ตอบกับ ผู้ใช้งานสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส วงกลม ส่วนตัดของวงกลม มีคำสั่งในการสร้างที่หลากหลาย นอกจากนี้โปรแกรม GeoGebra ยังมีความสามารถในการส่งออกไฟล์ที่สร้างขึ้นเป็นรูปแบบของภาษา Java ซึ่งเป็นสื่อที่ปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน เครื่องมือพื้นฐานของโปรแกรม GeoGebra คือ จุด เวกเตอร์ ส่วนของเส้นตรง รูปหลายเหลี่ยม เส้นตรง ภาคตัดกรวย และฟังก์ชัน เนื่องจากโปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือการสร้างแบบพลวัตจึงสามารถใช้งานได้กับระบบเรขาคณิตแบบพลวัตอื่นๆ นอกจากนี้ยังสามารถใส่พิกัดของจุดหรือเวกเตอร์ สมการของเส้นตรง ภาคตัดกรวยหรือฟังก์ชัน และตัวเลขหรือมุม ได้โดยตรง ดังนั้นโปรแกรม GeoGebra จึงออกแบบมาเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รวมทั้งยังใช้ได้หลายภาษาตามคำสั่งของเครื่องมือ เนื่องจากเนื้อหาของกำหนดการเชิงเส้นสิ่งสำคัญคือการวาดกราฟและการหาจุดตัดของกราฟ ในการเรียนการสอนปกติครูผู้สอนจะต้องวาดกราฟเองด้วยมือบนกระดาน ซึ่งในแต่ละครั้งจะเสียเวลาค่อนข้างมาก ทำให้การเรียนในแต่ละครั้งใช้เวลานาน สอนเนื้อหาหรือยกตัวอย่างได้น้อย และกราฟที่วาดด้วยมืออาจจะมีความคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นสื่อการเรียนรู้โปรแกรม GeoGebra น่าจะช่วยครูผู้สอนในการลดระยะเวลาในการวาดกราฟ ทำให้สอนเนื้อหาได้มากขึ้น และมีความคลาดเคลื่อนน้อย

จากการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศ มีผู้สนใจศึกษาเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมพลวัตต่างๆ รวมถึงการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางทั้งเนื้อหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต เช่น Baharvand (2002) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเทียบกับการสอนของครูแบบปกติโดยใช้กระดาน ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย และ Smith (1991) ได้ศึกษาเรื่องการบูรณาการของโปรแกรม

ระบบพีชคณิต ในการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น เพื่อศึกษาผลการใช้เทคโนโลยีในการสนับสนุนการเรียนการสอนด้วยโปรแกรมระบบพีชคณิตที่นำมาบูรณาการในการเรียนการสอน นอกจากนี้ Zulnaldi and Zakaria (2012) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่มีต่อความคิดรวบยอดและความรู้เชิงขั้นตอน(procedural knowledge) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งผลการศึกษาของงานวิจัยที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่าการใช้สื่อ โปรแกรมคอมพิวเตอร์มีส่วนช่วยในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้เห็นความสำคัญของเรื่องกำหนดการเชิงเส้นและการจัดการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการใช้สื่อ โปรแกรม GeoGebra เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนประสบผลสำเร็จสูงสุด ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุง พัฒนาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งประกอบด้วย

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
2. ศึกษาพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้สื่อโปรแกรม GeoGebra ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนที่จะนำไปประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้สื่อโปรแกรม GeoGebra สำหรับหน่วยการเรียนรู้อื่นๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนทั้งหมด 10 ห้องเรียน และการจัดห้องเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ

3. สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1	ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
คาบที่ 2	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น
คาบที่ 3-4	กราฟของอสมการเชิงเส้นและกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น
คาบที่ 5-6	การหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุด

- คาบที่ 7-11 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยใช้กราฟ
 คาบที่ 12 ทดสอบหลังเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยนี้ ได้แก่

ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตัวแปรตาม ประกอบด้วย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
2. พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

นิยามศัพท์เฉพาะ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ขณะทำกิจกรรม โดยกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่อการเรียนการสอน ช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยเนื้อหา 3 หน่วยการเรียนรู้ คือ

- หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 โจทย์ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น

โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบพลวัต หมายถึง โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่มีคุณสมบัติในการทำงานร่วมกันของระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และโปรแกรมคำนวณ เป็นสื่อเทคโนโลยีทางการศึกษา ที่มีการโต้ตอบกับผู้ใช้งาน มีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

โปรแกรม GeoGebra หมายถึง โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์แบบพลวัต ที่โต้ตอบกับผู้ใช้งาน สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส วงกลม ส่วนตัดของวงกลม โปรแกรม GeoGebra มีคำสั่งในการสร้างที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังมีความสามารถในการส่งออกไฟล์ที่สร้างขึ้นเป็นรูปแบบของภาษา Java ซึ่งเป็นสื่อที่ปฏิสัมพันธ์กับผู้ใช้งาน โดยผู้ใช้งานสามารถปรับแต่งค่าต่างๆของสื่อได้ ในงานวิจัยนี้ใช้ โปรแกรม GeoGebra version 4.2

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หมายถึง

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
2. พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อวัดความสำเร็จในด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถและทักษะทางด้านวิชาการของนักเรียน ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง พฤติกรรมที่เกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ การคิด โดยใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งสี่ด้านเป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรม ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ควบคู่กับความรู้นิพนธ์

ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา และการใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการคิด การตัดสินใจมีสมรรถนะในการรับรู้ทางคณิตศาสตร์และสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้ ได้แก่ การอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ หมายถึงความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้อย่างชัดเจน สมเหตุสมผลและรัดกุม

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนสามารถนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และการดำรงชีวิตประจำวัน ได้

ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกและความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ซึ่งได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เกณฑ์ 60% หมายถึง เกณฑ์ที่กำหนดขึ้นโดยคำนวณจากคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งคิดเป็นร้อยละของคะแนนทั้งหมด

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการวัดผลและการประเมินผล

1. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. โปรแกรมทางคณิตศาสตร์
3. การวัดผลและการประเมินผล
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551) ได้ให้ความหมายของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะและกระบวนการดังกล่าว ซึ่งประกอบด้วยทักษะและกระบวนการ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

การแก้ปัญหา (Problem solving)

การแก้ปัญหามุ่งการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหามุ่งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำ

เข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่างๆประกอบ การแก้ปัญหานั้นเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมีกรรมทักษะอื่นๆที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหานั้นควรมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหานั้นเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะและความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหานั้นด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2554)

ความหมายของการแก้ปัญหานั้นทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ เช่น

Polya (1957) กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นกับอุปสรรคที่เผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นหมายถึงวิธีการหาผลลัพธ์ที่ไม่รู้ ซึ่งในการหาผลลัพธ์ นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่รู้ และใช้กระบวนการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การแก้ปัญหานั้นไม่ใช่เป็นเพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ แต่หลักสำคัญคือการได้ลงมือปฏิบัติด้วย นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้คิดหาวิธี ได้จับต้องสื่อ และแก้ปัญหานั้นที่ซับซ้อน และครูควรจะให้กำลังใจเพื่อสะท้อนการคิดของนักเรียน

กระบวนการแก้ปัญหานั้น

การสอนการแก้ปัญหานั้นในห้องเรียน โดยทั่วไปมักเริ่มต้นที่ปัญหานั้นที่กำหนดให้และดำเนินการแก้ปัญหานั้นโดยใช้ขั้นตอนที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ และเมื่อเปลี่ยนเป็นปัญหานั้นที่มีบริบทและวิธีแก้ปัญหานั้นแตกต่างจากปัญหานั้นเดิม ผู้เรียนก็จะได้เรียนรู้วิธีแก้ปัญหานั้นที่แตกต่างออกไป การเรียนการสอนการแก้ปัญหานั้นมักเป็นเช่นนี้ ทำให้ผู้เรียนไม่ได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหานั้นที่เป็นระบบ และเป็นภาพรวมที่สามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหานั้นใดๆได้ ซึ่งสิ่งนี้สำคัญมาก เนื่องจากปัญหานั้นไม่ว่าในเนื้อหาใดหรือหัวข้อใดก็ตาม มีหลากหลายรูปแบบจนไม่สามารถหาเกณฑ์มาจัดเป็น

ประเภทที่ชัดเจนได้ เมื่อเป็นเช่นนี้ การสร้างประสบการณ์หรือพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน จึงต้องให้หลักวิชาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ซึ่งมีการนำไปใช้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2554: 40) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ของ Polya (1985) ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นการวิเคราะห์ประเด็นของปัญหาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง เริ่มต้นให้นักเรียนอ่านพิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมด ตามความเข้าใจของนักเรียนเอง ขั้นตอนที่ 1 นี้ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญอย่างมาก เพราะครูต้องทำหน้าที่ตั้งคำถามนำ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในโจทย์ข้อนั้น ๆ ได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบ ครูผู้สอนควรจะแสดงบทบาทไปพร้อม ๆ กับนักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี แต่ถ้าไม่สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใดและรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ใน โจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับ โจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 และต้องมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ในการคิดคำนวณหาคำตอบ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลัง หรือ แก้วสมการ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของ Polya นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและผู้เรียนคุ้นเคยและใช้มานานมากในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติ การดำเนินการตามกระบวนการนี้มักทำเพียงบางขั้นตอน เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่นๆ ทำให้ต้องยุบรวมบางขั้นตอนเข้าด้วยกัน เช่น รวมขั้นการวางแผนงานและขั้นการดำเนินการตามแผนเข้าด้วยกัน หรือทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลในขั้นตอนย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ทำให้ผู้เรียน ได้ฝึกการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง

การให้เหตุผล (Reasoning)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล” แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือ สำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ทุกวัย ในแต่ละวันมนุษย์ต้องการให้เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การฝึกการใช้เหตุผลจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้เรียนต้องฝึกฝนให้เกิดเป็นทักษะ หรือความชำนาญ

ในการพัฒนาความคิดและความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยฝึกการคิดวิเคราะห์ หากความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตหาแบบรูป (pattern) ได้ อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลกัน

The National Council of Teachers of Mathematics (1989) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นการสร้างข้อาคเดาและการตรวจสอบข้อาคเดา จากสถานการณ์ที่กำหนด จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นกระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ลักษณะการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 39) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ของเราไม่ได้เกิดขึ้นมาจากพิจารณาถึงข้อเท็จจริงหรือหลักฐานใด ๆ แต่เกิดจากการที่คนเรานั้นรู้สึก ได้ว่าน่าจะมีเหตุการณที่ตัวเองรู้สึกได้นั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ (Communications and presentations)

ทักษะและกระบวนการด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การสื่อสารเป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่านช่องทางสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดูและการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อหรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์หรือสิ่งตีพิมพ์ และอินเทอร์เน็ต การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิต มีเนื้อหาที่ต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย แล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์ และสิ่งแวดล้อมต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ ดังนี้

การสื่อสาร เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารของผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่านช่องทางสื่อสารต่างๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สื่อต่างๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเทอร์เน็ต

การฟัง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ ต้องการให้ผู้รับสารฟังแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่ง ที่นำเสนอในรูปของคำพูดหรือภาษาพูด การฟังที่ดี ผู้ฟังจะต้องมีเจตนาที่

จะรับฟังแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่ฟัง และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจอย่าด่วนซักถามหรือ คัดค้านพยายามให้ โอกาสผู้พูดได้ ขยายความ แล้วจึงถามอย่างสุชม เป็นลำดับขั้นและอย่าแสดง อารมณ์

การพูด เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสาร อธิบายแนวคิด ความคิดเห็น หรือ กระบวนการออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาพูด ในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสาร ได้รับ รู้หรือเข้าใจได้ชัดเจน การพูดอาจเป็นการพูดระหว่างบุคคลหรือการพูดในที่สาธารณะก็ได้ การพูด ที่ดีผู้พูดจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการพูดที่ถูกต้องและชัดเจน ตลอดจนมีระดับความดังของเสียง ความสูงต่ำของเสียง อัตราเร็วช้าในการพูด การหยุดระยะหรือ เว้นช่วงหายใจที่เหมาะสม ไม่ควรพูดข่มผู้ฟังหรือใช้สรรพนามที่ไม่เหมาะสมระหว่างกันและกัน

การอ่าน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ศึกษาหรือพิจารณา แนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของลายลักษณ์อักษรหรือภาษาเขียน การอ่านที่ดี ผู้อ่านจะต้องมีเจตนาที่จะอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่อ่าน และถ้าเกิดข้อสงสัย หรือไม่เข้าใจผู้อ่านควร ได้ถามจากผู้รู้จนหายสงสัยหรือเข้าใจดีขึ้น

การดู เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเห็นแนวคิด ความคิดเห็น หรือ กระบวนการของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของกริยา ท่าทาง อาการต่างๆ การดูที่ดีผู้ดูจะต้องให้ความสนใจ มีเจตนาที่จะดูแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่เห็น

การแสดงท่าทาง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารแสดงแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ออกมาเป็นกริยา ท่าทาง อาการต่างๆ เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือพิจารณาความ ถูกต้อง การแสดงท่าทางอาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียวหรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การ แสดงท่าทางที่ดีผู้แสดงจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสารและรูปแบบของการแสดงท่าทางที่ ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นลำดับขั้น

การเชื่อมโยง (Connections)

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้ให้ความหมายการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกัน ให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิตและตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้อกันเป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆมากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

กรมวิชาการ (2545) กล่าวถึงลักษณะพฤติกรรมที่แสดงว่านักเรียนมีทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันอยู่ 3 ลักษณะ คือ การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ กับคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงวิชาอื่นกับคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงระหว่างชีวิตประจำวันกับคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้กับทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. เชื่อมโยงสถานการณ์อื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือ ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 60) การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระองค์ความรู้หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบพิกัดฉาก คู่ลำดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้ทางวิทยาศาสตร์ เรื่อง ปริมาตร ความดัน ความจุ
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินในระยะที่สั้นกว่าการเดินทางตามเส้นทางปกติ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความหมายของกิจกรรมการเรียนรู้

Good (1973 : 9) ได้ให้ความหมายของคำว่า Activities ไว้ว่า เป็นสถานการณ์การเรียนรู้อันยิ่งใหญ่ซึ่งเด็กเข้าร่วมด้วยความสมัครใจ เพื่อสร้างความพึงพอใจและให้วิธีการไปถึงเป้าหมายอันพึงปรารถนาที่คุ่มค่าแก่เด็ก มักจะเกี่ยวข้องกับการสืบสวนสอบสวน ประสบการณ์ และการศึกษาในพื้นที่ของความรู้ที่สัมพันธ์กันหลายๆ พื้นที่ที่จะดึงดูดไปสู่ปัญหาที่มีอยู่ อย่างไรก็ตาม ไม่ได้อาศัยกระบวนการในชั้นเรียนที่เป็นแบบแผนหรือประเพณีนิยม

สุวิทย์ หิรัณยภาณท์ สิริวรรณ เมธีวิวัฒน์ และ ชนินทร์ชัย อินทிரารณ (2540) ได้กล่าวถึงความหมายของกิจกรรมไว้ว่า กิจกรรม (activity) หมายถึง สภาพการเรียนรู้ใดๆ ที่นักเรียนได้กระทำด้วยความเต็มใจทั้ง ทางสมอง และทางกาย เพื่อเป็นการสนองความต้องการของผู้กระทำ ให้บรรลุถึงซึ่งจุดหมาย เช่น การค้นคว้า แก้ปัญหา อภิปราย การเรียนรู้ที่ถูกต้องจะให้นักเรียนได้ประกอบกิจกรรมให้มากที่สุดแต่การจัดกิจกรรมของครูควรอยู่บนรากฐานของความสนใจของนักเรียน อุดมการณ์ทางประชาธิปไตย และให้ทุกคนได้เข้าร่วมกิจกรรมตามความสามารถของแต่ละบุคคล

ชนาธิป พรกุล (2544) ได้กล่าวถึง กิจกรรมการเรียนรู้ และลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ขณะทำกิจกรรม นักเรียนจึงต้องเข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น ทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และสังคม เป้าหมายของการศึกษา คือการให้นักเรียนเป็นคนเก่ง คนดี และมีความสุขทั้งทางกาย และจิตใจ ซึ่งการที่นักเรียนจะประสบผลสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่ที่การเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ของครู ดังนั้นการเลือกกิจกรรมการเรียนรู้จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมและพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึงลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมและพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. กระตุ้นความคิด จินตนาการ และท้าทายความสามารถ เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนเห็นแล้วอยากคิด อยากลองทำ แม้ไม่แน่ใจว่าจะทำได้หรือไม่
2. เป็นกิจกรรมที่แปลกใหม่ และผู้เรียนไม่เคยเห็นมาก่อน เป็นสิ่งที่ทำแล้วจะพบหรือเรียนรู้สิ่งที่ไม่เคยรู้มาก่อน
3. เหมาะสมกับความรู้ความสามารถ และความสนใจ เป็นเรื่องที่อยู่ในความสนใจของผู้เรียนและเหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนโดยรวม
4. เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือใกล้ตัวผู้เรียน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5. มีเงื่อนไขและกฎเกณฑ์อยู่ในขอบข่ายที่ผู้เรียนจะคิดหรือทำได้ ไม่ยากเกินไปจนคิดไม่ได้ หรือง่ายเกินไปจนไม่ต้องใช้ความคิดและความพยายาม
6. มุ่งพัฒนาการคิดและทักษะผ่านกระบวนการทำงานมากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือการแก้ปัญหาได้
7. เป็นกิจกรรมที่มีคุณค่าในการทำ ผู้เรียนสามารถใช้วิธีคิด มุมมอง และกระบวนการทำงานที่หลากหลาย เป็นการเสียเวลาที่คุ้มค่า
8. เป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนขยายความคิดหรือคิดต่อจากสิ่งที่ทำ ทำให้เกิดการเรียนรู้ทั้งทางกว้างและทางลึก

จากความหมายและลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้เป็นการปฏิบัติต่างๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เพื่อให้การสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ เสริมสร้างความรู้ ความสามารถ ประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์ที่จำเป็นแก่นักเรียน ดังนั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจ มีความเหมาะสมกับวัย สติปัญญา และความสามารถของนักเรียน โดยเน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้บนพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน

แนวการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหา

นักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอแนวทางที่คล้ายคลึงกันในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน ซึ่งสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 47 อ้างถึง Barody, 1993) ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใดๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการให้เหตุผล

การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการ

กรมวิชาการ (2545: 198-199) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะและกระบวนการด้านการให้เหตุผลว่า การให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกในการเรียนเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ได้ โดยเสนอหลักไว้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว”

“ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่แตกต่างกันได้

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ขั้นตอนในการดำเนินการเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เริ่มจากการกำหนดปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตัวเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทาง การสื่อความหมาย และการนำเสนอ การฝึกทักษะกระบวนการควรทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนี้ จะมีวิธีแก้ไขปัญหาได้อย่างไร เขียนรูปภาพแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

Rowan and Morrow (1993: 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบเห็น

2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจ โครงการงาน และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง และกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปอย่าง สมบูรณ์

3. การใช้คำถามปลายเปิด เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะ นำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสันใจ

4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้ นักเรียน เห็นว่าการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่า ทำไมจึงต้องเขียนเป็น นั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะ ของตนเองไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการ เรียนรู้เป็น โอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกัน ในกลุ่มและเป็นการส่งเสริมการ สื่อสาร โดยตรง

6. การชี้แนะ โดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหาร และจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะแสดงแนวคิดเหล่านี้ได้อย่างไม่ต้องกังวล

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการเชื่อมโยง

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ นั้น ผู้สอน อาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนอยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการ เชื่อมโยงความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือ การนำมาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนด ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิด

โอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้เท่านั้นเพราะคำตอบอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผล

โปรแกรมทางคณิตศาสตร์

เทคโนโลยีทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประเภทหนึ่งคือ โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Mathematical software) เป็นเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับใช้ทางการศึกษา สามารถนำมาใช้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย ยกตัวอย่างเช่น ระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต โปรแกรมเรขาคณิต แบบพลวัต โปรแกรมคำนวณ และ โปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัต (Preiner, 2008)

ระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต (Computer Algebra Systems : CAS) ถูกออกแบบมาเพื่ออำนวยความสะดวกในการแสดงรูปแบบสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ยกตัวอย่างเช่น โปรแกรม Derive โปรแกรม Maple และ โปรแกรม Mathematica เป็นเครื่องมือในการจัดการเกี่ยวกับพีชคณิต และฟังก์ชันที่หลากหลาย เช่น การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การแยกตัวประกอบ อนุพันธ์ ปริพันธ์ ลำดับ เมทริกซ์ รวมถึงการสร้างกราฟ และสมการ เป็นต้น

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (Dynamic Geometry Software : DGS) เป็นโปรแกรมด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้เส้นตรงและวงเวียน มีลักษณะ ปฏิสัมพันธ์ โดยที่ผู้ใช้สามารถเปลี่ยนแปลงรูปเรขาคณิตให้เคลื่อนไหวตามความต้องการ โดยยังคง รักษาสมบัติและความสัมพันธ์ที่ถูกกำหนดของรูปนั้นไว้เสมอ ซึ่งผู้ใช้สามารถสร้างรูปและ เคลื่อนย้ายรูปได้ การเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย ทำให้โปรแกรมเรขาคณิต แบบพลวัตเหมาะสำหรับการเรียนรู้เรขาคณิต โดยทดลองสร้างและสำรวจสมบัติหรือค้นหาความจริงในเชิงเรขาคณิตจากรูปหลายๆ ลักษณะ โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีอยู่ในปัจจุบันมีสมบัติ พื้นฐานของการสร้างและการเคลื่อนย้ายจุด เส้นตรง วงกลม มุม พร้อมทั้งเครื่องมืออำนวยความสะดวกเบื้องต้น เช่น ความยาว ขนาดของมุม เป็นต้น

โปรแกรมคำนวณ (Spreadsheets) เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยให้การแสดงผลของ ข้อความตัวอักษรและตัวเลขหรือค่าต่างๆ ในเซลล์ของตารางซึ่งถูกจัดอยู่ในแถวและคอลัมน์ สามารถใช้สูตรในการคำนวณค่าใหม่โดยอ้างอิงไปยังเซลล์อื่นได้ เมื่อใดก็ตามที่เนื้อหาของเซลล์ หนึ่ง มีการแก้ไขเซลล์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดจะถูกปรับปรุงโดยอัตโนมัติ เป็นเครื่องมือหลักใน การคำนวณทางคณิตศาสตร์และสถิติ ยกตัวอย่างเช่น โปรแกรม Microsoft Excel เป็นต้น

โปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัต (Dynamic Mathematics Software : DMS) ถูกออกแบบจากการรวมคุณลักษณะบางอย่างของระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และโปรแกรมคำนวณ ไว้ในโปรแกรมเดียว และมีคุณสมบัติในการทำงานร่วมกันของระบบพลวัตทั้งหมด ยกตัวอย่างเช่น โปรแกรม GeoGebra และ โปรแกรม GEONExT เป็นต้น

นอกจากนี้ยังสามารถจำแนกโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ตามลักษณะการเผยแพร่ได้ 2 ลักษณะ (Anonymous, 2009: Online) ดังนี้

1. โปรแกรมแบบ Commercial คือ โปรแกรมที่ใช้ในเชิงธุรกิจ คือต้องเรียนค่าใช้จ่ายหากต้องการใช้โปรแกรม เช่น

- 1.1 Cabri (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)
- 1.2 Cinderella (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)
- 1.3 GSP (<http://www.keypress.com/sketchpad/>)
- 1.4 GEUP (<http://www.geup.net/en/index.htm>)
- 1.5 Cabri 3D (<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>)
- 1.6 Geometry Expressions (<http://www.geometryexpressions.com>)
- 1.7 MathKit (<http://mathkit.sourceforge.net>)
- 1.8 Yenka 3D Shapes (http://www.crocodile-clips.com/en/Yenka_3D_Shapes)
- 1.9 EucliDraw (<http://www.euclidraw.com>)

2. โปรแกรมแบบ General Public License (GPL) คือ โปรแกรมที่ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ เช่น

- 2.1 C.a.R. (<http://www.z-u-l.de/>)
- 2.2 CaRMetal (http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_en.html)
- 2.3 Eukleides (<http://www.eukleides.org/>)
- 2.4 GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)
- 2.5 GeoProof (<http://home.gna.org/geoproof/>)
- 2.6 GeoView (<http://www-sop.inria.fr/lemme/geoview/geoview.html>)
- 2.7 KSEG (<http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>)

2.8 XCas (<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac.html>)

2.9 GeoNext (<http://geonext.uni-bayreuth.de>)

2.10 OpenEuclide (<http://coulon.publi.free.fr/openeuclide>)

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบพลวัตพบว่า การนำโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบพลวัตมาใช้ในการเรียนการสอนเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลอง ปฏิบัติ สังเกต และสำรวจ เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ และมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น รวมทั้งยังส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

โปรแกรม GeoGebra

โปรแกรม GeoGebra ได้คิดค้น ในปี ค.ศ.2001 จากการทำวิทยานิพนธ์ปริญญาโทของ Markus Hohenwarter เป็นโปรแกรมสำหรับเรขาคณิตและพีชคณิตแบบพลวัต โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาเครื่องมือแบบใหม่สำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งโปรแกรม Geogebra ได้รับรางวัลจากหลายๆประเทศในสาขาโปรแกรมทางการศึกษา เช่น European Academic Software Award 2002 (Ronneby, Sweden), L@mie Award 2003 (Vienna, Austria), digita 2004 (Cologne, Germany) and Comenius 2004 (Berlin, Germany) (Markus Hohenwarter and Karl Fuchs, 2004)

โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์แบบพลวัต ที่ได้ตอบกับผู้ใช้งานสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส รูปวงกลม ส่วนตัดของวงกลม โปรแกรม GeoGebra สามารถดำเนินการสร้างจุด ภาคตัดกรวย สมการ นอกจากนี้ยังมีความสามารถในการส่งออกไฟล์ที่สร้างขึ้นเป็นรูปแบบของภาษา Java ซึ่งเป็นสื่อที่ปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน โดยผู้เรียนสามารถปรับแต่งค่ารวมถึงรูปร่างของสื่อได้เป็นอย่างดี

เครื่องมือพื้นฐานของโปรแกรม GeoGebra คือ จุด เวกเตอร์ ส่วนของเส้นตรง รูปหลายเหลี่ยม เส้นตรง ภาคตัดกรวยทั้งหมด และฟังก์ชัน เนื่องจากโปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือการสร้างแบบพลวัตจึงสามารถใช้งานได้กับทุกระบบเรขาคณิต นอกจากนี้ยังสามารถกำหนดพิกัดของจุดหรือเวกเตอร์ สมการของเส้นตรง ภาคตัดกรวยหรือฟังก์ชัน และตัวเลขหรือมุม ได้โดยตรง ดังนั้นโปรแกรม GeoGebra ออกแบบมาเพื่อใช้ในการเรียนการสอนในโรงเรียน รวมทั้งยังใช้ได้หลายภาษาตามคำสั่งของเครื่องมือ

โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือที่มีความหลากหลายมากสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ในการสอนคณิตศาสตร์สามารถใช้ได้หลายรูปแบบ

1. GeoGebra กับการสาธิตและการแสดงภาพ

การใช้โปรแกรมการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ไม่ใช่วิธีการสอนแบบใหม่ แต่โปรแกรม Geogebra สามารถนำเสนอการสาธิตและการแสดงภาพที่แตกต่างออกไป

2. GeoGebra กับเครื่องมือการสร้าง

ในปี ค.ศ.1990 Karl Fuchs ได้บอกถึงความสำคัญของการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการออกแบบการสร้างทางเรขาคณิต ซึ่งโปรแกรม GeoGebra มีความสามารถสร้างภาพวาดที่เหมาะสมและเป็นซอฟต์แวร์สำหรับการออกแบบ

3. GeoGebra กับการค้นพบทางคณิตศาสตร์

คอมพิวเตอร์และซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์มีการกระตุ้นให้เกิดคำถามพื้นฐานใหม่ๆ ในการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนจึงสามารถจัดระเบียบความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งโปรแกรม GeoGebra สามารถใช้เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับทำให้เกิดการค้นพบทางคณิตศาสตร์ และสามารถช่วยในการสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้

4. GeoGebra กับการจัดเตรียมสื่อการสอน

โปรแกรม GeoGebra ส่งเสริมครูในด้านการเตรียมความพร้อมของเครื่องมือสำหรับกระบวนการเรียนการสอน ในลักษณะเครื่องมือการให้ความร่วมมือ การสื่อสารและเครื่องมือการนำเสนอ

โปรแกรม GeoGebra เป็นซอฟต์แวร์ที่สามารถนำมาใช้กับนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 10 ปีถึง 18 ปี โดยเริ่มต้นด้วยการสร้างขั้นพื้นฐานอย่างง่ายไปจนถึงคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนขึ้น เช่น การหาปริพันธ์ของฟังก์ชัน ในการเรียนการสอนที่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนรู้ทั้ง การศึกษารายบุคคลหรือศึกษาแบบกลุ่ม จะต้องมีครูเป็นที่ปรึกษาเพื่อที่จะสอนและช่วยเหลือในสิ่งจำเป็น

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรจัดให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ และสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา ควรมุ่งเน้นการวัดสมรรถภาพโดยรวมของผู้เรียนเป็นหลัก จุดประสงค์หลักของการวัดและประเมินผลเพื่อนำผลการประเมินไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเต็มตามศักยภาพ คุณภาพของผู้เรียนที่ต้องประเมิน

ในการวัดและประเมินผลของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์นั้นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดให้ทำการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี โดยมีตัวชี้วัดและประเมินผล ที่ต้องนำมาพิจารณาดังนี้

1. ด้านความรู้ ในการวัดและประเมินผลด้านความรู้ต้องสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ทั้ง 5 สาระ ซึ่ง ได้แก่

- 1.1 จำนวนและการดำเนินการ
- 1.2 การวัด
- 1.3 เรขาคณิต
- 1.4 พีชคณิต
- 1.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

2. ด้านทักษะและกระบวนการ ในการวัดและประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ เป็น การวัดความสามารถของนักเรียนครอบคลุมประเด็นที่ต้องประเมิน ดังนี้

- 2.1 การแก้ปัญหา
- 2.2 การให้เหตุผล
- 2.3 การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
- 2.4 การเชื่อมโยง
- 2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ การวัดและประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์
ครอบคลุมประเด็นที่ต้องประเมิน ดังนี้

3.1 ทำงานอย่างเป็นระบบ

3.2 มีระเบียบวินัย

3.3 มีความรอบคอบ

3.4 มีความรับผิดชอบ

3.5 มีวิจรรย์ญาณ

3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.7 ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ สามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มี
คุณภาวนั้นจำเป็นต้องคำนึงถึงการวัดและประเมินผลที่หลากหลายและครอบคลุมทั้งด้านความ
รู้ด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อให้การประเมินผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนเป็นการตัดสินผู้เรียนได้อย่างถูกต้องและครอบคลุมในทุกด้าน

การประเมินผลที่สอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2553) กล่าวว่า การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็น
การประเมินความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ การประเมินจึงเน้นที่
กระบวนการทำงานทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนและพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นมากกว่าการมีความรู้เกี่ยวกับ
เนื้อหาสาระ วิธีและเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึง
แตกต่างจากวิธีและเครื่องมือที่ใช้ประเมินความรู้ อย่างไรก็ตามการพัฒนาเครื่องมือที่จะใช้ในการ
ประเมินทักษะและกระบวนการ ยังคงใช้แนวคิดและกระบวนการเช่นเดียวกับการประเมินความรู้
กล่าวคือ มีการกำหนดโครงสร้างของเครื่องมือวัดตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้หรือผลการเรียนรู้ที่
คาดหวัง นำหนักของเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด เพื่อควบคุมคุณภาพของเครื่องมือให้สามารถ
วัดทักษะที่ต้องการวัดในเนื้อหาเฉพาะนั้นๆ ได้จริง

ก่อนการประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรวางแผนการประเมิน
ล่วงหน้าด้วยการดำเนินการต่อไปนี้

1. กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะประเมิน ผู้สอนต้องพยายามสอนและประเมินให้ครอบคลุมทุกทักษะที่มีความสำคัญต่อผู้เรียน ซึ่งไม่จำเป็นต้องประเมินในครั้งเดียว แต่ควรกำหนดทักษะที่ต้องการประเมินไว้ทุกครั้ง การกำหนดว่าจะประเมินทักษะใดบ้างไว้ในเบื้องต้น จะทำให้ผู้สอนสามารถออกแบบกิจกรรม ปัญหา หรือสถานการณ์ที่เหมาะสม และทำให้ทราบว่าทักษะใดบ้างที่มีการประเมินน้อยหรือยังไม่ได้ประเมิน ซึ่งจะแก้ปัญหาคารประเมินที่ไม่ครอบคลุมทุกทักษะได้
2. กำหนดวิธีและเครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน ผู้สอนควรกำหนดวิธีและเครื่องมือที่จะใช้ประเมินแต่ละทักษะหรือหลายทักษะร่วมกัน และต้องแน่ใจว่าผู้เรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับทักษะที่ประเมินและเครื่องมือที่เลือกมาใช้เพียงพอ เช่น ถ้าผู้สอนไม่เคยฝึกให้ผู้เรียนเขียนอธิบายหรือพิสูจน์ แต่ในการประเมินมีการเขียนอธิบาย แสดงเหตุผล เป็นต้น
3. กำหนดแผนการประเมินอย่างเป็นระบบ ผู้สอนควรกำหนดว่าจะประเมินทักษะผู้เรียนเมื่อใดบ้าง เช่น ประเมินทุกเดือน ประเมินเมื่อสอนจบบทเรียน หรือประเมินกลางภาคและปลายภาค ผู้สอนควรตระหนักว่าทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป การประเมินอย่างต่อเนื่องจะช่วยให้ผู้สอนแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันเวลา และสามารถพัฒนาผู้เรียนไปในแนวทางที่ถูกต้อง
4. กำหนดว่าจะนำผลการประเมินไปใช้ทำอะไรบ้าง การประเมินทักษะแต่ละครั้ง ผู้สอนต้องใช้เวลามาในการพัฒนาเครื่องมือ ตรวจสอบ และพิจารณาตัดสินผล จึงควรกำหนดล่วงหน้าว่าจะนำผลการประเมินไปใช้ประโยชน์อย่างไรบ้าง จึงจะคุ้มค่ากับเวลาและงานที่ทั้งผู้เรียนและผู้สอนต้องทำ เช่น นำไปใช้ประกอบการตัดสินผลการเรียนคณิตศาสตร์ นำไปใช้แก้ไขหรือพัฒนาทักษะเฉพาะให้กับผู้เรียน นำไปเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมที่เหมาะสมกับระดับคุณภาพของผู้เรียน เป็นต้น

การประเมินผลเพื่อให้มีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องบูรณาการการประเมินผลความรู้ความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ และการประเมินผลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ซึ่งก็คือการประเมินผลที่สอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั่นเอง ซึ่งผู้สอนควรยึดหลัก ดังนี้

1. การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน

ในการประเมินผลที่สอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควรมุ่งเน้นการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ควรรวมไปถึงการคิดวิเคราะห์ การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยการเลือกใช้ข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิดยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน เช่น ลักษณะคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ซึ่งการใช้ลักษณะคำถามดังกล่าว นอกจากจะช่วยให้ครูทราบถึงความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนแล้ว ยังช่วยให้ครูทราบยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ การอธิบายนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล ตลอดจนการเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

2. การประเมินผลต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน

การสังเกตและการใช้คำถามเป็นการประเมินที่กระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหาหรืออภิปรายภายในกลุ่ม ข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอแนวคิดของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ ในการสังเกตครูจะต้องจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ เพราะการจำอย่างเดียวอาจทำให้หลงลืมได้

3. การประเมินผลต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง

การให้นักเรียนเขียนอนุทิน เป็นอีกวิธีหนึ่งในการประเมินผลที่สอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือได้สะท้อนความรู้สึกรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นั้น วิธีจะมีคุณค่ามากน้อยขึ้น ขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงาน หรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึกรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการทำกิจกรรมที่กำหนด

4. การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน

การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ครูสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่านักเรียนของคนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด

ชานนท์ จันทรา (2555: 43-49) กล่าวถึง ความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่ต้องประเมินในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกของแต่ละทักษะ ดังนี้

ตารางที่ 1 พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการ	พฤติกรรมแสดงออก
1. ความสามารถในการแก้ปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา - ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม - ทำความเข้าใจกับปัญหา โดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร - สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ - ตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - ตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา - ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ทักษะและกระบวนการ	พฤติกรรมแสดงออก
2. ความสามารถในการให้เหตุผล	<ul style="list-style-type: none"> - รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา - เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป - ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม - ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน - เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีที่เหมาะสม - ใช้ข้อความ คำศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล - บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล - สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้ - เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา
4. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	<ul style="list-style-type: none"> - เปรียบเทียบความรู้ของแต่ละสาระ - เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - หาข้อสรุปจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ - เชื่อมโยงความรู้ในและสาระทางคณิตศาสตร์ หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้มีโนทัศน์ที่ซับซ้อน

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ทักษะและกระบวนการ	พฤติกรรมกรรมการแสดงออก
5. ความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- ใช้ความรู้หรือมโนทัศน์เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ - สร้างสรรค์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือ ชิ้นงานที่มีประโยชน์ต่อการเรียนรู้

ขั้นตอนการวัดผลและประเมินผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 15-16) ได้สรุปขั้นตอนการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนและวิธีการที่หลากหลายและแตกต่างกันตามจุดมุ่งหมายและความต้องการของผู้ประเมิน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. การวางแผนการวัดผลและประเมินผล โดยผู้สอน ผู้เรียนและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันกำหนดรายละเอียดสำคัญที่ประกอบด้วย

- 1.1 จุดประสงค์ของการนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการประเมินผลไปใช้
- 1.2 กรอบของสาระการเรียนรู้และทักษะกระบวนการที่ต้องการวัดประเมินผล
- 1.3 การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.4 เกณฑ์การตัดสินสมรรถภาพของผู้เรียน
- 1.5 รูปแบบที่ใช้ในการสรุป ตัดสินและรายงานผล

2. การรวบรวมข้อมูล ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงการประเมินผลควบคู่ไปกับการใช้เครื่องมือวัดผลประเมินผลที่เหมาะสม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ ทั้งนี้ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องจะต้องสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่สอดคล้องกับการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้สอนจะต้องนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มตามประเภทของงานและตามมาตรฐานการเรียนรู้ พร้อมทั้งจัดเก็บบันทึกข้อมูลไว้เป็นหลักฐาน

4. การนำผลไปใช้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผล

สิริพร ทิพย์คง (2545: 188) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูทราบพฤติกรรมของนักเรียนก่อนทำการสอน เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และพฤติกรรมก่อนเข้าเรียนยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนอันเนื่องมาจากการสอน
2. ช่วยให้ครูได้ปรับปรุงเป้าหมายของการสอนให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนแต่ละคน
3. ช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด
4. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงข้อบกพร่องที่ครูจะต้องปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน
5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น
6. ช่วยให้นักเรียน ได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนการสอนเนื้อหาแต่ละเรื่อง
7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการประเมินผลการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษา

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

พงศธร มหาวิจิตร (2550) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต กับกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย สระบุรี อำเภอเมือง จังหวัดสระบุรี ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในกลุ่มทดลอง หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สังเวียน แผนสุพัต (2552) ได้ศึกษาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จุดมุ่งหมายในการวิจัย คือ 1) เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 2) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการ 3) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคาชะอี จังหวัดมุกดาหาร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 36 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการและวิธีซิมเพล็กซ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วย วิธีการและวิธีซิมเพล็กซ์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เกตุกนก หนูดี (2553) ได้ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจุดมุ่งหมายในการวิจัย คือ 1) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น และ 2) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหา กำหนดการเชิงเส้น และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม

C.a.R. และโปรแกรม Euler ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ในระดับมาก

พริยา พันทะสาร (2553) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วน” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่าม่วงวิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ของโรงเรียนท่าม่วงวิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

งานวิจัยต่างประเทศ

Benson (1989) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องการกำจัดของเกาส์จอร์แดน (Gauss-Jordan Elimination) และกำหนดการเชิงเส้น กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการศึกษาเนื้อหาและกลุ่มควบคุมเรียนเนื้อหาเดียวกันกับกลุ่มทดลอง แต่ไม่ใช่คอมพิวเตอร์ สมมติฐานในการวิจัยคือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม แต่คะแนนผลสัมฤทธิ์เรื่องการกำจัดของเกาส์จอร์แดนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมสูงกว่ากลุ่มทดลอง ส่วนเจตคติต่อคอมพิวเตอร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองดีกว่ากลุ่มควบคุม

Smith (1991) ได้ศึกษาเรื่องการบูรณาการ โปรแกรมระบบพีชคณิต ในการเรียนการสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้น เพื่อศึกษาผลการใช้เทคโนโลยีในการสนับสนุนการเรียนการสอนด้วย โปรแกรมระบบพีชคณิตที่นำมาบูรณาการในการเรียนการสอน เพื่อสร้างความเข้าใจเรื่อง กำหนดการเชิงเส้นกับชั้นเรียนที่มีขนาดใหญ่ โดยทำการทดลองกับนักศึกษาวิชาเอกการ บริหารธุรกิจและสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย ประเทศโคลัมเบีย ซึ่งแต่ละห้องมี ประมาณ 70 คน โดยกลุ่มตัวอย่างแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 กลุ่ม INT คือห้องที่เรียนโดยใช้ โปรแกรมระบบพีชคณิตในการสาธิตการเรียนการสอนและให้นักศึกษาใช้โปรแกรมนี้ กลุ่มที่ 2 กลุ่ม NINT คือห้องที่ใช้โปรแกรมระบบพีชคณิตในการสาธิตการเรียนการสอนเพียงอย่างเดียว และมีห้องเรียนที่ไม่มีการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมระบบพีชคณิตอีก 1 กลุ่มคือ กลุ่ม NC โดยได้ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีนัยสำคัญของ ความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนเจตคติระหว่างห้อง INT, NINT และ NC ไม่ แตกต่างกัน

Baharvand (2002) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอน โดยใช้โปรแกรม เรขาคณิตแบบพลวัตเทียบกับการสอนของครูแบบปกติโดยใช้กระดาษ ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย โดยกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ให้ได้รับการสอนของครูแบบ ปกติ และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน ให้เรียนด้วย เนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนซึ่งเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังเรียนที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่า โปรแกรม เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

Bakar, Tarmizi, and Ayub (2002) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลการใช้ซอฟต์แวร์แบบเปิด เช่น GeoGebra กับ สื่อคอมพิวเตอร์ ที่พัฒนาโดยผู้วิจัยสำหรับการเรียนเรื่องการแปลง โดยศึกษา กับ กลุ่มตัวอย่างจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) จากนักเรียนใน โรงเรียนระดับ มัธยมศึกษาในประเทศมาเลเซียจำนวน 70 คน ซึ่งแบ่งออกเป็นสองกลุ่ม แต่ละกลุ่มใช้วิธีสอนด้วย รูปแบบ GeoGebra และ e-transformation เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่ามีความ แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างคะแนนทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของแต่ละกลุ่มทั้งกลุ่มที่ใช้ GeoGebra และ กลุ่ม e-transformation แต่ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญของคะแนนทดสอบ

หลังเรียนของทั้งสองกลุ่ม จากการวิเคราะห์ยังแสดงให้เห็นว่าไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญในหัวข้อต่างๆในการทดสอบหลังเรียน จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทั้งสองนั้นมีประสิทธิภาพในการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

Zengin , Furkan, and Kutluca (2011) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการเรียนเรื่องตรีโกณมิติ ที่สอนโดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ซึ่งกลุ่มตัวอย่างของการศึกษาคือนักเรียนจำนวน 51 คน แบ่งเป็น กลุ่มทดลองใช้วิธีการเรียนการสอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์จากโปรแกรม GeoGebra และกลุ่มควบคุมใช้บทเรียนที่มีการเรียนการสอนแบบคอนสตรัคติวิสต์ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลหลังจากสัปดาห์ที่ 5 ของการเรียนการสอน ซึ่งผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนกลุ่มที่ใช้การเรียนการสอนด้วยโปรแกรม GeoGebra มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีกว่า

Zulnaidi and Zakaria (2012) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่มีต่อความคิดรวบยอดและความรู้เชิงขั้นตอนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเรื่อง ฟังก์ชัน จากนักเรียน 124 คนใน Ujung Batu Rokan Hulu ประเทศอินโดนีเซีย โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองจำนวน 60 คนและกลุ่มควบคุม 64 คน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ ($t = 2.375, p < 0.05$) และความรู้เชิงขั้นตอนของทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ($t = 2.215, p < 0.05$) จากผลการวิจัยช่วยให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องมีแนวทางใหม่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยพบว่ามีผู้สนใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนเรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” อย่างมากมายและหลากหลายวิธี รวมถึงหลายงานวิจัยที่ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมและพัฒนานักเรียนด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยเกี่ยวกับการใช้สื่อ โปรแกรม GeoGebra ทำให้ทราบว่าโปรแกรมนี้มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง เนื้อหาที่หลากหลาย และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อการเรียนรู้ในการเรียนการสอน ซึ่งจะช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น และมีความคิดเห็นที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/2 โรงเรียนสมุทรสาคร-บูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวน 10 ห้องเรียน โดยที่แต่ละห้องความสามารถ

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
3. แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

โดยมีขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra จำนวน 10 แผน 1 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง คำอธิบายรายวิชา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร
2. ศึกษาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” จากหนังสือเรียน และคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
3. ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และโปรแกรม GeoGebra จากงานวิจัย บทความ วารสาร หนังสือ และเอกสารออนไลน์
4. ศึกษาการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ และดำเนินการเขียนแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียด เวลาทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1	ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
คาบที่ 2	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น
คาบที่ 3-4	กราฟของอสมการเชิงเส้นและกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

คาบที่ 5-6	การหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุด
คาบที่ 7-11	การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยใช้กราฟ
คาบที่ 12	ทดสอบหลังเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ แล้วนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อเชี่ยวชาญทางด้านการสอน คณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้ แล้วนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจนเสร็จสมบูรณ์แล้วไปใช้ประกอบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง“กำหนดการเชิงเส้น”ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพัฒนาตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรและวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาสาระเรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อกำหนดอัตราส่วนและจำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ให้เหมาะสม ครอบคลุมเนื้อหา และพฤติกรรมที่มุ่งวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้

2. ศึกษาหลักเกณฑ์การสร้างแบบทดสอบ เทคนิคการสร้าง และการวิเคราะห์แบบทดสอบ แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และแบบอัตนัย แสดงวิธีทำ จากงานวิจัยและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบในแต่ละเนื้อหา และพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม ได้แก่ ความรู้ ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้
4. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” จำนวน 2 ชุด ชุดละ 17 ข้อ ประกอบด้วยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และอัตนัยแสดงวิธีทำอย่างละเอียด จำนวน 2 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ
5. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ และความชัดเจนของคำถาม แล้วนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข
6. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทางการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของคำถามแต่ละข้อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) แล้วนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไขและทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมโดยเลือกข้อที่มีค่า IOC มากกว่า 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมิน พบว่า ข้อสอบทั้ง 2 ชุด ทั้งหมด 34 ข้อ มีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.67 ถึง 1
7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ก่อนนำไปทดลองใช้ (Try out) จำนวน 2 ชุด ชุดละ 17 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย ข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 15 ข้อและอัตนัยแสดงวิธีทำ 2 ข้อ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ซึ่งเคยเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น แล้ว จำนวน 86 คน เพื่อหาค่าดัชนีความยาก (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบเป็นรายข้อ และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย โดยพิจารณาจากเกณฑ์ค่าดัชนีความยากระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 และดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยจากการทดสอบพบว่า ข้อสอบแบบปรนัยได้ค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.26 ถึง 0.84 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง -0.19 ถึง 0.57

8. คัดเลือกข้อสอบ 1 ชุดที่มีค่าดัชนีความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์มาใช้ เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 17 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ พบว่า มีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.27 – 0.73 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก 0.24 ขึ้นไป และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73 และตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ พิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง พบว่ามีค่า IOC เท่ากับ 1

9. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจนเสร็จสมบูรณ์แล้ว ไปใช้ประกอบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

1. วิเคราะห์ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเพื่อกำหนดกรอบแนวคิด และประเด็นในการประเมิน
2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน โดยมีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ตามกรอบแนวคิด และประเด็นในการประเมินที่กำหนดไว้ จากนั้นผู้วิจัยนำแบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความครอบคลุม ความเหมาะสม และความชัดเจนของคำชี้แจงและประเด็นในการประเมิน
3. นำแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวัตถุประสงค์ของการวิจัย องค์ประกอบและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. สร้างข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นที่ต้องการ ได้แก่ ความชอบ ความไม่ชอบ ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่นๆ สำหรับการปรับปรุงแก้ไข และจัดทำแบบสอบถามความคิดเห็น
3. นำแบบสอบถามความคิดเห็นที่ได้เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความตรงของข้อคำถาม แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขส่วนที่บกพร่อง
4. นำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจนเสร็จสมบูรณ์แล้ว ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ เวลา 1 คาบ 50 นาที

3. ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” กับกลุ่มตัวอย่างเป็นเวลา 10 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งระหว่างการสอนในแต่ละคาบครูจะใช้แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกต พฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่นๆ

4. หลังจากจบการสอนทั้งหมดแล้ว นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ซึ่งเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที

5. ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย ได้แก่

1. สถิติพื้นฐานที่ใช้ ได้แก่

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean)

1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.2 ค่าดัชนีความยาก (p) และค่าดัชนีอำนาจจำแนก(r)

2.3 ค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตร KR - 20

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched pairs t-test

3.2 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test

3.3 ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน นำมาวิเคราะห์โดยใช้การแจกแจงความถี่ และการหาค่าร้อยละ

4. ข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา และนำข้อมูลมาเรียบเรียง จำแนกอย่างเป็นระบบ จากนั้นนำมาตีความหมายเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปจากข้อมูลต่างๆ ที่รวบรวมได้

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

ตอนที่ 2 ผลการสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

ตอนที่ 1 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

ผลการเปรียบเทียบคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนคณิตศาสตร์และการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ 60% ของนักเรียนจำนวน 42 คน จากนักเรียนทั้งหมด 48 คน เนื่องจากมีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถมาสอบได้ ซึ่งแสดงได้ดังตารางที่ 2 และตารางที่ 3 ดังนี้

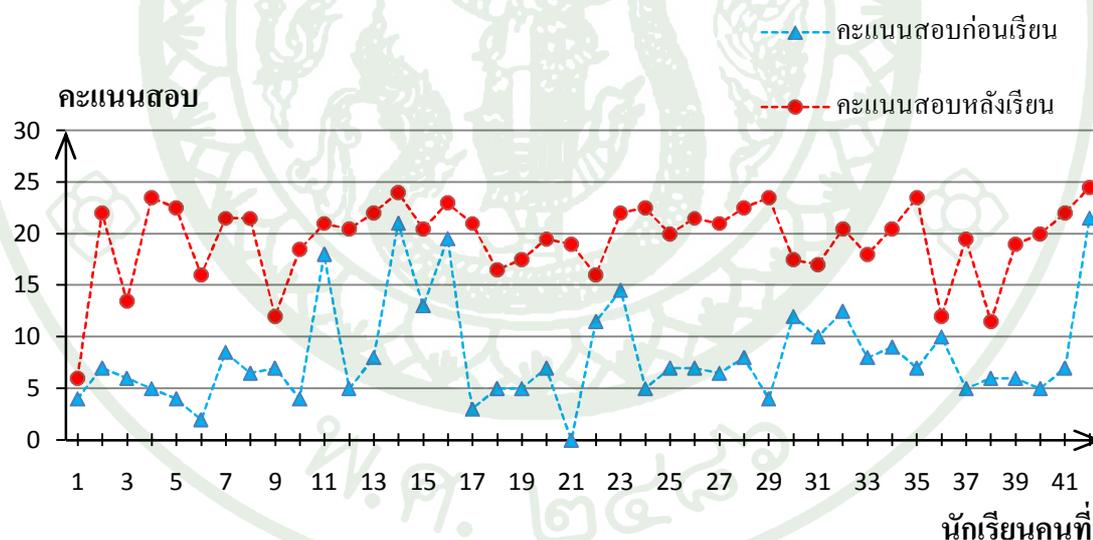
ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

คะแนน	n	\bar{X}	S.D.	t	sig.
ก่อนเรียน	42	8.12	4.90	13.79	.00**
หลังเรียน	42	19.43	3.91		

หมายเหตุ: **มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 2 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ภาพแสดงการเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



ภาพที่ 1 การเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากกราฟแสดงการเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างแสดงให้เห็นว่า นักเรียนทุกคนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

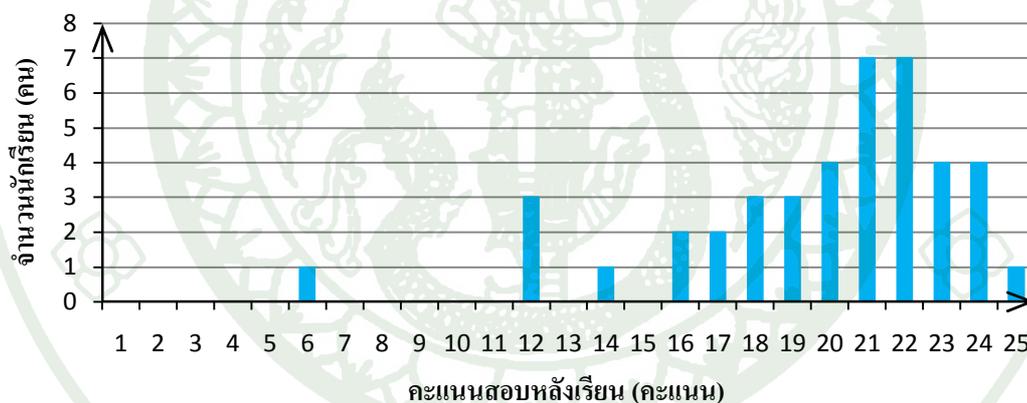
ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียนหลังเรียนกับเกณฑ์ 60% (คะแนนเต็ม 25 คะแนน คิดเป็น 15 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	t	sig.
หลังเรียน	42	19.43	3.91	7.34	.00**

หมายเหตุ: **มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 3 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 19.43

แผนภูมิแท่งแสดงคะแนนสอบหลังเรียนกับจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



ภาพที่ 2 แผนภูมิแท่งแสดงคะแนนสอบหลังเรียนกับจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากแผนภูมิแท่งแสดงคะแนนสอบหลังเรียนกับจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% (15 คะแนน) จำนวน 37 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 88.10 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอนที่ 2 ผลการสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งสรุปเป็นตารางได้ ดังนี้

ตารางที่ 4 ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้	คาบที่	สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
	1	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- file แพน 1.ggb - แบบฝึกหัดที่ 1	- แก้ปัญหา - เชื่อมโยง คณิตศาสตร์
ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์	2	กราฟอสมการเชิงเส้นและกราฟระบบอสมการเชิงเส้น	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- file แพน 2.ggb - แบบฝึกหัดที่ 2	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยง คณิตศาสตร์
	3	กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- file แพน 3.ggb - แบบฝึกหัดที่ 3	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยง คณิตศาสตร์

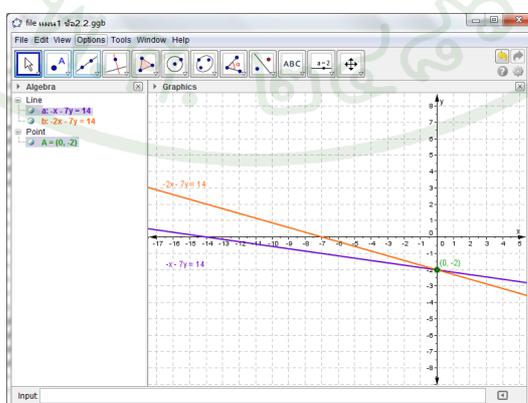
ตารางที่ 4 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	คาบที่	สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น	4	การหาค่าสูงสุด	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- file แผน4.ggb - ใบงานที่ 1	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - การนำเสนอ
กำหนดการเชิงเส้น	5	การหาค่าต่ำสุด	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- file แผน5.ggb - แบบฝึกหัด3.3 ข้อ 1 และ 2 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 6	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - การนำเสนอ
โจทย์ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น	6-10	การแก้โจทย์ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรมโปรแกรม - กิจกรรมกลุ่ม	- โปรแกรม GeoGebra - ใบงานที่ 2 - file แผน7.ggb - โปรแกรม GeoGebra - โปรแกรม GeoGebra - ใบงานที่ 4	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - การนำเสนอ - เชื่อมโยง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งสี่ด้าน ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยพบว่า

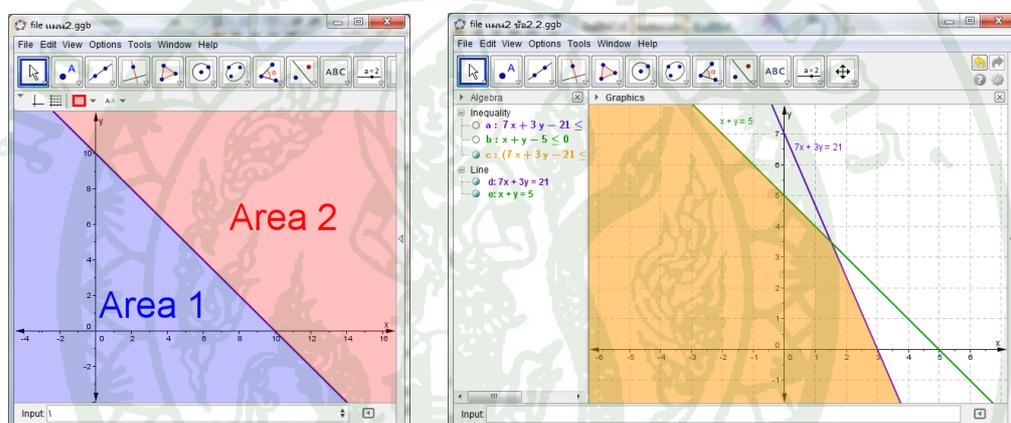
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 “ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์” จำนวน 3 คาบเรียน ประกอบด้วย สาระการเรียนรู้เกี่ยวกับความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น สมการเชิงเส้น ระบบสมการ-

เชิงเส้น การวาดกราฟและหาคำตอบของระบบสมการ กราฟของสมการเชิงเส้นและกราฟของระบบสมการเชิงเส้น ครูสอนโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย พร้อมทั้งการสาธิตด้วยโปรแกรม GeoGebra โดยเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหาครูให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เช่น ตัวอย่างการหาคำตอบของระบบสมการ นักเรียนสามารถหาได้จากจุดตัดของกราฟหรือการแก้ระบบสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องมีการวางแผนขั้นตอนการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่เป็นขั้นตอน และมีการตรวจคำตอบ โดยโปรแกรม GeoGebra มีส่วนช่วยในการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน ใช้เป็นสื่อแสดงตัวอย่างและเฉลยคำตอบ นักเรียนสามารถเห็นกราฟหรือคำตอบที่ไม่ถูกต้องได้อย่างชัดเจน ทำให้ย้อนกลับไปตรวจสอบขั้นตอนแก้ปัญหาที่ผิดพลาดให้ถูกต้องได้ ด้านการให้เหตุผล ครูใช้การถามตอบประกอบกับการใช้โปรแกรม GeoGebra กระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามโดยให้เหตุผลประกอบ เนื่องจากโปรแกรม GeoGebra เป็น โปรแกรมแบบพลวัต สามารถแสดงภาพและการเคลื่อนไหวรูปหรือกราฟต่างๆ ได้หลายรูปแบบโดยไม่จำเป็นต้องวาดหรือสร้างกราฟใหม่ ทำให้ครูสามารถตั้งคำถามได้หลายครั้ง หลากหลายคำถามในโจทย์ข้อเดียว จึงทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลรวมทั้งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ครูเน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนผ่านมาแล้ว ได้แก่ สมการเชิงเส้น ระบบสมการเชิงเส้น การหาคำตอบและการวาดกราฟ ซึ่งเป็นพื้นฐานของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น คือ กราฟของสมการเชิงเส้นและกราฟของระบบสมการเชิงเส้น โดยนักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงเนื้อหาสาระได้อย่างเหมาะสม ครูใช้การสอนด้วยโปรแกรม GeoGebra ซึ่งสามารถแสดงกราฟของสมการเชิงเส้น ระบบสมการเชิงเส้น และคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น ได้อย่างสะดวก รวดเร็ว ชัดเจน ทำให้นักเรียนสามารถเห็นลักษณะของกราฟได้อย่างหลากหลาย ช่วยให้นักเรียนเกิดประสบการณ์และเห็นประเด็นในการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาแล้วได้ดี



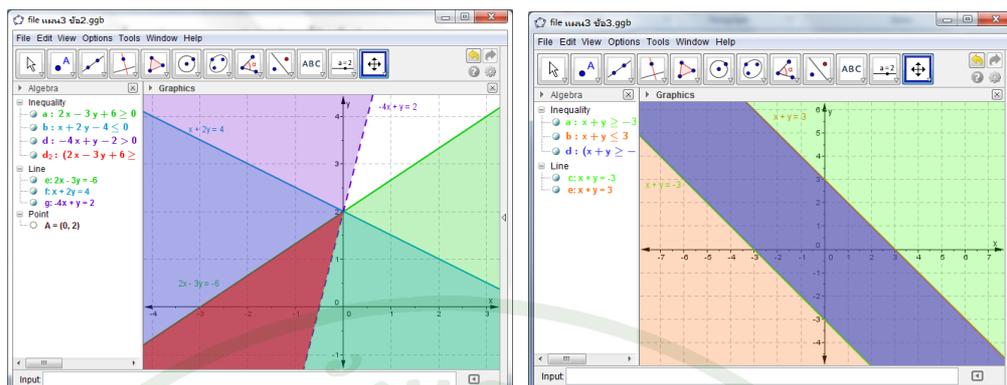
ภาพที่ 3 ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra กราฟของระบบสมการเชิงเส้น

จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 1 นักเรียนร้อยละ 80 สามารถทำได้อย่างถูกต้อง พิจารณาจากการตอบคำถามถูกต้องตามคำสั่ง แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอน อธิบายอย่างละเอียด เช่น สเกลแกน X และแกน Y ชัดเจน วาดกราฟได้ถูกต้อง หาจุดตัดแกน X และ Y ถูกต้อง และแก้ระบบสมการหาคำตอบได้ถูกต้อง คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.33 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.25 และพบว่า นักเรียนมีวิธีการวาดกราฟหลายแบบ ตามความรู้เดิมที่เคยเรียนมา โดยนักเรียนส่วนใหญ่แสดงวิธีการหาจุดตัดแกน X และแกน Y โดยแทนค่า $x = 0$ และ $y = 0$ เพื่อหาจุดตัดแกน แล้วจึงเขียนกราฟของเส้นตรง และมีนักเรียนบางคนใช้วิธีการแทนค่าในตาราง โดยกำหนดค่า x และหาค่า y จากสมการ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยเรียนได้เป็นอย่างดี



ภาพที่ 4 ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra ที่ใช้ในการเรียนเรื่องกราฟของระบบสมการเชิงเส้น

จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 2 นักเรียนร้อยละ 80 สามารถทำได้อย่างถูกต้อง พิจารณาจากการเขียนกราฟเส้นตรงได้ถูกต้อง เขียนเส้นทึบและเส้นประได้ถูกต้อง แรเงาบริเวณที่เป็นคำตอบได้ถูกต้อง พร้อมทั้งหาจุดตัดเส้นกราฟโดยดูจากกราฟได้ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.04 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76 ซึ่งพบว่า นักเรียนสามารถวาดกราฟของอสมการเชิงเส้น ระบบอสมการเชิงเส้น และแรเงาบริเวณคำตอบได้ถูกต้อง แต่ข้อผิดพลาดส่วนใหญ่คือนักเรียนลืมพิจารณาว่าควรใช้กราฟเส้นประหรือเส้นทึบ ดังนั้นในคำตอบไปครูจึงต้องทบทวนและเน้นย้ำนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ก่อนเริ่มบทเรียน

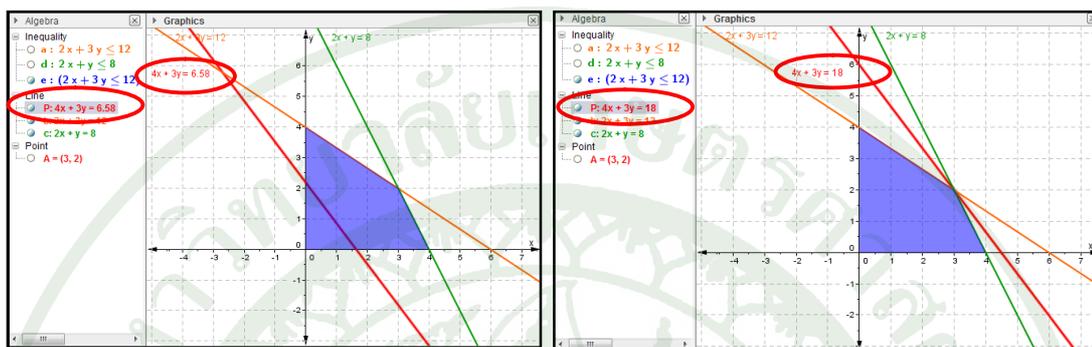


ภาพที่ 5 ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra ลักษณะของกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 3 นักเรียนร้อยละ 70 สามารถทำได้ถูกต้อง พิจารณาจากการเขียนกราฟอสมการเชิงเส้น แรเงาบริเวณที่เป็นคำตอบของระบบอสมการได้ถูกต้อง พร้อมทั้งหาจุดตัดเส้นกราฟโดยการแก้ระบบสมการได้ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.04 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 “แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น” เนื้อหาเกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ ซึ่งเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น โดยครูเริ่มจากการหาแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาคำหนดการเชิงเส้นอย่างง่าย โดยยังไม่เน้นกระบวนการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นแบบจำลองคณิตศาสตร์ แต่ให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ได้แก่ ที่มาและส่วนประกอบ ซึ่งเริ่มแรกนักเรียนยังไม่เข้าใจความหมายของสมการจุดประสงค์ ที่มาของอสมการข้อจำกัดและเงื่อนไขของตัวแปร ครูจึงอธิบายซ้ำหลายรอบ และให้เวลานักเรียนทำความเข้าใจค่อนข้างมาก ในการแก้ปัญหา การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ ครูใช้โปรแกรม GeoGebra เลื่อนกราฟสมการเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ ให้นักเรียนสังเกตเห็นว่าค่าสูงสุดจะอยู่ที่จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาคำตอบได้ เนื่องจากครูใช้โปรแกรม GeoGebra ร่วมในการอธิบาย ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตได้อย่างรวดเร็ว นักเรียนที่ยังมีข้อสงสัย ครูใช้การอธิบายซ้ำเป็นขั้นตอนจากกราฟในตัวอย่างเดิม เนื่องจากโปรแกรมแบบพลวัตสามารถปรับกราฟให้อยู่ในรูปแบบเดิมได้อย่างรวดเร็ว ในด้านการให้เหตุผล นักเรียนมีทักษะการตอบคำถาม การให้เหตุผลประกอบกับคำตอบได้เป็นอย่างดี และนักเรียนบางคนสามารถให้เหตุผลในการตอบคำถามของเพื่อนนักเรียนคนอื่นได้ด้วย โปรแกรม GeoGebra มีส่วนอย่างมากในการตั้งคำถาม ทั้งคำถามของครูและคำถามระหว่างนักเรียน ครูใช้การสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าชั้น ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ

ถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจของตนเอง สื่อสารให้ครูหรือนักเรียนคนอื่นเข้าใจได้ ซึ่งบางครั้งมีนักเรียนที่อาสาสมัครออกมาเฉลย ทำให้ครูเห็นความกระตือรือร้น ความสนใจในการเรียนของนักเรียน และนักเรียนบางคนได้นำเสนอวิธีแก้ระบบสมการที่แตกต่างออกไปจากเพื่อน เช่น ใช้วิธีการแทนค่าตัวแปร หรือวิธีการกำจัดตัวแปร เป็นต้น



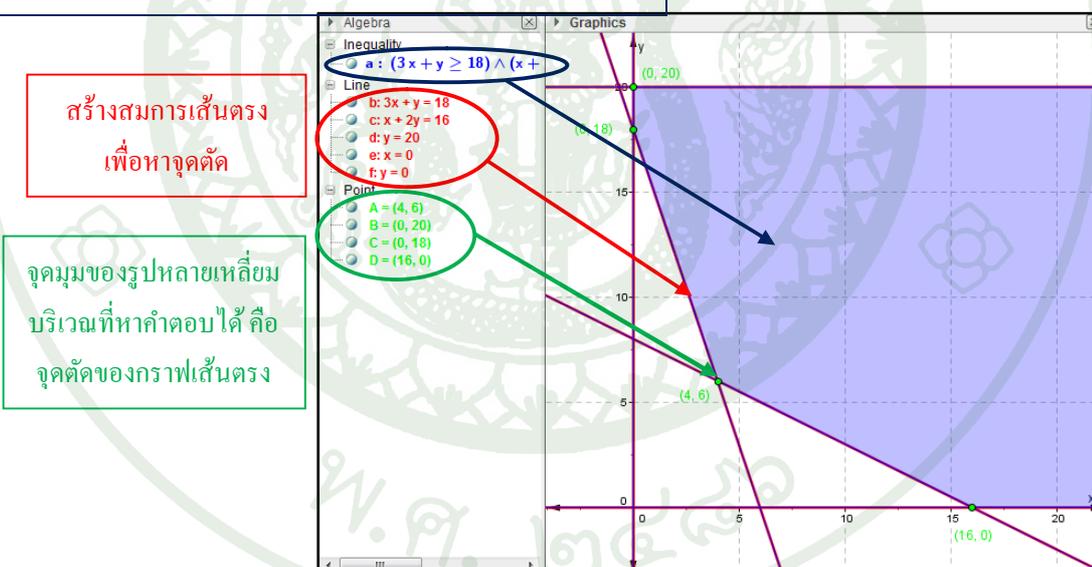
ภาพที่ 6 ตัวอย่างไฟล์โปรแกรม GeoGebra แสดงการเลื่อนกราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์

จากการตรวจใบงานที่ 1 นักเรียนร้อยละ 90 สามารถทำได้อย่างถูกต้อง พิจารณาจากการวาดกราฟของอสมการข้อจำกัด การหาจุดมุม และหาคำตอบของค่าสูงสุด ค่าต่ำสุดได้ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.51 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 87.75 มีข้อผิดพลาดเล็กน้อยเช่น โจทย์ให้หาค่าต่ำสุดแต่นักเรียนตอบค่าสูงสุด เป็นต้น ซึ่งครูเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการทำงานให้มากขึ้น และจากการตรวจแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ มากกว่าร้อยละ 80 สามารถเข้าใจและทำได้อย่างถูกต้อง คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.52 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 88

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 “โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น” สารการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูใช้ประกอบคือ การใช้โปรแกรม GeoGebra และการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยครูสอนขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นและยกตัวอย่างให้นักเรียนแต่ละคนทำลงในใบงานที่ 2 ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนวิธีทำไว้อย่างละเอียด ให้นักเรียนค่อยๆทำความเข้าใจทีละขั้นและเดิมคำตอบให้ถูกต้อง การกำหนดอสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา ครูแนะนำให้ใช้วิธีการสร้างตาราง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจได้ดี จากนั้นครูสอนการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการวาดกราฟของอสมการข้อจำกัด ให้นักเรียนทำไปพร้อมกับครู นักเรียนที่ไม่เข้าใจมีการซักถามและโต้ตอบกับครูตลอดเวลา จากการสังเกตนักเรียนส่วนใหญ่รู้สึกสนใจ และตื่นตัวกับการใช้

โปรแกรม GeoGebra ครูยกตัวอย่างอื่นๆ ให้นักเรียนลองทำด้วยตัวเอง โดยครูเดินสำรวจและให้คำปรึกษาอย่างใกล้ชิด ในด้านการแก้ปัญหา โปรแกรม GeoGebra มีส่วนช่วยในการลดทอนระยะเวลาในการสร้างกราฟของอสมการข้อจำกัด ให้นักเรียนมีเวลาในการวิเคราะห์ และแก้ไขโจทย์ปัญหาตามขั้นตอนได้มากขึ้น ครูเน้นให้นักเรียนมีการวางแผนในการทำงาน เพราะการใช้โปรแกรม GeoGebra นักเรียนจะต้องมีการปฏิบัติอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้ได้กราฟคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีการวางแผนที่ดี สร้างกราฟได้อย่างถูกต้อง จากการใช้โปรแกรมแบบพลวัต นักเรียนบางคนที่ยังสร้างกราฟไม่ถูกต้อง สามารถตรวจสอบขั้นตอนย้อนกลับ และแก้ไขคำตอบได้อย่างสะดวกและรวดเร็ว การใช้กิจกรรมกลุ่มช่วยให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เพราะนักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้ ช่วยกันทำใบงานและใช้โปรแกรม GeoGebra เนื่องจากรูปหลายเหลี่ยมบริเวณที่หาคำตอบได้สร้างจากกราฟอสมการ ส่วนมากนักเรียนจึงมีปัญหาในการหาจุดมุมเพราะต้องหาจากจุดตัดของกราฟเส้นตรง นั่นคือนักเรียนจะต้องสร้างกราฟของสมการเส้นตรงเพิ่มเพื่อหาจุดตัด

รูปหลายเหลี่ยมบริเวณที่หาคำตอบได้จากกราฟอสมการข้อจำกัด



ภาพที่ 7 การสร้างกราฟเส้นตรงเพื่อหาจุดมุมของบริเวณที่หาคำตอบได้

การถามตอบระหว่างนักเรียนกับครูจึงเกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ และนักเรียนที่เข้าใจแล้วสามารถอธิบายพร้อมให้เหตุผลกับเพื่อนคนอื่นๆ ในกลุ่มได้ การสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียนและแสดงกราฟในโปรแกรม GeoGebra แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอน ถูกต้อง ชัดเจน สามารถให้เหตุผลประกอบการอธิบายได้ สามารถสื่อสาร และนำเสนอ

ความคิดของตัวเองให้นักเรียนคนอื่นเข้าใจได้ ด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากโจทย์ปัญหาส่วนใหญ่เป็น โจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับการใช้ชีวิตจริง ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้ และเห็นประโยชน์ของการนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในชีวิตจริง

จากการตรวจใบงานที่ 2 พบว่า นักเรียนมากกว่าร้อยละ 70 สามารถเข้าใจและทำได้ถูกต้อง คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.16 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79 ซึ่งนักเรียนมีผิดพลาดบ้างเล็กน้อย เช่น การวาดกราฟลงในใบงานไม่ชัดเจน อาจเนื่องจากนักเรียนแสดงภาพกราฟในโปรแกรม GeoGebra อย่างถูกต้องแล้ว จึงไม่ลงรายละเอียดกราฟในใบงานมากนัก การเขียนสเกลของแกน X และแกน Y หรือแสดงจุดตัดในกราฟไม่ชัดเจน แต่จากการตรวจดูโปรแกรมที่นักเรียนทำในห้อง นักเรียนร้อยละ 80 สามารถแสดงกราฟและหาจุดตัดโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ได้ถูกต้อง การตรวจใบงานที่ 3 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.58 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 89.5 ซึ่งถือว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ดีมาก สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น เขียนกราฟของอสมการ และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และจากการตรวจใบงานที่ 4 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.60 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 90 ซึ่งถือว่ามีความถูกต้องที่สุดจากการตรวจใบงานและแบบฝึกหัดทั้งหมด เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง และมีการแสดงวิธีทำอย่างละเอียด และการทำงานแบบกลุ่ม นักเรียนจะช่วยกันทำซึ่งทำให้ข้อผิดพลาดในการทำงานน้อย ในท้ายคาบเรียนมีการสรุปบทเรียนอีกครั้ง โดยครูใช้การถามตอบในการทบทวน ครูเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการใช้วิชาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน และความสำคัญ ประโยชน์ที่ได้จากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยเป็นสื่อในการเรียนการสอน

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นที่นักเรียนมีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น จำนวนนักเรียนทำแบบสอบถามมี 46 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 48 คน ซึ่งสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลได้ดังนี้

ตารางที่ 5 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 46)				
		เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
1. กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	จำนวน	30	16	-	-	-
	ร้อยละ	65.23	34.77	-	-	-
2. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับ ขั้นตอนการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่าย ไปยาก	จำนวน	31	13	2	-	-
	ร้อยละ	67.39	28.26	4.35	-	-
3. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา	จำนวน	28	16	2	-	-
	ร้อยละ	60.87	34.78	4.35	-	-
4. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล	จำนวน	22	23	1	-	-
	ร้อยละ	47.83	50	2.17	-	-
5. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ	จำนวน	26	20	-	-	-
	ร้อยละ	56.52	43.48	-	-	-
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมนักเรียนมี ความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์และชีวิตประจำวัน	จำนวน	25	17	4	-	-
	ร้อยละ	54.35	36.96	8.69	-	-

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 46)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
ด้านสื่อการเรียนรู้						
7. นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาได้ดีเมื่อ ใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่อการเรียนรู้	จำนวน	27	18	1	-	-
	ร้อยละ	58.70	39.13	2.17	-	-
8. การใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้ นักเรียนมีความกระตือรือร้นและอยากที่ จะเรียนรู้	จำนวน	22	19	5	-	-
	ร้อยละ	47.83	41.30	10.87	-	-
9. การใช้โปรแกรม GeoGebra ส่งเสริมให้ นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการ ค้นพบด้วยตนเอง	จำนวน	31	13	2	-	-
	ร้อยละ	67.39	28.26	4.35	-	-
10. นักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ โปรแกรม GeoGebra	จำนวน	31	14	1	-	-
	ร้อยละ	67.39	30.44	2.17	-	-
11. นักเรียนสามารถวาดกราฟแบบจำลอง กำหนดการเชิงเส้นได้สะดวกรวดเร็ว โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra	จำนวน	33	10	3	-	-
	ร้อยละ	71.74	21.74	6.52	-	-
12. การใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้ นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับ นักเรียนคนอื่นมากยิ่งขึ้น	จำนวน	22	19	3	2	-
	ร้อยละ	47.83	41.30	6.52	4.35	-
13. การใช้โปรแกรม GeoGebra สามารถ นำมาในการจัดการเรียนรู้และสอดคล้อง กับเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น	จำนวน	36	10	-	-	-
	ร้อยละ	78.26	21.74	-	-	-

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 46)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
ด้านครูผู้สอน						
14. ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็น กันเองกับนักเรียนทำให้ช่วยส่งเสริม บรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี	จำนวน ร้อยละ	43 93.48	3 6.52	- -	- -	- -
15. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม แสดงความคิดเห็นปฏิบัติและค้นพบ ความรู้ด้วยตนเอง	จำนวน ร้อยละ	39 84.78	6 13.05	1 2.17	- -	- -
16. ครูผู้สอนคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจ บทเรียนอย่างเต็มความสามารถ	จำนวน ร้อยละ	40 86.95	6 13.05	- -	- -	- -
17. ครูผู้สอนใช้วิธีการสอนที่กระตุ้นให้ นักเรียนพัฒนาทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	จำนวน ร้อยละ	26 56.52	20 43.48	-	-	-
18. ครูผู้สอนใช้ภาษาและยกตัวอย่างที่ ชัดเจนทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ	จำนวน ร้อยละ	31 67.39	15 32.61	-	-	-
ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้						
19. เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสมและยุติธรรม	จำนวน ร้อยละ	30 65.23	15 32.60	1 2.17	-	-
20. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยาก ง่ายเหมาะสม	จำนวน ร้อยละ	33 71.74	11 23.91	2 4.35	-	-

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมของนักเรียน

นักเรียนอยากให้เพิ่มระยะเวลาการใช้โปรแกรม GeoGebra ให้มากขึ้น เพราะโปรแกรม GeoGebra ช่วยให้นักเรียนสามารถวาดกราฟได้อย่างสะดวกและหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ครูมีกระบวนการสอนที่ดี สอนนักเรียนทุกคนอย่างทั่วถึง มีความตั้งใจสอน บางครั้งอาจจะสอนเร็วไปเล็กน้อยและนักเรียนอยากให้มีการเรียนการสอนแบบนี้อีก

จากตารางที่ 5 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยพิจารณาเป็นรายด้าน ดังนี้

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก คิดเป็นร้อยละ 67.39 รองลงมา คือ กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ คิดเป็นร้อยละ 65.23 และ กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 60.87

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การใช้โปรแกรม GeoGebra สามารถนำมาในการจัดการเรียนรู้และสอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น คิดเป็นร้อยละ 78.26 รองลงมา คือ นักเรียนสามารถวาดกราฟแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้สะดวกรวดเร็วโดยการใช้โปรแกรม GeoGebra คิดเป็นร้อยละ 71.74 และ การใช้โปรแกรม GeoGebra ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง กับนักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra คิดเป็นร้อยละ 67.39 เท่ากัน

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียนทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 93.48 รองลงมาคือ ครูผู้สอนคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ คิดเป็นร้อยละ 86.95 และครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม แสดงความคิดเห็นปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง คิดเป็นร้อยละ 84.78

ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสมคิดเป็นร้อยละ 71.74 และเกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจนเหมาะสมและยุติธรรม คิดเป็นร้อยละ 65.23

ข้อวิจารณ์

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้ออภิปรายของการวิจัย ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” โดยใช้กิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ ทั้งนี้เนื่องจาก

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ผู้วิจัยจัดขึ้นนั้นทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา และมีความสนใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในเรื่องกำหนดการเชิงเส้น สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งคือการวาดกราฟของอสมการข้อจำกัด ผู้วิจัยได้จัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนทุกคนวาดกราฟของอสมการด้วยตัวเองได้อย่างถูกต้อง โดยมีการใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน คือ ใบงาน แบบฝึกหัด และโปรแกรม GeoGebra เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระ สามารถเชื่อมโยงความรู้ในแต่ละเนื้อหาที่เรียน ไปใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งรู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การหาคำตอบของระบบสมการหรือจุดตัดของกราฟเส้นตรง ที่สามารถใช้วิธีแทนค่าตัวแปรหรือวิธีกำจัดตัวแปร เป็นต้น การใช้กิจกรรมกลุ่มช่วยฝึกฝนให้นักเรียนมีทักษะการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำเสนอข้อมูลได้อย่าง

ถูกต้อง และ โจทย์ปัญหาที่ใช้ในการเรียนการสอนคือปัญหาที่พบได้ในชีวิตจริง เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ส่งผลให้กิจกรรมมีความน่าสนใจและท้าทายให้ปฏิบัติ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อรุมา รักษาชล (2552) ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในการให้เหตุผล ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุไบตะ อาแว (2552) ที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน 25.50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.75 และสูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ได้กำหนดไว้ และสอดคล้องกับคำกล่าวของสิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่า แนวการจัดการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นตัวตั้งหรือเป็นสำคัญเป็นกระบวนการที่พัฒนาร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรมของนักเรียนให้เจริญงอกงาม โดยการสร้างให้นักเรียนมีส่วนร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมกระทำ ครูทำหน้าที่ร่วมวางแผนในกิจกรรมที่เหมาะสม กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองอย่างเต็มที่ตามความต้องการ ตามความสนใจและเต็มตามศักยภาพของนักเรียน แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และเกิดประสบการณ์จากการได้ลงมือปฏิบัติจริง ทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการและด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เป็นการช่วยส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

2. การใช้โปรแกรม GeoGebra ซึ่งเป็น โปรแกรมแบบพลวัต ที่ผู้วิจัยได้นำมาจัดกิจกรรมการเรียนการสอน “เรื่องกำหนดการเชิงเส้น” เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลอง ปฏิบัติ สังเกต และสำรวจ เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ และมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น การใช้โปรแกรม GeoGebra ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและอยากที่จะเรียนรู้ นักเรียนได้เป็นผู้ลงมือปฏิบัติจริง ทั้งการวาดกราฟของอสมการและการหาจุดตัดของเส้นกราฟด้วยตัวเอง อีกทั้ง โปรแกรม GeoGebra สามารถวาดกราฟ

แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้สะดวกรวดเร็ว ลดทอนระยะเวลาในการสร้างกราฟ ทำให้มีเวลาในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้มากขึ้น และการใช้โปรแกรม GeoGebra เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนประสบการณ์การเรียนรู้ระหว่างกันในขณะที่เรียน ทำให้บรรยากาศในการเรียนเป็นไปอย่างสนุกสนาน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เกตุกนก หนูดี (2553) ที่ศึกษาเกี่ยวกับ ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับ ศรีศักดิ์ จามรมาน (2535) ที่กล่าวว่า การนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอนนั้น ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนมากขึ้น ทำให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้นนักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ลดการท่องจำ รวมทั้งนักเรียนสามารถสรุปหลักการ เนื้อหาสาระของบทเรียนในแต่ละบทเรียนได้สะดวกขึ้น

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra จะเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ใช้การถามตอบระหว่างครูและนักเรียน ช่วยให้นักเรียนมีการแสดงความคิดเห็น การแสดงเหตุผล โปรแกรม GeoGebra ช่วยลดทอนระยะเวลาในการวาดกราฟ ทำให้นักเรียนใช้กระบวนการคิด การแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างเต็มที่ กระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการที่จะปฏิบัติ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เป็นผู้คิดและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเอง สามารถนำเสนอสิ่งที่นักเรียนคิด และในบางกิจกรรมที่ครูให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสปรึกษาสื่อสารกัน ถกเถียงและแสดงความคิดเห็นกับสมาชิกภายในกลุ่ม นักเรียนได้รับความรู้จากเพื่อนและเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ด้วย โปรแกรม GeoGebra จะช่วยนักเรียนอย่างมากในการวาดกราฟ การใช้สัญลักษณ์แสดงจุดหรือเส้นกราฟ ช่วยในกระบวนการหาคำตอบอย่างมีขั้นตอน เป็นการส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการที่ผู้เรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับการคิด การทำงาน การแสวงหาความรู้ และการนำความรู้ไปใช้ในรูปแบบที่หลากหลาย และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อังคณา สุวรรณพัฒน์ (2556) ที่ได้ทำการศึกษาผลการ

จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ จากการที่ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งสี่ด้านเมื่อพิจารณาในแต่ละด้าน สรุปได้ดังนี้

ทักษะการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ทำโจทย์ปัญหาอ้างอิงจากข้อมูลจริงหรือโจทย์ปัญหาที่พบได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อฝึกให้นักเรียนเข้าใจปัญหา วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้เครื่องมือหรือแนวทางในการแก้ปัญหได้ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหา สามารถสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้แล้ว โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการดำเนินการแก้ปัญห สามารถสร้างกราฟของสมการเชิงเส้นได้อย่างสะดวก ทำให้นักเรียนเห็นลักษณะของกราฟได้ชัดเจน นักเรียนบางคนที่สร้างกราฟของสมการข้อจำกัดแสดงออกมาไม่ถูกต้อง จะต้องย้อนกลับ ไปตรวจสอบข้อผิดพลาดของกระบวนการแก้ปัญห ซึ่งเป็นการฝึกทักษะการแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอน โปรแกรม GeoGebra มีส่วนในการช่วยตรวจสอบคำตอบหรือตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหได้อย่างรวดเร็ว สอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหของ Polya (1957) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญห ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ ควบคู่ไปกับการที่ครูใช้คำถามเป็นตัวกระตุ้น ให้นักเรียนอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และวิธีการให้ได้มาซึ่งสิ่งที่โจทย์ต้องการ ทำให้นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ได้ถูกต้อง และเลือกใช้กลวิธีการหาคำตอบได้อย่างเหมาะสม และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุนทรีย์ สมมะโน (2553) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ทักษะการให้เหตุผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ผู้วิจัยใช้สื่อ โปรแกรม GeoGebra ประกอบการเรียนการสอน และให้นักเรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจลักษณะของกราฟ สามารถตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสมการ ครูทำหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์โดยใช้คำถามเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra แสดงลักษณะต่างๆของกราฟอสมการที่แตกต่างกัน ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล จนนักเรียนสามารถสรุปข้อค้นพบต่างๆได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนเป็นอย่างดีและสามารถจดจำได้นาน และการใช้การถามตอบ มีส่วนช่วยให้นักเรียนใช้การคิดวิเคราะห์ที่เกิดการอภิปรายมากขึ้น ซึ่งบางคำถามอาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบใดที่ถูกต้องที่สุด สอดคล้องกับการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์เพื่อการสื่อสารและการให้เหตุผล ของ Rowan and Morrow (1993 อ้างใน พงศธร มหาวิทยาลัย, 2550) ที่กล่าวว่า การใช้คณิตศาสตร์เพื่อการสื่อสารและการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตน เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สราญลักษณ์ บุตรรัตน์ (2553) ที่ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรีผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิด ความคิดเห็นหรือกระบวนการในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อนำเสนอ และสื่อสารสื่อความหมายได้ โดยใช้สื่อโปรแกรม GeoGebra ประกอบ เนื่องจากโปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดได้อย่างสะดวก รวดเร็ว และสามารถนำเสนอได้ง่าย โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางการสื่อความหมายและการนำเสนอ คอยกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ และถ่ายทอดความรู้หรือความคิดของตนเอง นอกจากนี้ยังมีกิจกรรมที่ปฏิบัติร่วมกันเป็นกลุ่ม ภายในกลุ่มมีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิด การซักถาม อภิปรายเนื้อหา

ในเรื่องที่เรียน เพื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้และมีความเหมาะสมที่สุด สรุปเป็นวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มและบันทึกผลลงในใบกิจกรรมเพื่อเตรียมนำเสนอต่อทั้งชั้น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่ออย่างหนึ่งในการนำเสนอ ฝึกให้นักเรียนได้พูด อธิบาย ชักถาม หรือโต้แย้งซึ่งกันและกัน สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่อในการเรียนการสอน โดยการเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ให้นักเรียนได้ทบทวนและใช้เชื่อมโยงเนื้อหาที่เคยเรียน มาใช้ในการเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ได้ โดยโปรแกรม GeoGebra สามารถแสดงกราฟหรือหาจุดตัดได้อย่างสะดวก ให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้และสามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างบทเรียนได้ นอกจากนี้ ผู้วิจัยเน้น โจทย์ปัญหาที่พบได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับปัญหาในชีวิตจริงได้ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Dossey (2002) ที่ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายสามารถพัฒนาความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล (2542 : 159) ที่กล่าวว่า การนำเสนอการค้นจากชีวิตจริงให้นักเรียนได้ฝึกตัดสินใจและแก้ปัญหา จะช่วยให้บทเรียนน่าสนใจและมีความหมาย นักเรียนเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

4. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ และด้านครูผู้สอน แสดงว่านักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งนี้ ทั้งนี้เป็นเพราะการใช้

โปรแกรม GeoGebra มีความน่าสนใจ สามารถสร้างกราฟได้อย่างสะดวก รวดเร็ว และชัดเจน รวมทั้งนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง รู้สึกสนุก มีความสุขและสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (2000) ที่กล่าวว่า เทคโนโลยีช่วยเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่เน้นครูเป็นสำคัญมาเป็นห้องเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยเทคโนโลยีมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียนโดยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง อันจะส่งผลให้นักเรียนพัฒนาความสามารถได้อย่างเต็มที่

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ครูต้องสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับเนื้อหาและนักเรียน ใช้วิธีการสอน สื่อการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ และการนำเทคโนโลยีทางการศึกษามาใช้วางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด นอกจากนี้ครูต้องตระหนักถึงความสำคัญของการพัฒนานักเรียนในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นการปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน มีความรับผิดชอบ และเป็นการฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่นอีกด้วย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร สรุปได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งประกอบด้วย

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
2. ศึกษาพฤติกรรมการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนทั้งหมด 10 ห้องเรียน และการจัดห้องเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

- คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
- คาบที่ 2 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น
- คาบที่ 3-4 กราฟของอสมการเชิงเส้นและกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น
- คาบที่ 5-6 การหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุด
- คาบที่ 7-11 การแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้กราฟ
- คาบที่ 12 ทดสอบหลังเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยนี้ ได้แก่

ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ที่ส่งเสริม ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตัวแปรตาม ประกอบด้วย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น
2. พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra จำนวน 8 แผน (10 คาบ)
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับใช้ทดสอบก่อนและหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง ประกอบด้วย แบบทดสอบจำนวน 17 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ
3. แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยัง โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ เวลา 1 คาบ 50 นาที

3. ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” กับกลุ่มตัวอย่างเป็นเวลา 10 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งระหว่างการสอนในแต่ละคาบครูจะใช้แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

4. หลังจากจบการสอนทั้งหมดแล้ว นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ซึ่งเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบหลังเรียน กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที

5. ให้กลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”

6. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มาวิเคราะห์ผล แปลผล และสรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย หลังเรียนเท่ากับ 19.43

3. ผลการสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์การใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ได้ถูกต้อง ทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการหา คำตอบได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งแก้ปัญหาได้อย่างมีลำดับขั้นตอน มีการวางแผนการทำงาน และมีการตรวจคำตอบหรือกระบวนการทำงานเมื่อเสร็จสิ้นแล้ว

3.2 ความสามารถในการให้เหตุผล นักเรียนมีการเลือกใช้การอ้างอิงที่ถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล

3.3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ นำเสนอ นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับ ขั้นตอนได้อย่างชัดเจน มีรายละเอียดสมบูรณ์ แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็น แนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล

3.4 ความสามารถในการเชื่อมโยง นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีทาง คณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์หรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อ ช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม

4. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรม ทั้งด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ และด้านครูผู้สอน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากผลการวิจัย

จากผลการวิจัย ครูสามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ไปเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

ผู้วิจัยพบข้อสังเกตในการวิจัยเพื่อให้ผลวิจัยตรงตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น ครูควรมีการวางแผนการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดีเกี่ยวกับการเลือกวิธีสอน เทคนิคการสอน การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูควรจัดกิจกรรมให้ครอบคลุมในทักษะทุกๆด้าน ในแต่ละคาบหรือแต่ละบทเรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ครูต้องเตรียมการสอนล่วงหน้าอย่างดี และควรมีการสำรวจเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนรู้ให้พร้อมก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง ครูควรปิดอินเตอร์เน็ตในห้องเรียนขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีสมาธิและตั้งใจเรียนอย่างเต็มที่ และควรมีการจัดที่นั่งให้เหมาะสมกับนักเรียน นอกจากนี้ ครูควรคำนึงถึงสีของตัวอักษรและกราฟในการใช้โปรแกรม GeoGebra โดยไม่ควรใช้สีอ่อน เช่น สีเหลือง และไม่ควรใช้ตัวอักษรขนาดเล็ก หรือตัวอักษรซ้อนทับกันระหว่างเส้นกราฟ เพราะนักเรียนที่นั่งด้านหลังห้องจะมองเห็นสีและตัวอักษรได้ไม่ชัดเจน

3. ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูจะต้องดูแลนักเรียนให้ทั่วถึง เพื่อให้คำแนะนำหรือตอบคำถามเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย ดังนั้นครูควรมีผู้ช่วยในการสอน เพื่อการดูแลนักเรียนได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งผู้ช่วยในการสอนต้องมีความรู้ในเนื้อหาและมีความสามารถในการใช้โปรแกรม GeoGebra

4. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ ครูควรใช้การประเมินผลตามสภาพจริง เพื่อเป็นการส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดความเข้าใจได้ดีขึ้น และครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้ นักเรียนสามารถตรวจสอบความก้าวหน้าทางการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อสร้างแรงกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ในเนื้อหาอื่นๆ เช่น เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตและพีชคณิต

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ. 2544. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. 2545. คู่มือการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. 2546. การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. 2546. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 พร้อมกฎกระทรวงที่เกี่ยวข้อง และ พระราชบัญญัติการศึกษาภาคบังคับ พ.ศ. 2545. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. 2551. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

เกตุกนก หนูดี. 2553. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม

C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาานิพนธ์

การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชนาธิป พรกุล. 2544. แคลสส์ รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.

กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2542. ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.

กรุงเทพมหานคร. : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ชานนท์ จันทรา. 2555. การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ.

กรุงเทพมหานคร: บริษัท อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

ทิสนา เขมมณี. 2546. รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพมหานคร:

ด้านสุทธาการพิมพ์.

_____. 2552. ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.

พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพมหานคร: ด้านสุทธาการพิมพ์.

พงศธร มหาวิจิตร. 2550. กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้

จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

พีรียา พันทะสาร. 2553. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วน”

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่าม่วงวิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด

โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.

วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์,

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ยุพิน พิพิธกุล. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2536. เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3.

กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

_____. 2543. เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น.

ศราญลักษณ์ บุตรรัตน์. 2553. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี. วิทยานิพนธ์
 ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศรีศักดิ์ จามรมาน. 2535. “การพัฒนาและการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน.” วารสาร
 รวมคำแหง. 15(3): 10.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการ
 เรียนรู้คณิตศาสตร์. มปท.

_____. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร:
 โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2551. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
 ห้างหุ้นส่วน จำกัด ส. เจริญ การพิมพ์.

สมนึก ภัททิยชนี. 2541. การวัดผลการศึกษา. มหาสารคาม: ภาควิชาวิจัยและพัฒนาศึกษา
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สังเวียน แสนสุพัต. 2552. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
 และวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาโททางการศึกษา
 มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร. คณะศึกษาศาสตร์.
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์
 บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.

สุนทรีย์ สมมะโน. 2553. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ หิรัณยกานนท์, สิริวรรณ เมธีวิวัฒน์ และ ชรินทร์ชัย อินทிரารณ์. 2540. พจนานุกรมศัพท์การศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไอ. คิว. บุ๊คเซ็นเตอร์ จำกัด.

สุไบตะ อาแว. 2552. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการการศึกษาพหุภาษา ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จังหวัดชลบุรี. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อรอุมา รักษาชล. 2552. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อังคณา สุวรรณพัฒน์. 2556. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัมพร ม้าคอง. 2553. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2554. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ อินตะชัย. 2549. รายงานการวิจัยการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องการ
แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ. เชียงใหม่:
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา.

Anonymous. 2009. **Interactive Geometry Software** (Online).

http://en.wikipedia.org/wiki/Interactive_geometry_software, June 9, 2013.

Baharvand, M. 2002. **A Comparison of the Effectiveness of Computer Assisted Instruction Versus Traditional Approach to Teaching Geometry.** Dissertation Abstracts International. 40(3): 522-A.

Bakar, K. A., R. A. Tarmizi and A. F. M. Ayub. 2002. **Exploring the effectiveness of using GeoGebra and e-transformation in teaching and learning mathematics.** University Putra Malaysia.

Baroody, A. 1993. **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically.** New York: Merrill.

Benson, C. T. 1989. **Effect of Computer Instruction in Finite Mathematics on Student Achievement and Attitude.** Illinois State University.

Bruner, J. 1963. **The Process of Education.** Harvard: Harvard University Press.

Darst, R. B. 1990. **Introduction to Linear Programming: Applications and Extensions.** New York: MARCEL DEKKER.

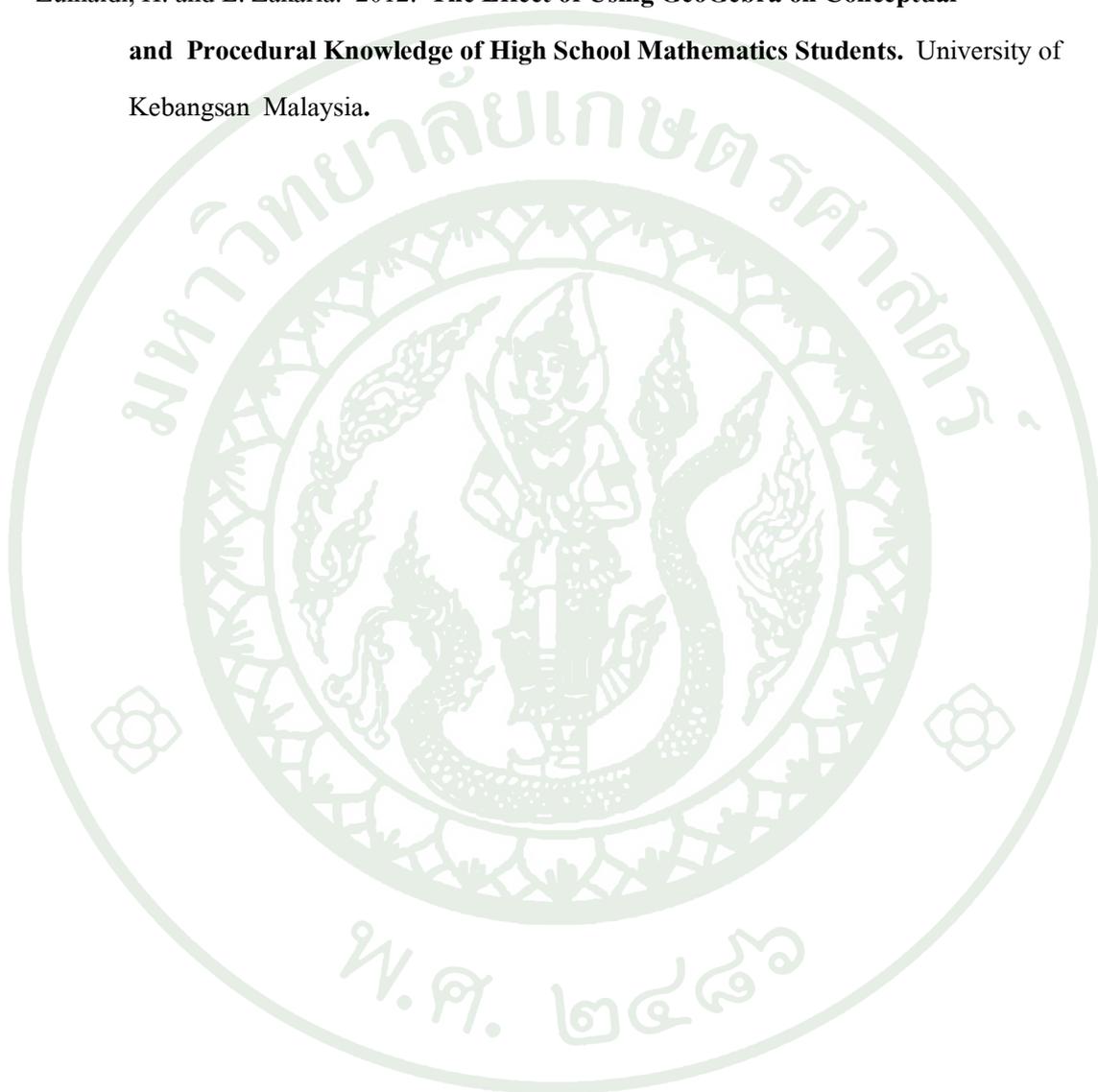
Dossey, J. A. 2002. **Mathematics Method and Modeling for Today 's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12.** Pacific Grove , CA : Brooks/Cole.

Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education.** 3rd ed. New York: Mcgraw-Hill Book.

- Hohenwarter, M. and K. Fuchs. 2004. **Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra.** University of Salzburg.
- Lazaridis, V., K. Paparrizos., N. Samaras and A. Sifaleras. 2007. **Visual LinProg: A web-based educational software for linear programming.** Department of Applied Informatics, University of Macedonia. Greece.
- Polya , G. 1957. **How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method.** Garden City, New York: Doubleday and Company.
- _____. 1985. **How To Solve It (2nd Edition).** New York: Princeton University Press.
- Preiner, J. 2008. **Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra.** University of Salzburg
- Rowan, T. E. and J.L. Morrow. 1993. **Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard: Reading from the Arithmetic Teacher.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, K. B. 1991. **An integration of the computer algebra system DERIVE into instruction of linear programming.** University of South Carolina.
- The National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- _____. 1992. **Geometry in the middle grades.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- _____. 2000. **Principles and Standard for School Mathematics.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Zengin, Y., H. Furkan and T. Kutluca. 2011. **The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry.** Kahramanmaras sutcu imam University. Turkey.

Zulnaidi, H. and E. Zakaria. 2012. **The Effect of Using GeoGebra on Conceptual and Procedural Knowledge of High School Mathematics Students.** University of Kebangsan Malaysia.





ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ โปรแกรม GeoGebra

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น และการหาค่าสูงสุด

จำนวน 1 คาบเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556

สาระสำคัญ

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น จะต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหา โดยใช้กราฟช่วยในการหาคำตอบ

แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นจะประกอบด้วยส่วนต่างๆ ที่สำคัญ 3 ส่วนคือ

1. **ฟังก์ชันจุดประสงค์** เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการตัดสินใจเป้าหมายของกำหนดการเชิงเส้นมีด้วยกัน 2 ประเภทคือ

1.1 การหาค่าสูงสุด (maximize) เช่นกำไรสูงสุดผลผลิตมากที่สุด

1.2 การหาค่าต่ำสุด (minimize) เช่นต้นทุนต่ำสุดค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

2. **อสมการข้อจำกัด** เป็นอสมการที่แสดงเงื่อนไขและข้อจำกัดของสถานการณ์เช่นปริมาณทรัพยากรความต้องการหรือระยะเวลาของแต่ละกิจกรรมเป็นต้น โดยข้อจำกัดจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์เชิงเส้น

3. **เงื่อนไขของตัวแปร** ตัวแปรทุกตัวจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

จุดประสงค์การเรียนรู้

- **ด้านความรู้** : นักเรียนสามารถ
 1. เข้าใจความหมายของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้
 2. หาค่าสูงสุดของปัญหาคำหนดการเชิงเส้นจากแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้
- **ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** : นักเรียนมีความสามารถใน
 1. การแก้ปัญหา
 2. การให้เหตุผล
- **ด้านคุณลักษณะ** : นักเรียนมี
 1. ความตั้งใจในการเรียน
 2. ส่วนร่วมในการตอบคำถาม
 3. ความกล้าแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

แบบจำลองกำหนดการแข่งขันเชิงเส้น ประกอบด้วย

1. **ฟังก์ชันจุดประสงค์** เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการตัดสินใจเป้าหมายของกำหนดการแข่งขันมีด้วยกัน 2 ประเภทคือ
 - 1.1 การหาค่าสูงสุด (maximize) เช่นกำไรสูงสุดผลผลิตมากที่สุด
 - 1.2 การหาค่าต่ำสุด (minimize) เช่นต้นทุนต่ำสุดค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด
2. **อสมการข้อจำกัด** เป็นอสมการที่แสดงเงื่อนไขและข้อจำกัดของสถานการณ์เช่นปริมาณทรัพยากรความต้องการหรือระยะเวลาของแต่ละกิจกรรมเป็นต้น โดยข้อจำกัดจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์เชิงเส้น
3. **เงื่อนไขของตัวแปร** ตัวแปรทุกตัวจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

ตัวอย่างที่ 1 ร้านผลิตภัณฑ์ OTOP แห่งหนึ่งผลิตสมุดวาดเขียนและสมุดบันทึกทุกวัน โดยผลิตสมุดทั้งสองชนิดได้อย่างมาก 200 โหลต่อวัน ในแต่ละวันจะมีลูกค้าประจำสั่งซื้อสมุดวาดเขียนอย่างน้อย 10 โหลและสั่งซื้อสมุดบันทึกอย่างน้อย 80 โหล ถ้ากำไรในการขายสมุดวาดเขียนโหลละ 20 บาท และกำไรในการขายสมุดบันทึกโหลละ 15 บาท อยากทราบว่าร้านจะได้กำไรจากการขายสมุดทั้งหมดมากที่สุดเท่าใด

วิธีทำ สมมติให้ร้านผลิตภัณฑ์ OTOP ผลิตสมุดวาดเขียน x โหล
และผลิตสมุดบันทึก y โหล

เนื่องจาก ผลิตสมุดทั้งสองชนิดได้อย่างมาก 200 โหลต่อวัน

$$\text{นั่นคือ } x + y \leq 200$$

ลูกค้าประจำสั่งซื้อสมุดวาดเขียนอย่างน้อย 10 โหล

และสมุดบันทึกอย่างน้อย 80 โหล

$$\text{นั่นคือ } x \geq 10 \text{ และ } y \geq 80$$

กำไรในการขายสมุดวาดเขียนโหลละ 20 บาทและ

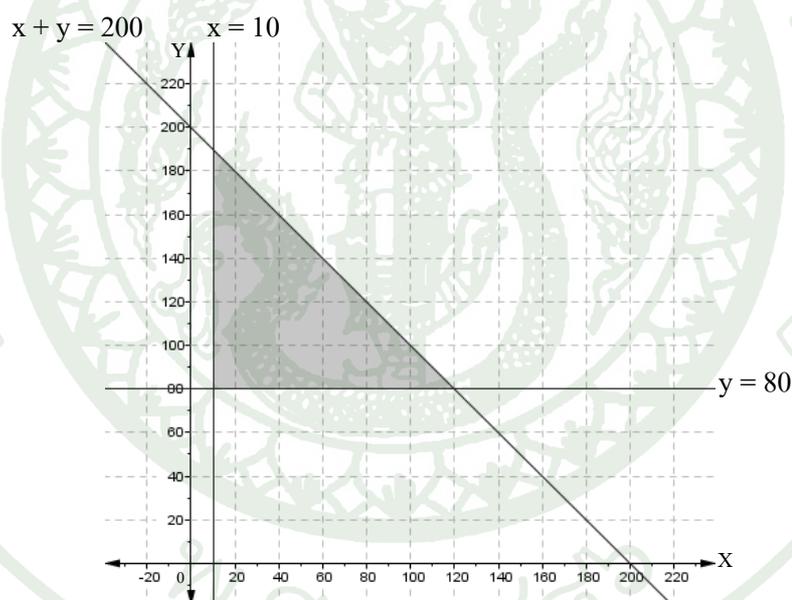
กำไรในการขายสมุดบันทึกโหลละ 15 บาท

ถ้ากำไรจากการขายสมุดทั้งหมดเป็น P บาท จะได้ $P = 20x + 15y$

จากข้อความทั้งหมดข้างต้น นำมาสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้เป็น

$$\begin{array}{l}
 P = 20x + 15y \Rightarrow \text{ฟังก์ชันจุดประสงค์} \\
 x + y \leq 200 \\
 x \geq 10 \\
 y \geq 80 \\
 x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow \text{เงื่อนไขตัวแปร}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P = 20x + 15y \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 10 \\ y \geq 80 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{อสมการข้อจำกัด} \\ \text{แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น} \end{array}$$

คำตอบของสถานการณ์ปัญหานี้คือ x และ y ตามเงื่อนไขอสมการข้อจำกัดที่ทำให้ค่า P มากที่สุด การหาคำตอบโดยพิจารณากราฟของอสมการข้อจำกัด จะเขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



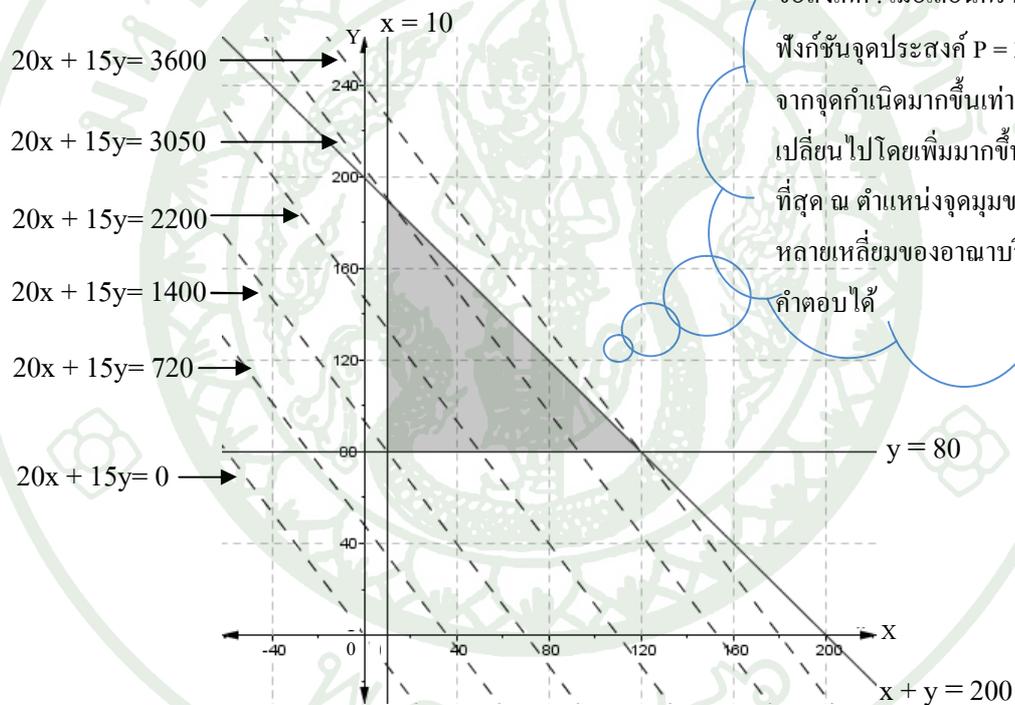
เซตของจุดที่อยู่ในบริเวณที่แรเงาและจุดที่เส้นขอบเรียกว่า อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (feasible region) ซึ่งพิกัดของจุดทุกจุดในอาณาบริเวณนี้จะสอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

คำตอบของปัญหาคือพิกัดของจุดใดจุดหนึ่ง (หรือหลายจุด) ในอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ซึ่งให้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $P = 20x + 15y$

กำหนดให้ P เป็นค่าคงตัวใดๆ เช่น

- P = 0 จะได้ $20x + 15y = 0$
- P = 720 จะได้ $20x + 15y = 720$
- P = 1400 จะได้ $20x + 15y = 1400$
- P = 2200 จะได้ $20x + 15y = 2200$
- P = 3050 จะได้ $20x + 15y = 3050$
- P = 3600 จะได้ $20x + 15y = 3600$

ค่า P ที่ต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรงที่ขนานกัน ดังรูป



ข้อสังเกต : เมื่อเลื่อนกราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ $P = 20x + 15y$ ออกจากจุดกำเนิดมากขึ้นเท่าใด ค่าของ P จะเปลี่ยนไปโดยเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ และจะมากที่สุด ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

ค่า P จะเปลี่ยนไปโดยเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และจะมากที่สุด ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

จุด (120,80) จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุดคือ $P = 20(120) + 15(80) = 3600$

ดังนั้นถ้าให้ได้กำไรมากที่สุด ร้านผลิตภัณฑ์ OTOP แห่งนี้ควรผลิตสมุดวาดเขียน 120 โหล ผลิตสมุดบันทึก 80 โหล และถ้าขายได้หมดจะได้กำไรจากการขายสมุดทั้งหมด 3,600 บาท

จากตัวอย่างข้างต้น คำตอบที่ต้องการคือพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ดังนั้น ในการแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น จะแสดงวิธีทำอย่างกระชับได้ดังนี้

1. สร้างระบบสมการจากสถานการณ์ปัญหาและกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์
2. เขียนกราฟของระบบสมการข้อจำกัด
3. เลือกอาณาบริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ
4. หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณของคำตอบที่เป็นไปได้
5. แทนค่า x, y ของจุดมุมในฟังก์ชันจุดประสงค์ พิจารณาคำตอบของปัญหาคำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 2 แม่ค้าทำขนมขาย 2 ชนิด โดยขนมชนิดแรกขายได้กำไรขึ้นละ 7 บาท ชนิดที่สองได้กำไรขึ้นละ 8 บาท ในแต่ละวันแม่ค้าทำขนมทั้งสองชนิดรวมกันไม่เกิน 150 ชิ้นและทำขนมชนิดที่สองมากกว่าชนิดแรกไม่เกิน 20 ชิ้น อยากทราบว่าแม่ค้าจะขายขนมทั้งหมดได้กำไรมากที่สุดเท่าใด

วิธีทำ สมมติให้แม่ค้าทำขนมชนิดที่หนึ่ง x ชิ้น

และทำขนมชนิดที่สอง y ชิ้น

เนื่องจาก แม่ค้าทำขนมทั้งสองชนิดรวมกันไม่เกิน 150 ชิ้น จะได้ $x + y \leq 150$

ทำขนมชนิดที่สองมากกว่าชนิดแรกไม่เกิน 20 ชิ้นจะได้ $y - x \leq 20$

ถ้าแม่ค้าขายขนมทั้งหมดได้กำไร P บาท

จะได้ว่าฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $P = 7x + 8y$

จากข้อความทั้งหมดข้างต้น นำมาสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้เป็น

$$P = 7x + 8y$$

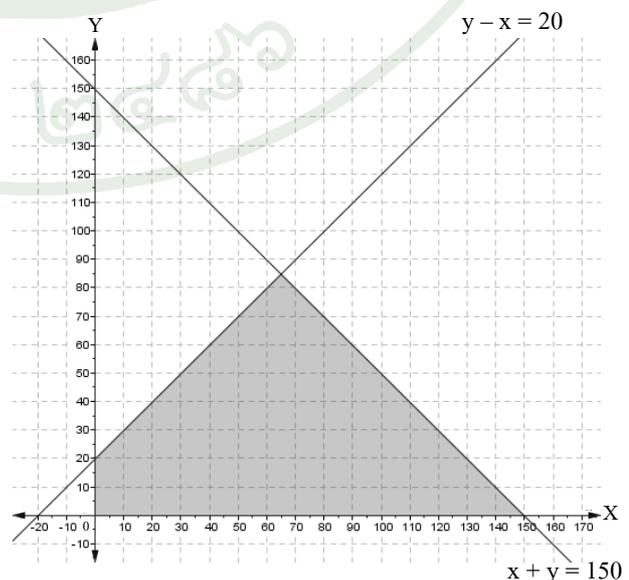
$$x + y \leq 150$$

$$y - x \leq 20$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ $(0, 0)$, $(0, 25)$, $(40, 0)$ และ $(30, 15)$
จะหาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

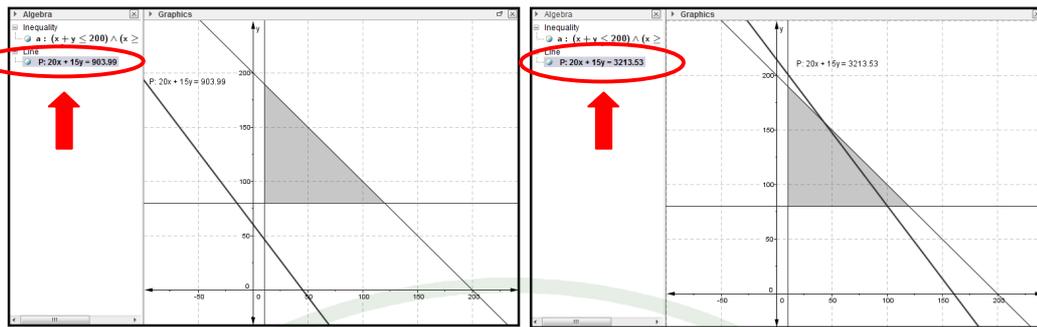
จุดมุม (x,y)	$P = 7x + 8y$
$(0, 0)$	$P = 7(0) + 8(0) = 0$
$(0, 20)$	$P = 7(0) + 8(20) = 160$
$(65, 85)$	$P = 7(65) + 8(85) = 1135$
$(150, 0)$	$P = 7(150) + 8(0) = 1050$

จะได้จุด $(65, 85)$ จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุดคือ $P = 7(65) + 8(85) = 1135$
ดังนั้น แม้ค่าจะขายขนมทั้งหมดได้กำไรมากที่สุดเท่ากับ 1,135 บาท
เมื่อขายขนมชนิดแรก 65 ชิ้นและชนิดที่สอง 85 ชิ้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่ากำหนดการเชิงเส้นเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดตามเป้าหมายที่ตั้งไว้และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่มีอยู่ในปัญหานั้น การแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น ต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหา โดยการใช้กราฟ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 อธิบายลักษณะและส่วนประกอบของแบบจำลอง และครูแสดงกราฟของอสมการข้อจำกัด โดยใช้โปรแกรม GeoGebra และอธิบายเพิ่มเติมว่า เซตของจุดที่อยู่ในบริเวณที่แรเงาทั้งจุดที่เส้นขอบเรียกว่า อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (feasible region) ซึ่งพิกัดของจุดทุกจุดในอาณาบริเวณนี้สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

คำตอบของปัญหาคือพิกัดของจุดใดจุดหนึ่ง(หรือหลายจุด) ในอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ซึ่งให้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ โดยครูให้นักเรียนลองสุ่มแทนค่า P จากพิกัดในอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ว่า P มีค่าสูงสุดที่พิกัดใด และมีค่า P สูงสุดเท่าใด พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ จากนั้นครูเฉลยโดยใช้โปรแกรม GeoGebra แสดงการเคลื่อนที่ของกราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ เพื่อแสดงค่า P ที่แตกต่างกันซึ่งพบว่ากราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์อยู่ในแนวเดียวกันและขนานกัน และ P มีค่าสูงสุด ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้



3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาค่าสูงสุดของ P โดยการแทนค่าพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ เมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จแล้ว ครูเฉลยโดยใช้การถามตอบประกอบกับโปรแกรม GeoGebra
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ดังนี้การแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น จะต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหา โดยใช้กราฟช่วยในการหาคำตอบคำตอบที่ต้องการคือพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ดังนั้น ในการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น จะแสดงวิธีทำอย่างกระชับได้ดังนี้
 1. สร้างระบบสมการจากสถานการณ์ปัญหาและกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์
 2. เขียนกราฟของระบบสมการข้อจำกัด
 3. เลือกอาณาบริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ
 4. หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณของคำตอบที่เป็นไปได้
 5. แทนค่า x, y ของจุดมุมในฟังก์ชันจุดประสงค์ พิจารณาคำตอบของปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการ
5. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำข้อที่ 1 และ 2 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 2 คน โดยออกมาเฉลยบนเครื่องฉายแผ่นทึบหน้าชั้นเรียนที่ละคน ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูเฉลยอีกครั้งโดยใช้โปรแกรม GeoGebra เฉลยประกอบ
6. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 3 และ 4 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GeoGebra
2. ใบงานที่ 1
3. หนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 6

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามถูกต้องร้อยละ 70
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี
3. ตรวจใบงานที่ 1	3. นักเรียนทำใบงานที่ 1 ถูกต้อง ร้อยละ 87.75

บันทึกหลังการสอน

คาบเรียนนี้เริ่มเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น โดยครูเริ่มจากการหาแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาค่ากำหนดการเชิงเส้นอย่างง่าย ครูยกตัวอย่างที่ 1 อธิบายการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น โดยยังไม่เน้นกระบวนการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นแบบจำลองคณิตศาสตร์ แต่ให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ได้แก่ ที่มาและส่วนประกอบ การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ ครูใช้สื่อโปรแกรม GeoGebra ในการเลื่อนกราฟสมการเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ ทำให้นักเรียนเกิดการสังเกตเห็นว่าค่าสูงสุดจะอยู่ที่จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาค่าตอบได้ นักเรียนบางคนที่ยังสงสัยหรือไม่เข้าใจ ครูสามารถใช้กราฟจากโปรแกรม GeoGebra จากตัวอย่างเดิมอธิบายซ้ำโดยไม่ต้องสร้างกราฟใหม่ นักเรียนบางคนที่เข้าใจแล้วอธิบายให้เพื่อน ทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาและให้เหตุผลที่ดี รวมทั้งสามารถนำเสนอถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจของตนเองให้ครูหรือนักเรียนคนอื่นได้ ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาค่าสูงสุดโดยใช้การแทนค่าจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมบริเวณที่หาค่าตอบได้ในสมการจุดประสงค์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ดี จากการตรวจใบงานที่ 1 คะแนนมากที่สุดคือ 4 คะแนน พิจารณาจาก การวาดกราฟของสมการข้อจำกัด การหาจุดมุม และหาค่าตอบของค่าสูงสุด คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.51 คิดเป็นร้อยละ 87.75

ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ชื่อ - สกุล.....ห้อง ม.6/.... เลขที่.....

คำสั่ง จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขของสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $P = 5x + 3y$

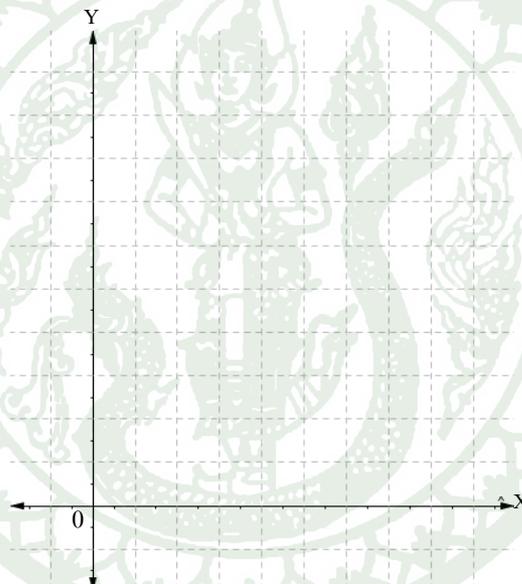
$$5x + 4y \leq 80$$

$$5x + 2y \leq 70$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ.....

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 5x + 3y$

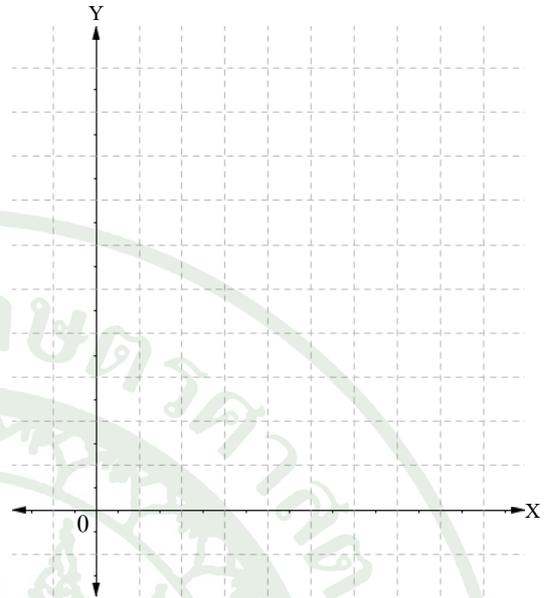
ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P =$

2. $P = 15x + 10y$
 $3x + 2y \leq 30$
 $2x + 3y \leq 30$
 $x \geq 0, y \geq 0$

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณ
 ที่หาคำตอบได้ คือ.....

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 15x + 10y$



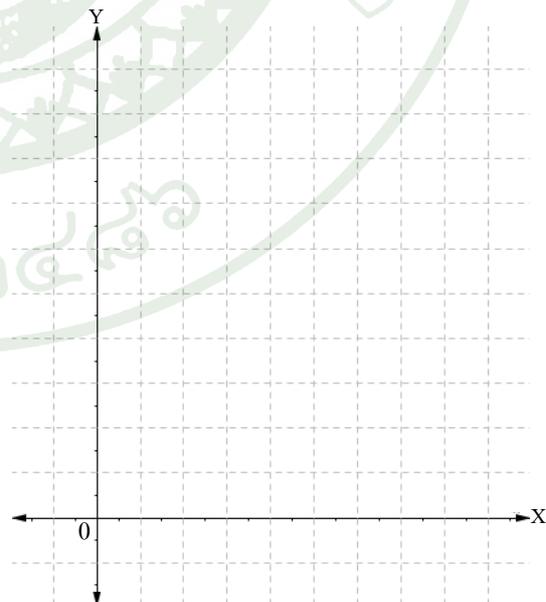
ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุด คือ $P = \dots\dots\dots$

3. $P = 35x - 25y$
 $5x + 3y \leq 24$
 $x + y \geq 3$
 $0 \leq x \leq 3$
 $y \geq 0$

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณ
 ที่หาคำตอบได้ คือ.....

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

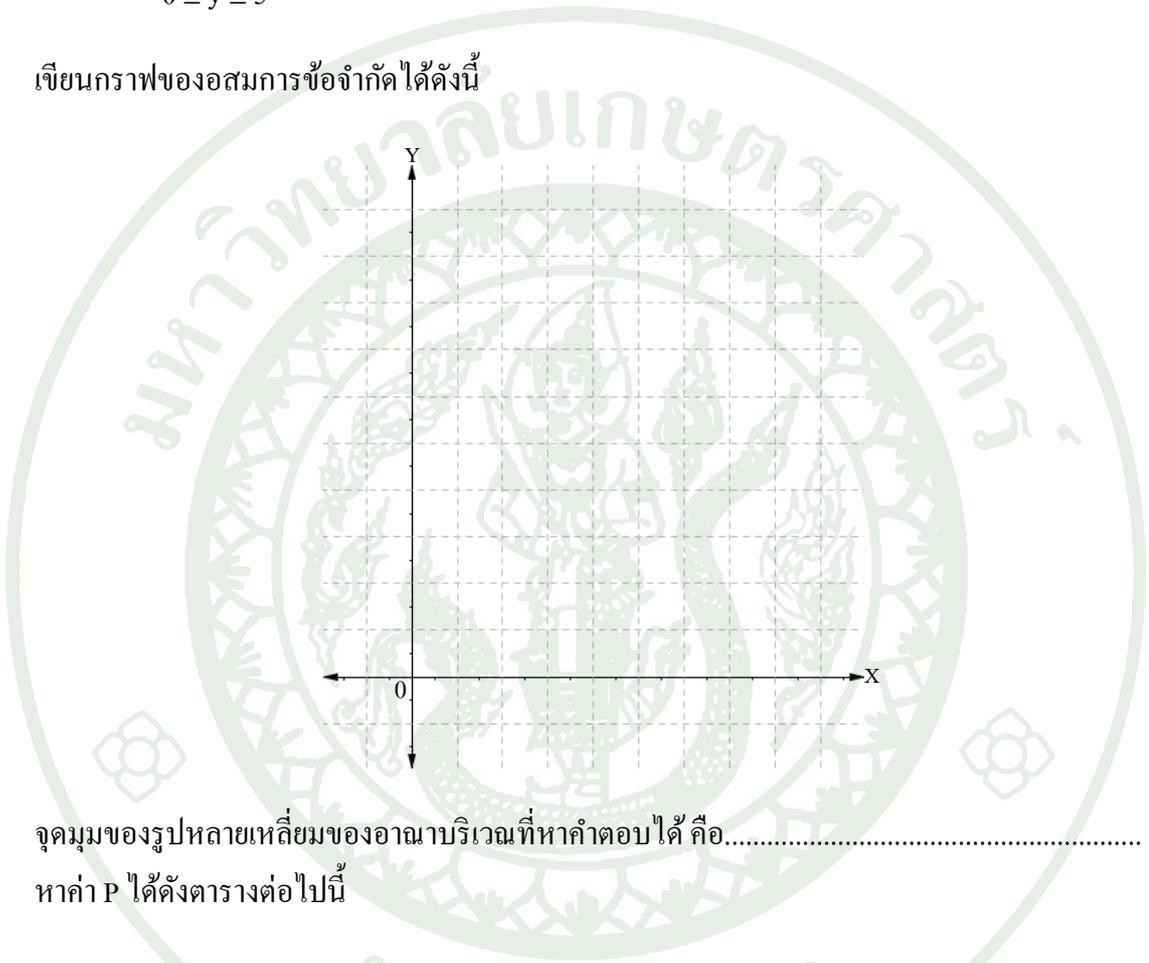
จุดมุม (x,y)	$P = 35x - 25y$



ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุด คือ $P = \dots\dots\dots$

4. $P = 2x + 3y$
 $x + y \geq 4$
 $5x + 2y \leq 25$
 $0 \leq x \leq 4$
 $0 \leq y \leq 5$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ.....
 หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 2x + 3y$

ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P = \dots\dots\dots$

เฉลยใบงานที่ 1 เรื่อง แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ชื่อ - สกุล.....ห้อง ม.6/.... เลขที่.....

คำสั่ง จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขของสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $P = 5x + 3y$

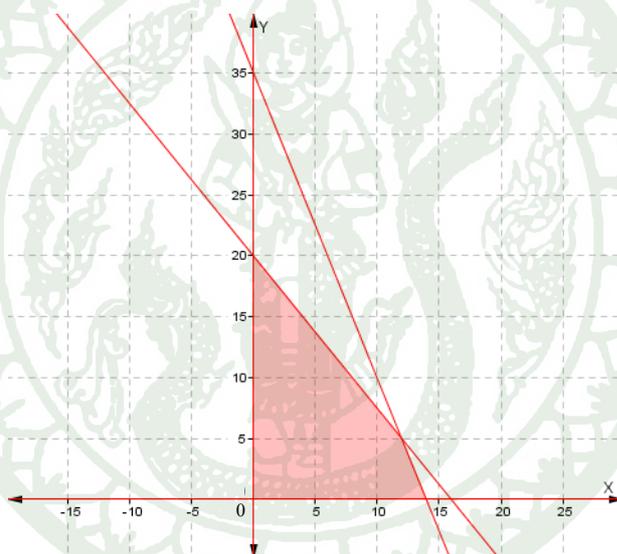
$$5x + 4y \leq 80$$

$$5x + 2y \leq 70$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้คือ $(0, 0)$, $(0, 20)$, $(14, 0)$ และ $(12, 5)$

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 5x + 3y$
$(0, 0)$	0
$(0, 20)$	60
$(14, 0)$	70
$(12, 5)$	75

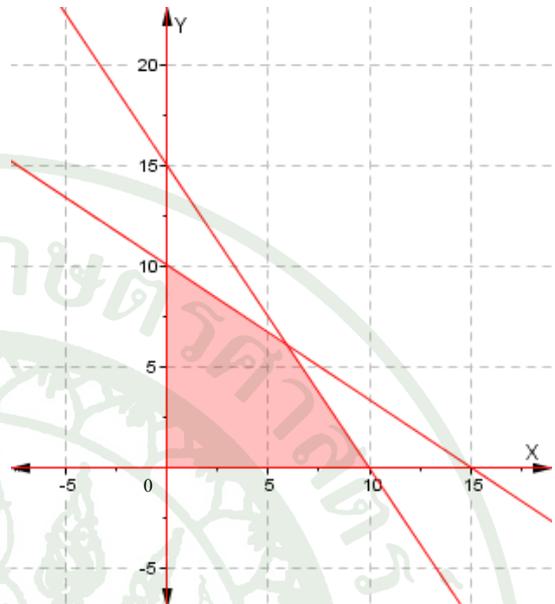
ดังนั้น ที่จุด $(12, 5)$ จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P = 75$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & P = 15x + 10y \\
 & 3x + 2y \leq 30 \\
 & 2x + 3y \leq 30 \\
 & x \geq 0, y \geq 0
 \end{aligned}$$

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณ
ที่หาคำตอบได้ คือ $(0, 0)$, $(0, 10)$, $(10, 0)$ และ $(6, 6)$

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 15x + 10y$
$(0, 0)$	0
$(0, 10)$	100
$(10, 0)$	150
$(6, 6)$	150



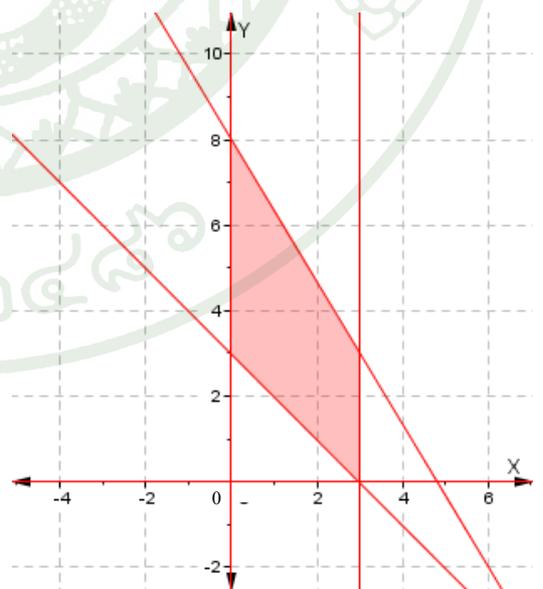
ดังนั้นที่จุด $(10, 0)$ และ $(6, 6)$ จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุด คือ $P = 150$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & P = 35x - 25y \\
 & 5x + 3y \leq 24 \\
 & x + y \geq 3 \\
 & 0 \leq x \leq 3, y \geq 0
 \end{aligned}$$

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณ
ที่หาคำตอบได้ คือ $(0, 3)$, $(0, 8)$, $(3, 0)$ และ $(3, 3)$

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

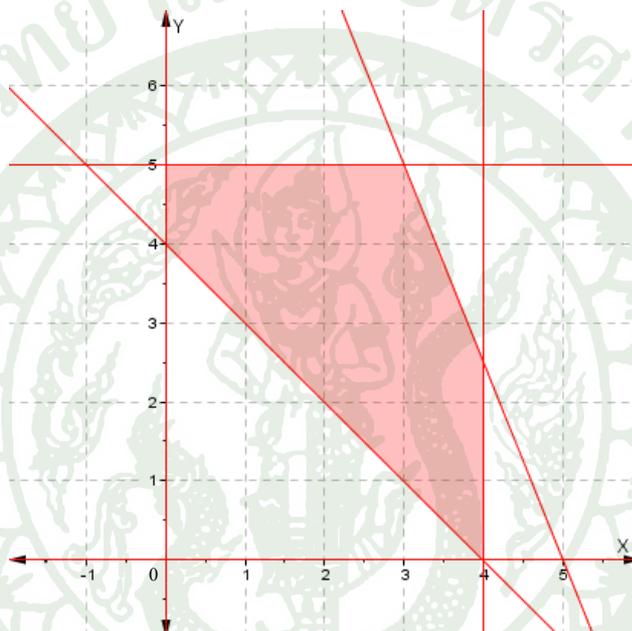
จุดมุม (x,y)	$P = 35x - 25y$
$(0, 3)$	-75
$(0, 8)$	-200
$(3, 0)$	105
$(3, 3)$	30



ดังนั้นที่จุด $(3, 0)$ จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุด คือ $P = 105$

$$4. \quad \begin{aligned} P &= 2x + 3y \\ x + y &\geq 4 \\ 5x + 2y &\leq 25 \\ 0 &\leq x \leq 4 \\ 0 &\leq y \leq 5 \end{aligned}$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังนี้



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ $(0, 4)$, $(0, 5)$, $(4, 0)$, $(4, 2.5)$ และ $(3, 5)$
หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	$P = 2x + 3y$
$(0, 4)$	12
$(0, 5)$	15
$(4, 0)$	8
$(4, 2.5)$	15.5
$(3, 5)$	21

ดังนั้นที่จุด $(3, 5)$ จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P = 21$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

จำนวน 2 คาบ เวลา 100 นาที

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556

สาระสำคัญ

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น จะต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหา โดยใช้กราฟช่วยในการหาคำตอบ

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สรุปได้ดังนี้

1. สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น
 - ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างละเอียด
 - ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า
 - ขั้นที่ 3 กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา ซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่ต้องการหาค่าสูงสุดหรือหาค่าต่ำสุด
 - ขั้นที่ 4 กำหนดอสมการข้อจำกัด จากข้อจำกัดของปัญหาให้อยู่ในรูปของระบบอสมการ และกำหนดเงื่อนไขของตัวแปร ตัวแปรทุกตัวจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์
2. เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด
3. หาพิกัดของจุดมุม (x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้
4. แทนค่า x, y ของจุดมุมในฟังก์ชันจุดประสงค์ พิจารณาคำตอบของปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- **ด้านความรู้** : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นได้

- **ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** : นักเรียนมีความสามารถใน
 1. การแก้ปัญหา
 2. การให้เหตุผล
 3. การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ
 4. การเชื่อมโยง
- **ด้านคุณลักษณะ** : นักเรียนมี
 1. ความสนใจใฝ่เรียนรู้
 2. ส่วนร่วมและมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม
 3. ความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 อ้อยใจต้องการผลิตเสื้อและกางเกงไปขายในงานมหาวิทยาลัย ในการผลิตเสื้อ 1 ตัว ต้องการใช้ผ้าลาย 10 ตารางฟุต และใช้ผ้าพื้น 2 ตารางฟุต จะขายได้กำไรตัวละ 30 บาท ในการผลิตกางเกง 1 ตัว ต้องใช้ผ้าลาย 4 ตารางฟุต และใช้ผ้าพื้น 10 ตารางฟุต จะขายได้กำไรตัวละ 40 บาท ถ้าอ้อยใจมีผ้าลายอยู่ 62 ตารางฟุต และมีผ้าพื้นอยู่ 40 ตารางฟุต อยากทราบว่าอ้อยใจควรผลิตเสื้อและกางเกงอย่างละกี่ตัว จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุดเท่าไร

วิธีทำ สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ	อ้อยใจควรผลิตเสื้อและกางเกงอย่างละกี่ตัว
เป้าหมายของปัญหา คือ	ได้กำไรจากการขายมากที่สุด
ข้อจำกัดของปัญหา คือ	อ้อยใจมีผ้าลายอยู่ 62 ตารางฟุต และมีผ้าพื้นอยู่ 40 ตารางฟุต

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า ตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

กำหนดให้ x แทน จำนวนเสื้อที่ผลิตได้

y แทน จำนวนกางเกงที่ผลิตได้

P แทน กำไรจากการขายเสื้อและกางเกง

ขั้นที่ 3 กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา ตามเป้าหมายของปัญหา

สมการจุดประสงค์ คือ กำไรจากการขายทั้งหมด

กำไรจากการขายทั้งหมด = (กำไรในการขายเสื้อแต่ละตัว \times จำนวนเสื้อที่ผลิต) +
(กำไรในการขายกางเกงแต่ละตัว \times จำนวนกางเกงที่ผลิต)

$$P = 30x + 40y$$

ขั้นที่ 4 กำหนดอสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา

	ผ้าลาย	ผ้าพื้น
เสื้อจำนวน x ตัว	$10x$	$2x$
กางเกงจำนวน y ตัว	$4y$	$10y$
ข้อจำกัด	62	40

อสมการข้อจำกัด คือ $10x + 4y \leq 62$

$$2x + 10y \leq 40$$

เงื่อนไขของตัวแปร $x \geq 0, y \geq 0$

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $P = 30x + 40y$

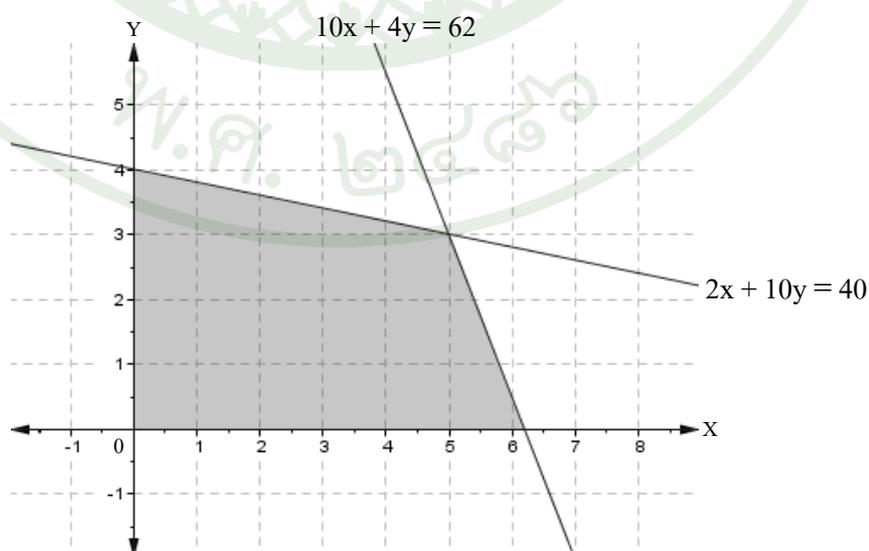
อสมการข้อจำกัด คือ $10x + 4y \leq 62$

$$2x + 10y \leq 40$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด



หาฟังก์ชันของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ (0, 0), (0, 4), (6.2, 0) และ (5, 3)

แทนค่าจุดมุมทุกจุดในสมการฟังก์ชันจุดประสงค์

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)	$P = 30x + 40y$
(0, 0)	$P = 30(0) + 40(0) = 0$
(0, 4)	$P = 30(0) + 40(4) = 160$
(6.2, 0)	$P = 30(6.2) + 40(0) = 186$
(5, 3)	$P = 30(5) + 40(3) = 270$

จะได้ จุด (5, 3) ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P = 270$

ดังนั้น อ้อยใจควรผลิตเสื้อ 5 ตัว และกางเกง 3 ตัว จะได้กำไรมากที่สุด

และได้กำไรมากที่สุด 270 บาท

ตัวอย่างที่ 2 แม่ต้องการทำคุกกี้สวีทและคุกกี้รสช็อกโกแลตขาย ในการทำคุกกี้มีกรรมวิธี 2 ขั้นตอน คือ ขั้นผสมและขึ้นอบ ถ้าเวลาเฉลี่ยในการทำคุกกี้สวีทแต่ละกระป๋องคือ ขั้นผสม 20 นาทีและขึ้นอบ 20 นาที การทำคุกกี้รสช็อกโกแลตแต่ละกระป๋องมีขั้นผสม 20 นาที ขึ้นอบ 25 นาที ในการทำแต่ละครั้ง เครื่องมือที่ใช้ในการประกอบส่วนผสมทำงานต่อเนื่องได้อย่างมากที่สุด 1,200 นาที เครื่องอบทำงานต่อเนื่องได้ไม่เกิน 1,400 นาที ถ้าคุกกี้สวีทและคุกกี้รสช็อกโกแลตขายได้กำไรกระป๋องละ 35 บาท และ 40 บาทตามลำดับ อยากทราบว่าแม่จะต้องทำคุกกี้อย่างละเท่าไร จึงจะได้กำไรมากที่สุด

วิธีทำ สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

แม่จะต้องทำคุกกี้อย่างละเท่าไร

เป้าหมายของปัญหา คือ

ได้กำไรจากการขายมากที่สุด

ข้อจำกัดของปัญหา คือ

เครื่องมือที่ใช้ในการประกอบส่วนผสมทำงานได้อย่างมากที่สุด 1,200 นาที และเครื่องอบใช้เวลาได้ไม่เกิน 1,400 นาที

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า ตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

กำหนดให้ x แทน จำนวนตุ๊กกี้รสวนิลาที่ผลิตได้

y แทน จำนวนตุ๊กกี้รสช็อกโกแลตที่ผลิตได้

P แทน กำไรจากการตุ๊กกี้ทั้งหมด

ขั้นที่ 3 กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา ตามเป้าหมายของปัญหา

สมการจุดประสงค์ คือ กำไรจากการขายทั้งหมด

กำไรจากการขายทั้งหมด = (กำไรในการขายตุ๊กกี้แต่ละกระป๋อง \times จำนวนที่ผลิตได้)

$$P = 35x + 40y$$

ขั้นที่ 4 กำหนดข้อสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา

	ขั้นผสม	ขั้นอบ
ตุ๊กกี้รสวนิลา x กระป๋อง	$20x$	$20x$
ตุ๊กกี้รสช็อกโกแลต y กระป๋อง	$20y$	$25y$
ข้อจำกัด	1200	1400

อสมการข้อจำกัด คือ $20x + 20y \leq 1200$

$$20x + 25y \leq 1400$$

ข้อกำหนดของตัวแปร $x \geq 0, y \geq 0$

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $P = 35x + 40y$

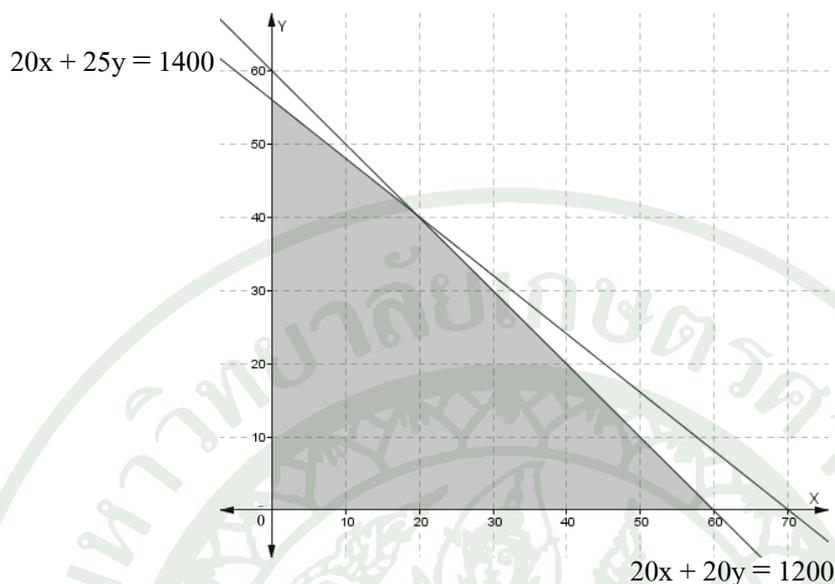
อสมการข้อจำกัด คือ $20x + 20y \leq 1200$

$$20x + 25y \leq 1400$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของสมการข้อจำกัด



หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ (0, 0), (0, 56), (20, 40) และ (60, 0)

แทนค่าจุดมุมทุกจุดในสมการฟังก์ชันจุดประสงค์

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)	$P = 35x + 40y$
(0, 0)	$P = 35(0) + 40(0) = 0$
(0, 56)	$P = 35(0) + 40(56) = 2240$
(20, 40)	$P = 35(20) + 40(40) = 2300$
(60, 0)	$P = 35(60) + 40(0) = 2100$

จะได้ จุด (20, 40) ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ $P = 2300$

ดังนั้น แม่ควรรผลิตตุ๊กทีรวนิตา 20 กระป๋อง และผลิตตุ๊กทีช็อกโกแลต 40 กระป๋อง

จะได้กำไรมากที่สุดเท่ากับ 2,300 บาท

ตัวอย่างที่ 3 ร้านอาหารแห่งหนึ่งจ้างคนงานชายชั่วโมงละ 35 บาท และคนงานหญิงชั่วโมงละ 30 บาท คนงานชายสามารถทำแฮมเบอร์เกอร์ได้ 32 ชิ้น และแซนวิช 8 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำแฮมเบอร์เกอร์ได้ 30 ชิ้น และแซนวิช 5 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าร้านอาหารต้องการทำแฮมเบอร์เกอร์ 480 ชิ้น และแซนวิช 100 ชิ้น จะต้องจ้างคนงานชายและหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมง จึงจะเสียค่าจ้างน้อยที่สุด

วิธีทำ สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จะต้องจ้างคนงานชายและหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมง
เป้าหมายของปัญหา คือ เสียค่าจ้างน้อยที่สุด

ข้อจำกัดของปัญหา คือ ร้านอาหารต้องการทำแฮมเบอร์เกอร์ 480 ชิ้น
และแซนวิช 100 ชิ้น

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า ตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

กำหนดให้ x แทน จำนวนชั่วโมงที่จ้างคนงานชาย

y แทน จำนวนชั่วโมงที่จ้างคนงานหญิง

C แทน ค่าจ้างที่จ่ายให้คนงานชายและหญิง

ขั้นที่ 3 กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา ตามเป้าหมายของปัญหา

สมการฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ

ค่าจ้างที่จ่ายให้คนงาน = (ค่าจ้างต่อชั่วโมง \times จำนวนชั่วโมงที่จ้างคนงานชาย) +
(ค่าจ้างต่อชั่วโมง \times จำนวนชั่วโมงที่จ้างคนงานหญิง)

$$C = 35x + 30y$$

ขั้นที่ 4 กำหนดอสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา

	แฮมเบอร์เกอร์	แซนวิช
คนงานชายทำงาน x ชั่วโมง	$32x$	$8x$
คนงานหญิงทำงาน y ชั่วโมง	$30y$	$5y$
ข้อจำกัด	480	100

อสมการข้อจำกัด คือ $32x + 30y \geq 480$

$$8x + 5y \geq 100$$

ข้อกำหนดของตัวแปร $x \geq 0, y \geq 0$

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

สมการจุดประสงค์ คือ $C = 35x + 30y$

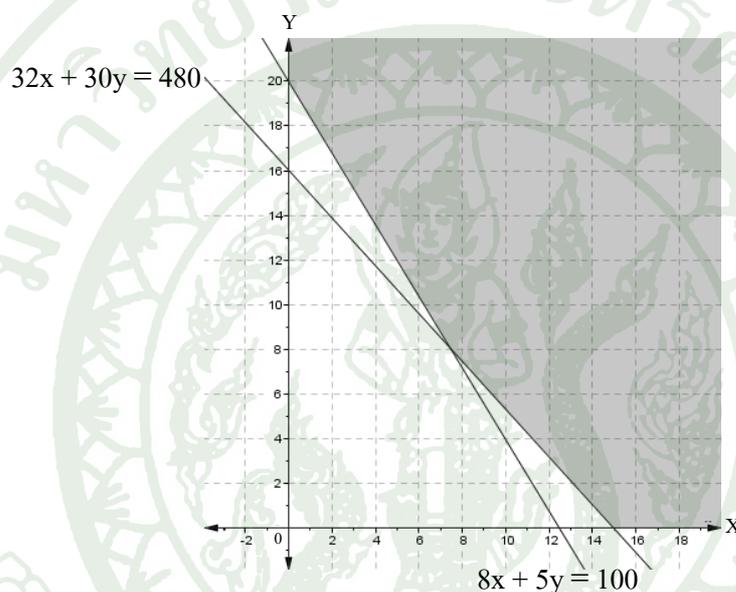
อสมการข้อจำกัด คือ $32x + 30y \geq 480$

$$8x + 5y \geq 100$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด



หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ (0, 20), (7.5, 8) และ (15, 0)

แทนค่าจุดมุมทุกจุดในสมการฟังก์ชันจุดประสงค์

หาค่า C ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)	$C = 35x + 30y$
(0, 20)	$C = 35(0) + 30(20) = 600$
(7.5, 8)	$C = 35(7.5) + 30(8) = 465$
(15, 0)	$C = 35(15) + 30(0) = 525$

จะได้ จุด (7.5, 8) ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ C ต่ำที่สุดคือ $C = 465$

ดังนั้น ร้านอาหารจะต้องจ้างคนงานชายคนละ 7 ชั่วโมง 30 นาทีและคนงานหญิงทำงานคนละ 8 ชั่วโมง และจะเสียค่าจ้างน้อยที่สุด 465 บาท

ตัวอย่างที่ 4 ชายคนหนึ่งต้องการทำแปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแปลงหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขคือ สองเท่าของความยาวของด้านกว้างน้อยกว่าหรือเท่ากับความยาวของด้านยาว และความยาวรอบรูปของแปลงดอกไม้เนื้ออยู่ระหว่าง 60 ถึง 90 เมตร ถ้าค่าวัสดุในการล้อมรั้วด้านกว้างราคาเมตรละ 20 บาท และค่าวัสดุในการล้อมรั้วด้านยาวราคาเมตรละ 35 บาท เขาจะต้องกั้นรั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าไร จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

วิธีทำ สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จะต้องกั้นรั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าไร

เป้าหมายของปัญหา คือ เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ข้อจำกัดของปัญหา คือ สองเท่าของความยาวของด้านกว้างน้อยกว่าหรือเท่ากับด้านยาว และความยาวรอบรูปของแปลงดอกไม้เนื้ออยู่ระหว่าง 60 ถึง 90 เมตร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า ตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

กำหนดให้ x แทน ความยาวด้านกว้าง

y แทน ความยาวด้านยาว

C แทน ค่าใช้จ่ายในการล้อมรั้วทั้งหมด

ขั้นที่ 3 กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา ตามเป้าหมายของปัญหา

สมการฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ ค่าใช้จ่ายในการล้อมรั้ว

ค่าใช้จ่ายในการล้อมรั้ว = (ค่าล้อมรั้วด้านกว้าง \times ความยาวด้านกว้าง) +
(ค่าล้อมรั้วด้านยาว \times ความยาวด้านยาว)

$$C = 20x + 35y$$

ขั้นที่ 4 กำหนดข้อสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา

สองเท่าของความยาวของด้านกว้างน้อยกว่าหรือเท่ากับด้านยาว จะได้ $2x \leq y$

ความยาวรอบรูประหว่าง 60 ถึง 90 เมตร จะได้ $2x + 2y \geq 60$ และ $2x + 2y \leq 90$

สมการข้อจำกัดคือ $2x \leq y$

$$2x + 2y \geq 60$$

$$2x + 2y \leq 90$$

ข้อกำหนดของตัวแปร $x \geq 0, y \geq 0$

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

สมการจุดประสงค์ คือ $C = 20x + 35y$

อสมการข้อจำกัด $2x \leq y$

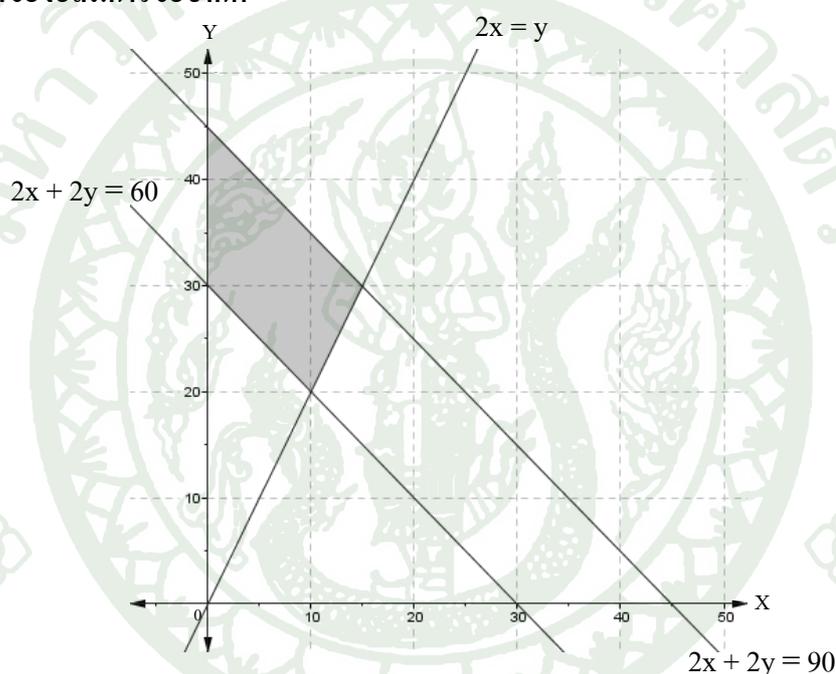
$$2x + 2y \geq 60$$

$$2x + 2y \leq 90$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด



หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ (0, 30), (0, 45), (10, 20) และ (15, 30)

แทนค่าจุดมุมทุกจุดในสมการฟังก์ชันจุดประสงค์

หาค่า C ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)

$$C = 20x + 35y$$

(0, 30)

$$C = 20(0) + 35(30) = 1050$$

(0, 45)

$$C = 20(0) + 35(45) = 1575$$

(10, 20)

$$C = 20(10) + 35(20) = 900$$

(15, 30)

$$C = 20(15) + 35(30) = 1350$$

จะได้ จุด $(10, 20)$ ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ C ต่ำที่สุดคือ $C = 900$
 ดังนั้น เขาจะต้องกั้นรั้วที่มีความกว้าง 10 เมตรและความยาว 20 เมตร
 จะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด 900 บาท

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 6

1. ครูทบทวนเนื้อหาที่เรียนเรื่องแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้การถามตอบ
2. ครูแจกใบงานที่ 2 โจทย์ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นให้นักเรียนทุกคน
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมกับใช้โปรแกรม GeoGebra ให้นักเรียนบันทึกในใบงานที่ 2 โดยเริ่มจากการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดที่ละขั้นตอน ดังนี้
 - ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างละเอียด
 - ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า
 - ขั้นที่ 3 กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่ต้องการหาค่าสูงสุดหรือหาค่าต่ำสุด
 - ขั้นที่ 4 กำหนดอสมการข้อจำกัดจากข้อจำกัดของปัญหาให้อยู่ในรูปของระบบอสมการและกำหนดเงื่อนไขของตัวแปรทุกตัวจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

เมื่อสร้างแบบจำลองเสร็จแล้ว ครูแนะนำการใช้โปรแกรม GeoGebra สร้างกราฟของอสมการข้อจำกัด พร้อมทั้งหาจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาค่าตอบได้ และแทนค่าจุดมุมเพื่อหาค่าตอบ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 2 ครูให้นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra ในการสร้างกราฟของอสมการข้อจำกัด พร้อมทั้งหาจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาค่าตอบได้ และแทนค่าจุดมุมเพื่อหาค่าตอบ โดยครูเดินตรวจสอบความถูกต้องและตอบคำถามที่นักเรียนสงสัย เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 1 คน โดยออกมาเฉลยใบงานบนเครื่องฉายแผ่นทึบและกราฟของอสมการข้อจำกัดในโปรแกรม GeoGebra หน้าชั้นเรียน ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูเฉลยอีกครั้งโดยใช้โปรแกรม GeoGebra เฉลยประกอบ

คาบที่ 7

5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 พร้อมกับใช้โปรแกรม GeoGebra ให้นักเรียนบันทึกในใบงานที่ 2 ข้อที่ 3 โดยโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าต่ำสุดสามารถทำได้ในทำนองเดียวกันกับโจทย์ปัญหาค่าสูงสุด เริ่มจากการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทีละขั้นตอน และใช้โปรแกรม GeoGebra ในการวาดกราฟของอสมการข้อจำกัดเพื่อหาจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ และแทนค่าจุดมุมเพื่อหาคำตอบ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
6. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 4 โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในการสร้างกราฟของอสมการข้อจำกัดเมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 1 คน โดยออกมาเฉลยใบงานบนเครื่องฉายแผ่นทึบและกราฟของอสมการข้อจำกัดในโปรแกรม GeoGebra หน้าชั้นเรียนครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูเฉลยอีกครั้งโดยใช้โปรแกรม GeoGebra เฉลยประกอบ
7. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น ดังนี้
 1. สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น
 2. เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด
 3. หาพิกัดของจุดมุม(x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้
 4. แทนค่า x, y ของจุดมุมในฟังก์ชันจุดประสงค์
 พิจารณาคำตอบของปัญหาคำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการ

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GeoGebra
2. ใบงานที่ 2
3. หนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 6

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามถูกต้องร้อยละ 65
2. สังเกตการใช้โปรแกรม GeoGebra	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและตั้งใจในการเรียนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra
3. ตรวจใบงานที่ 2	3. นักเรียนทำใบงานที่ 1 ถูกต้อง ร้อยละ 79

บันทึกหลังการสอน

ในการเรียนครั้งนี้เป็นการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GeoGebra จึงใช้คาบเรียนติดกันสองคาบ เพื่อความสะดวกในการเรียน

คาบที่ 6 ครูสอนวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น ซึ่งเป็น โจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับการใช้ชีวิตประจำวัน เช่น การหาค่าไรสูงสุด การหาค่าจ้างพนักงานที่น้อยที่สุด หรือค่าใช้จ่ายในการลงทุนน้อยที่สุด ให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปแก้ปัญหในชีวิตประจำวันได้ และให้นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra ในการวาดกราฟของสมการข้อจำกัด คุรยกตัวอย่างที่ 1 อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ให้นักเรียนแต่ละคนทำลงในใบงานข้อที่ 1 ซึ่งจะแบ่งขั้นตอนวิธีทำไว้อย่างละเอียด ให้นักเรียนค่อยๆทำความเข้าใจทีละขั้นและเติมคำตอบให้ถูกต้อง โดย ขั้นที่ 4 การกำหนดสมการข้อจำกัด ตามข้อจำกัดของปัญหา ครูแนะนำวิธีการสร้างตาราง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจได้ดี จากนั้นครูสอนการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการวาดกราฟของสมการข้อจำกัด ให้นักเรียนทำไปพร้อมกับครู นักเรียนที่ไม่เข้าใจมีการซักถามและโต้ตอบกับครูตลอดเวลา จากการสังเกตนักเรียนส่วนใหญ่รู้สึกสนใจ และตื่นเต้นกับการใช้โปรแกรม GeoGebra คุรยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนลองทำด้วยตัวเอง โดยครูเดินสำรวจและให้คำปรึกษาอย่างใกล้ชิด นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความรู้กัน ช่วยกันทำใบงานและใช้โปรแกรม GeoGebra นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการหาจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมบริเวณที่หาคำตอบได้ เพราะต้องคิดจากจุดตัดของกราฟเส้นตรง ซึ่งนักเรียนต้องเพิ่มสมการเส้นตรงลงในระนาบ ครูให้นักเรียนที่เข้าใจแล้วจับคู่กับเพื่อนที่ยังทำไม่ได้ เมื่อนักเรียนส่วนใหญ่ทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียนและแสดงกราฟในโปรแกรม GeoGebra พบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญห ให้เหตุผลในการตอบคำถามของครูอย่างเหมาะสม และนำเสนอความเข้าใจของตัวเองได้

คาบที่ 7 ครูให้นักเรียนทำข้อที่ 3 และ 4 ในใบงาน ซึ่งไม่มีขั้นตอนอย่างละเอียดให้เติมคำ นักเรียนต้องเขียนแสดงวิธีทำเอง ซึ่งส่วนใหญ่ นักเรียนสามารถเขียนได้อย่างถูกต้อง มีบางคนที่มีผิดพลาดบ้างเล็กน้อย เช่น ลืมเขียนเงื่อนไขของตัวแปร ($x, y \geq 0$) หรือไม่กำหนดตัวแปรของฟังก์ชันจุดประสงค์ (P, C) ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบและแสดงกราฟ นักเรียนอาสาออกมาทำเป็นคู่ และสามารถทำได้อย่างถูกต้อง จากกิจกรรมในสองคาบเรียนนี้ทำให้ครูพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหได้อย่างเป็นขั้นตอนและถูกต้อง มีการให้เหตุผลที่เหมาะสมในการตอบคำถาม และสามารถนำเสนอ สื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้

จากการตรวจใบงานที่ 2 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 3.16 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79 ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ แต่มีผิดพลาดเช่น การวาดกราฟลงในใบงาน สเกลของแกน X และแกน Y หรือจุดมุมไม่ชัดเจน เนื่องจากนักเรียนแสดงภาพกราฟในโปรแกรม GeoGebra อย่างถูกต้องแล้ว จึงไม่ลงรายละเอียดกราฟในใบงาน แต่จากตรวจดูโปรแกรมที่นักเรียนทำในห้อง นักเรียนมากกว่า 80% สามารถแสดงกราฟและหาจุดตัดโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ได้อย่างถูกต้อง

ใบงานที่ 2 เรื่อง ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

ชื่อ - สกุล.....ห้อง ม.6/.... เลขที่.....

คำสั่ง จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. อ้อยใจต้องการผลิตเสื้อและกางเกงไปขายในงานมหาวิทยาลัย ในการผลิตเสื้อ 1 ตัวต้องการใช้ผ้าลาย 10 ตารางฟุต และใช้ผ้าสีพื้น 2 ตารางฟุต จะขายได้กำไรตัวละ 30 บาท ในการผลิตกางเกง 1 ตัว ต้องใช้ผ้าลาย 4 ตารางฟุต และใช้ผ้าสีพื้น 10 ตารางฟุต จะขายได้กำไรตัวละ 40 บาท ถ้าอ้อยใจมีผ้าลายอยู่ 62 ตารางฟุต และมีผ้าพื้นอยู่ 40 ตารางฟุต จงหาว่าอ้อยใจควรผลิตเสื้อและกางเกงอย่างละกี่ตัว จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุดเท่าไร

วิธีทำ วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

เป้าหมายของปัญหา คือ

ข้อจำกัดของปัญหา คือ

.....

กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า

กำหนดให้ x เป็น

y เป็น

P เป็น

กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา

สมการจุดประสงค์ คือ

พิจารณาข้อจำกัดของปัญหา

กำหนดอสมการข้อจำกัด

.....

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

สมการจุดประสงค์ คือ

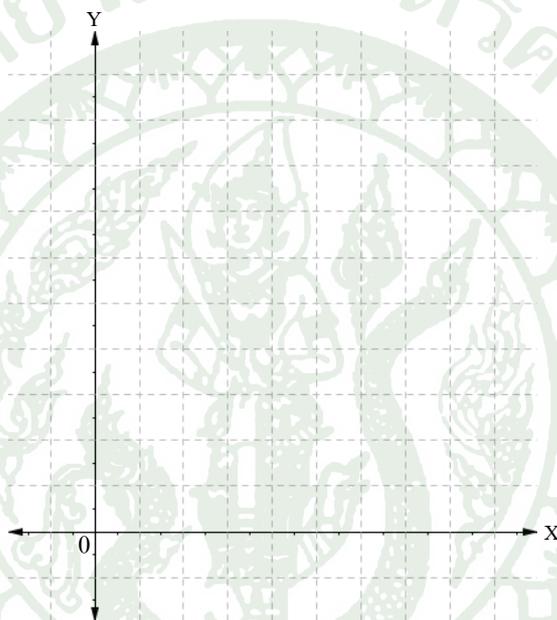
อสมการข้อจำกัด

.....

.....

.....

กราฟของอสมการข้อจำกัด



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ.....

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	

ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ P =

ตอบ.....

.....

2. แม่ต้องการทำคุกกี้สวีทและคุกกี้รสช็อกโกแลตขาย ในการทำคุกกี้มีกรรมวิธี 2 ขั้นตอน คือ ขึ้นผสมและขึ้นอบ ถ้าเวลาเฉลี่ยในการทำคุกกี้สวีทแต่ละกระทงคือ ขึ้นผสม 20 นาทีและขึ้นอบ 20 นาที การทำคุกกี้รสช็อกโกแลตแต่ละกระทงมีขึ้นผสม 20 นาที ขึ้นอบ 25 นาที ในการทำแต่ละครั้ง เครื่องมือที่ใช้ในการประกอบส่วนผสมทำงานต่อเนื่องได้อย่างมากที่สุด 1,200 นาที เครื่องอบทำงานต่อเนื่องได้ไม่เกิน 1,400 นาที ถ้าคุกกี้สวีทและคุกกี้รสช็อกโกแลตขายได้กำไรกระทงละ 35 บาท และ 40 บาทตามลำดับ แม่จะต้องทำคุกกี้แต่ละประเภทอย่างไร จึงจะได้กำไรมากที่สุด

วิธีทำ วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

เป้าหมายของปัญหา คือ

ข้อจำกัดของปัญหา คือ

กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า

กำหนดให้ x เป็น

y เป็น

P เป็น

กำหนดสมการจุดประสงค์ของปัญหา

สมการจุดประสงค์ คือ

พิจารณาข้อจำกัดของปัญหา

กำหนดสมการข้อจำกัด

.....

สรุป แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น คือ

สมการจุดประสงค์ คือ

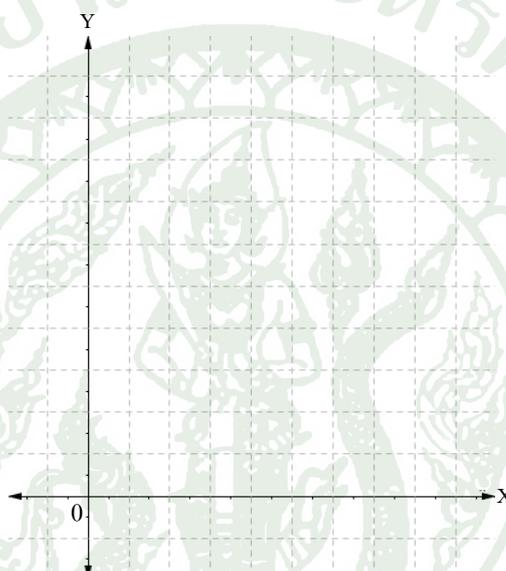
อสมการข้อจำกัด

.....

.....

.....

กราฟของอสมการข้อจำกัด



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ.....

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	

ดังนั้นที่จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ P สูงที่สุดคือ P =

ตอบ.....

.....

3. ร้านอาหารแห่งหนึ่งจ้างคนงานชายชั่วโมงละ 35 บาท และคนงานหญิงชั่วโมงละ 30 บาท คนงานชายสามารถทำแฮมเบอร์เกอร์ได้ 32 ชิ้น และแซนวิช 8 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำแฮมเบอร์เกอร์ได้ 30 ชิ้น และแซนวิช 5 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าร้านอาหารต้องการทำแฮมเบอร์เกอร์ 480 ชิ้น และแซนวิช 100 ชิ้น จะต้องจ้างคนงานชายและหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมงจึงจะเสียค่าจ้างน้อยที่สุด

.....

.....

.....

.....

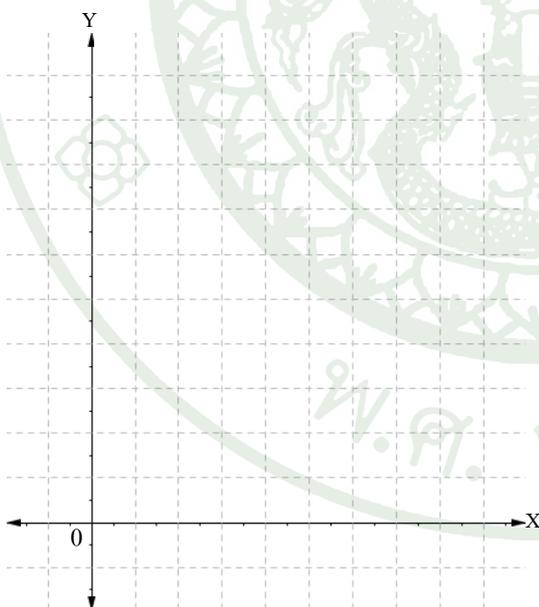
.....

.....

.....

.....

กราฟของอสมการข้อจำกัด



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ

หาค่า C ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	

ดังนั้น จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ C ต่ำที่สุดคือ C =

ตอบ

4. ชายคนหนึ่งต้องการทำแปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแปลงหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขคือ สองเท่าของความยาวของด้านกว้างน้อยกว่าหรือเท่ากับความยาวของด้านยาว และความยาวรอบรูปของแปลงดอกไม้นี้อยู่ระหว่าง 60 ถึง 90 เมตร ถ้าค่าวัสดุในการล้อมรั้วด้านกว้างราคาเมตรละ 20 บาท และค่าวัสดุในการล้อมรั้วด้านยาวราคาเมตรละ 35 บาท เขาจะต้องกั้นรั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าไร จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

.....

.....

.....

.....

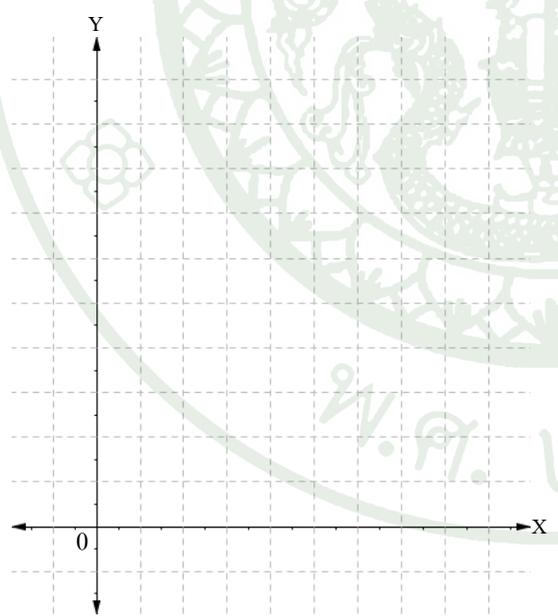
.....

.....

.....

.....

กราฟของอสมการข้อจำกัด



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ

หาค่า C ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x,y)	

ดังนั้น จุด.....จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ C ต่ำที่สุดคือ C =

ตอบ



ภาคผนวก ข
ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง "กำหนดการเชิงเส้น" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

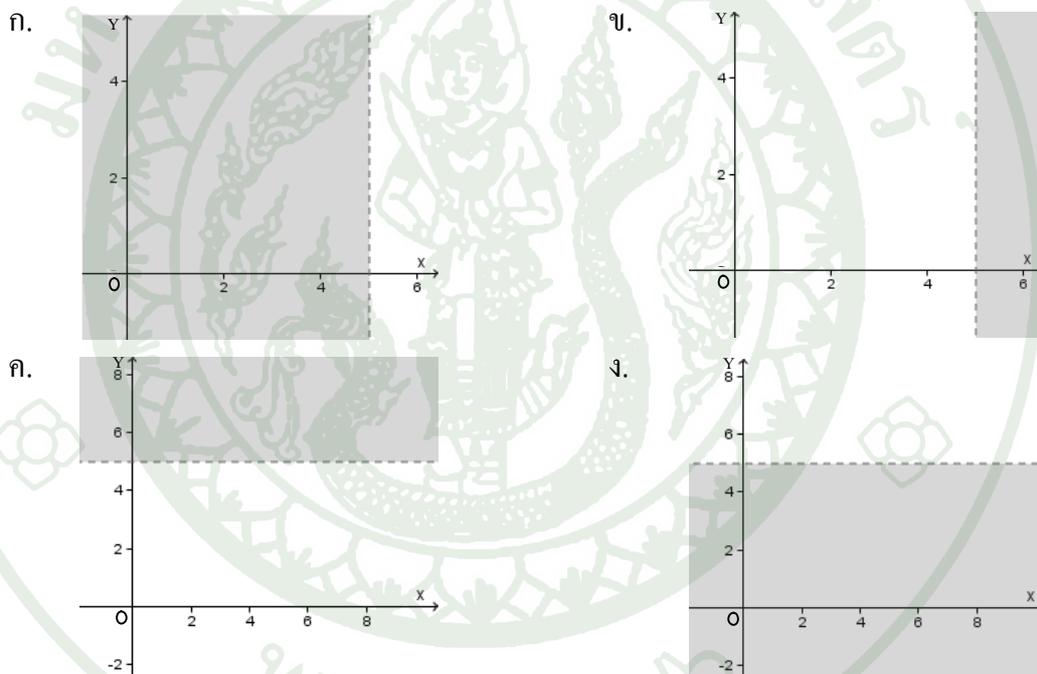
สาระการเรียนรู้	ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม (ข้อ)
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	
1. กราฟของอสมการเชิงเส้น	1 (ข้อ 1)	-	2 (ข้อ 2-3)	-	-	-	3
2. กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น	-	-	3 (ข้อ 4-6)	1 (ข้อ 1)	-	-	4
3. การแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น			4		5	1	10
3.1 การหาค่าสูงสุดและต่ำสุด	-	-	4 (ข้อ 7-10)	-	-	-	
3.2 โจทย์ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น	-	-	-	-	5 (ข้อ 11-15)	1 (ข้อ 2)	
รวม	1		9	1	5	1	17

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

- คำชี้แจง ข้อสอบใช้เวลาทำ 1 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็น 2 ตอนคือ
ตอนที่ 1. ข้อสอบปรนัยจำนวน 15 ข้อ (15 คะแนน)
ตอนที่ 2. ข้อสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ (10 คะแนน)

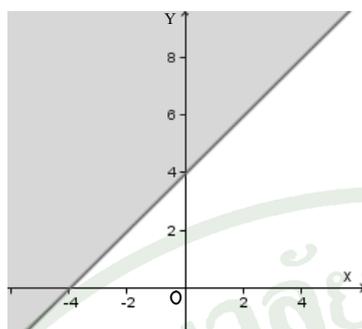
ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย X ในช่องที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการลงในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้

1. กราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟของอสมการ $x > 5$

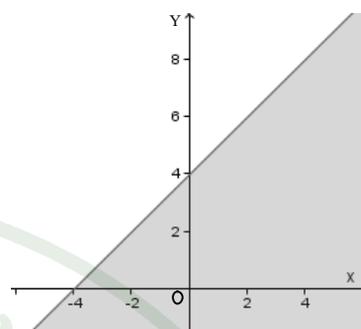


2. กราฟในข้อใดต่อไปนี้คือกราฟของอสมการ $y \geq x + 4$

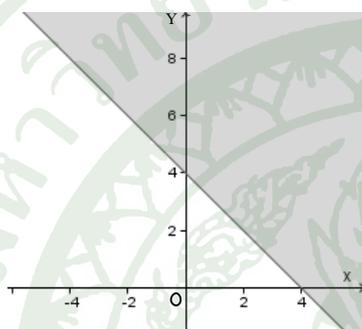
ก.



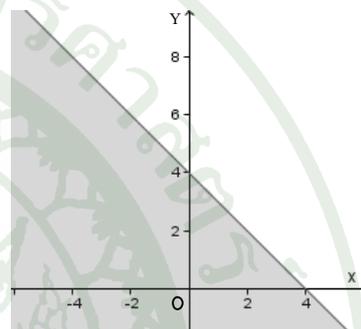
ข.



ค.

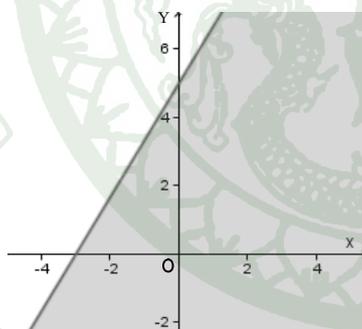


ง.

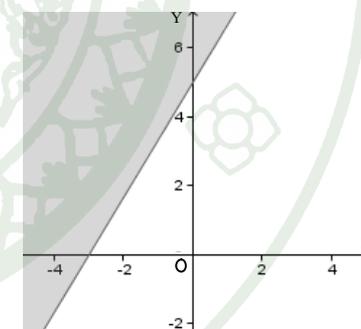


3. กราฟในข้อใดต่อไปนี้คือกราฟของอสมการ $5x - 3y \geq -15$

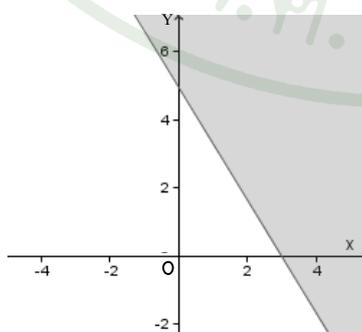
ก.



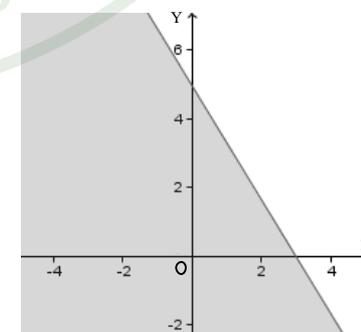
ข.



ค.

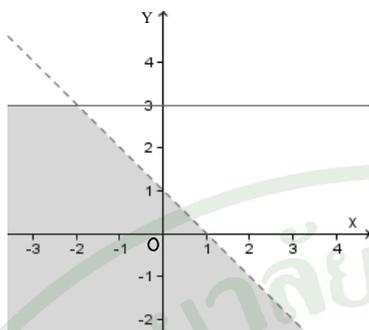


ง.

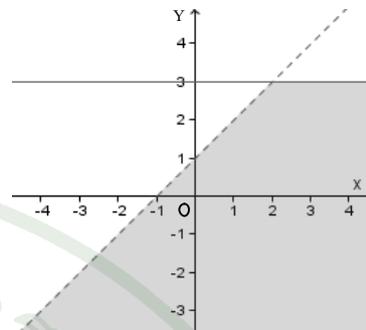


4. กราฟในข้อใดเป็นกราฟของระบบอสมการ $y < 3$ และ $y \leq -x + 1$

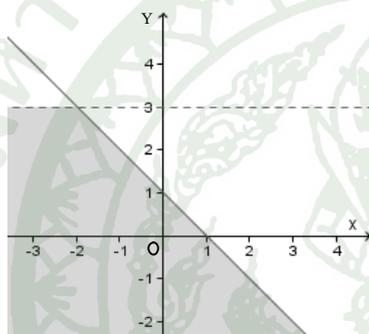
ก.



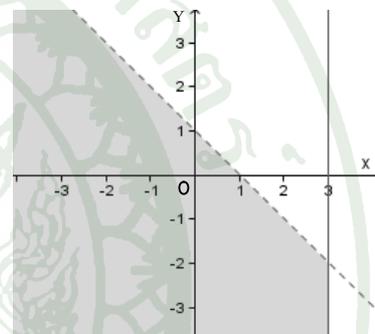
ข.



ค.

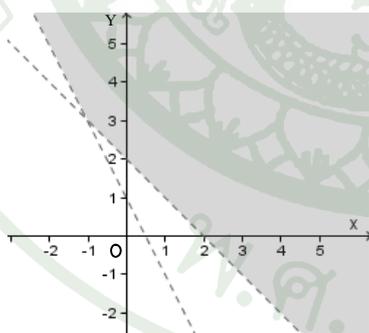


ง.

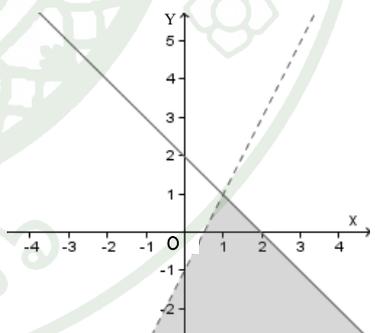


5. กราฟในข้อใดเป็นกราฟของระบบอสมการ $x + y > 2$ และ $2x - y > 1$

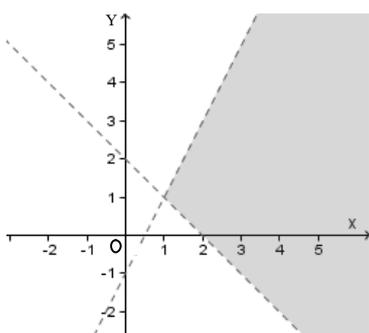
ก.



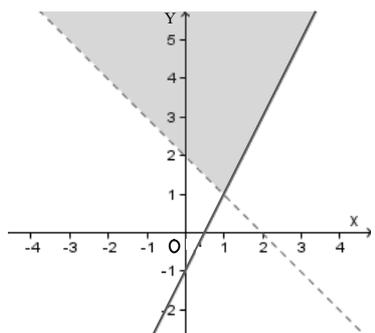
ข.



ค.



ง.



9. จากฟังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$P = 15x + 20y$$

$$7x + 3y \leq 21$$

$$x + y - 5 \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

ค่าสูงสุดของ P เท่ากับเท่าใด

ก. 92.5

ข. 93

ค. 100

ง. 100.5

10. จากฟังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$C = 3x - y$$

$$3x - 7y \geq -14$$

$$5x - 2y \leq 25$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

ค่าต่ำสุดของ C เท่ากับเท่าใด

ก. 2

ข. -2

ค. 16

ง. -16

จากโจทย์ต่อไปนี้ จงตอบคำถามข้อ 11-15

แม่ค้าต้องการซื้อครีมบำรุงผิวเพื่อมาขายต่อจำนวนไม่เกิน 50 กระปุก โดยเลือกซื้อครีม 2 ชนิด ชนิดที่หนึ่งราคากระปุกละ 100 บาท ชนิดที่สองราคากระปุกละ 300 บาท มีเงินที่จะซื้อทั้งหมด 9,000 บาท เมื่อขายแล้วชนิดที่ 1 มีกำไรกระปุกละ 20 บาท ชนิดที่ 2 มีกำไร กระปุกละ 30 บาท ถ้าให้แม่ค้าซื้อครีมชนิดที่หนึ่งจำนวน x กระปุก และแม่ค้าซื้อครีมชนิดที่สองจำนวน y กระปุก

11. ฟังก์ชันจุดประสงค์คือข้อใด

ก. $P = 20x + 30y$

ข. $P = 100x + 300y$

ค. $P = 30x + 20y$

ง. $P = 300x + 100y$

12. ข้อใดไม่ใช่ข้อสมการข้อจำกัด

ก. $x + y \leq 50$

ข. $100x + 300y \leq 9000$

ค. $300x + 100y \leq 9000$

ง. $x \geq 0$ และ $y \geq 0$

13. จุดมุมของกราฟคำตอบคือข้อใด

ก. (0,0), (30,0), (20,30), (0,50)

ข. (0,0), (0,30), (30,20), (50,0)

ค. (0,0), (30,0), (30,20), (0,50)

ง. (0,0), (0,30), (20,30), (50,0)

14. แม่ค้าควรซื้อครีมชนิดที่หนึ่งและชนิดที่สองอย่างละกี่กระปุก จึงจะขายได้กำไรมากที่สุด

ก. ครีมบำรุงผิวชนิดที่หนึ่ง 10 กระปุก ชนิดที่สอง 40 กระปุก

ข. ครีมบำรุงผิวชนิดที่หนึ่ง 20 กระปุก ชนิดที่สอง 30 กระปุก

ค. ครีมบำรุงผิวชนิดที่หนึ่ง 30 กระปุก ชนิดที่สอง 20 กระปุก

ง. ครีมบำรุงผิวชนิดที่หนึ่ง 40 กระปุก ชนิดที่สอง 10 กระปุก

15. แม่ค้าจะขายครีมบำรุงผิวได้กำไรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด

ก. 1,500 บาท

ข. 1,200 บาท

ค. 1,000 บาท

ง. 900 บาท

ตอนที่ 2. จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดลงในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้

1. จงเขียนกราฟของระบบอสมการ $x + 2y \leq 10$, $3x + 4y \geq 12$ และ $x - y \leq 4$ (3 คะแนน)

2. โรงงานแห่งหนึ่งผลิตอาหารสัตว์ 2 ชนิดคือ ชนิด A และ ชนิด B และมีเครื่องจักรในการผลิต 2 เครื่อง โดยมีข้อจำกัดเรื่องเวลาที่เครื่องจักรสามารถทำงานได้และเวลาที่ใช้ในการผลิตอาหารสัตว์แต่ละชนิดดังนี้

เครื่องจักร \ เวลา	เวลาที่เครื่องจักรสามารถทำงานได้ (ชั่วโมง/วัน)	เวลาที่ใช้ผลิตอาหารสัตว์ชนิด A (ชั่วโมง/ตัน)	เวลาที่ใช้ผลิตอาหารสัตว์ชนิด B (ชั่วโมง/ตัน)
เครื่องจักรที่ 1	18	2	3
เครื่องจักรที่ 2	11	1	2

ถ้าบริษัทได้กำไรจากการขายอาหารสัตว์ชนิด A และ ชนิด B ตันละ 3,000 และ 5,000 บาท ตามลำดับ โรงงานแห่งนี้ต้องผลิตอาหารสัตว์แต่ละชนิดวันละเท่าไรเพื่อขายให้ได้กำไรสูงสุด (7 คะแนน)



ภาคผนวก ค
แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

คาบที่เรื่อง..... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

วัน/เดือน/ปี ที่สังเกต ช่วงเวลา น. ถึง น.

คำชี้แจง แบบสังเกตนี้เป็นแบบสังเกตสำหรับใช้บันทึกผลการสังเกตเกี่ยวกับพฤติกรรมที่ปรากฏของนักเรียนในด้านต่างๆ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ความสามารถในการแก้ปัญหา	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมที่นักเรียนปรากฏ
<p>ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีการวางแผนการทำงาน อธิบายขั้นตอนของวิธีการทำงาน และมีการตรวจคำตอบหรือกระบวนการทำงานเมื่อเสร็จสิ้นแล้ว</p>	

ความสามารถในการให้เหตุผล	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมที่นักเรียนปรากฏ
มีการเลือกใช้การอ้างอิงที่ถูกต้อง มีขบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล	
ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมที่นักเรียนปรากฏ
มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน มีรายละเอียดสมบูรณ์ แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล	

ความสามารถในการเชื่อมโยง	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมที่นักเรียนปรากฏ
นำความรู้ หลักการ และวิธีทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์หรือสาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม	



ภาคผนวก ง

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “กำหนดการเชิงเส้น”
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม GeoGebra

**แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น**

คำชี้แจง แบบสอบถามความคิดเห็นฉบับนี้เป็นการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็น โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
1. กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
2. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก					
3. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา					
4. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล					
5. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ					
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และชีวิตประจำวัน					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
ด้านสื่อการเรียนรู้					
7. นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาได้ดีเมื่อใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่อการเรียนรู้					
8. การใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและอยากที่จะเรียนรู้					
9. การใช้โปรแกรม GeoGebra ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง					
10. นักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม GeoGebra					
11. นักเรียนสามารถวาดกราฟแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้สะดวกรวดเร็วโดยการใช้โปรแกรม GeoGebra					
12. การใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับนักเรียนคนอื่นมากยิ่งขึ้น					
13. การใช้โปรแกรม GeoGebra สามารถนำมาในการจัดการเรียนรู้และสอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องกำหนดการเชิงเส้น					
ด้านครูผู้สอน					
14. ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียนทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี					
15. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม แสดงความคิดเห็นปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
16. ครูผู้สอนคอยช่วยเหลือให้นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
17. ครูผู้สอนใช้วิธีการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์					
18. ครูผู้สอนใช้ภาษาและยกตัวอย่างที่ชัดเจนทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ					
ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้					
19. เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจนเหมาะสมและยุติธรรม					
20. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสม					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

พ.ศ. ๒๕๖๖



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผศ.ดร.ทรงชัย อักษรคิด
อาจารย์สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผศ.วราภรณ์ มีหนัก
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. ผศ.อนันต์ศิลป์ รุจิเรข
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา





ภาพผนวกที่ 1 ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



ภาพผนวกที่ 1 (ต่อ)

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ-นามสกุล

นางสาวชญญา อุทิศ

วัน เดือน ปี ที่เกิด

วันที่ 27 เดือน เมษายน พ.ศ. 2533

สถานที่เกิด

กรุงเทพมหานคร

ประวัติการศึกษา

วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

นักเรียนทุน พสวท. ปี พ.ศ. 2551

