ภาคผนวก ค

การจัดรูปของสมการ (5.12) และการแก้ปัญหา Recursive ใน (5.13)

การจัดรูปของสมการ (5.12)

จากสมการ (5.11) ดังแสดงด้านล่าง

$$a_{it+1} = s_{it} = (1-\alpha)[(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t] \qquad (5.11)$$

แทนค่า (4.13) $b_{it} = \dfrac{(1-\beta)(1+r_t)}{(1+\tau_b)} s_{it-1}$ และ (4.18) $g_t = \dfrac{1}{n}\tau_w \sum_{i=1}^{n} w_t + \dfrac{1}{n}\tau_e \sum_{i=1}^{n} b_{it} + \dfrac{1}{n}\tau_b \sum_{i=1}^{n} b_{it}$ จะได้ว่า

$$a_{it+1} = (1-\alpha)(1-\tau_w)w_t + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_e)(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} a_{it} + (1-\alpha)[\tau_w w_t + (\tau_e+\tau_b)\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b_{it}]$$

$$a_{it+1} = (1-\alpha)(1-\tau_w)w_t + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_e)(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} a_{it} + (1-\alpha)[\tau_w w_t + (\tau_e+\tau_b)\frac{(1-\beta)(1+r_t)}{(1+\tau_b)}\sum_{i=1}^{n} s_{it-1}]$$

$$a_{it+1} = (1-\alpha)(1-\tau_w+\tau_w)w_t + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_e)(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} a_{it} + (1-\alpha)(\tau_e+\tau_b)\frac{(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} k_t]$$

$$a_{it+1} = (1-\alpha)w_t + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_e)(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} a_{it} + \frac{(1-\alpha)(\tau_e+\tau_b)(1-\beta)(1+r_t)}{1+\tau_b} k_t]$$

การแก้ปัญหา Recursive ใน (5.13)

ในการแก้ปัญหาแบบย้อนกลับ (Recursive) สามารถกระทำได้ภายใต้สมมติฐานที่แต่ละช่วงเวลาสามารถแยกออกจากกันได้ (Time separable) ดังนั้นเมื่อพิจารณา (5.13)

$$a_{it+1} = D_3 + D_4 a_{it} + D_5 \qquad (5.13)$$

สามารถแก้ปัญหาแบบ Recursive ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
a_{it+1} &= D_3 + D_4 a_{it} + D_5 = (D_3 + D_5) + D_4 a_{it} \\
&= (D_3 + D_5) + D_4[(D_3 + D_5) + D_4 a_{it-1}] \\
&= (D_3 + D_5)(1 + D_4) + D_4^2 a_{it-1} \\
&= (D_3 + D_5)(1 + D_4) + D_4^2[(D_3 + D_5) + D_4 a_{it-2}] \\
&= (D_3 + D_5)(1 + D_4 + D_4^2) + D_4^3 a_{it-2}
\end{aligned}
$$

.

.

.

$$
\begin{aligned}
&= (D_3 + D_5)(1 + D_4 + D_4^2 + \ldots + D_4^t) + D_4^{t+1} a_{i0} \\
&= D_5 \sum_{s=0}^{t} D_4^s + D_3 \sum_{s=0}^{t} D_4^s + D_4^{t+1} a_{i0}
\end{aligned}
$$

หรือสามารถเขียนในรูปของ a_{it} ได้เป็น

$$
a_{it} = D_5 \sum_{s=0}^{t-1} D_4^s + D_3 \sum_{s=0}^{t-1} D_4^s + D_4^t a_{i0}
$$