ภาคผนวก ข

การคำนวณการสะสมทุน

พิจารณาการสะสมทุนเชิงมหภาคของระบบเศรษฐกิจ ซึ่งได้มาจากผลรวมของการออมในระบบเศรษฐกิจดังแสดงใน (ข.1) ซึ่งก็คือสมการที่ (5.3)

$$K_{t+1} = \sum_{i=1}^{n} s_{it} = (1-\alpha)[(1-\tau_w)\sum_{i=1}^{n} w_t + (1-\tau_e)\sum_{i=1}^{n} b_{it} + \sum_{i=1}^{n} g_t] \qquad (ข.1)$$

แทนค่าภาครัฐบาล ng_t จาก (4.18) $ng_t = \tau_w \sum_{i=1}^{n} w_t + \tau_e \sum_{i=1}^{n} b_{it} + \tau_b \sum_{i=1}^{n} b_{it}$ จะได้

$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = (1-\alpha)[(1-\tau_w)\sum_{i=1}^{n} w_t + (1-\tau_e)\sum_{i=1}^{n} b_{it} + \tau_w \sum_{i=1}^{n} w_t + \tau_e \sum_{i=1}^{n} b_{it} + \tau_b \sum_{i=1}^{n} b_{it}] \qquad (ข.2)$$

เนื่องจากพฤติกรรมความเห็นแก่ตัว (β) ไม่ขึ้นกับเวลา ดังนั้นในระยะยาวแล้ว จำนวนมรดกที่รุ่นพ่อแม่ให้แก่รุ่นลูกเมื่อวัยชรา จะไม่มีความแตกต่างจากมรดกที่ตนเองได้รับในวัยหนุ่มซึ่งจะทำให้ (ข.2) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} s_{it} &= (1-\alpha)[(1-\tau_w+\tau_w)\sum_{i=1}^{n} w_t + (1-\tau_e+\tau_e+\tau_b)\sum_{i=1}^{n} b_{it}] \\ \sum_{i=1}^{n} s_{it} &= (1-\alpha)[nw_t + (1+\tau_b)\sum_{i=1}^{n} b_{it}] \end{aligned} \qquad (ข.3)$$

แทนค่า (4.17) $w_t = (1-\gamma)Ak_t^{\gamma}$ และ (4.13) $b_{it} = \frac{(1-\beta)(1+r_t)}{(1+\tau_b)} s_{it-1}$ ลงใน (ข.3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} s_{it} &= (1-\alpha)[n(1-\gamma)Ak_t^{\gamma} + (1+\tau_b)\frac{(1-\beta)(1+r_t)}{(1+\tau_b)}\sum_{i=1}^{n} k_t] \\ \sum_{i=1}^{n} s_{it} &= (1-\alpha)[n(1-\gamma)Ak_t^{\gamma} + (1-\beta)(1+r_t)nk_t] \end{aligned} \qquad (ข.4)$$

จากนั้นแทนค่า (4.16) $r_t = \gamma A k_t^{\gamma-1}$ จะได้ดัง (ข.5)

$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = (1-\alpha)[(1-\gamma)nAk_t^{\gamma} + (1-\beta)(1+\gamma Ak_t^{\gamma-1})nk_t]$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = n(1-\alpha)[(1-\gamma)Ak_t^{\gamma} + (1-\beta)(k_t+\gamma Ak_t^{\gamma})$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = n[(1-\alpha)(1-\gamma)+(1-\alpha)(1-\beta)\gamma]Ak_t^{\gamma} + n(1-\alpha)(1-\beta)k_t$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = n[(1-\alpha)(1-\gamma+\gamma-\beta\gamma)]Ak_t^{\gamma} + n(1-\alpha)(1-\beta)k_t$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = n(1-\alpha)(1-\beta\gamma)Ak_t^{\gamma} + n(1-\alpha)(1-\beta)k_t$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = n(1-\alpha)(1-\beta\gamma)A(\frac{K_t}{n})^{\gamma} + n(1-\alpha)(1-\beta)(\frac{K_t}{n})$$
$$\sum_{i=1}^{n} s_{it} = (1-\alpha)(1-\beta\gamma)AK_t^{\gamma}n^{1-\gamma} + (1-\alpha)(1-\beta)K_t$$
$$K_{t+1} = \sum_{i=1}^{n} s_{it} = D_1K_t^{\gamma} + D_2K_t$$
$$where$$
$$D_1 = (1-\alpha)(1-\beta\gamma)An^{1-\gamma}$$
$$D_2 = (1-\alpha)(1-\beta) \qquad (ข.5)$$

จากรูปแบบการสะสมทุนอย่างย่อใน (ข.5) จากการพิสูจน์ในบทที่ 5 ว่าเกิดการสะสมทุนเกิดสภาวะคงตัว (Steady state) เนื่องจากสมการการผลิตเป็นไปตามเงื่อนไข Inada ดังนั้นสามารถหาการสะสมทุนที่สภาวะคงตัว ($\bar{K}$) ได้ดังนี้

$$K_{t+1} = D_1K_t^{\gamma} + D_2K_t$$
$$\bar{K} = D_1\bar{K}^{\gamma} + D_2\bar{K}$$
$$\bar{K} = D_1\bar{K}^{\gamma} + D_2\bar{K} \qquad (ข.6)$$
$$(1-D_2)\bar{K} = D_1\bar{K}^{\gamma}$$
$$\bar{K} = (\frac{1-D_2}{D_1})^{(\gamma-1)^{-1}}$$

และเมื่อใช้การสะสมทุนที่สภาวะคงตัว ($\bar{K}$) จาก (ข.6) สามารถเขียนความต้องการของปัจจัยแรงงานและปัจจัยทุนในรูปแบบของผลตอบแทนหน่วยสุดท้าย (Marginal product) ได้คือ

$$\bar{r} = \gamma A \bar{k}^{\gamma-1} = \gamma A(\frac{\bar{K}}{n})^{\gamma-1} = \gamma A \bar{K}^{\gamma-1} n^{1-\gamma} = \gamma A \frac{(1-D_2)}{D_1} n^{1-\gamma};$$

(ข.7)

$$\bar{w} = (1-\gamma)Ak^{\gamma} = (1-\gamma)A(\frac{\bar{K}}{n})^{\gamma} = (1-\gamma)A\bar{K}^{\gamma} n^{-\gamma} = (1-\gamma)A(\frac{D_1}{1-D_2})^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} n^{-\gamma}$$

และจะได้ผลผลิตที่สภาวะคงตัว ซึ่งเกิดจากการสะสมทุน ($\bar{K}$) คือ

$$\bar{Y} = A\bar{K}^{\gamma} n^{1-\gamma} = A(\frac{D_1}{1-D_2})^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} n^{1-\gamma}$$

(ข.8)