บทที่ 4

แบบจำลองดุลยภาพในตลาดแข่งขัน

ในบทนี้จะแสดงการสร้างแบบจำลองดุลยภาพทั่วไป ที่มีคนสองช่วงวัยอยู่ร่วมกัน (Overlapping generation general equilibrium model) โดยมีมรดกอยู่ในแบบจำลอง ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้กำหนดให้ดุลยภาพแบบกระจายศูนย์ (Decentralized equilibrium) เกิดขึ้นภายใต้ข้อสมมุติตลาดแข่งขัน (Competitive market) โดยที่ครัวเรือนจะเป็นผู้ตัดสินใจเลือกการบริโภคซึ่งทำให้เกิดอุปสงค์ (Demand) ในขณะที่ผู้ผลิตจะเลือกระดับการผลิตที่เหมาะสม ซึ่งทำให้เกิดอุปทาน (Supply) โดยผู้ผลิตจะจ่ายค่าจ้างแรงงาน (Wage) และค่าเช่า (Rent) เท่ากับอรรถประโยชน์ส่วนเพิ่ม (Marginal product) ของแรงงาน (Labor) และของสินค้าทุน (Capital) ตามลำดับ และเมื่อเป็นตลาดแข่งขันสมบูรณ์ จึงสามารถหาดุลยภาพของระบบเศรษฐกิจได้

สมมุติฐานของระบบเศรษฐกิจ

เพื่อให้สามารถแสดงผลลัพธ์ของแบบจำลองได้อย่างถูกต้องและสามารถนำผลลัพธ์ไปใช้อ้างอิงได้ จึงต้องมีการกำหนดสมมุติฐานในการสร้างแบบจำลองในงานวิจัยชิ้นนี้ ดังนี้

1) เวลาเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete) t=0, 1, 2,… และเวลาปัจจุบันเรียกว่าเวลา t
2) ในแต่ละช่วงเวลามีสินค้า 3 ประเภท; สินค้าทุน capital goods (K), แรงงาน Labor (L), และสินค้าบริโภค Consumption Goods (Y)
3) คนมีอายุสองช่วงวัย คือ วัยหนุ่มและวัยชรา โดยที่
   c_{it} = การบริโภคของคนวัยหนุ่มจากครัวเรือน i ณ ช่วงเวลา t
   d_{it} = การบริโภคของคนวัยชราจากครัวเรือน i ณ ช่วงเวลา t
4) ให้แต่ละครัวเรือนมีพ่อแม่ 1 คน และลูก 1 คน โดยไม่มีการเพิ่มของประชากร
5) มีครัวเรือน i ที่แตกต่างกัน n ครัวเรือน โดยแต่ละครัวเรือนจะแตกต่างกันที่ความมั่งคั่งเริ่มต้น Initial Wealth (a_{i0})
6) แต่ละครัวเรือนจะให้แรงงานจำนวน 1 หน่วย เพื่อใช้ในภาคการผลิต
7) เนื่องจากมีสินค้าสำหรับบริโภคเพียงสินค้าเดียว ดังนั้นสามารถกำหนดให้ราคามีค่าเป็น 1 ได้ โดยไม่ส่งผลต่อการแปลผลของแบบจำลอง
8) ให้ระบบตลาดเป็นตลาดแข่งขันสมบูรณ์ (Competitive market)

ภาคครัวเรือน

ในงานวิจัยนี้ใช้แรงจูงในในการให้มรดกแบบ Joy of giving ครัวเรือนจะทำการตัดสินใจเพื่ออรรถประโยชน์สูงสุด โดยเลือกการบริโภคของตนเองทั้งวัยหนุ่มและวัยชรา และการให้มรดกซึ่งเปรียบเสมือนส่วนหนึ่งของการบริโภคในวัยชรา โดยกำหนดให้สมการอรรถประโยชน์เป็นแบบ Log-linear ดังสมการที่ (4.1)

$$\alpha \ln c_{it} + (1-\alpha)[\beta \ln d_{it+1} + (1-\beta)\ln b_{it+1}] \qquad (4.1)$$

โดยที่ α <1 คือการถ่วงน้ำหนัก (Weighted) การบริโภคระหว่างวัยหนุ่มและวัยชรา

0< β <1 คือความเห็นแก่ตัวโดยเมื่อ β =1 หมายถึงเห็นแก่ตัวเองเพียงผู้เดียว

กำหนดให้ b_t เป็นจำนวนมรดกที่คนวัยหนุ่มได้รับจากรุ่นพ่อแม่ และ b_{t+1} เป็นจำนวนมรดกที่คนวัยชราตัดสินใจให้แก่รุ่นลูก ดังนั้นในแบบจำลองนี้สามารถแสดงเงื่อนไขของรายได้ (Budget constraints) ในช่วงวัยหนุ่มและวัยชราได้ดังสมการที่ (4.2) และ (4.3) นอกจากนั้นในแบบจำลองนี้จะสมมุติให้จำนวนมรดกที่ให้แก่รุ่นลูกมีค่าไม่ติดลบ $b_{it+1} \geq 0$ ในทุกครัวเรือน i เนื่องจากทุกครัวเรือนจะมีรุ่นลูกเสมอตามสมมุติฐานของระบบเศรษฐกิจ และทั้งนี้ต้องการให้มรดกเป็นการเพิ่มอรรถประโยชน์ให้แก่รุ่นลูกเท่านั้น และให้ทุกครัวเรือนได้รับการจัดสรรทรัพยากรอย่างเท่าเทียมกันในวัยหนุ่มจากรัฐบาลเป็นจำนวน g_t

วัยหนุ่ม: $$(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t = c_{it} + s_{it} \qquad (4.2)$$

วัยชรา: $$s_{it}(1+r_{t+1}) = d_{it+1} + (1+\tau_b)b_{it+1} \qquad (4.3)$$

โดยที่ g_t คือการจัดสรรทรัพยากรของรัฐบาล

s_{it} คือการออม

r_{t+1} คืออัตราผลผลตอบแทนของสินคาทุน หรือการออม

w_t คือค่าจ้างแรงงาน

b_{it} คือจำนวณมรดกที่ได้รับจากรุ่นพ่อแม่

b_{it+1} คือจำนวณมรดกที่ให้แก่รุ่นลูก

c_{it} คือการบริโภคของตนเองในวัยหนุ่มซึ่งเกิดขึ้นในช่งเวลา t

d_{it+1} คือการบริโภคของตนเองในวัยชราซึ่งเกิดขึ้นในช่วงเวลา t+1

τ_b, τ_e, τ_w คืออัตราภาษีที่ถูกเก็บจากมรดกและรายได้

ซึ่งเงื่อนไขทางรายได้ดังกล่าวสามารถนำมารวมกัน เพื่อสร้างเป็นเงื่อนไขของรายได้ตลอดชีวิต (Lifetime budget constraint) ได้ดังสมการที่ (4.4)

$$(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t = c_{it} + \frac{d_{it+1}}{1+r_{t+1}} + \frac{(1+\tau_b)b_{it+1}}{1+r_{t+1}} \tag{4.4}$$

หาอรรถประโยชน์สูงสุดจาก (4.1) ตามเงื่อนไขของรายได้ตลอดชีวิต (4.4) โดยที่รุ่นพ่อแม่แต่ละครัวเรือนจะเลือก 3 ตัวแปร ได้แก่ การบริโภคในวัยหนุ่ม (c_{it}) ณ เวลา t, การบริโภคของตนเองในวัยชรา (d_{it+1}) ณ เวลา t+1 และการให้มรดกแก่รุ่นลูก (b_{it+1}) ณ เวลา t+1 จะได้เงื่อนไขจำเป็นลำดับที่ 1 (First order necessary conditions) ดังนี้ (รายละเอียดการคำนวณของหัวข้อนี้แสดงไว้ในภาคผนวก ก)

$$c_{it} : \frac{\alpha}{c_{it}} - \lambda_{it} = 0 \Rightarrow c_{it} = \frac{\alpha}{\lambda_{it}} \tag{4.5}$$

$$d_{it+1} : \frac{(1-\alpha)\beta}{d_{it+1}} - \frac{\lambda_{it}}{1+r_{t+1}} = 0 \Rightarrow d_{it+1} = \frac{(1-\alpha)\beta(1+r_{t+1})}{\lambda_{it}} \tag{4.6}$$

$$b_{it+1} : \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{b_{it+1}} - \frac{\lambda_{it}(1+\tau_b)}{1+r_{t+1}} = 0 \Rightarrow b_{it+1} = \frac{(1-\alpha)(1-\beta)(1+r_{t+1})}{(1+\tau_b)\lambda_{it}} \tag{4.7}$$

$$\lambda_{it} : (1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t - c_{it} - \frac{d_{it+1}}{1+r_{t+1}} - \frac{(1+\tau_b)b_{it+1}}{1+r_{t+1}} = 0 \tag{4.8}$$

แทนค่า (4.5) – (4.7) ลงใน (4.8), จะสามารถหา ตัวคูณลากรานจ์ (λ_{it}) ได้คือ

$$\lambda_{it} = \frac{1}{(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t} \quad (4.9)$$

แทนค่าตัวแปร λ_{it} จาก (4.9) กลับเข้าไปใน (4.5) – (4.7) จะได้การตัดสินใจของครัวเรือน ดังนี้

$$c_{it} = \alpha[(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t]$$

$$d_{it+1} = (1-\alpha)\beta(1+r_{t+1})[(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t] \quad (4.10)$$

$$b_{it+1} = \frac{(1-\alpha)(1-\beta)(1+r_{t+1})}{(1+\tau_b)}[(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t]$$

จากนั้นสามารถหา สมการการออม (Saving function) ในวัยหนุ่ม ได้โดยแทนค่าการบริโภคในวัยหนุ่ม c_{it} จาก (4.10) กลับไปใน (4.2)

$$s_{it} = (1-\alpha)[(1-\tau_w)w_t + (1-\tau_e)b_{it} + g_t] \quad (4.11)$$

และยังสามารถแสดงค่าการบริโภควัยชรา (d_{it+1}) และมรดก (b_{it+1}) ในรูปแบบของสมการการออม โดยการแทนค่า (4.11) ลงใน (4.10) ได้ดังสมการที่ (4.12), (4.13) ตามลำดับ

$$d_{it+1} = \beta(1+r_{t+1})s_{it} \quad (4.12)$$

$$b_{it+1} = \frac{(1-\beta)(1+r_{t+1})}{(1+\tau_b)}s_{it} \quad (4.13)$$

ภาคการผลิต

สมมุติให้การผลิตเป็นไปตาม Neoclassical technology ในรูปแบบของผลตอบแทนคงที่ (Constant return scale) ซึ่งจะทำให้กำไรปกติมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อพิจารณาภายใต้ตลาดแข่งขันสมบูรณ์ กำหนดให้ใช้ปัจจัยการผลิต 2 ปัจจัยคือ ปัจจัยทุน Capital (K) และปัจจัยแรงงาน Labor (L) ดังสมการที่ (4.14)

$$Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^{\gamma} L_t^{1-\gamma} \tag{4.14}$$

โดยที่ $0<\gamma<1$ คือตัวแปรประสิทธิภาพการผลิตของสินค้าทุน

กำหนดให้ $k_t = K_t/L_t$ เป็นจำนวนสินค้าทุนต่อหัว และ $y_t = Y_t/L_t$ เป็นจำนวนผลผลิตต่อหัว ดังนั้นสามารถเขียน (4.14) ในรูปผลผลิตต่อหัว (Per capita) ได้เป็น

$$y_t = f(k_t, \frac{L_t}{L_t}) = f(k_t, 1) = f(k_t) = Ak_t^{\gamma} \tag{4.15}$$

จากเงื่อนไขที่ผู้ผลิตจะแสวงหากำไรสูงสุดโดยการพิจารณารายได้เทียบกับต้นทุน จะได้ว่าอัตราผลตอบแทนหรืออัตราดอกเบี้ย (r_t) และค่าจ้างแรงงาน (w_t) จะเป็นไปตามผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนและแรงงาน ตามสมการ (4.16) และ (4.17)

$$r_t = \gamma Ak_t^{\gamma-1} \tag{4.16}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t \frac{\partial f(k_t)}{\partial k_t} = (1-\gamma)Ak_t^{\gamma} \tag{4.17}$$

ภาครัฐบาล

ภาครัฐบาลในระบบเศรษฐกิจนี้มีหน้าที่ทำการจัดสรรทรัพยากรตามรายได้ที่จัดเก็บจากภาษีเท่านั้น ดังนั้นรัฐบาลในแบบจำลองนี้จะบริหารงบประมาณแบบสมดุล (Balanced fiscal policy) โดยมีรายได้มาจากการจัดเก็บภาษีใน 3 รูปแบบได้แก่

1) ภาษีเงินได้ (τ_w): จัดเก็บจากค่าจ้างแรงงาน

2) ภาษีมรดกแบบเก็บจากผู้รับ (τ_e): จัดเก็บจากผู้รับมรดกตามจำนวนมรดกที่ได้รับ

3) ภาษีมรดกแบบจัดเก็บจากผู้ให้ (τ_b): จัดเก็บจากผู้ให้มรดกตามจำนวนมรดกที่ให้

โดยเงื่อนไขการบริหารงบประมาณแบบสมดุลของรัฐบาลสามารถแสดงได้ดัง (4.18)

$$ng_t = \tau_w \sum_{i=1}^{n} w_t + \tau_e \sum_{i=1}^{n} b_{it} + \tau_b \sum_{i=1}^{n} b_{it} \tag{4.18}$$

เนื่องจากสมมุติให้จำนวนครัวเรือน n ในระบบเศรษฐกิจมีจำนวนมาก ดังนั้นการจัดเก็บรายได้ของรัฐบาลจึงสามารถคำนวณได้ (Deterministic) โดยที่รัฐบาลไม่จำเป็นต้องกำหนดค่าคาดหวัง (Expectation) จากการเก็บภาษี

<u>ประพจน์ที่ 1</u>: เมื่อกำหนดให้ตัวแปรอื่นๆ มีค่าคงที่ จำนวนมรดก (b_{it+1}) จะเปลี่ยนแปลงในทิศทางตรงกันข้ามกับการเพิ่มของ β, และ τ_b ดังนั้นถ้ามีการเก็บภาษีมรดกที่เก็บจากผู้ให้ในอัตราที่เพิ่มขึ้นการตัดสินใจในการให้มรดกจะถูกบิดเบือนส่งผลให้รุ่นพ่อแม่ตัดสินให้มรดกลดลง

<u>พิสูจน์</u>: จากสมการที่ (4.13) พบความสัมพันธ์ที่ชัดเจนว่า เมื่อ β เพิ่มขึ้นการให้มรดกจะลดลง ดังจึงไม่ต้องแสดงการพิสูจน์ ดังนั้นจะแสดงการพิสูจน์เฉพาะกรณีภาษีมรดกที่เก็บจากผู้ให้มีค่าเพิ่มขึ้นโดยสมมุติให้มี 2 ระบบเศรษฐกิจที่เหมือนกันทุกประการ แตกต่างกันที่ระบบเศรษฐกิจ A ถูกเก็บภาษีมรดกในอัตรา $\tau_{b,A}$ ในขณะที่ระบบเศรษฐกิจ B ถูกเก็บในอัตรา $\tau_{b,B}$ โดยที่ $\tau_{b,A} > \tau_{b,B}$ จะได้ว่า

$$b_{A,t+1} = \frac{(1-\beta)(1+r_{t+1})}{(1+\tau_{b,A})} s_t < b_{B,t+1} = \frac{(1-\beta)(1+r_{t+1})}{(1+\tau_{b,B})} s_t$$

ซึ่งในกรณีนี้จะพบว่ามรดกของระบบเศรษฐกิจ B จะสูงกว่าของระบบเศรษฐกิจ A ซ.ต.พ.