ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)

ปริญญา

คณิตศาสตร์ศึกษา | โครงการสหวิทยาการระดับบัณฑิตศึกษา

สาขา | **ภาควิชา**

เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมจังหวัดนครปฐม

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mattayomsuksa Five Students on “Permutations and Combinations” by Selected Teaching Strategies at the Demonstration NakhonPathomRajabhat University School, ChangwatNakhonPathom

นามผู้วิจัย นายสมโชค ขำคำ

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

(รองศาสตราจารย์กรรณิกา คงสาคร, วท.ม.)

ประธานสาขาวิชา .....

(รองศาสตราจารย์อุษณีย์ลีรวัฒน์, วท.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

.....

(รองศาสตราจารย์กัญจนาธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ ..... **เดือน** ..... **พ.ศ.** .....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mattayomsuksa Five Students on “Permutations and Combinations” by Selected Teaching Strategies at the Demonstration Nakhon Pathom Rajabhat University School, Changwat Nakhon Pathom

โดย

นายสมโชค ขำคำ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)

พ.ศ. 2556

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สมโชค ขำคำ 2556: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา โครงการสหวิทยาการระดับบัณฑิตศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์กรรณิกา คงสาคร, วท.ม. 158 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนการเรียนและหลังการเรียน ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน (2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 40 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบเจาะจง สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 15 คาบ และ (2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ

ผลการวิจัยปรากฏว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ” ของนักเรียนที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ” ของนักเรียนที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

_____ _____ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Somchok Khamkam 2013: The Study of Mathematics Learning Achievement of Mattayomsuksa Five Students on “Permutations and Combinations” by Selected Teaching Strategies at the Demonstration Nakhon Pathom Rajabhat University School, Changwat Nakhon Pathom. Master of Science (Mathematics Education), Major Field: Mathematics Education, Interdisciplinary Graduate Program. Thesis Advisor: Ahssociate Professor Kannika Kongsakorn, M.S. 158 pages.

The purposes of this research were (1) to study of mathematics learning achievement of Mattayomsuksa Five Students before and after learning by selected teaching strategies and (2) study of mathematics learning achievement of Mattayomsuksa Five Students after learning with 60% of the criterion by selected teaching strategies.

The sample group was 40 students selected by purposive random of Mattayomsuksa Five Students in mathematics and science program who enrolled in the first semester of the 2011 academic year at the Demonstration Nakhon Pathom Rajabhat University School. Teaching by selected teaching strategies. The research instruments were (1) 15 periods of lesson plans and (2) the 30 items of mathematics learning achievement test.

The result showed that (1) mathematics learning achievement of students on “Permutations and Combinations” by selected teaching strategies after learning was higher than before learning at the .05 level of significance and (2) the mathematics learning achievement of students on “Permutations and Combinations” by selected teaching strategies after learning was higher than 60% of the criterion at the .05 level of significance.

_____ _____ ___ / ___ / ___

Student’s signature Thesis Advisor’s signature

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจากรองศาสตราจารย์กรรณิกา คงสาคร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่เสียสละเวลาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ชี้แนะแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ของวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้วิจัย

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่บิดา–มารดา ในฐานะผู้ให้กำเนิดและสนับสนุนทุกอย่างแก่ผู้วิจัย ครู–อาจารย์ ผู้ซึ่งประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆ ให้กับผู้วิจัย จนสำเร็จการศึกษา

สมโชค ขำคำ

กุมภาพันธ์ 2556

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง (3)

บทที่ 1 บทนำ 1
- ความสำคัญของปัญหา 1
- วัตถุประสงค์ของการวิจัย 4
- ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4
- ขอบเขตของการวิจัย 4
- ข้อตกลงเบื้องต้น 6
- นิยามศัพท์ 7

บทที่ 2 การตรวจเอกสาร 8
- ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์ 9
- หลักการสอนคณิตศาสตร์ 11
- การคัดสรรกลวิธีการสอน 31
- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 32
- การวัดผลและประเมินผล 33
- งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 37
- สมมติฐานงานวิจัย 39

บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย 40
- กลุ่มประชากร 40
- กลุ่มตัวอย่าง 40
- เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 40
- การเก็บรวบรวมข้อมูล 42
- สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 43

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ 44

ผลการวิจัย 44

ข้อวิจารณ์ 45

บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ 47

สรุป 47

ข้อเสนอแนะ 49

เอกสารและสิ่งอ้างอิง 51

ภาคผนวก 56

ภาคผนวก ก แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 57

ภาคผนวก ข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 145

ภาคผนวก ค การวิเคราะห์ข้อมูล 151

ประวัติการศึกษาและการทำงาน 158

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน	44
2	แสดงเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน กับเกณฑ์ 60%	45

ตารางผนวกที่

1	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน	154

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาประเทศเพราะเป็นกระบวนการที่ทำให้มนุษย์สามารถพัฒนาคุณภาพชีวิตของตน สามารถดำเนินชีวิตในสังคมได้อย่างสันติสุขและสามารถเกื้อหนุนการพัฒนาประเทศได้อย่างเหมาะสม สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงในทุกๆ ด้าน ประเทศใดที่ประชาชนมีการศึกษาประเทศนั้นย่อมมีการพัฒนาก้าวไกลกว่าประเทศอื่นๆ (กรมวิชาการ, 2538: 1)

ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์นับได้ว่าเป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญ ดังที่ ปานทอง กุลนาถศิริ (2542: 2) ได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ประเทศที่มีความก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมากๆ นั้น เป็นผลมาจากพลเมืองในประเทศนั้นมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นในการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้าต่อไป

ซึ่งสอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2536: 9) กล่าวไว้สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นคนอย่างสมบูรณ์พร้อมกับเป็นพลเมืองที่ดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ความคิดอย่างมีระบบ มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่อกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำ

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ประมวลมานี้ จะพบว่า การดำเนินชีวิตของมนุษย์และความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีต่างๆ ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ดังนั้น ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เพื่อให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และมีความรู้ความเข้าใจ สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้อย่างเต็มความสามารถ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ของตนเอง แต่ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังมีปัญหาอยู่มาก เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากต่อการเข้าใจ ดังที่ อรพรรณ ตันบรรจง (2533: 4) ได้กล่าวว่า

...คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ท้าทายความคิดของผู้เรียน เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จึงเป็นสิ่งที่ค่อนข้างยากและลำบากใจในการเรียนการสอนที่จะให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างง่ายดาย ซาบซึ้งและมีความสนใจในคณิตศาสตร์...

นอกจากนี้ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 3) ยังกล่าวในทำนองเดียวกัน สรุปได้ว่า การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้นควรจะให้ผู้เรียนได้เริ่มเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงใช้สัญลักษณ์ และครูผู้สอนต้องหากลวิธี หาสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม มาช่วยอธิบายในเรื่องที่เป็นนามธรรมให้มากขึ้น

ซึ่งสอดคล้องกับที่ สมศักดิ์ ดลประสิทธิ์ (2542: 14) กล่าวว่า

...บทบาทของผู้สอนจะต้องเป็นผู้สนับสนุนและจัดประสบการณ์ให้มีความหมายต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนจำเป็นต้องมีการวางแผน การจัดกิจกรรม เตรียมสื่อการเรียนการสอน การกำกับดูแลกระบวนการจัดกิจกรรม สังเกต กระตุ้นและแนะนำผู้เรียน ร่วมอธิปราย เพื่อประมวลและสรุปความรู้ เสริมความรู้ ส่งเสริมการนำความรู้ไปใช้และประเมินผลการเรียนรู้ด้วยวิธีต่างๆ...

นอกจากนี้ผู้สอนจะต้องศึกษาให้เข้าใจเกี่ยวกับจุดหมาย จุดประสงค์หลักสูตร ปรัชญาการสอน หลักการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนการสอน ตลอดจนการประเมินผล และที่สำคัญก็คือผู้สอนต้องมีความสามารถคัดสรรกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา จึงจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอยู่ในเกณฑ์ที่ดี

ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2537: 205) กล่าวว่า

...ผู้ที่จะเป็นจะต้องศึกษาวิชาครู มีความรู้เกี่ยวกับจิตวิทยา เข้าใจเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล มีความรู้เกี่ยวกับวิธีสอนแบบต่างๆ และรู้จักใช้สื่อการเรียนรู้ เป็นต้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

นอกจากมีความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี เน้นการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้เรียนมีความเข้าใจ และรู้จักใช้เหตุผลมากกว่าการท่องจำ ผู้เรียนมีโอกาสร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน สามารถแสดงความคิดเห็นของตนเอง ค้นหาวิธีการใหม่ๆ ผู้สอนมีหน้าที่เพียงแต่คอยแนะนำผู้เรียนและผู้สอนต้องมีความเชี่ยวชาญในกลวิธีการสอน เป็นผู้เสาะแสวงหาความรู้อยู่เสมอ...

วิธีสอนนั้นนับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนหรือไม่ก็ขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ซึ่งวิธีสอนมีหลายวิธี โดยครูต้องรู้จักเลือกวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่จะสอน ดังที่ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 1) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ไม่มีวิธีการสอนใดที่ดีที่สุดที่จะใช้ได้ในทุกเนื้อหา ดังนั้นในการเรียนการสอนในแต่ละเนื้อหาผู้สอนต้องเลือกวิธีการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหานั้นๆ และอาจต้องใช้วิธีการสอนหลายๆ อย่างร่วมกัน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเห็นเป็นรูปธรรม เข้าใจบทเรียนได้ง่ายและชัดเจนยิ่งขึ้น

จากข้อมูลข้างต้น ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนรู้ จะสอนอย่างไรให้นักเรียนเข้าใจและเกิดการเรียนรู้มากที่สุด ทำอย่างไรนักเรียนจะสนุกกับการเรียน และจากประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนเกิดความสับสนในกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหา ในเรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ทั้งนี้สาเหตุอาจมาจากตัวผู้เรียนเอง คือ ผู้เรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาไม่ได้ หรืออาจเกิดมาจากผู้สอนขาดเทคนิคการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของการเรียน จึงได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนการเรียนและหลังการเรียน ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการนำกลวิธีการสอนไปปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2. เป็นแนวทางในการทำวิจัยในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 120 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 40 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบเจาะจง

3. เนื้อหาที่นำมาศึกษา คือ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วย

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (Fundamental Counting Principle)

3.2 แฟกทอเรียล (Factorial)

3.3 วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutations)

3.4 วิธีจัดหมู่ (Combinations)

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ใช้เวลาทั้งหมด 15 คาบ คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งแบ่งเป็น

ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ก่อนการเรียน) เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” เป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

คาบที่ 1 – 4 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
เรื่อง “กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 4

คาบที่ 5 – 6 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
เรื่อง “แฟกทอเรียล”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 6

คาบที่ 7 – 8 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 8

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

คาบที่ 9 – 10 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 10

คาบที่ 11 – 12 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 12

คาบที่ 13 – 15 เรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
เรื่อง “วิธีจัดหมู่”
ทำแบบทดสอบย่อยในคาบที่ 15

ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (หลังการเรียน)
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” เป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก
จำนวน 30 ข้อ

5. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวจัดกระทำ ได้แก่ การคัดสรรกลวิธีการสอน เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การวิจัยในครั้งนี้จะไม่คำนึงถึงตัวแปรเกี่ยวกับความแตกต่างในด้านพื้นฐานทางครอบครัว ฐานะทางเศรษฐกิจ เพศ อายุ สภาพสิ่งแวดล้อมและองค์ประกอบอื่นๆ นอกจากตัวจัดกระทำและตัวแปรตามที่กำหนดไว้เท่านั้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ถือว่านักเรียนได้ทำการทดสอบและตอบอย่างเต็มความสามารถของตนเอง

นิยามศัพท์

นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ –คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบเจาะจง

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เกณฑ์ 60% หมายถึง ค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละของคะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วย

1. ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์

2. หลักการสอนคณิตศาสตร์

   2.1 ปรัชญาการสอน

   2.2 หลักการสอน

   2.3 วิธีการสอน

   2.4 ทักษะการสอน

   2.5 เทคนิคการสอน

3. การคัดสรรกลวิธีการสอน

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5. การวัดผลและประเมินผล

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยในประเทศ

6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์

1. ความหมายของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีมาแต่โบราณ มนุษย์ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อตนเองในการดำเนินชีวิตประจำวัน ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตสถาน พ.ศ. 2542 (2546: 214) ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2529: 5) ได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นคำแปลมาจาก “Mathematics” หมายถึง “สิ่งที่เรียนรู้หรือความรู้” เมื่อพูดว่าคณิตศาสตร์คนทั่วไปมักจะเข้าใจว่าเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคำนวณและการวัด มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นภาษาสากลเพื่อสื่อความหมายและเข้าใจได้

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ (2539: 24) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแสดงออกซึ่งความคิดที่เป็นระเบียบ ฝึกการคิดเป็นขั้นตอนละเอียดถี่ถ้วน ใช้เหตุผลในการตัดสินใจ คิดและปฏิบัติได้อย่างรวดเร็วถูกต้องแม่นยำ มีระเบียบวิธีการหลักเกณฑ์ที่แน่นอนในการแก้ปัญหา

Hawkins (1990: 236) ได้ให้ความหมายไว้ว่าคณิตศาสตร์เป็นการศึกษาเกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัดและรูปทรง (The Study of Number, Measurement and Shapes)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ มีรูปแบบในการนำเสนอข้อมูลที่เป็นของตนเอง มีระเบียบวิธีการหลักเกณฑ์ที่แน่นอน โดยใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายเป็นภาษาสากลในการสื่อความหมายอย่างเป็นระบบ

2. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ (2539: 1) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญมาก เพราะเกือบทุกวิชาต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เช่น ทางสังคมวิทยาต้องอาศัยความรู้ ทางสถิตินักธุรกิจต้องใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ช่วยคำนวณผลิตผลทางวิชาการ นอกจากนี้ในส่วนของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ยังมีลักษณะที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนได้มาก สามารถทำให้เป็นผู้รู้และใช้ความรู้อย่างรอบคอบ เป็นระเบียบ ละเอียดถี่ถ้วนและมีเหตุผล การเป็นคนช่างสังเกตมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา คุณสมบัติเหล่านี้เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้มนุษย์เป็นผู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

พิสมัย ศรีอำไพ (2545: 1) กล่าวว่า การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 จะต้องเป็นการจัดการศึกษาที่ช่วยเพิ่มพูนคุณภาพชีวิตให้สงบสุข มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สิ่งแวดล้อม สังคม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่เจริญรุดหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่ใช้ในการดำเนินชีวิตในสังคมทั้งในปัจจุบันและอนาคต คณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมให้บุคคลมีความรู้พื้นฐานเพื่อให้ทันต่อความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี ตลอดจนช่วยปลูกฝัง คุณลักษณะของการเป็นทรัพยากรมนุษย์ที่ดี ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญในการดำเนินชีวิต

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์

1. ปรัชญาการสอน

ปรัชญาการสอน หมายถึง หลักแห่งความรู้และความจริงที่ยึดถือเพื่อเป็นแนวทางในการสอนซึ่ง การสอนนั้น John Dewey ยึดหลักปรัชญา ประสบการณ์นิยม (Experimentalism) ซึ่งให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะนำส่งเสริมและชี้แจงเมื่อผู้เรียนทำไม่ถูกต้องเท่านั้น ซึ่ง

ประยูร อายานาม (2537: 2 - 3) ได้กล่าวถึง ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการค้นพบจากนักคณิตศาสตร์ ครูควรแนะแนวทางให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่างๆ ด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง (rediscovery)

2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม (abstract) ซึ่งยากแก่การเข้าใจ การเรียนการสอนควรเริ่มจากความคิดรวบยอด (concept) ที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะนำไปสู่นามธรรม

3. การประยุกต์หรือการนำหลักการนำหลักการคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันเป็นสิ่งที่ควรตระหนักเป็นอย่างยิ่ง

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 39) ได้กล่าวว่า “...ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ หมายถึง หลักแห่งความรู้ความจริงที่ยึดถือเพื่อเป็นแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนแต่ละคนย่อมมีหลักยึดของตนว่า ตนจะยึดปรัชญาในการสอนอย่างไร...” และกล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. สอนให้นักเรียนคิดเองและค้นพบได้ด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้ชี้แนะ ไม่ใช่ผู้บอก

2. สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบ แต่ควรใช้วิธีการหลากหลายที่เหมาะสมกับเนื้อหา

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. ควรสอดแทรกจริยธรรมฝึกความมีระเบียบวินัยไปในตัว และฝึกความเป็นเหตุเป็นผล

2. หลักการสอน

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นนอกจากจะรู้ปรัชญาในการสอนแล้ว ผู้สอนควรจะต้องรู้หลักการสอนเพื่อจะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่ง

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 39 – 41) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังนี้

1. สอนจากเนื้อหาง่ายไปสู่ยาก

2. พยายามเปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนได้

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด

4. เปลี่ยนวิธีการสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ

5. ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงดลใจที่จะเรียน

6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส

7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

8. เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมๆ กัน

9. ให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

10. การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

11. สอนให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างจนผู้เรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้ผู้เรียนสรุปได้

12. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น

14. ผู้สอนควรกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อที่จะนำสิ่งที่แปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่ศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

สิริพรทิพย์คง (2545: 110 – 111) ได้กล่าวถึง หลักการสอน พอสรุปได้ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม

2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน

3. สอนจากเรื่องที่ง่ายก่อนการสอนเรื่องที่ยาก

4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน

5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล

6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลิน

7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

8. สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

จำนงพรายแย้มแข (2529: 65) ได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนี้

1. จงสอนตามเหตุและผล

2. จงเริ่มสอนจากสิ่งที่มีตัวตน

3. จงสอนให้เรียนได้ด้วยตนเอง

4. ไม่จำเป็นต้องรีบเร่ง จงสอนให้ผ่านสัมผัสทั้งห้า

5. อย่าให้เกิดความกังขา จงสอนจากสิ่งธรรมดาไปหาสิ่งที่ซับซ้อน

6. ถ้าไม่ให้เกิดการยอกย้อน จงสอนจากสิ่งง่ายไปหายาก

7. ไม่ต้องหาอุปกรณ์ให้ลำบาก จงสอนจากของจริงในธรรมชาติ

8. ถ้าสอนอย่างฉลาด จงสอนจากสิ่งที่รู้ไปหาสิ่งที่ไม่รู้

9. ถ้าจะให้เด็กชอบครู จงจัดการสอนให้สนุก

10. อย่าปล่อยให้นั่งเจ่าจุก จงจัดกิจกรรมให้เด็กได้ทำจริง

Grossnickle (1968: 25 – 26) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ต้องพิจารณาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีอยู่ 3 ประการ คือ

1. วัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีเนื้อหาต่างๆ มากมายที่นักเรียนต้องเรียน ดังนั้นผู้สอนจะต้องรู้วัตถุประสงค์เพื่อกำหนดทิศทางของการสอนให้ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. การค้นหาโครงสร้าง การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ได้แต่ความรู้นั้นไม่เป็นการเพียงพอ นักเรียนจะต้องรู้ต่อไปว่าโครงสร้างของความรู้ที่ได้มานั้นเป็นอย่างไร ในวิชาคณิตศาสตร์มีแบบแผนหรือวิธีการปฏิบัติมากมาย เมื่อรวมแบบแผนนั้นเข้าด้วยกันเรียกว่าโครงสร้าง การเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนรู้โครงสร้างนั้นต้องเริ่มต้นให้นักเรียนเข้าใจแบบแผนในแต่ละเรื่องก่อน แล้วจึงนำแบบแผนนั้นมาสัมพันธ์กันเพื่อให้เกิดเป็นโครงสร้างต่อไป

3. การประยุกต์โครงสร้างให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่ๆ ในสถานการณ์เรียนรู้ใหม่ ครูต้องให้นักเรียนประยุกต์โครงสร้างเข้าไปในการแก้ปัญหา แล้วดำเนินการแก้ปัญหาภายใต้แบบแผนที่ได้เรียนรู้มา

ดังนั้น การสอนคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นเพียงการบอก ควรใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและค้นพบหลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงต่างๆด้วยตนเอง ให้เคยชินต่อการแก้ปัญหาอันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และในการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องคำนึงถึงผู้เรียนด้วย

3. วิธีการสอน

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาและความยากง่ายแตกต่างกันในแต่ละระดับชั้น ดังนั้นผู้สอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องรู้จักวิธีการสอนเพื่อจะได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเกิดผลดีกับผู้เรียน ซึ่งวิธีการสอนมีหลายวิธีในแต่ละวิธีก็มีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันไปในที่นี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงเฉพาะวิธีการสอนที่นำมาใช้ในการวิจัยเท่านั้น

วิธีสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล (Expository Method)

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 47 – 49) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลว่าเป็นวิธีสอนที่ผู้สอนเป็นผู้บอกให้นักเรียนทำตาม สำหรับวิชาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนจะอธิบายและแสดงเหตุผล ในขณะที่ผู้สอนอธิบายนั้น ผู้สอนจะพยายามวิเคราะห์ ตีความ ชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจ แล้วผู้สอนก็สรุปด้วยตนเอง ผู้เรียนจะเป็นผู้ฟังเป็นส่วนใหญ่ คอยตอบคำถามของผู้สอนและซักถามเรื่องที่ยังไม่เข้าใจ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลนี้ ผู้สอนอาจจะมีสื่อการเรียนการสอนมาประกอบการสอนได้ แต่เมื่อนำสื่อการเรียนการสอนรูปธรรมมา ผู้สอนก็จะชี้ให้ดู และบอกเสียเลยว่า อะไรเป็นอะไร นอกจากนั้นในการสอนกฎหรือสูตร ผู้สอนก็จะบอกว่านำไปใช้อย่างไร โดยการยกตัวอย่างประกอบ เมื่ออธิบายจนผู้เรียนเข้าใจแล้วก็จะให้ทำแบบฝึกหัด ถ้าผู้เรียนทำได้ก็แสดงว่าเข้าใจ

จุดประสงค์ของวิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล

1. เพื่อให้ผู้สอนสามารถสอนเป็นกลุ่มใหญ่ได้

2. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจนในเรื่องที่ผู้เรียนไม่มีความรู้

3. เพื่อให้ผู้เรียนรู้กฎ หรือสูตรในเวลาอันรวดเร็ว

ประโยชน์ของวิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล

1. ใช้สอนผู้เรียนจำนวนมากได้ในเวลาเดียวกัน

2. อธิบายเนื้อหาได้กว้างในระยะเวลาอันสั้น

3. ใช้อธิบายในเรื่องที่เข้าใจยากให้แก่ผู้เรียน

4. ให้ความรู้และหลักการสำคัญ

5. ประหยัดเวลา

ข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล

1. ถ้าผู้สอนอธิบายเร็วเกินไป ผู้เรียนก็ไม่เข้าใจ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. เหมาะสำหรับเนื้อหาบางเรื่องเท่านั้น

3. ผู้สอนมักจะเน้นเนื้อหามากเกินไปจนไม่คำนึงถึงพัฒนาการด้านอื่นๆ ของผู้เรียน

4. สอนผู้เรียนทั้งชั้นเหมือนกันหมดโดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

5. ผู้เรียนมักจะคิดตาม ไม่ได้คิดสร้างสรรค์ มักจะฟังคำบอกของผู้สอนเท่านั้น

Cooney *et al.* (1975: 112 – 129) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลไว้ดังนี้

1. ขั้นนำ (Introduction moves) เป็นขั้นเริ่มต้นเพื่อก้าวไปสู่การสอนนั้นต่อไป ซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 3 แบบ คือ

1.1 ครูดึงความสนใจของนักเรียนไปยังหัวข้อหรือชื่อเรื่องที่จะสอนโดยการบอกชื่อเรื่องที่จะสอน

1.2 ครูอธิบายถึงจุดประสงค์ จุดมุ่งหมาย หรือผลลัพธ์ของเรื่องที่จะเรียน

1.3 ครูพยายามที่จะทำให้นักเรียนมีความเชื่อว่าข้อสรุปหรือกฎต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนนี้มีคุณค่าพอแก่การเรียน

2. ขั้นสอน (Assertion moves) ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้อธิบายหรือบอกกฎข้อสรุปอาจ จะบอกเลยว่ากฎนี้มีความหมายอย่างไร อธิบายให้นักเรียนเข้าใจหรือแสดงการคำนวณให้นักเรียนดู บางทีอาจสรุปข้อความต่างๆ ให้เป็นรูปสัญลักษณ์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. ขั้นยกตัวอย่าง (Instantiation moves) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ครูยกตัวอย่างอาจจะเป็นตัวอย่างเดียวหรือหลายๆ ตัวอย่างสำหรับข้อสรุปหรือกฎที่ครูสอน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ขั้นนำไปใช้ (Application moves) คือขั้นตอนการนำไปใช้ เป็นขั้นตอนที่มีความเกี่ยวเนื่องกันอย่างใกล้ชิดกับขั้นตอนการยกตัวอย่าง มักจะรวมเอาความสามารถในการอนุมาน (deductive) เข้าไปด้วยคือ นักเรียนจะต้องเป็นผู้วิเคราะห์ปัญหาหรือโจทย์เสียก่อนว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และต้องการให้ทำอะไร แล้วตัดสินใจว่านำข้อสรุปหรือกฎทางคณิตศาสตร์ข้อใดไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือโจทย์ข้อนั้น

5. ขั้นตีความ (Interpretation moves) ในบางครั้งเนื้อหาอาจซับซ้อนเกินไป ครูอธิบายแล้วนักเรียนไม่เข้าใจครูก็จะใช้วิธีการอธิบายให้ใหม่ ครูอธิบายหลายๆแบบเพื่อตีความเนื้อหาแล้วครูเป็นผู้สรุปย่อทบทวนและยกตัวอย่างอีก ให้นักเรียนตีความหรือครูตีความให้นักเรียนฟัง

6. ขั้นยกตัวอย่างที่ผิด (Counterexample moves) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่เป็นการยกตัวอย่างเพื่อพิสูจน์ว่าข้อสรุปที่ผิดนั้นไม่เป็นความจริง

7. ขั้นการให้เหตุผลว่าข้อสรุปหรือกฎทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง (Justification moves) ซึ่งทำได้หลายวิธี คือ

7.1 ชี้ให้เห็นว่ากฎทางคณิตศาสตร์นี้เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป

7.2 ให้ข้อความที่เป็นเหตุเป็นผลกัน โดยเริ่มจากเหตุที่นักเรียนยอมรับแล้วใช้หลักการให้เหตุผลนำเข้าสู่ข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

7.3 ใช้การยกตัวอย่างโดยการยกตัวอย่างตั้งแต่ 1 ตัวอย่างขึ้นไปเพื่อใช้สนับสนุนว่ากฎนั้นเป็นจริง

7.4 ครูท้าทายให้นักเรียนหาตัวอย่างค้าน เมื่อนักเรียนหาไม่ได้แสดงว่ากฎเหล่านั้นเป็นจริง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีสอนแบบสาธิต (Demonstration Method)

สิริพร ทิพย์คง (2545: 125 – 126) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสาธิตเป็นวิธีสอนที่ครูทำหน้าที่ในการวางแผนการเรียนการสอน โดยครูเป็นผู้แสดงหรือกระทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง โดยใช้สื่อรูปธรรมเพื่ออธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม และครูอาจใช้คำถามประกอบให้นักเรียนคิดตาม สังเกต และสรุปความคิดรวบยอด กฎหรือสูตรที่ครูต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

การสาธิตจะช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนในบทเรียน ดังนั้นก่อนการสอนด้วยวิธีนี้ ครูควรกำหนดจุดมุ่งหมายของการสาธิตให้ชัดเจน เนื้อหาที่จะสอนด้วยวิธีการสาธิตจะต้องเหมาะสมและเตรียมกระบวนการสาธิตให้ชัดเจน ครูจะต้องทำการทดลองสาธิตก่อนที่จะสอนเพื่อป้องกันความผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้น ขณะที่ครูสอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนทุกคนในห้องสามารถมองเห็นการสาธิตได้อย่างชัดเจน การดำเนินการสาธิตควรดำเนินการไปตามลำดับขั้นตอนที่คิดว่าเข้าใจได้ง่ายและน่าสนใจ และควรดำเนินการไปอย่างช้าๆ และชัดเจน แต่ก็ไม่ควรนานเกินไป

ข้อดี ช่วยประหยัดเวลาในการสอนของครูและการเรียนของนักเรียน เพราะการสาธิตช่วยให้นักเรียนเห็นจริง ทำให้เข้าใจง่ายและรวดเร็ว ช่วยทำให้เกิดการเรียนรู้มากขึ้น นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถทำการสาธิตได้ด้วยตนเองหลังจากที่ได้เห็นการสาธิตแล้ว และสามารถช่วยให้ครูสามารถแก้ไขความเข้าใจผิดๆหรือความคิดที่ผิดๆของนักเรียนได้อย่างทันท่วงทีด้วย

ข้อจำกัด ครูจะต้องเสียเวลาในการเตรียมและยากที่จะสนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคล ไม่เหมาะสมกับชั้นเรียนขนาดใหญ่เพราะนักเรียนอาจจะมองไม่เห็นขณะครูทำการสาธิต และถ้าการสาธิตใช้เวลานานเกินไปนักเรียนจะเบื่อหน่ายและไม่สนใจ ครูจะต้องมั่นใจในการสาธิตก่อนที่จะทำการสาธิตจริง เพราะมิฉะนั้นแล้วการสาธิตจะไม่ประสบผลสำเร็จ นอกจากนี้นักเรียนเป็นเพียงผู้สังเกตจึงมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้น้อย ถ้าให้ลองฝึกปฏิบัติภายหลังนักเรียนอาจลืมขั้นตอนการปฏิบัติได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

รพีพรรณ สาครสินธุ์ (2525: 88 – 89) กล่าวถึง การนำวิธีการสอนแบบสาธิตไปใช้ในโอกาสต่างๆ ดังนี้

1. ใช้นำเข้าสู่บทเรียน

2. ใช้เมื่อการทดลองบางกรณีที่เป็นอันตราย

3. ในกรณีที่มีผู้เรียนมากๆ และอุปกรณ์ไม่เพียงพอ

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 52 – 54) กล่าวว่าวิธีสอนแบบสาธิต หมายถึง การแสดงให้ผู้เรียนดู ผู้สอนจะให้ความรู้กับนักเรียนโดยใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม และใช้คำถามประกอบ ผู้เรียนก็จะได้ดูสื่อการเรียนการสอนพร้อมทั้งคิดตามและสามารถสรุปมโนมติได้

จุดประสงค์ของวิธีสอนแบบสาธิต

1. เพื่อใช้สื่อการเรียนการสอนแสดงให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น

2. เพื่อให้นักเรียนมองเห็นแนวทางและมโนมติที่สำคัญและนำไปสู่ข้อสรุปได้

3. เพื่อใช้รูปธรรมอธิบายนามธรรม

ประโยชน์ของวิธีสอนแบบสาธิต

1. ประหยัดเวลาทั้งผู้สอนและผู้เรียน

2. ทำให้ผู้เรียนเห็นทั่วทั้งชั้น

3. ผู้เรียนได้คิดตามเนื้อหาของบทเรียนตามขั้นตอน และสามารถทำความเข้าใจตามลำดับ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ทำให้ผู้เรียนเข้าใจนิยาม กฎ สูตร และหลักการต่างๆอย่างชัดเจน

5. ทำให้นักเรียนมีทักษะในการสังเกต และสามารถสรุปมโนมติได้

6. เร้าความสนใจของผู้เรียน

ข้อจำกัดของวิธีสอนแบบสาธิต

1. ถ้าผู้สอนแสดงเร็วเกินไปผู้เรียนผู้เรียนก็มองไม่ทัน และไม่เข้าใจ

2. ถ้าขนาดของสื่อการเรียนรู้ไม่เหมาะสม คือมีขนาดเล็กเกินไป ผู้เรียนก็จะมองไม่เห็น

3. ถ้าผู้สอนเลือกกิจกรรมมาทำการสาธิตไม่เหมาะสมก็จะทำให้เสียเวลา และผู้เรียนไม่เข้าใจ

4. ถ้าผู้สอนไม่ลองทดลองก่อนสอนอาจประสบความล้มเหลวในการสาธิต

5. ถ้าผู้สอนสาธิตโดยไม่ใช้คำถามประกอบ ผู้เรียนก็จะไม่เข้าใจ

6. ถ้าผู้สอนให้ผู้เรียนออกมาสาธิต โอกาสที่ผู้เรียนจะได้สาธิตนั้นมีน้อยคน

วิธีสอนแบบใช้คำถาม (Question Method)

พันทิพา อุทัยสุข และสิริวรรณ ศรีพหล (2529: 68 – 77) ได้กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการสอนโดยใช้คำถามและหลักเกณฑ์การสร้างคำถามที่ดี สรุปได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ลำดับขั้นตอนของการสอนโดยใช้คำถาม

1. ขั้นวางแผนการใช้คำถามผู้สอนควรวางแผนไว้ล่วงหน้าว่าจะใช้คำถามเพื่อวัตถุประสงค์ใด รูปแบบของคำถามควรจะสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของบทเรียน

2. ขั้นเตรียมคำถาม ผู้สอนควรจะเตรียมคำถามที่จะใช้ในการเรียนการสอน โดยการสร้างคำถามอย่างมีหลักเกณฑ์

3. ขั้นการใช้คำถาม ผู้สอนสามารถใช้คำถามได้ทุกขั้นของการสอน และอาจสร้างคำถามใหม่ได้ซึ่งนอกเหนือจากที่เตรียมไว้แต่ต้องเหมาะสมกับสถานการณ์

หลักเกณฑ์การสร้างคำถามที่ดี

1. คำถามต้องไม่ควรเป็นประเภทที่สามารถหาคำตอบได้เพียงสองทางเลือกหรือเลือกอย่างใดอย่างหนึ่ง

2. คำถามต้องมีลักษณะปลายเปิด เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแสดงเหตุผล

3. คำถามไม่ควรจะแนะคำตอบมากเกินไป

4. คำถามควรระบุให้ชัดเจน มีขอบเขตไม่กว้างจนเกินไป

5. ควรเป็นคำถามที่มุ่งประเด็นเพียงประเด็นเดียว ประโยคคำถามควรกะทัดรัด ควรเป็นคำถามที่ท้าทายให้คิด

สิริพร ทิพย์คง (2545: 123 – 124) กล่าวว่า “...วิธีสอนแบบใช้คำถาม เป็นวิธีสอนที่มุ่งให้ความรู้แก่นักเรียนด้วยการถามตอบ โดยครูจะใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง นักเรียนตอบทำให้นักเรียนได้คิดตามและมีความคิดไปทีละน้อยๆจนสามารถสรุปได้เอง...”

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ข้อดีสำหรับการสอนด้วยวิธีนี้ นักเรียนฟังคำถามและคิดหาคำตอบ ติดตามการถามตอบ คิดตามด้วยเหตุผล มีลำดับขั้นตอนในการคิด มีความตั้งใจและความสนใจอย่างสม่ำเสมอ

ข้อจำกัด เนื้อหาบางเรื่องไม่เหมาะกับการเลือกใช้วิธีสอนวิธีนี้ การฟังหากนักเรียนไม่ตั้งใจฟังอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะไม่เข้าใจ จึงต้องอาศัยการตั้งใจฟังคำถามของครูอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา ซึ่งอาจทำให้เกิดความเบื่อหน่ายได้ และถ้าครูผู้สอนใช้คำถามไม่ถูกต้องหรือในบางครั้งคำถามนั้นอาจจะยากเกินไป ทำให้นักเรียนไม่อยากตอบจึงควรใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะบ้าง

วิธีสอนแบบอุปนัย (Inductive Method)

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148) ได้กล่าวว่า วิธีสอนแบบอุปนัยเริ่มจากการที่ครูยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างให้นักเรียนสังเกตคิดพิจารณาตัวอย่างเหล่านั้นอย่างมีเหตุผล ค้นหารูปแบบเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

ข้อดี วิธีสอนแบบอุปนัยช่วยทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดมีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องมีความสนใจในการติดตาม ค้นหาเหตุผล และค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน

ข้อจำกัด วิธีสอนแบบอุปนัย ครูจะต้องเตรียมการสอนอย่างดี จึงต้องใช้เวลาในการเตรียมตัวมาก ครูจะต้องเข้าใจวิธีการสอนแบบนี้อย่างดีและชัดเจน สามารถยกตัวอย่างได้มากพอที่จะให้นักเรียนได้สังเกต คิด พิจารณา หาเหตุผลและสรุปได้ แต่ถ้าครูเตรียมการสอนไม่ดีจะทำให้เสียเวลาไปโดยเปล่าประโยชน์นักเรียนจะไม่เข้าใจบทเรียนที่กำลังเรียนอยู่และทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายได้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 70) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบอุปนัยว่า วิธีการสอนแบบอุปนัย เป็นวิธีการสอนที่เริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่างให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบ ผู้เรียนต้องเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างจะต้องมากพอที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถสรุปมโนมติ (concept) ได้ และถ้าเป็นเรื่องที่ยาวและยากเกินไปจะทำให้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เสียเวลา ผู้สอนจะต้องเลือกเนื้อหาและวิธีการสอนให้เหมาะสมสัมพันธ์กัน ต้องเตรียมการสอนพร้อมกับต้องเตรียมตัวอย่างเป็นอย่างดี

การสอนโดยวิธีสอนแบบอุปนัยมี 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เร้าความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอนดำเนินการเป็นขั้นตอน ครูผู้สอนยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ขั้นสรุป นำผลจากการอธิบายหรือตัวอย่างหลายตัวอย่างในขั้นสอนมาช่วยกันสรุปตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่างๆ ที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องหรือไม่

วิธีสอนแบบนิรนัย (Deductive Method)

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148 – 149) กล่าวว่า “...วิธีสอนแบบนิรนัย เป็นวิธีสอนที่เริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป กฎ หรือสูตรที่ทราบอยู่แล้วมาตรวจสอบข้อเท็จจริง แล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น...”

ข้อดี คือใช้เวลาน้อย เพราะนักเรียนสามารถนำกฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วนำมาใช้ได้ ทำให้นักเรียนจำกฎหรือสูตรได้แม่นยำ ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุและผล ตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง ช่วยทำให้การแก้ปัญหาของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ข้อจำกัดของวิธีสอนแบบนี้ คือ สามารถนำมาใช้สอนได้เฉพาะบางเนื้อหาและเป็นการยากที่จะทำให้นักเรียนที่เริ่มเรียนเข้าใจกฎหรือสูตรที่เป็นนามธรรม ถ้านักเรียนจำสูตรไม่ได้นักเรียนลืมกฎหรือสูตรนั้น นักเรียนก็จะไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 75–76) และสิริพร ทิพย์คง (2536: 127) ได้กล่าวถึง ประโยชน์และข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัย สรุปได้ดังนี้

ประโยชน์ของวิธีสอนแบบนิรนัย

1. สั้นและไม่เสียเวลา เพราะใช้กฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วล่วงหน้า

2. ทำให้จำหลัก กฎเกณฑ์ ได้แม่นยำ จากการนำไปใช้

3. มีการฝึกให้เป็นคนมีเหตุและผล

4. รวดเร็วและมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

ข้อจำกัดของวิธีสอนแบบนิรนัย

1. ใช้สอนได้เฉพาะบางเนื้อหา

2. ทำให้ผู้ที่เริ่มต้นเรียนเข้าใจสูตรที่เป็นนามธรรมได้ยาก

3. ผู้เรียนจะต้องนำสูตรมาใช้ ซึ่งบางครั้งก็ไม่เข้าใจ ความจำจึงกลายเป็นเรื่องสำคัญ ถ้าผู้เรียนลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีสอนแบบผสม (Mixed method)

สิริพร ทิพย์คง (2536: 137) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบผสมว่าเป็นวิธีสอนที่นำเอาวิธีสอนต่างๆ มาสอนเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่ง

พันทิพา อุทัยสุข และสิริวรรณ ศรีพหล (2529: 161 – 166) ได้กล่าวว่า วิธีสอนมีอยู่มากมายหลายแบบ แต่จะพบว่าการสอนแบบหนึ่งๆย่อมมีลักษณะเฉพาะของตัวเอง มีการใช้ประโยชน์ได้เฉพาะอย่าง ดังนั้นในการสอนบทเรียนบทหนึ่งๆชั่วโมงหนึ่งๆ หรือในหน่วยการเรียนหนึ่งๆ อาจต้องใช้การสอนมากกว่าหนึ่งแบบขึ้นไป

สำหรับการเลือกวิธีการสอนแบบต่างๆ การสอนแบบหนึ่งย่อมเหมาะสมกับสภาพการณ์หรือวัตถุประสงค์หนึ่ง ดังนั้นในการพิจารณาว่าบทเรียนนั้นๆ จะใช้วิธีสอนแบบใดบ้างและจะผสมผสานอย่างไรจึงจะเหมาะสม ถือว่าเป็นดุลยพินิจของผู้สอนเอง แต่มีการเสนอเงื่อนไขประกอบการพิจารณาในการเลือกวิธีสอนให้เหมาะสม โดยมีข้อพิจารณาดังนี้

1. เนื้อหาที่สอน เนื้อหาที่จะสอนนั้นถือเป็นปัจจัยประกอบการพิจารณาที่สำคัญ เป็นเครื่องตัดสินว่าจะนำการสอนแบบใดมาสอน หรือจะผสมผสานการสอนแบบใดเข้าด้วยกันจึงจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มากที่สุด

2. วัตถุประสงค์ของบทเรียน วัตถุประสงค์ก็เป็นตัวชี้นำให้ผู้สอนเลือกวิธีการสอนที่เหมาะสม

3. ผู้เรียน ในการเลือกวิธีการสอนแบบหนึ่งๆ หรือผสมผสานวิธีการสอนแบบต่างๆ เข้าด้วยกันนั้น ปัจจัยที่ควรประกอบพิจารณาอีกอย่างหนึ่งคือผู้เรียน

การพิจารณาเกี่ยวกับผู้เรียน พิจารณาได้หลายแง่ด้วยกัน คือ

3.1 พื้นฐานความรู้ โดยพิจารณาดูว่ากลุ่มผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงใด เพื่อจัดวิธีสอนที่เหมาะสม

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3.2 ความสนใจและความถนัด ผู้สอนพิจารณาดูกลุ่มที่มีแนวโน้มที่สนใจเรื่องอะไรและมีความถนัดในเรื่องใด เช่น ถ้ากลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มที่ถนัดในการพูดและการแสดงความคิดเห็น วิธีสอนที่เหมาะสมก็จะเป็นวิธีสอนแบบอภิปรายหรือการเล่นเกม

3.3 ขนาดของกลุ่ม ตัวอย่างเช่น ขนาดของกลุ่มมี 50 คนขึ้นไปถือว่าเป้นกลุ่มใหญ่ วิธีสอนที่เหมาะสมคือ การบรรยายหรือการสาธิต แต่ถ้ากลุ่มสมาชิกน้อยอาจใช้วิธีสอนแบบอภิปรายได้

3.4 สภาพแวดล้อมทางสังคมของผู้เรียน สภาพแวดล้อมในที่นี้ ได้แก่ สภาพแวดล้อมของชุมชนที่ผู้เรียนเป็นสมาชิกอยู่ ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้สอนควรพิจารณาประกอบเพื่อสามารถจัดการสอนให้เป็นที่น่าสนใจแก่ผู้เรียน

3.5 ความแตกต่างระหว่างบุคคล บุคคลย่อมมีความแตกต่างกันทั้งทางด้านร่างกาย ความคิด ความสามารถ ตลอดจนความสนใจ การเลือกวิธีสอนย่อมต้องคำนึงถึงสิ่งเหล่านี้ เพื่อให้การสอนบรรลุจุดประสงค์ได้ง่ายขึ้น

4. ระยะเวลา เวลาเป็นเงื่อนไขสำคัญประการหนึ่งในการกำหนดวิธีสอน เช่น บางบทเรียนผู้สอนมีเวลาจำกัด ถ้าจะใช้วิธีสอนที่ต้องใช้เวลามากย่อมทำไม่ได้ จะต้องเลือกใช้การสอนแบบที่ใช้ระยะเวลาสั้นๆ

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า วิธีสอนนั้นมีหลายวิธีแต่สิ่งที่ครูต้องคำนึงถึงในการเลือกวิธีสอนก็คือ เนื้อหา ความสามารถของครู ลักษณะของนักเรียน ระยะเวลาในการสอน สื่อการสอน และหลักการสอน เพราะสิ่งที่สำคัญที่สุดคือทำอย่างไรให้ผู้เรียนได้ความรู้ รักวิชาคณิตศาสตร์และนำความรู้ไปใช้ได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ทักษะการสอน

ทักษะ หมายถึง ความชำนาญ (ราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ.2542, 2546 : 517) ทักษะการสอนเป็นสิ่งสำคัญ นอกจากครูต้องมีความรู้และแม่นยำในเนื้อหาที่จะสอน ครูต้องมีความชำนาญในการสอน ดังที่

ยุพินพิพิธกุล (2539 : 104) ได้กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูจะต้องหมั่นฝึกฝนตนเองจนเกิดทักษะ ผู้ที่มีความชำนาญก็ย่อมจะสอนหนังสือได้ดี

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 140 – 151) ได้กล่าวถึงทักษะการสอนโดยสรุปว่า การสอนหนังสือเป็นงานที่ต้องใช้ศิลปะ ครูจะต้องมีความรู้และทักษะต่างๆที่จะนำมาใช้ในการสอน เพื่อช่วยทำให้นักเรียนมีความรู้ มีความสนุกสนานในการเรียน ตั้งใจเรียนและทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ทักษะการสอนที่ครูควรทราบมีดังนี้

1. ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน ครูอาจใช้การทบทวนความรู้ที่เรียนไปเมื่อชั่วโมงที่แล้วก่อนขึ้นบทเรียนใหม่ การทบทวนทำได้โดยการให้นักเรียนตั้งคำถามซึ่งกันและกัน สรุปสิ่งที่เรียนไปแล้วอย่างสั้นๆ การร้องเพลงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การอภิปรายในเรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะเรียนต่อไป

2. ทักษะการใช้คำถาม การใช้คำถามเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดและตอบคำถาม

2.1 ประเภทคำถามมี 4 ประเภท คือ

2.1.1 คำถามทดสอบความจำที่เพิ่งเรียนไป

2.1.2 คำถามเฉพาะเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งมีคำตอบเดียว

2.1.3 คำถามปลายเปิด นักเรียนใช้ความคิดก่อนตอบ ส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2.1.4 คำถามประเมินความรู้ที่เรียนไป เป็นคำถามที่นักเรียนต้องคิดหาคำตอบแสดงความคิดเห็นของตนเอง

2.2 ลักษณะคำถามที่ดี

2.2.1 สั้น กะทัดรัด ได้ใจความ ง่าย ชัดเจน นักเรียนเข้าใจได้ดี

2.2.2 กระตุ้นการคิดของนักเรียน เหมาะสมกับวัย ความสามารถและความสนใจของผู้เรียน

2.2.3 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของบทเรียน

ในการถามคำถามครูควรถามคำถามก่อนแล้วเว้นสักพักให้นักเรียนคิดแล้วจึงเรียกชื่อนักเรียนตอบ ไม่ควรเรียกชื่อนักเรียนก่อนถามเพราะจะทำให้นักเรียนคนอื่นไม่สนใจ ไม่ควรถามคำถามนั้นหลายๆครั้ง ถ้านักเรียนไม่ได้ยินก็ทวนคำถามนั้นได้ ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามที่ครูถามได้ อาจเปลี่ยนไปถามคนอื่นที่คิดว่าตอบได้อย่าไปคะยั้นคะยอนักเรียนที่ตอบไม่ได้ เพราะจะทำให้นักเรียนรู้สึกอายไม่อยากเรียนต่อไป แล้วค่อยกลับมาถามใหม่ด้วยคำถามง่ายๆ ครูควรใช้คำถามที่น่าสนใจ กระตุ้นการคิด เป็นคำถามปลายเปิด นักเรียนสามารถอภิปรายคำตอบแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

3. ทักษะการจูงใจ

แรงจูงใจ หมายถึง ตัวกระตุ้นที่ทำให้เราแสดงพฤติกรรมต่างๆ กันครูต้องสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้นกับนักเรียนโดยการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนประสบความสำเร็จซ้ำๆ เป็นเวลานาน มอบหมายงานที่ไม่ยากเกินไปน่าสนในให้นักเรียนทำและประสบความสำเร็จ ครูต้องแสดงความรัก เอาใจใส่และสนับสนุน มีการทดสอบและแข่งขันเพื่อให้นักเรียนเกิดความพยายามให้รางวัลและชมเชย

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ทักษะการยกตัวอย่าง

การยกตัวอย่างเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นวิธีการทำและติดตามตัวอย่างที่ครูแสดงและนักเรียนทำตามตัวอย่างนั้น จำนวนตัวอย่างที่ครูให้ขึ้นอยู่กับเนื้อหา เริ่มจากง่ายไปหายาก

5. ทักษะการใช้สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนการสอนเป็นวัสดุหรือกิจกรรมที่ครูนำมาใช้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ กระตือรือร้นที่จะเรียน นักเรียนได้มีโอกาสร่วมกิจกรรม เกิดการเรียนรู้ เชื่อมโยงจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ทำให้เกิดความเข้าใจอย่างชัดเจน สื่อการสอนต้องเหมาสมกับเนื้อหา มีขนาดพอเหมาะที่จะนำมาให้นักเรียนดู มีสีสันสวยงาม ดึงดูดความสนใจ แปลกใหม่ เหมาะสมกับเวลาในเนื้อหานั้นๆ มีการทดลองใช้สื่อโดยเรียงลำดับการใช้สื่อแต่ละอย่าง

6. ทักษะการสรุปบทเรียน

การสรุปบทเรียนเป็นกิจกรรมที่ควรทำทุกครั้งเมื่อนักเรียนเรียนจบเนื้อหาในแต่ละคาบเพื่อเป็นการสรุปเรื่องราวและเนื้อหาที่เรียนไปแล้ว ซึ่งการที่นักเรียนจะสรุปบทเรียนได้ ครูต้องเตรียมการสอนเป็นอย่างดี มีการถามคำถามให้นักเรียนตอบ มีการศึกษาตัวอย่างจากหลายๆ ตัวอย่างขึ้นอยู่กับเนื้อหา ในตอนท้ายก่อนสิ้นสุดการสอนครูควรให้นักเรียนสรุปบทเรียนในคาบนั้นทุกครั้งก่อนทำแบบฝึกหัด

5. เทคนิคการสอน

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 151 – 152) ได้กล่าวว่า “...เทคนิคการสอนเป็นศิลปะเฉพาะที่ครูใช้ในการสอน...”

เทคนิคการยกตัวอย่าง ได้แก่ การยกตัวอย่างสิ่งที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน การยกตัวอย่างสอดแทรกจริยธรรม การยกตัวอย่างสิ่งแวดล้อม เป็นต้น

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เทคนิคการใช้สื่อการเรียนการสอน ได้แก่ การใช้สื่อสิ่งแวดล้อม การใช้ภาพลายเส้น การใช้ภาพประกอบการสอน เป็นต้น

เทคนิคด้านนันทนาการ ได้แก่ การแสดงบทบาทสมมติ การร้องเพลง การเต้นเข้าจังหวะ เป็นต้น

เทคนิคการใช้จิตวิทยา ได้แก่ การสอนให้สัมพันธ์ความคิด การสอนให้สัมพันธ์วิชา เป็นต้น

ประสาท สอ้านวงศ์ (2529: 190) ได้ให้ความหมายของเทคนิคการสอนว่า เทคนิคการสอน หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ต้องการให้รู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า นอกจากครูจะต้องรู้ปรัชญาการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน และเนื้อหาเป็นอย่างดีแล้ว เทคนิคการสอนก็เป็นสิ่งที่มีความสำคัญไม่แพ้กัน และเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

การคัดสรรกลวิธีการสอน

ความหมายของการคัดสรรกลวิธีการสอน

การคัดสรรกลวิธีการสอนหมายถึงการสอนที่คัดสรรกลวิธีให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่สอน ในแต่ละคาบ ผู้สอนจะต้องเลือกวิธีการสอน เทคนิคการสอน สื่อการสอนและจัดสภาพแวดล้อม ในการเรียนให้เหมาะสมกับสภาพของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอด ในเนื้อหานั้นๆ ได้

กลวิธี ตามความหมายของพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542 หมายถึง วิธีการพลิกแพลงโดยอาศัยความรู้ความชำนาญ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2536: 152) ได้กล่าวว่า การใช้เทคนิคการสอนและวิธีการสอนรวมกัน เรียกว่า กลวิธีการสอน

นอกจากนี้ พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520: 12 – 13) ได้ให้คำแนะนำในการคัดสรรกลวิธีการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. กลวิธีการสอนนั้นควรจะถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์

2. กลวิธีการสอนนั้นควรจะมีความหมายสำหรับชั้นนั้นในคณิตศาสตร์ ไม่ควรจะลึกมาก

3. กลวิธีการสอนควรอาศัยขั้นการสอนที่ดีด้วยควรจะสร้างกระบวนการโดยใช้สิ่งที่เห็นจริง เพื่อจะนำไปสู่นามธรรมและจบลงที่ความสามารถสรุปให้เป็นกรณีทั่วไปได้

4. กลวิธีการสอนควรจะประกอบด้วยประสบการณ์ที่น่าพอใจ เพื่อนักเรียนจะได้เต็มใจและมีกำลังใจที่จะเอาชนะกลวิธีใหม่ๆ

5. กลวิธีการสอนที่ดีที่สุดคือ การนำเอามโนมตินั้นไปใช้กับอนาคต ครูควรจะรู้กลวิธีการสอนบางอย่างอาจจะดีในจุดหนึ่งหรือหลายจุด แต่อาจจะไม่ดีสำหรับจุดอื่นๆ ดังนั้นจึงต้องระมัดระวังและควรหาวิธีที่เหมาะสมสำหรับคนส่วนใหญ่จะดีกว่า

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด ในการสอนเนื้อหาใดผู้สอนควรศึกษาเนื้อหาให้ถ่องแท้ แล้วพิจารณาหากลวิธีการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหานั้นๆ ไม่มีวิธีการสอนใดดีที่สุด แต่สิ่งที่ต้องคำนึงไว้คือ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้อย่างถูกต้อง มีความสุขในการเรียน สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ต่อไปได้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement) เป็นสมรรถภาพของสมองในด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งทางตรงและทางอ้อมจากครู

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2521: 61) ได้บัญญัติศัพท์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ในหนังสือประมวลศัพท์ทางการศึกษาไว้ว่า "...ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จหรือความสามารถในการกระทำใดๆ ที่ต้องอาศัยทักษะหรือมิฉะนั้นก็ต้องอาศัยความรอบรู้ในวิชาหนึ่งวิชาใดโดยเฉพาะ..."

ชนินทร์ชัย อินทิราภรณ์ และคณะ (2540) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ สมรรถภาพด้านต่างๆ ของสมองของบุคคลที่ได้รับการเรียนการสอน หรือผลงานที่นักเรียนได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนหนึ่ง

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าหมายถึง ชุดคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนว่า นักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่างๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียงใด

ชวาล แพรรัตกุล (2517: 61) กล่าวว่า "...การวัดผลสัมฤทธิ์ในโรงเรียน หมายถึง การตรวจสอบความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการอบรมสั่งสอนของครู..."

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะเป็นการวัดว่าการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับนั้น ผู้เรียนได้รับความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่างๆ มากน้อยเพียงใด ซึ่งจะเป็นหลักฐานว่าการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับนั้นของผู้เรียนได้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่วางไว้หรือไม่ เพื่อการปรับปรุงและค้นหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อันจะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผลและประเมินผลเป็นขั้นตอนหนึ่งในกระบวนการเรียนการสอน เพราะทำให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มากน้อยเพียงใด ผู้สอนสามารถนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

และพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นได้ครูที่ดีต้องศึกษาวิธีการวัดผลและประเมินผลในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ได้ผลการวัดและประเมินที่ถูกต้อง เที่ยงธรรมและเชื่อถือได้

สิริพร ทิพย์คง (2536: 183) ได้ให้ความหมายของการวัดและประเมินผล ไว้ว่า "...การวัด หมายถึง การตรวจสอบหรือค้นหาว่าสิ่งที่ครูต้องการตรวจสอบนั้นมีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด และการประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดต่างๆมาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ..."

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533: 2 – 5) ได้ให้ความหมายของการวัดผลและประเมินผล ไว้ว่า การวัดผลเป็นการรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนที่อยู่ในกระบวนการเรียนการสอน และการประเมินผล หมายถึง กระบวนการที่ต่อเนื่องจากการวัดโดยมีการตรวจสอบตัดสินคุณค่าที่ได้จากการวัดอย่างมีเหตุผล ด้วยกฎเกณฑ์หรือมาตรฐานเป็นตัวกำหนดว่าคุณลักษณะที่วัดนั้นมีคุณค่าอย่างไร

จากความหมายของการวัดและประเมินผลข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดผลหมายถึง การใช้เครื่องมือในการตรวจสอบปริมาณและคุณภาพของสิ่งที่ต้องการวัดของผู้เรียนที่อยู่ในกระบวนการเรียนการสอน และการประเมินผล หมายถึง การนำผลการวัดมาตัดสินคุณค่า ประมวลชี้ขาดด้วยกฎเกณฑ์หรือมาตรฐานที่ได้กำหนดไว้

หลักการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์ และเอนกกุล กรีแสง (2522: 23 – 25) ได้กล่าวถึง หลักเบื้องต้นของการวัดผลการศึกษา ดังนี้

1. ระบุให้ชัดเจนว่าเราจะวัดอะไร ถ้าเราไม่มีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนแล้วว่าเราจะวัดอะไรเราก็ไม่สามารถเลือกเครื่องมือสำหรับการวัดได้

2. ควรเลือกเทคนิคของการวัดผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการวัด

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. เพื่อให้การวัดผลสมบูรณ์ควรจะใช้เทคนิคหลายๆอย่าง ไม่มีข้อทดสอบใดจะวัดผลได้ทุกทาง ควรใช้แบบทดสอบหลายๆอย่างเพื่อให้ได้ผลการวัดที่สมบูรณ์

4. การใช้เทคนิคการวัดผลใดๆก็ตาม ควรคำนึงถึงขีดจำกัดของเทคนิคการวัดผลแต่ละอย่างด้วย

5. การวัดผลเป็นหนทางนำไปสู่จุดมุ่งหมายไม่ใช่จุดหมายปลายทางในตัวมันเอง กระบวนการวัดผลเป็นเพียงเครื่องมือช่วยให้เราบรรลุจุดหมายปลายทางที่วางไว้

สิริพร ทิพย์คง (2545: 188) ได้กล่าวถึง หลักของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนมากกว่าการตัดสินใจสอบได้สอบตกของนักเรียน

2. คำนึงถึงพื้นฐานความรู้ประสบการณ์และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่เรียนอยู่

3. จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสานกับการเรียนการสอน

4. ประเมินนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์และสังคม

5. บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติตนของนักเรียนให้นักเรียนทราบล่วงหน้า

6. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผล

ประโยชน์ของการวัดและประเมินผล

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545: 188 – 189) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการวัดและประเมินผล สรุปไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูทราบพฤติกรรมของนักเรียนก่อนทำการสอน เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัด การเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และพฤติกรรมก่อนเข้าเรียนยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนอันเนื่องมาจากการสอน

2. ช่วยให้ครูได้ปรับปรุงเป้าหมายของการสอนให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนแต่ละคน

3. ช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด

4. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงข้อบกพร่องที่ครูจะต้องปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน

5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น

6. ช่วยให้นักเรียนได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนเนื้อหาแต่ละเรื่อง

7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการประเมินผลการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษา

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การวัดผล หมายถึง กระบวนการบอกคุณภาพของผู้เรียนตามวัตถุประสงค์ของการวัดและการประเมินผล หมายถึง กระบวนการตัดสินผลของการวัดว่าเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดหรือไม่

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

ปกรณ์ จันทร์ศิริ (2523) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลของการใช้กระบวนการสอนที่แตกต่างกัน เรื่อง การจัดลำดับและการจัดหมู่ สำหรับระดับ ป.กศ. สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูฉะเชิงเทรา ระหว่างกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ โดยใช้คะแนนสอบปลายเทอมวิชาคณิตศาสตร์ 101 เป็นคะแนนพื้นฐานในการแบ่งกลุ่ม ซึ่งดำเนินการตามลำดับ ดังนี้ ให้นักศึกษาจำนวน 24 คน ทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำเรียนรวมกันในห้องเดียวกันตลอดเวลาการทดลอง เริ่มสอนเนื้อหา เรื่องการจัดลำดับด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบจำนวน 7 คาบ และต่อด้วยเนื้อหาเรื่องการจัดหมู่ ด้วยวิธีสอนแบบบรรยายจำนวน 5 คาบ สอนจบให้นักศึกษาทั้งหมดทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอน แบบค้นพบและวิธีสอนแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จตุพล ขาวฟอง (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เมตริกซ์” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สายวิชาคหกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 30 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความก้าวหน้าทางการเรียนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่สอนโดยวิธีการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริรัตน์ ถนอมพวก (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “คู่อันดับและกราฟ” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บุญเกื้อ แสงฤดี (2545) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ฟังก์ชัน” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสระบุรีวิทยาคม จังหวัดสระบุรี โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Smith (1976) ได้ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการสอนโดยวิธีสอน 3 แบบ คือ การบรรยาย การแนะนำให้ค้นพบ และการใช้บทเรียนแบบโปรแกรมของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยเซาเทอร์น (Southern University) ในรัฐนิวออลีน จำนวน 60 คน โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เรียนด้วยการแนะนำให้ค้นพบ มีนักศึกษาจำนวน 20 คน กลุ่มที่เรียนด้วยการสอนแบบบรรยายที่ยึดครูเป็นศูนย์กลางมีนักศึกษาจำนวน 23 คน และกลุ่มที่เรียนด้วยการใช้บทเรียนแบบโปรแกรมมีนักศึกษาจำนวน 17 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากการใช้วิธีการสอนทั้ง 3 วิธี ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ความสนใจของนักเรียนในชั้นเรียนที่เรียนด้วยการค้นพบสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการบรรยายและกลุ่มที่เรียนด้วยการใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

Gibson (1991) ได้ศึกษาผลของการสร้างแบบจำลองการคูณบนความสามารถในการเข้าใจความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการดำเนินการและการประยุกต์ไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาที่ประสบความสำเร็จของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ประชากรที่ใช้ในการศึกษาปีที่ 3 จำนวน 310 คน โดยกลุ่มที่สอนแบบปกติ จำนวน 9 ห้องเรียน และกลุ่มที่สอนโดยใช้แบบจำลองการคูณ จำนวน 9 ห้องเรียน ใช้ครูจำนวน 15 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้แบบจำลองการคูณบนความสามารถในการเข้าใจความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการดำเนินการและ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การประยุกต์ไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาที่ประสบความสำเร็จของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐมที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60%

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

กลุ่มประชากร

กลุ่มประชากรเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 120 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์– คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 40 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบเจาะจง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จำนวน 15 คาบ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาเนื้อหา เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

1.3 ศึกษาวิธีสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนรู้และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

1.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” โดยแบ่งเป็น 6 แผน จำนวน 15 คาบ ซึ่งแบ่งเนื้อหาในแต่ละแผน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 1
เรื่อง “กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ”

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 2
เรื่อง “แฟกทอเรียล”

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 3
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง”

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 4
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง”

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 5
เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม”

แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 6
เรื่อง “วิธีจัดหมู่”

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยจะได้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ให้คลอบคลุมเนื้อหา เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจแก้ไข ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ตัวเลือก ตัวลวงแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว ไปใช้ทดลองกับนักเรียนเพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงโดยผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ค่าดัชนีความง่ายระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้ได้แล้วในข้อ 4 มาปรับปรุงแก้ไขสำหรับข้อที่ยังไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนด แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มที่ยังไม่เคยทำแบบทดสอบนี้ แล้วนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 30 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนการเรียน (pre – test) กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 90 นาที

2. ผู้วิจัยทำการทดลองสอน เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดการเรียนรู้ ทั้ง 6 แผน โดยใช้เวลา 15 คาบ คาบละ 50 นาที

3. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 ข้อ มาทำการทดสอบหลังการเรียน (post – test) กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 90 นาที

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ผู้วิจัยใช้ในการวิจัย คือ

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่

1.1 ค่าเฉลี่ย ($\overline{x}$)

1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ค่าดัชนีความง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. ค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4. ค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คำนวณโดยใช้สูตร Pearson product moment correlation coefficient

5. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง match – paired t – test

6. เปรียบเทียบคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์ 60% โดยคิดคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ให้เป็น 100 คะแนน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

ผลการวิจัย

ผลของการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 40 คน ปรากฏผลการวิจัย ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

	n	คะแนนเต็ม	$\overline{x}$	s	t
ก่อนการเรียน	40	30	9.38	3.39	
					27.70 *
หลังการเรียน	40	30	20.28	2.59	

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 t_{39} (0.95) = 2.023

จากตารางที่ 1 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตารางที่ 2 แสดงเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับเกณฑ์ 60%
(คะแนนเต็ม 30 คะแนน 60% คิดเป็น 18 คะแนน)

	n	μ	$\bar{x}$	s	t
หลังการเรียน	40	18	20.28	2.59	5.57 *

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 t_{39} (0.95) = 2.023

จากตารางที่ 2 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อวิจารณ์

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวีรยุทธ ด้วงใจ (2536), มณเฑียร ไพรเถื่อน (2541) และสุทิน โมบัณฑิตย์ (2542) ซึ่งมี ข้อค้นพบในทำนองเดียวกันว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ

1. วิธีการสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนนั้น ครูได้เลือกวิธีการสอน สื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาในแต่ละคาบและคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน อีกทั้งอาศัยความรู้ด้านต่างๆ ได้แก่ ปรัชญาการสอน หลักการสอน วิธีสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน และสื่อการเรียนรู้ มาเป็นองค์ประกอบในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งทำให้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้ สามารถสรุปความคิดรวบยอดได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสิริพร ทิพย์คง (2536: 139) ที่กล่าวไว้สรุปได้ดังนี้ ครูจะต้องเลือกวิธีสอนที่ที่ดีสุดและให้เหมาะกับเนื้อหา เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ รู้จักคิดแก้ปัญหาและสามารถสรุปบทเรียนนั้นได้ด้วยตนเอง

2. นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีความตื่นตัวทางด้านวิชาการมาก เพราะอยู่ในโรงเรียนที่มีการแข่งขันด้านวิชาการค่อนข้างสูง นักเรียนจึงมีความสนใจด้านการเรียนและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60%

ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ ครูควรมีความรู้เป็นอย่างดีในด้านเนื้อหาและสามารถคัดสรรกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละคาบ อันจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และเกิดประโยชน์สูงสุดกับนักเรียนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

จากการวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม สรุปได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐมที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60%

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 1

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 40 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบเจาะจง จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 120 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จำนวน 15 คาบ

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น

วิธีการดำเนินการวิจัย

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

2. หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยนำไปใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และนำมาแก้ไข แล้วนำไปหาคุณภาพของเครื่องมือ โดยกำหนดเกณฑ์ค่าดัชนีความง่ายระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

3. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 30 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนการเรียน (pre – test) กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ผู้วิจัยทำการสอน เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ให้แก่กลุ่มตัวอย่าง เป็นเวลา 15 คาบ คาบละ 50 นาที ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

5. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ฉบับทดสอบก่อนการเรียน มาทำการทดสอบหลังการเรียน (post – test) กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ” ของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ t – test และหลังการเรียนกับก่อนการเรียน โดยใช้ match – paired t – test

ผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม จังหวัดนครปฐม ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากผลการวิจัย

จากผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนแสดงว่าการสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนมีประสิทธิภาพ ก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อตัวนักเรียน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ผู้วิจัยมีความเห็นว่าสามารถนำการสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนไปใช้กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆได้เป็นอย่างดี

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาวิจัยการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนในเนื้อหาอื่นๆ

2. ควรมีการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับกลุ่มที่สอนโดยวิธีสอนรูปแบบอื่น

3. ควรมีการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับวิธีการสอนอื่นๆ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2538. **การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศาสนา.

กระทรวงศึกษาธิการ. 2521. **ประมวลศัพท์ทางวิชาการศึกษา**. กรุงเทพฯ: รุ่งเรืองการพิมพ์.

จตุพล ขาวฟอง. 2546. **การศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "เมตริกซ์" ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สายวิชาคหกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล**. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

จำนง พรายแย้มแข. 2529. **เทคนิคการสอนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนพานิช.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. 2542. **การสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ชนินทร์ชัย อินทิราภรณ์, สุวิทย์ หรัณยกาณฑ์และสิริวรรณ เมธีวัฒน์. 2540. **พจนานุกรมศัพท์การศึกษา.** กรุงเทพฯ: บริษัท ไอ.คิว.บุ๊คเซนเตอร์ จำกัด.

ชวาล แพรรัตกุล. 2517. **การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.** เอกสารประชุมครั้งที่ 2 ณ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศาสนา.

บุญเกื้อ แสงฤดี. 2545. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ฟังก์ชัน" โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสระบุรีวิทยาคมจังหวัดสระบุรี**. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ปกรณ์ จันทร์ศิริ. 2523. **เปรียบเทียบผลของการใช้กระบวนการสอนที่แตกต่างกัน เรื่อง "การจัดลำดับและการจัดหมู่" สำหรับระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูฉะเชิงเทรา**. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ประยูร อายานาม. 2537. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ประกายพรึก.

ประสาท สอ้านวงศ์. 2529. **เอกสารการสอนชุดวิชา การสอนกลุ่มทักษะ 2 (คณิตศาสตร์) หน่วยที่ 1-7.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปานทอง กุลนาถศิริ. 2545. **สัมมนาหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ เอกสารประกอบการเรียนวิชา 506712**: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. 2520. **การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.

พันทิพา อุทัยสุข และสิริวรรณ ศรีพหล. 2529. **เอกสารชุดวิทยาการสอน.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ประชาชน.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2533. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา, คณะคุรุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มณเฑียร ไพรเถื่อน. 2541. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง "เลขยกกำลัง" ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร.** วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์ จำกัด.

รพีพรรณ สาครสินธุ์. 2525. **หลักการสอนและเตรียมประสบการณ์วิชาชีพภาคปฏิบัติ.** ภาคหลักสูตรและการสอน, คณะวิชาครุศาสตร์, วิทยาลัยครูจันทรเกษม(อัดสำเนา).

ราชบัณฑิตยสถาน. 2546. **พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ.2542**. กรุงเทพมหานคร: นานมีบุ๊คส์ พับลิเคชันส์.

สมศักดิ์ คลประสิทธิ์. 2542. “การจัดทำแผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง” **วารสารข้าราชการครู**. (มิถุนายน – กรกฎาคม 2542) : 12 – 17.

สิริพร ทิพย์คง. ม.ป.ป. **เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2536. **เอกสารคำสอนวิชา ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2537. **เอกสารคำสอนวิชา 158526 แนวโน้มการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

สุทิน โมบัณฑิตย์. 2542. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “จำนวนเชิงซ้อน” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี**. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์ และเอนกกุล กรีแสง. 2522. **หลักเบื้องต้นของการวัดผลการศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์พิฆเณศ.

วีรยุทธ ด้วงใย. 2536. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง "เวกเตอร์" ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล**. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศิริรัตน์ ถนอมพวก. 2548. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง "คู่อันดับและกราฟ" โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด**. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อรพรรณ ตันบรรจง. 2533. **การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา**. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Cooney, T.J., E.J. Davis and K.B. Henderson. 1975. **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.** Boston : Houghton Mifflin Co.

Gibson, L.S. 1991. **"The effects of modeling multiplication on the conceptual understanding of the operation and its application to word problem solving performance of third grade students" Dissertation Abstracts International.** (Temple University 1991): 307 – A.

Grossnickle, F.E. 1968. **Discovering Meaning in Elementary School Mathematics**. New York : Holt, Rinehart and Winston.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Smith, M.L.A. 1976. “A Comparison of Three Methods of Teaching Freshman Mathematics: Lecture, Guided Discovery and Programed”. **Dissertation Abstracts International**. 36(March 1976) : 5879-A.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ก

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้

เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่”

แบ่งเนื้อหาออกเป็น 15 คาบ ดังนี้

คาบที่ 1 – 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง “กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ”

คาบที่ 5 –6 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง “แฟกทอเรียล”

คาบที่ 7 –8 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง”

คาบที่ 9 – 10 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง”

คาบที่ 11 – 12 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม”

คาบที่ 13 – 15 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง “วิธีจัดหมู่”

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

วิชาคณิตศาสตร์ **เวลา 4 คาบ**

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจมีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ใช้แผนภาพต้นไม้ในการตอบปัญหาเกี่ยวกับจำนวนวิธีที่เหตุการณ์ต่างๆ จะเกิดขึ้นได้
2. สรุปกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
3. นำกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับไปแก้โจทย์ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ

ในการทำงาน k อย่าง โดยที่

งานอย่างที่ 1 ทำได้ n_1 วิธี

และในแต่ละวิธีที่ทำงานอย่างที่ 1 จะทำงานอย่างที่ 2 ได้ n_2 วิธี

:

และในแต่ละวิธีที่ทำงานอย่างที่ $k-1$ จะทำงานอย่างที่ k ได้ n_k วิธี

แล้วจำนวนวิธีที่จะทำงาน k อย่าง จะเท่ากับ $(n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k)$ วิธี

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการบวก

ในการทำงานอย่างหนึ่ง สามารถเลือกทำได้ k กรณี แต่ละกรณีไม่เกิดร่วมกัน

กรณีที่ 1 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_2 วิธี

:

กรณีที่ k สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_k วิธี

แล้วจำนวนวิธีที่จะทำงาน k กรณี จะเท่ากับ $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 1กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ
2. ใบความรู้ที่ 2 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการบวก
3. แบบฝึกทักษะที่ 1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ
4. แบบฝึกทักษะที่ 2 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการบวก
5. แบบทดสอบย่อยที่ 1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 1 – 3

1. ครูทบทวน เรื่อง “ผลคูณคาร์ทีเซียนและแผนภาพต้นไม้” โดยยกตัวอย่างบนกระดาน แล้วใช้การถามตอบ
2. ครูให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ
3. ครูให้นักเรียนแต่ช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ที่ 1 โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1
5. ครูให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 2 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ: หลักการบวก
6. ครูให้นักเรียนแต่ช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ที่ 2 โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2

คาบที่ 4

8. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 1

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการเรียน 80%
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80%
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80%

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ

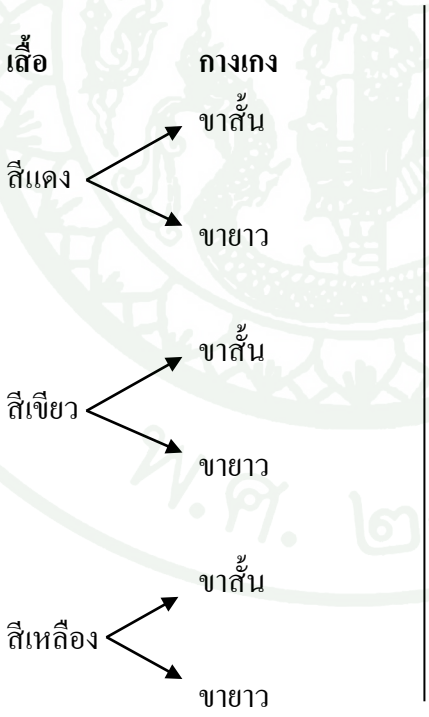
****

จงพิจารณาคำถามต่อไปนี้

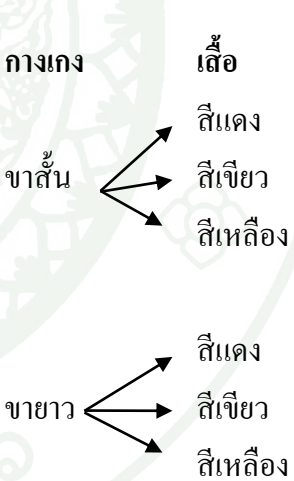
คำถามที่ 1 นายดำมีเสื้อ 3 ตัวที่แตกต่างกัน คือ เสื้อสีแดง, เสื้อสีเขียว, เสื้อสีเหลือง และมีกางเกง 2 ตัวที่แตกต่างกัน คือ กางเกงขาสั้น, กางเกงขายาว สำหรับสวมไปเที่ยว จงหาว่านายดำจะมีจำนวนวิธีเลือกสวมเสื้อและกางเกงอย่างละ 1 ตัว เป็นชุดต่างๆ กัน ได้ทั้งหมดกี่แบบ

วิธีคิด ขั้นตอนการแต่งตัวไปเที่ยวของนายดำมี 2 ขั้นตอน คือ นายดำจะเลือกใส่เสื้อก่อนใส่กางเกง หรือเลือกใส่กางเกงก่อนใส่เสื้อ ซึ่งสามารถหาจำนวนวิธีได้ดังนี้

<u>เลือกใส่เสื้อก่อน</u>



<u>เลือกใส่กางเกงก่อน</u>



สังเกตว่าถ้าเรามองเป็นเซตของเสื้อและเซตของกางเกง แล้วเขียนออกมาในรูปของความสัมพันธ์โดยให้ A แทนเซตของเสื้อ และ B แทนเซตของกางเกง จะได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ = { (เสื้อสีแดง,กางเกงขาสั้น),(เสื้อสีแดง,กางเกงขายาว), (เสื้อสีเขียว,กางเกงขาสั้น), (เสื้อสีเขียว,กางเกงขายาว), (เสื้อสีเหลือง,กางเกงขาสั้น),(เสื้อสีเหลือง,กางเกงขายาว) }

ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ = { (กางเกงขาสั้น,เสื้อสีแดง), (กางเกงขาสั้น,เสื้อสีเขียว), (กางเกงขาสั้น,เสื้อสีเหลือง),(กางเกงขายาว,เสื้อสีแดง), (กางเกงขายาว,เสื้อสีเขียว), (กางเกงขายาว,เสื้อสีเหลือง) }

จะเห็นว่าจำนวนสมาชิกของ $A \times B$ และ $B \times A$ เท่ากับ 6

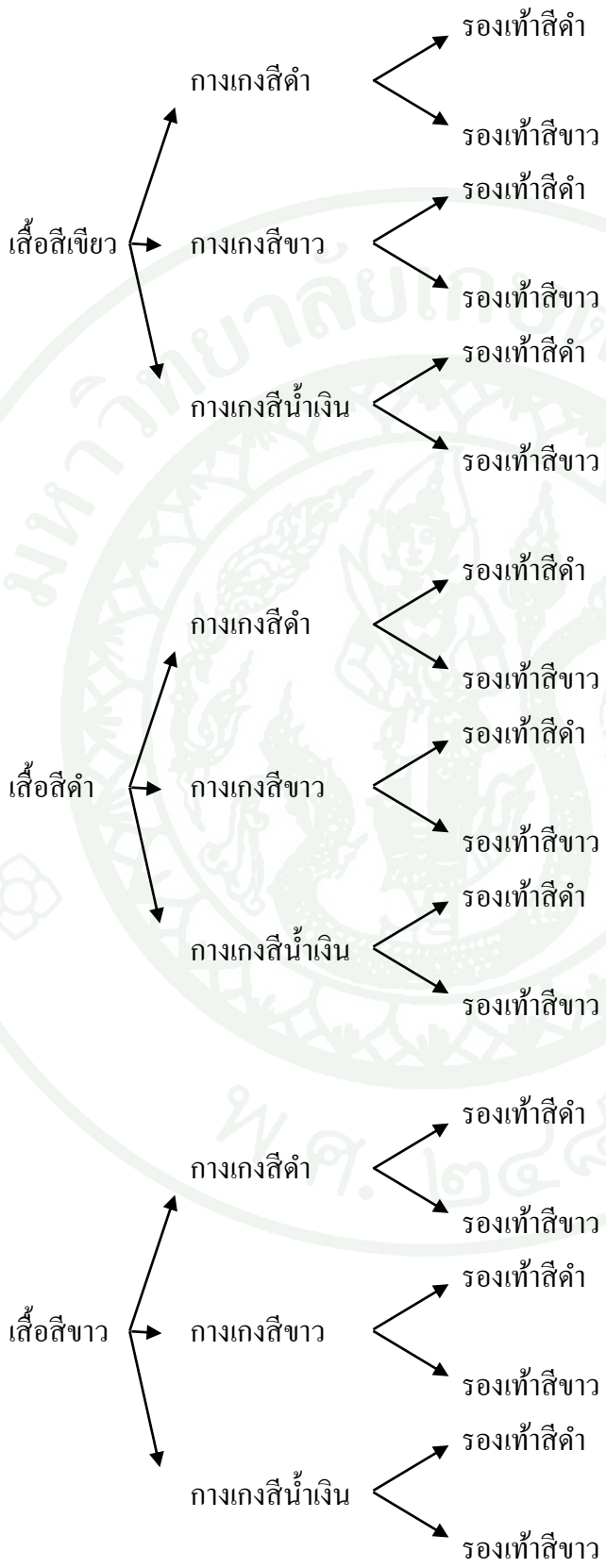
จะเห็นว่า 6 เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของเสื้อและเซตของกางเกงคูณกัน

ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อและกางเกงทั้งหมด เท่ากับ 3 x 2 =6 แบบ

คำถามที่ 2 นักเรียนมีเสื้อเชิ้ตสีต่างกัน 4 ตัว คือ สีแดง, สีเขียว, สีดำ, สีขาว กางเกงต่างกัน 3 ตัว คือ สีดำ, สีขาว, สีน้ำเงิน และรองเท้าต่างกัน 2 คู่ คือ สีดำ, สีขาว นักเรียนจะมีวิธีใส่เสื้อ กางเกงและรองเท้าได้กี่วิธี

วิธีคิด ขั้นตอนการแต่งตัวไปเที่ยวของนายดำมี 3 ขั้นตอน คือ สมมตินักเรียนเลือกเสื้อ แล้วตามด้วยกางเกง และสุดท้ายคือรองเท้าจะได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อ กางเกงและรองเท้า ทั้งหมด เท่ากับ 4 x 3 x 2 = 24 วิธี

ดังนั้น

ในการทำงาน k อย่าง โดยที่

งานอย่างที่ 1 ทำได้ n_1 วิธี

และในแต่ละวิธีที่ทำงานอย่างที่ 1 จะทำงานอย่างที่ 2 ได้ n_2 วิธี

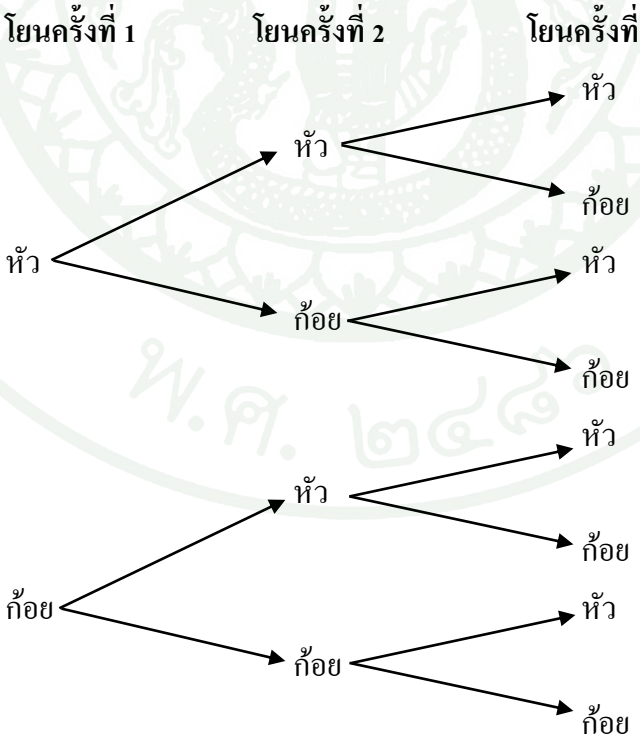
:

และในแต่ละวิธีที่ทำงานอย่างที่ $k-1$ จะทำงานอย่างที่ k ได้ n_k วิธี

แล้วจำนวนวิธีที่จะทำงาน k อย่าง จะเท่ากับ $(n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k)$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 3 ครั้ง จะได้ผลต่างๆกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ การโยนเหรียญบาทในครั้งนี้ มี 3 ขั้นตอน คือ โยนเหรียญครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3

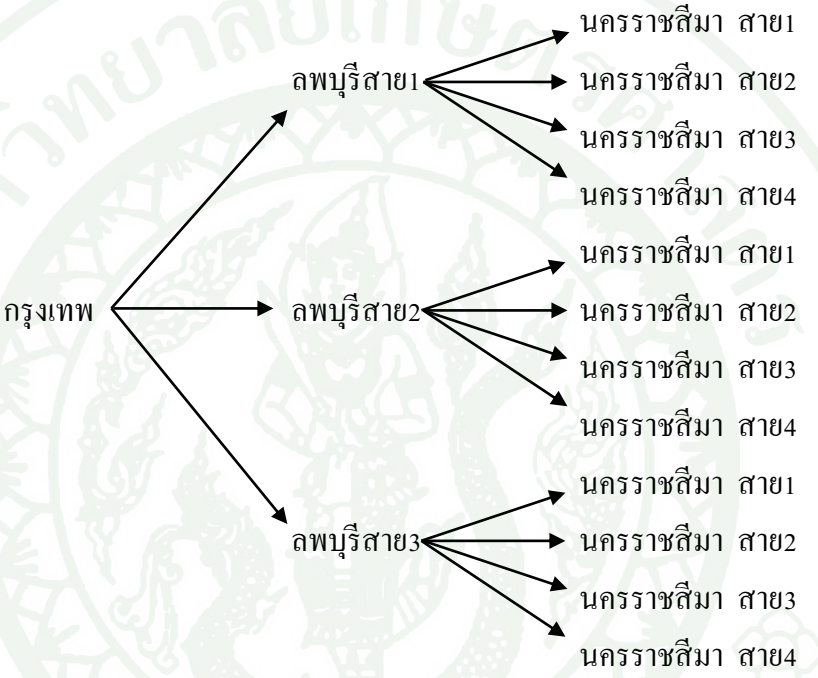


ดังนั้น การโยนเหรียญครั้งนี้จะมีผลต่างๆ กันทั้งหมด เท่ากับ 2 x 2 x 2 = 8 วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 2 มีถนนจากกรุงเทพฯ ถึงลพบุรี 3 สาย และมีถนนจากลพบุรีถึงนครราชสีมา อยู่ 4 สาย ถ้าจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯ ถึงนครราชสีมาโดยขับผ่านลพบุรี จะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้หมดกี่เส้นทาง

วิธีทำ การเดินทางครั้งนี้ มี 2 ขั้นตอน คือ จากกรุงเทพฯ ถึงลพบุรี และจากลพบุรีถึงนครราชสีมา



ดังนั้นจะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้ทั้งหมด เท่ากับ 3 x 4 = 12 เส้นทาง

ตัวอย่างที่ 3 ศูนย์การค้าแห่งหนึ่ง มีประตูทั้งสี่ทิศฯ ละ 1 ประตู ถ้าจะเข้าไปในศูนย์การค้านี้แล้วออกมาจะมีวิธีเข้าออกกี่วิธี ถ้า

(1) เข้าออกประตูใดก็ได้

(2) ห้ามออกทางประตูที่เข้า

วิธีทำ ในการเข้าออกประตู ประกอบด้วยการทำงาน 2 ขั้นตอน คือ เข้าและออกจากประตู

(1) ขั้นตอนที่ 1 เข้าประตู ซึ่งเลือกเข้าได้ 4 วิธี เพราะมีประตูทั้งหมด 4 ประตู

ขั้นตอนที่ 2 แต่ละวิธีของการเข้า สามารถเลือกออกได้ 4 ประตู เช่นเดียวกัน เพราะอาจจะออกประตูเดียวกับที่เข้าก็ได้

ดังนั้น จะมีวิธีเข้าออกได้ทั้งหมด เท่ากับ $4 \times 4 = 16$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

(2) ขั้นตอนที่ 1 เข้าประตู ซึ่งเลือกเข้าได้ 4 วิธี เพราะมีประตูทั้งหมด 4 ประตู
ขั้นตอนที่ 2 แต่ละวิธีของการเข้า สามารถเลือกออกได้เพียง 3 วิธี
เพราะจะออกประตูเดียวกับที่เข้าไม่ได้
ดังนั้น จะมีวิธีเข้าออกได้ทั้งหมด เท่ากับ $4 \times 3 = 12$ วิธี

ตัวอย่างที่ 4 มีจดหมาย 4 ฉบับ จะใส่ในตู้จดหมายซึ่งมีอยู่ 5 ตู้ ได้กี่วิธี เมื่อ
(1) จดหมายฉบับใดอยู่ในตู้ใดก็ได้
(2) ห้ามใส่จดหมายมากกว่า 1 ฉบับ ในตู้เดียวกัน

วิธีทำ การใส่จดหมาย 4 ฉบับ ลงในตู้ 5 ตู้ ประกอบด้วยการทำงาน 4 ขั้นตอน
(1) ขั้นตอนที่ 1 ใส่จดหมายฉบับที่ 1 ลงในตู้ใดก็ได้ ซึ่งเลือกใส่ได้ 5 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถใส่จดหมายฉบับที่ 2 ลงในตู้ใดก็ได้ซึ่งเลือกใส่ได้ 5 วิธี
ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 2 สามารถใส่จดหมายฉบับที่ 3 ลงในตู้ใดก็ได้ซึ่งเลือกใส่ได้ 5 วิธี
ขั้นตอนที่ 4 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 3 สามารถ ใส่จดหมายฉบับที่ 4 ลงในตู้ใดก็ได้ซึ่งเลือกใส่ได้ 5 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีใส่จดหมายทั้งหมดลงในตู้เท่ากับ $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ วิธี
(2) ขั้นตอนที่ 1 ใส่จดหมายฉบับที่ 1 ลงในตู้ใดก็ได้ ซึ่งเลือกใส่ได้ 5 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถใส่จดหมายฉบับที่ 2 ลงในตู้ได้เพียง 4 วิธี
(เพราะตู้ใดที่มีฉบับที่ 1 อยู่แล้วจะใส่ฉบับที่ 2 ลงในตู้นั้นไม่ได้)
ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 2 สามารถใส่จดหมายฉบับที่ 3 ลงในตู้ได้เพียง 3 วิธี
(เพราะตู้ใดที่มีฉบับที่ 1, 2 อยู่แล้วจะใส่ฉบับที่ 3 ลงในตู้นั้นไม่ได้)
ขั้นตอนที่ 4 ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 3 สามารถใส่จดหมายฉบับที่ 4 ลงในตู้ได้เพียง 2 วิธี
(เพราะตู้ใดที่มีฉบับที่ 1, 2, 3 อยู่แล้วจะใส่ฉบับที่ 4 ลงในตู้นั้นไม่ได้)
ดังนั้น จำนวนวิธีใส่จดหมายทั้งหมดลงในตู้เท่ากับ $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 5 จะใช้เลขโดด 0, 1, 2, 3 สร้างจำนวน 3 หลักที่เลขแต่ละหลักห้ามซ้ำกันได้ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ การสร้างจำนวน 3 หลัก ประกอบด้วยการทำงาน 3ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เขียนหลักร้อย ซึ่งใช้เลขใดที่กำหนดให้ แต่ใช้ 0 ไม่ได้ จึงเลือกได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีของการเขียนเลขหลักร้อย เขียนหลักสิบซึ่งใช้เลขซ้ำกันไม่ได้ จึงเลือกได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีของการเขียนเลขหลักสิบ เขียนหลักหน่วยซึ่งใช้เลขซ้ำกันไม่ได้จึงเลือกได้ 2 วิธี

ดังนั้น จึงสร้างจำนวนสามหลักได้ทั้งหมด เท่ากับ $3 \times 3 \times 2 = 18$ จำนวน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการคูณ

****

<u>ตอนที่ 1</u> จงวิเคราะห์คำถามในกรอบที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้

คำถามที่ 1 จากจังหวัดนครศรีธรรมราชไปกรุงเทพฯ มีเส้นทางการเดินทางได้ 3 วิธี คือ ทางรถยนต์ รถไฟ และเครื่องบิน จากกรุงเทพฯไปจังหวัดเชียงใหม่ มีเส้นทางการเดินทางได้ 3 วิธีเช่นกันคือ ทางรถยนต์ รถไฟและเครื่องบิน ถ้านักเรียนต้องการเดินทางจากนครศรีธรรมราชไปเชียงใหม่ โดยผ่านกรุงเทพฯ นักเรียนจะมีวิธีเลือกเดินทางได้กี่วิธี

วิธีคิด

1) ในการเดินทางในครั้งนี้ จะต้องมีการกระทำจำนวน.....ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 .....

ขั้นตอนที่ 2 .....

2) เลือกการเดินทางจากจังหวัดนครศรีธรรมราชไปกรุงเทพฯ ได้จำนวน.....วิธี คือ

วิธีที่ 1.....

วิธีที่ 2.....

วิธีที่ 3.....

3) หลังจากเลือกการเดินทางจากจังหวัดนครศรีธรรมราชไปกรุงเทพฯ (แต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1) นักเรียนต้องกระทำขั้นต่อไปคือ เลือกการเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปจังหวัดเชียงใหม่ได้จำนวน.....วิธี คือ

วิธีที่ 1 .....

วิธีที่ 2.....

วิธีที่ 3.....

4) จากข้อ 2 และ 3 เมื่อนักเรียนใช้วิธีการนับ จะพบว่า จำนวนวิธีที่นักเรียนต้องการเดินทางจากนครศรีธรรมราชไปเชียงใหม่ โดยผ่านกรุงเทพฯ กระทำได้ทั้งหมดจำนวน.....วิธีที่แตกต่างกัน

5) เมื่อใช้หลักการคำนวณแบบสัดส่วน จะพบว่า1 วิธีของการกระทำขั้นตอนที่ 1 (เลือกการเดินทางจากจังหวัดนครศรีธรรมราชไปกรุงเทพฯ) สามารถเลือกทำขั้นตอนที่ 2 (เลือกการเดินทางจากกรุงเทพฯไปจังหวัดเชียงใหม่) ได้.....วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ดังนั้น 3 วิธีของการกระทำขั้นตอนที่ 1 สามารถเลือกทำขั้นตอนที่ 2 ได้ .....x.....วิธี

6) จากข้อ 5 เมื่อสังเกต จะพบว่าตัวเลขแต่ละตัวที่เอามาคูณกันนั้น หมายถึง.....

คำถามที่ 2 ศูนย์การค้าโรบินสันมีประตูเข้าออกทั้งหมด 6 ประตู นักเรียนคนหนึ่งจะมีวิธีเข้าแล้วออกจากศูนย์การค้านี้ ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีคิด

1) ในการเดินเข้า – ออก ศูนย์การค้าโรบินสันในครั้งนี้ จะต้องมีการกระทำจำนวน.....ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 .....

ขั้นตอนที่ 2 .....

2) เลือกการเดินเข้าศูนย์การค้าโรบินสัน ได้จำนวน.....วิธี คือ

วิธีที่ 1.....

วิธีที่ 2.....

วิธีที่ 3.....

วิธีที่ 4 .....

วิธีที่ 5.....

วิธีที่ 6.....

3) หลังจากเลือกการเดินเข้าศูนย์การค้าโรบินสัน (แต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1) นักเรียนต้องกระทำขั้นต่อไปคือ เลือกการเดินออกศูนย์การค้าโรบินสัน ได้จำนวน.....วิธี คือ

วิธีที่ 1 .....

วิธีที่ 2.....

วิธีที่ 3.....

วิธีที่ 4 .....

วิธีที่ 5.....

วิธีที่ 6.....

4) จากข้อ 2 และ 3 เมื่อนักเรียนใช้วิธีการนับ จะพบว่า จำนวนวิธีการเดินเข้า – ออก ศูนย์การค้า โรบินสัน กระทำได้ทั้งหมดจำนวน.....วิธีที่แตกต่างกัน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

5) เมื่อใช้หลักการคำนวณแบบสัดส่วน จะพบว่า 1 วิธีของการกระทำขั้นตอนที่ 1 (เลือกการเดินเข้าศูนย์การค้าโรบินสัน) สามารถเลือกทำขั้นตอนที่ 2 (เลือกการเดินออกศูนย์การค้าโรบินสัน)
ได้.....วิธี
ดังนั้น 6 วิธีของการกระทำขั้นตอนที่ 1 สามารถเลือกทำขั้นตอนที่ 2 ได้ .....x.....วิธี

6) จากข้อ 5 เมื่อสังเกต จะพบว่าตัวเลขแต่ละตัวที่เอามาคูณกันนั้น
หมายถึง.....

<u>ตอนที่ 2</u> จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) นำเลขโดด 1, 2, 3, 4 และ 5 มาเขียนจำนวนที่มี 4 หลัก โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่จำนวน

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2) จะใช้เลขโดด 2, 4, 6, 7 และ 9 เขียนจำนวนที่มีสองหลัก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่จำนวน

.....
.....
.....
.....
.....

3) จากข้อ 2 ถ้าห้ามใช้ตัวเลขซ้ำ จะเขียนจำนวนที่มีสองหลัก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่จำนวน

.....
.....
.....
.....
.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) ในห้องเรียนของนักเรียนมีชาย 14 คน หญิง 26 คน จะมีวิธีเลือกหัวหน้าห้อง 1 คน และรองหัวหน้าห้องอีก 1 คน ได้กี่วิธี ถ้า

4.1) หัวหน้าห้องและรองหัวหน้าห้องเป็นเพศใดก็ได้

4.2) หัวหน้าห้องเป็นเพศชายและรองหัวหน้าห้องเป็นเพศหญิง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ใบความรู้ที่ 2

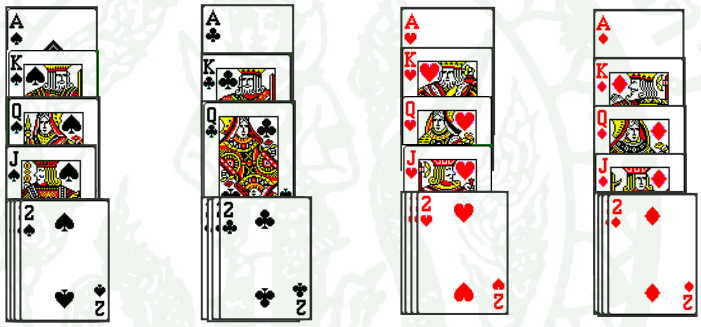
เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการบวก

****

จงพิจารณาคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ 1 ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับที่มี 52 ใบ จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ไพ่โพดำหรือโพแดง

วิธีคิด ไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ แบ่งเป็น 2 สี คือสีดำ 26 ใบและสีแดง 26 ใบ ซึ่งสีดำแบ่งเป็น 2 แบบ คือโพดำ 13 ใบ และดอกจิก 13 ใบ ส่วนสีแดงก็แบ่งเป็น 2 แบบ คือโพแดง 13 ใบ และข้าวหลามตัด 13 ใบดังนี้



ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับนั้น ไพ่ใบหนึ่งจะเป็นทั้งโพดำและโพแดงในขณะเดียวกันไม่ได้ ไพ่ที่หยิบได้นั้นจะต้องเป็นไพ่ชนิดใดชนิดหนึ่ง ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

<u>กรณีที่หนึ่ง</u> หยิบไพ่โพดำซึ่งทำได้ 13 วิธี

<u>กรณีที่สอง</u> หยิบไพ่โพแดง ซึ่งทำได้ 13 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่ 1 ใบ แล้วได้ไพ่โพดำหรือโพแดงจะเท่ากับจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ไพ่โพดำบวกกับจำนวนวิธีที่หยิบได้ไพ่โพแดงซึ่งเท่ากับ $13 + 13 = 26$ วิธี

คำถามที่ 2 มีเลขโดดอยู่ 5 ตัว คือ 0, 2, 3, 5 และ 8 จะสร้างจำนวนคู่บวกสามหลักได้กี่จำนวน โดยที่แต่ละหลักใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

วิธีคิด จำนวนคู่บวกสามหลักจะต้องมีหลักหน่วยเป็นเลขคู่และหลักร้อยจะต้องไม่เป็นเลขศูนย์

ถ้าเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักร้อยก่อน อาจจะเลือกได้เลข 2 หรือ 8 ซึ่งจะทำให้จำนวน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีการเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักหน่วยเหลือ 2 วิธี คือเลือก 0 หรือเลขที่เหลือ แต่ถ้าหลักร้อยเป็นเลข 3 หรือ 5 แล้วจำนวนวิธีของการเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักหน่วย 3 วิธี คือ เลข 0 หรือ 2 หรือ 8 ดังนั้นวิธีคิดคือแยกเป็น 2 กรณี ซึ่งจะเห็นว่าแต่ละกรณีนั้นจะทำพร้อมๆกันไม่ได้

<u>กรณีที่หนึ่ง</u> ขั้นตอนที่ 1 ถ้าหลักร้อยเป็นเลขคู่ คือ 2 หรือ 8 แล้วหลักร้อยเลือกตัวเลขได้ 2 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 หลักหน่วยเลือกตัวเลขได้ 2 วิธี คือ เลือก 0 หรือเลขอีกหนึ่งตัวที่เหลือจากสร้างเลขหลักร้อย
ขั้นตอนที่ 3 หลักสิบเลือกตัวเลขได้ 3 วิธีคือเลขที่เหลือที่ไม่ซ้ำกับเลขหลักร้อยและเลขหลักหน่วย
ฉะนั้น จำนวนวิธีการสร้างจำนวนในกรณีที่ 1 เท่ากับ $2 \times 2 \times 3 = 12$ วิธี

<u>กรณีที่สอง</u> ขั้นตอนที่ 1 ถ้าเลขหลักร้อยเป็นเลขคี่ คือ 3 หรือ 5 แล้วหลักร้อยเลือกตัวเลขได้ 2 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 หลักหน่วยเลือกตัวเลขได้ 3 วิธีคือ เลข 0 หรือ 2 หรือ 8
ขั้นตอนที่ 3 หลักสิบเลือกตัวเลขได้ 3 วิธี คือเลขที่เหลือที่ไม่ซ้ำกับเลขหลักร้อยและเลขหลักหน่วย
ฉะนั้น จำนวนวิธีการสร้างจำนวนในกรณีที่ 2 เท่ากับ $2 \times 3 \times 3 = 18$ วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีการสร้างจำนวนคู่สามหลัก เท่ากับ $12 + 18 = 30$ วิธี

ดังนั้น

ในการทำงานอย่างหนึ่ง สามารถเลือกทำได้ k กรณี แต่ละกรณีไม่เกิดร่วมกัน
กรณีที่ 1 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_1 วิธี
กรณีที่ 2 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_2 วิธี
:
กรณีที่ k สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_k วิธี
แล้วจำนวนวิธีที่จะทำงาน k กรณี จะเท่ากับ $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 อาหารคาว 7 ชนิด ของหวาน 3 ชนิด ถ้าต้องการรับประทานอาหารคาวหรือของหวานก็ได้ 1 ชนิดจะรับประทานได้กี่วิธี

วิธีทำ การรับประทานอาหารนี้ แบ่งได้ 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 เลือกอาหารคาวจะเลือกได้ 7 ชนิด

กรณีที่ 2 เลือกของหวานจะเลือกได้ 3 ชนิด

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในการเลือกรับประทานอาหารนี้ เท่ากับ $7 + 3 = 10$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 ในการแจกรางวัลคราวหนึ่งผู้รับรางวัลมีโอกาสเลือกรางวัลประเภทเงินสดหรือประเภทสิ่งของเขาเลือกประเภทเงินสดเขาจะมีสิทธิ์เลือกซองหนึ่งซองจากสามซองซึ่งมีเงินสดอยู่ 200 บาท 500 บาทและ 1000 บาทแต่ถ้าเขาเลือกประเภทสิ่งของเขามีสิทธิเลือกกล่องหนึ่งกล่องจาก 2 กล่องซึ่งกล่องหนึ่งมีปากกา 1 แท่ง และอีกกล่องหนึ่งมีเครื่องรับโทรทัศน์เขาจะมีวิธีแจกรางวัลกี่วิธี

วิธีทำ ในที่นี้ผู้รับรางวัลมีทางเลือกรางวัลได้ 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 เลือกรางวัลประเภทเงินสดซึ่งเลือกได้ 3 วิธี (มี 3 ซอง)

กรณีที่ 2 เลือกรางวัลประเภทสิ่งของซึ่งเลือกได้ 2 วิธี (มี 2 กล่อง)

ฉะนั้นเขามีวิธีรับรางวัลได้ เท่ากับ $3 + 2 = 5$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 จากเลข 0 – 9 สามารถสร้างจำนวนคู่บวก4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกันได้ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ ต้องการเลขเป็นจำนวนคู่ ดังนั้น หลักหน่วยต้องเป็นเลขคู่ ซึ่งเลขที่ใช้ได้คือ 0, 2, 4, 6, 8

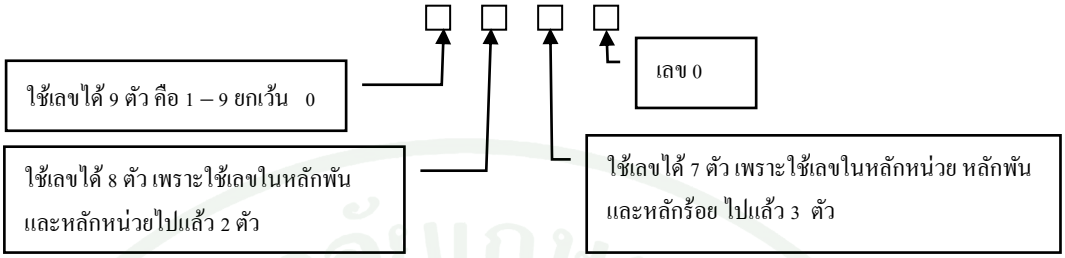
พิจารณาที่เลข 0 ถ้าเลข 0 อยู่ในหลักหน่วย หลักพันจะใช้เลขได้ 9 ตัว

แต่ถ้าเลข 0 ไม่อยู่ในหลักหน่วย หลักพันจะใช้เลขได้เพียง 8 ตัว คือ ยกเว้น 0 และเลขที่ใช้ในหลักหน่วย

ดังนั้น ในการคิดข้อนี้ต้องแบ่งเป็นกรณี ดังนี้

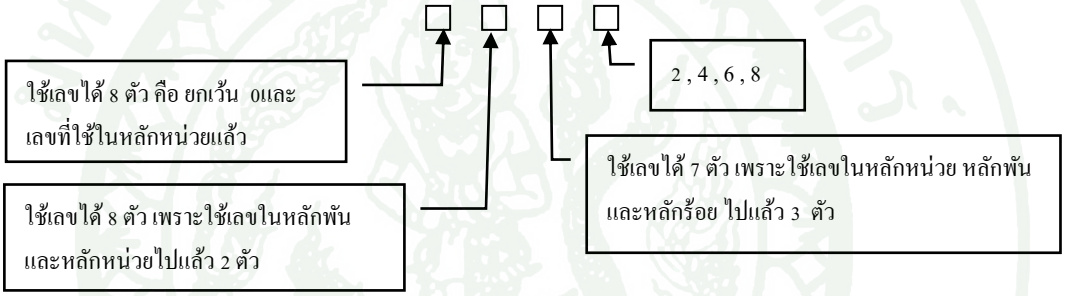
ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<u>กรณีที่ 1</u>เลข 0 อยู่ในหลักหน่วย จะได้



ดังนั้น ได้จำนวนวิธี เท่ากับ 9 x 8 x 7 x 1 = 504 จำนวน

<u>กรณีที่ 2</u> เลข 0 ไม่อยู่ในหลักหน่วย จะได้



ดังนั้น ได้จำนวนวิธี เท่ากับ 8 x 8 x 7 x 4 = 1,792 จำนวน

ดังนั้น สามารถสร้างเลขจำนวนคู่ 4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน

ได้ทั้งหมด เท่ากับ 504 + 1,792 = 2,296 จำนวน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : หลักการบวก

****

จงวิเคราะห์คำถามในกรอบที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.วิชาภาษาอังกฤษมีอาจารย์ผู้ชายสอน 3 กลุ่ม (M1, M2, M3) และอาจารย์ผู้หญิงสอน 2 กลุ่ม (F1, F2)

จงหาจำนวนวิธีที่นักศึกษาสามารถเลือกกลุ่มในการเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

2. มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งมีวิชาให้นักศึกษาเลือกเรียนประกอบด้วยวิชาประวัติศาสตร์ 3 วิชา วิชาคณิตศาสตร์ 4 วิชาและวิชาวิทยาศาสตร์ 2 วิชาถ้านักศึกษาต้องเลือกเรียนเพียงวิชาเดียว แล้วจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

3. จำนวนเต็มคี่ที่อยู่ระหว่าง100 และ999 ซึ่งมีหลักหน่วยหรือหลักร้อยเป็นจำนวนเฉพาะมีกี่จำนวน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. นักเรียนคนหนึ่งต้องการสมัครชุมนุมที่โรงเรียนโดยมี 3 ชุมนุมคือคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์และพลศึกษาในชุมนุมคณิตศาสตร์มีครูที่ปรึกษา 4 คนวิทยาศาสตร์มีที่ปรึกษา 3คนและพละศึกษามีที่ปรึกษา 2 คนจงหาจำนวนวิธีที่นักเรียนจะเลือกชุมนุมได้เพียง 1 ชุมนุมและมีครูที่ปรึกษาชุมนุมเพียง 1 คน

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนดจุด 10 จุดบนกระดาษ มีอยู่ 4 จุดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน นอกนั้นไม่มีสามจุดใดๆ ที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จงหาจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นตรงเชื่อมจุดที่กำหนดให้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. นาย ก. ต้องการซื้อหนังสือนิยายเล่มหนึ่งโดยที่ร้านขายหนังสือมีหนังสือให้เลือกในแนวสืบสวน 3 เล่ม โรแมนติค 5 เล่มและผจญภัย 4 เล่ม นาย ก. จะมีวิธีในการเลือกซื้อหนังสือได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

7. เลขโดด 0 – 9 นำมาสร้างจำนวนเต็ม 4 หลักและหารด้วย 5 ลงตัวได้กี่จำนวน

.....

.....

.....

.....

.....

8. บ้านพักและสถานที่ทำงานของดำรงตั้งอยู่ริมฝั่งแม่น้ำเจ้าพระยาดำรงโดยสารเรือไปทำงานตอนเช้าและกลับที่พักในตอนเย็นถ้าเรือยนต์มี 3 ขนาดขนาดใหญ่ 3 ลำ ขนาดกลาง 5 ลำ และขนาดเล็ก 2 ลำ จำนวนวิธีทั้งหมดที่ดำรงจะโดยสารเรือยนต์ไปทำงานและกลับบ้านพักด้วยเรือขนาดเดียวกันแต่ไม่ใช่เรือลำเดียวกันมีจำนวนวิธีเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในตารางขนาด 3 x 3

.....

.....

.....

.....

.....

10. ในการสร้างจำนวน 4 หลัก จากตัวเลข 0 ถึง 9 และห้ามใช้ตัวเลขซ้ำ จะสร้างจำนวนที่มากกว่า 5,400 ได้กี่จำนวน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 1

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ /กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียนเกี่ยวกับ " กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ "

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

1) สมาคมหนึ่งมีสมาชิก 20 คน ถ้าต้องการเลือกกรรมการประกอบด้วยนายกสมาคม รองนายกสมาคม เลขานุการ และเหรัญญิก ตำแหน่งละ 1 คน จะมีวิธีเลือกกี่วิธี

ตอบ.....

2) จะหย่อนบัตรชิงโชค 5 ใบ ลงในกล่องรับบัตรชิงโชค 3 กล่อง ได้กี่วิธี

ตอบ.....

3)ชายคนหนึ่งมีถุงเท้า 2 คู่ สีดำ และน้ำตาล มีเสื้อ 4 ตัว สีดำ น้ำตาล แดงและขาว มีกางเกง 4 ตัว สีดำ น้ำตาล เทาและน้ำเงิน ชายคนนี้จะแต่งกายได้กี่วิธีโดยไม่ให้สีของถุงเท้า เสื้อและกางเกงซ้ำกัน

ตอบ.....

4) ต้องการพิมพ์จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 2,000 จะต้องกดแป้นพิมพ์หมายเลข 1 เป็นจำนวนทั้งหมดกี่ครั้ง

ตอบ.....

5) จากเมือง ก ไปเมือง ข มีถนนอยู่ 5 สาย และจากเมือง ข ไปเมือง ค มีถนนอยู่ 3 สาย จะมีการเดินทางจาก เมือง ก ไปเมือง ค และเดินทางกลับได้แตกต่างกันกี่วิธี โดยการเดินทางนั้นต้องผ่านเมือง ข

ตอบ.....

6) จะสร้างคำที่ประกอบด้วยอักษร 5 ตัว ซึ่งไม่ซ้ำกัน โดยเอามาจากคำ "MATHEMATICS" ได้ทั้งหมดกี่คำ เมื่อคำที่สร้างขึ้นจะมีความหมายหรือไม่ก็ได้ และมีสระอย่างน้อย 1 ตัว

ตอบ.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

7) ครูมีรางวัลที่แตกต่างกัน 2 รางวัล เพื่อมอบให้นักเรียน 9 คน จะมีวิธีการแจกรางวัลทั้งสองรางวัลให้แก่เด็กได้กี่วิธี เมื่อทั้งสองรางวัลจะให้แก่เด็กคนเดียวกันไม่ได้

ตอบ.....

8) จำนวนเต็มบวกห้าหลักซึ่งเป็นจำนวนคู่ และไม่มีเลขในหลักใดซ้ำกัน มีทั้งหมดกี่จำนวน

ตอบ.....

9) ถ้าต้องการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษร 4 ตัวซึ่งไม่ซ้ำกัน โดยเอามาจากคำ "HISTORY" จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ เมื่อถือว่าทุกคำที่สร้างได้มีความหมาย และ

(1) ตัวอักษรทั้ง 4 ตัวเป็นตัวใดก็ได้

(2) ตัวอักษรทั้ง 4 ตัวเป็นพยัญชนะล้วน

(3) ต้องขึ้นต้นและลงท้ายด้วยพยัญชนะ

(4) คำที่สร้างต้องมีอักษร Y

ตอบ (1) .....

(2) .....

(3) .....

(4) .....

10) จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 จะสร้างจำนวนสามหลัก โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน เมื่อ

(1) มีค่ามากกว่า 350

(2) เป็นจำนวนที่ 10 หารลงตัว

ตอบ (1) .....

(2) .....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง แฟกทอเรียล **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

วิชาคณิตศาสตร์ **เวลา 2 คาบ**

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและมีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับแฟกทอเรียล

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของ n! เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
2. คำนวณหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปแฟกทอเรียลได้
3. กระจายแฟกทอเรียลและสร้างแฟกทอเรียลได้
4. แก้สมการแฟกทอเรียลได้

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก สัญลักษณ์ n! อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หรือ แฟกทอเรียลเอ็น

โดยที่ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$

$= n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots \times 3 \times 2 \times 1$

$= n(n-1)!$

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 3 แฟกทอเรียล
2. แบบทดสอบย่อยที่ 2 แฟกทอเรียล

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 5

1. ครูให้บทนิยามของแฟกทอเรียล และยกตัวอย่างบนกระดานดำ ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทนิยาม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก สัญลักษณ์ n! อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หรือ แฟกทอเรียลเอ็น

โดยที่ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$

$= n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots \times 3 \times 2 \times 1$

$= n(n-1)!$

ตัวอย่างเช่น $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$(n+2)! = (n+2)(n+1)n(n-1) \ldots (3)(2)(1)$

$(n-3)! = (n-3)(n-4)(n-5) \ldots (3)(2)(1)$

$(2n)! = (2n)(2n-1)(2n-2) \ldots (3)(2)(1)$

บทนิยามของ n! กล่าวถึงเฉพาะเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แต่บางครั้งจำเป็นต้องใช้ 0! จึงต้องกำหนดค่าไว้ โดยให้ 0! = 1 ซึ่งแสดงให้เห็น ได้ดังนี้

เนื่องจาก $n! = n(n-1)!$

ถ้าแทน n ด้วย 1 จะได้

$1! = 1(1-1)!$

$1 = 1(0!)$

$= 0!$

นั่นคือ $0! = 1$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ

1) $3!6! = 3 \times 2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 4{,}320$

2) $\frac{8!}{3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1}$

$= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$

$= 6{,}720$

3) $\frac{15!}{6!9!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9!}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 9!}$

$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= 5{,}005$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 2 เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปที่ไม่มีแฟกทอเรียล ได้ดังนี้

$$1)\ \frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$
$$= n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$2)\ \frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!} = \frac{(n-1)(n-2)!(n+2)(n+1)n!}{n!(n-2)!}$$
$$= (n-1)(n+2)(n+1)$$

$$3)\ \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)(n-r)!}{(n-r)!}$$
$$= n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$$

$$4)\ \frac{n!}{5!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(6)(5!)}{5!}$$
$$= n(n-1)(n-2)\ldots(6)$$

ตัวอย่างที่ 3 เขียนผลคูณในข้อต่อไปนี้ในรูปของแฟกทอเรียล ได้ดังนี้

$$1)\ 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22 = \frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21!}{21!}$$
$$= \frac{25!}{21!}$$

$$2)\ n(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$
$$= \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$3)\ n\left(n^2-1\right)\left(n^2-4\right)\left(n^2-9\right)$$
$$= n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)(n-3)(n+3)$$
$$= (n+3)(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$= \frac{(n+3)(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$
$$= \frac{(n+3)!}{(n-4)!}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 4 ถ้า $\frac{n!}{(n-2)!} = 42$ แล้ว จงหาค่าของ n

วิธีทำ จาก $\frac{n!}{(n-2)!} = 42$

จะได้ $\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 42$

$n(n-1) = 42$

จะได้ว่า $n^2 - n - 42 = 0$

เพราะฉะนั้น $(n+6)(n-7) = 0$

ดังนั้น $n = -6$ หรือ $n = 7$ เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก

จึงได้คำตอบว่า $n = 7$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าของ n เมื่อ $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 30$

วิธีทำ $\frac{(n+3)(n+2)(n+1)!}{(n+1)!}$

$(n+3)(n+2) = 30$

จะได้ว่า $n^2 + 5n + 6 = 30$

จัดรูปสมการใหม่ ได้ $n^2 + 5n - 24 = 0$

เพราะฉะนั้น $(n+8)(n-3) = 0$

ดังนั้น $n = -8$ หรือ $n = 3$ เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก

จึงได้คำตอบว่า $n = 3$

2. ครูใช้การถามตอบเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับแฟกทอเรียลโดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3

คาบที่ 6

5. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 2

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการเรียน 80%
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80%
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80%

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเรื่องแฟกทอเรียลมีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับแฟกทอเรียลที่ดี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง แฟกทอเรียล

****

จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) จงหาค่าของ

(1) 5! + 7!

.....

.....

.....

(2) 10! – 8!

.....

.....

.....

(3) $\frac{11!}{9!2!}$

.....

.....

.....

2) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปที่ไม่มีแฟกทอเรียล

(1) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

.....

.....

.....

(2) $\frac{(n-2)!(n+4)}{(n-1)!(n-3)!}$

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3) จงเขียนผลคูณต่อไปนี้ในรูปของแฟกทอเรียล

(1) $9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$

.....

.....

.....

(2) $(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)$

.....

.....

.....

(3) $(n+3)(n+2)(n+1)n(n-1)$

.....

.....

.....

4) จงหาค่า n จากสมการ

(1) $\frac{(n+3)!}{(n-1)!} = 1680$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) $\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{1}{2}\frac{(n+2)!}{(n+1)!}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 2

เรื่อง แฟกทอเรียล

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียนเกี่ยวกับ " แฟกทอเรียล "

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

(1) จงหาค่าของ $\frac{2!\ 8!\ 9!}{6!\ 6!}$

.....

.....

.....

(2) จงหาค่าของ $\frac{8!}{4!}$

.....

.....

.....

(3) จงเขียน $\frac{n!}{(n-5)!}$ ในรูปที่ไม่มีแฟกทอเรียล

.....

.....

.....

(4) จงเขียน $\frac{(n-2)!\ n\left(n^2-1\right)}{n!}$ ในรูปที่ไม่มีแฟกทอเรียล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

(5) จงเขียน $\dfrac{\left(2n^2\right)!(n!)^2}{\left(2n^2-3\right)!(n+1)!(n-1)!\,n}$ ในรูปที่ไม่มีแฟกทอเรียล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(6) จงเขียน $\left(n^2-81\right)\left(n^2-64\right)\left(n^2-49\right)$ ในรูปของแฟกทอเรียล

.....

.....

.....

(7) จงเขียน $n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$ ในรูปของแฟกทอเรียล

.....

.....

.....

(8) จงหาค่า n จากสมการ $\dfrac{n!}{(n-4)!} = 30 \cdot \dfrac{n!}{(n-5)!\ 5!}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

(9) จงหาค่า n จากสมการ $2 \cdot \frac{(n+4)!}{(n-2)!} = \frac{(n+5)!}{(n-1)!}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(10) จงหาค่า n จากสมการ $3 \cdot \frac{(2n+4)!}{(2n+1)!} = 2 \cdot \frac{(n+4)!}{n!}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

วิชาคณิตศาสตร์ **เวลา 2 คาบ**

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง และนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกกฎเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรงได้
2. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง ที่แตกต่างกันได้
3. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน โดยจัดเรียงคราวละ r สิ่งได้

สาระการเรียนรู้

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นวิธีการนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียง โดยถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ ซึ่งถ้าเราต้องการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง จะหาได้จาก

1. ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งนำสิ่งของทั้ง n สิ่งนี้ มาเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง จะมีวิธีจัดเรียงได้ n! วิธี
2. ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงเพียงคราวละ r สิ่ง จะมีวิธีจัดเรียงได้ $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 3 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง
2. แบบฝึกทักษะที่ 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง
3. แบบทดสอบย่อยที่ 3 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 7

1. ครูทบทวน เรื่อง “กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและแฟกทอเรียล” โดยยกตัวอย่างบนกระดานแล้วใช้การถามตอบ

2. ครูให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 3 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ที่ 3 โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4

คาบที่ 8

5. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 3

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการเรียน 80%
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80%
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80%

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรงและนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ใบความรู้ที่ 3

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง

****

วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นวิธีนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียงโดยถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ เช่น

การยืนเรียงแถวของคน 5 คน

การนำจดหมาย 3 ฉบับ ใส่ในซอง 3 ซองที่ต่างกัน

เรียงดินสอสีที่แตกต่างกันลงในกล่อง

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของทั้งหมดที่แตกต่างกันในแนวตรง

จงพิจารณาคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ 1 จงหาจำนวนวิธีสลับที่ตัวอักษรในคำ PREADS เป็นคำใหม่ที่มีความหมายหรือไม่มีความหมายก็ได้

วิธีคิด ในการสลับตัวอักษรนี้ ประกอบด้วยการทำงาน 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 ในตำแหน่งที่ 1 เลือกตัวอักษรได้ 6 วิธี
(จำนวนของอักษรที่มีอยู่)

ขั้นตอนที่ 2 ในตำแหน่งที่ 2 เลือกตัวอักษรได้ 5 วิธี
(ตัวอักษรที่เหลือจากการวางตัวอักษรในตำแหน่งที่ 1)

ขั้นตอนที่ 3 ในตำแหน่งที่ 3 เลือกตัวอักษรได้ 4 วิธี
(ตัวอักษรที่เหลือจากการวางตัวอักษรในตำแหน่งที่ 1 และ 2)

ขั้นตอนที่ 4 ในตำแหน่งที่ 4 เลือกตัวอักษรได้ 3 วิธี
(ตัวอักษรที่เหลือจากการวางตัวอักษรในตำแหน่งที่ 1 และ 2 และ 3)

ขั้นตอนที่ 5 ในตำแหน่งที่ 5 เลือกตัวอักษรได้ 2 วิธี
(ตัวอักษรที่เหลือจากการวางตัวอักษรในตำแหน่งที่ 1 และ 2 และ 3 และ 4)

ขั้นตอนที่ 6 ในตำแหน่งที่ 6 เลือกตัวอักษร ได้ 1 วิธี
(ตัวอักษรที่เหลือจากการวางตัวอักษรในตำแหน่งที่ 1 และ 2 และ 3 และ 4 และ 5)

จากกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับจะได้ว่าจำนวนวิธีสลับตัวอักษรทั้งหมดเท่ากับ $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

คำถามที่ 2 จงหาจำนวนวิธีจัดคน 3 คน ยืนเรียงแถวหน้ากระดาน

วิธีคิด ในการจัดคนยืนเรียงแถวหน้ากระดาน ประกอบด้วยการทำงาน 3 ขั้นตอน คือ
ขั้นตอนที่ 1 จัดคนยืนหัวแถว ได้ 3 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 จัดตนยืนตรงกลางระหว่างคนหัวแถวกับคนท้ายแถวได้ 2 วิธี
(คนที่เหลืออยู่หลังจากจัดคนยืนหัวแถว)
ขั้นตอนที่ 3 จัดคนยืนท้ายแถวได้ 1 วิธี
(คนที่เหลืออยู่หลังจากจัดคนยืนหัวแถวและยืนตรงกลาง)
จากกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ จะได้ว่าจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมด
เท่ากับ $3 \times 2 \times 1 = 3!$ วิธี

ดังนั้น

ถ้ามีของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ต้องการนำสิ่งของทั้งหมดมาเรียงสับเปลี่ยน
ในแนวตรง จะได้จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $n!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 จะจัดเรียงหนังสือ 7 เล่มที่แตกต่างกันบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

วิธีทำ เพราะว่าหนังสือ 7 เล่มแตกต่างกัน และนำมาจัดเรียงลำดับทั้ง 7 เล่ม
ดังนั้นจึงนำมาจัดเรียงได้ทั้งหมด เท่ากับ $7!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จะสร้างคำจากตัวอักษรในคำว่า “SECOND”ได้ทั้งหมดกี่คำที่ขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

วิธีทำ อักษรในคำที่กำหนดมีทั้งหมด 6 ตัว แยกเป็นพยัญชนะ 4 ตัว กับสระอีก 2 ตัว
จะสร้างคำโดยการสลับอักษรทั้ง 6 ตัว แต่ต้องสลับตามเงื่อนไขที่กำหนด กล่าวคือ
ตัวขึ้นต้นต้องเป็นสระ จึงเขียนตัวขึ้นต้นได้ 2 วิธี เพราะมีสระให้เลือกได้ 2 ตัว
ตัวลงท้ายก็ต้องเป็นสระ จึงเขียนตัวลงท้ายได้ 1 วิธี เพราะมีสระเหลือเพียงตัวเดียว
ส่วนอักษร 4 ตัวที่เหลือ สลับที่โดยไม่มีเงื่อนไขใด จึงสลับที่ได้ $4!$ วิธี
โดยกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ จึงได้ว่า
จะสร้างคำได้ทั้งหมด $2 \times 1 \times 4! = 48$ คำ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

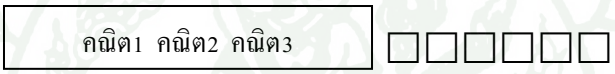
ตัวอย่างที่ 3 มีหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ในจำนวนนี้เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่ม จะจัดเรียงหนังสือทั้งหมด บนชั้นหนังสือเดียวกันได้กี่วิธีเมื่อ

(1) คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม

(2) คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้

วิธีทำ มีหนังสือ 9 เล่ม จะจัดลำดับทั้ง 9 เล่ม แต่เป็นการจัดลำดับโดยมีเงื่อนไขต่างๆ กัน ดังนี้

(1) เนื่องจากต้องการให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม ใช้วิธีการจินตนาการ โดยนำหนังสือทั้ง 3 เล่มนี้มามัดไว้ด้วยกันเป็น 1 มัด



ดังนั้นหนังสือ 9 เล่ม จึงคิดเสมือนเป็นหนังสือเพียง 7 เล่ม

ในการจัดเรียงหนังสือทั้งหมด ประกอบด้วยการทำงาน 2 ขั้นตอนคือ

ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียงหนังสือ 7 เล่ม ซึ่งจัดได้ $7!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธี จัดเรียงหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่มในมัด ซึ่งจัดได้ $3!$ วิธี

ดังนั้นจึงได้จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือทั้งหมด เท่ากับ $7! \times 3! = 30,240$ วิธี

(2) ในข้อนี้ หนังสือคณิตศาสตร์จะอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มเหมือนในข้อ (1) ไม่ได้ จึงใช้วิธีคิดในทางตรงกันข้าม กล่าวคือจำนวนวิธีจัดโดยไม่ให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม เท่ากับ จำนวนวิธีจัดหนังสือทั้งหมดแบบไม่มีเงื่อนไข ลบด้วย จำนวนวิธีจัดหนังสือโดยให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม

เนื่องจากจำนวนวิธีจัดหนังสือทั้งหมดแบบไม่มีเงื่อนไขเท่ากับ $9!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดโดยที่คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้

เท่ากับ $9! - 7!\,3! = 332,640$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของบางสิ่งจากสิ่งของทั้งหมดที่แตกต่างกันในแนวตรง

จงพิจารณาคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ 1 จงหาจำนวนวิธีจัดคน 8 คน ให้นั่งเก้าอี้ที่เรียงเป็นแถวยาว 3 ตัว

วิธีคิด ในการจัดคน 8 คน นั่งเก้าอี้ที่เรียงเป็นแถวหน้ากระดาน 3 ตัว ประกอบด้วยการทำงาน 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 จัดคนนั่งเก้าอี้ตัวที่ 1 ได้ 8 วิธี (คนใดคนหนึ่งใน 8 คนมานั่ง)

ขั้นตอนที่ 2 จัดคนนั่งเก้าอี้ตัวที่ 2 ได้ 7 วิธี (คนใดคนหนึ่งจากคนที่เหลือ)

ขั้นตอนที่ 3 จัดคนนั่งเก้าอี้ตัวที่ 3 ได้ 6 วิธี (คนใดคนหนึ่งจากคนที่เหลือ)

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดคน 8 คน นั่งเก้าอี้ 3 ตัว เท่ากับ 8 x 7 x 6 วิธี

ซึ่งสามารถเขียนในรูปแฟกทอเรียลเป็น $\frac{8!}{3!} = \frac{8!}{(8-5)!}$ วิธี

คำถามที่ 2 จงหาจำนวนวิธีสร้างจำนวน 4 หลักจากเลขโดด 2, 4, 5, 7, 8, 9 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

วิธีคิด ในการสร้างจำนวนนี้ ประกอบด้วยการทำงาน 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 สร้างหลักที่ 1 ได้ 6 วิธี (เลขใดเลขหนึ่งใน 6 ตัวที่มีอยู่)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างหลักที่ 2 ได้ 5 วิธี (เลขใดเลขหนึ่งจากตัวเลขที่มีอยู่)

ขั้นตอนที่ 3 สร้างหลักที่ 3 ได้ 4 วิธี (เลขใดเลขหนึ่งจากตัวเลขที่มีอยู่)

ขั้นตอนที่ 4 สร้างหลักที่ 4 ได้ 3 วิธี (เลขใดเลขหนึ่งจากตัวเลขที่มีอยู่)

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างจำนวนที่มี 4 หลัก เท่ากับ 6 x 5 x 4 x 3 วิธี

ซึ่งสามารถเขียนในรูปแฟกทอเรียลเป็น $\frac{6!}{2!} = \frac{6!}{(6-4)!}$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ดังนั้น

ในการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน จะประกอบด้วยการทำงาน r ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 วางสิ่งของในตำแหน่งที่ 1 จะทำได้ n วิธี

ขั้นตอนที่ 2 วางสิ่งของในตำแหน่งที่ 2 จะทำได้ n – 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 วางสิ่งของในตำแหน่งที่ 3 จะทำได้ n – 2 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 วางสิ่งของในตำแหน่งที่ 4 จะทำได้ n – 3 วิธี

ทำตามขั้นตอนไปเรื่อยๆ จนถึง

ขั้นตอนที่ r วางสิ่งของในตำแหน่งที่ r จะทำได้ n – r + 1 วิธี

ซึ่งสามารถเขียนในรูปแฟกทอเรียลเป็น $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

ใช้สัญลักษณ์คือ $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ โดยที่ $(r \leq n)$

ตัวอย่างที่ 1 มีหนังสือ 10 เล่ม จะจัดเรียงบนชั้นหนังสือซึ่งมีที่ว่าง 3 ที่ได้กี่วิธี

วิธีทำ มีหนังสือทั้งหมด 10 เล่ม แตกต่างกัน แต่นำมาจัดเรียงเพียงคราวละ 3 เล่ม

ดังนั้น จะจัดเรียงบนชั้นหนังสือได้ $P(10,3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!}$ วิธี

$= 10 \times 9 \times 8$ วิธี

$= 720$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 ในการแข่งขันวิ่งทนครั้งหนึ่ง มีผู้สมัคร 5 คน แต่วิ่งถึงเส้นชัยเพียง 3 คน จะมีผู้ชนะที่ 1 ที่ 2 และที่ 3 ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ มีผู้สมัครทั้งหมด 5 คน แต่นำมาจัดเรียงลำดับเพียงคราวละ 3 คน

ดังนั้น จะจัดลำดับผู้เข้าแข่งขันได้ทั้งหมด $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!}$ วิธี

$= 5 \times 4 \times 3$ วิธี

$= 60$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 3 จงหาจำนวนวิธีในการเลือกประธานรองประธานเลขานุการและเหรัญญิก จากคน 7 คน

วิธีทำ มีคนทั้งหมด 10 คน แต่นำมาจัดลำดับเพียงคราวละ 4 คน
ดังนั้น จะมีวิธีจัดลำดับประธานรองประธานเลขานุการและเหรัญญิกได้ทั้งหมด

$$P(7, 4) = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} \text{ วิธี}$$
$$= 7 \times 6 \times 4 \times 3 \text{ วิธี}$$
$$= 504 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 4 มีธง 5 ผืน ผืนละสีไม่ซ้ำกันจะมีวิธีส่งสัญญาณโดยเอาธง 3 ผืน มาวางเรียงกันได้กี่วิธี

วิธีทำ มีธงทั้งหมด 5 ผืน แต่นำมาจัดลำดับเพียงคราวละ 3 ผืน
ดังนั้น จะมีวิธีธง ได้ทั้งหมด

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} \text{ วิธี}$$
$$= 5 \times 4 \times 3 \text{ วิธี}$$
$$= 60 \text{ วิธี}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) จัดนักเรียน 3 คน นั่งเก้าอี้เป็นแถว 3 ตัว ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

2) จัดนักเรียน 10 คน ยืนเข้าแถวได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

3) จัดเรียงหนังสือ 9 เล่มที่แตกต่างกัน เป็นแถวบนชั้นหนังสือเดียวกัน ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

4) จงหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่มี 4 หลักทั้งหมดที่สร้างได้จากตัวเลข 1, 2, 3 และ 4 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

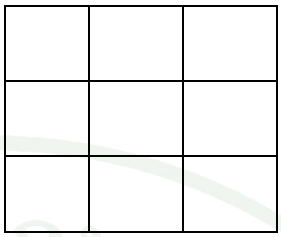
.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

5) ถ้าต้องการนำตัวเลข 1, 2, 3, … , 9 ใส่ในช่องตารางที่กำหนดให้ช่องละ 1 ตัว จะมีวิธีใส่กี่วิธี เมื่อต้องการให้เลข 1, 2 และ 3

(1) อยู่แถวเดียวกัน

(2) อยู่คนละแถว



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) นำอักษรจากคำว่า “SOCIAL” มาสร้างคำที่ประกอบด้วยอักษร 4 ตัวไม่ซ้ำกัน ได้กี่คำ

.....

.....

.....

7) นำลูกบอล 5 ลูกที่แตกต่างกัน ใส่ลงในกล่อง 8 ใบ โดยที่กล่องแต่ละใบ ต้องมีลูกบอลอยู่เพียงลูกเดียวจะมีวิธีใส่ลูกบอล ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

8) นักฟุตบอลของโรงเรียนมี 22 คน ทุกคนสามารถเล่นทุกตำแหน่ง จะจัดทีมฟุตบอลไปแข่งขันกับโรงเรียนอื่นได้แตกต่างกันกี่ทีม

.....

.....

.....

.....

9) ถ้าต้องการทาสีหน้าลูกเต๋าทุกหน้าๆ ละสีไม่ซ้ำกัน จะมีวิธีทาทั้งหมดกี่วิธีเมื่อ

(1) มีสีที่แตกต่างกัน 6 สี

(2) มีสีที่แตกต่างกัน 7 สี

(3) มีสีที่แตกต่างกัน 8 สี ซึ่งมีสีแดงอยู่ด้วย และต้องทาสีแดงเสมอ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) กำหนด A = {1,2,3} B = {1,2,3,4,5,6} จำนวนฟังก์ชัน f : A$\rightarrow$B ซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งมีทั้งหมดเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 3

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียน เกี่ยวกับ “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันในแนวตรง”

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) ใช้เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 เขียนจำนวนห้าหลัก โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) นำลูกบอล 6 ลูกที่แตกต่างกัน ใส่ลงในกล่อง 6 ใบ โดยที่กล่องแต่ละใบ ต้องมีลูกบอลอยู่เพียงลูกเดียวจะมีวิธีใส่ลูกบอลได้กี่วิธี

.....

.....

.....

3) ใช้เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 เขียนจำนวนสองหลักโดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) ในการสร้างรหัสลับที่มีความยาวสี่ตัวอักษรที่ไม่ซ้ำกันจากอักษร 7 ตัวคือ A, B, C, D, E, F และ G จะสามารถสร้างรหัสลับได้กี่แบบ

.....

.....

.....

.....

.....

5) จัดนักเรียน 5 คน นั่งเก้าอี้เป็นแถว 3 ตัว ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

6) ถ้าต้องการสร้างคำ โดยการสลับที่ตัวอักษรในคำว่า “NUMBER” จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมายและ

(1) ลงท้ายด้วยสระ

(2) ลงท้ายด้วยพยัญชนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

7) มีนักเรียน 7 คน ในจำนวนนี้มีนาย ก และนาย ข รวมอยู่ด้วย ถ้าจัดคนทั้งหมดนั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 7 ตัว จะมีวิธีการนั่งทั้งหมดกี่วิธีเมื่อ

(1) นาย ก นั่งกลางเสมอ

(2) นาย ก กับนาย ข นั่งติดกัน

(3) นาย ก กับนาย ข นั่งแยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) จัดเรียงหนังสือ 9 เล่มที่แตกต่างกัน บนชั้นหนังสือเดียวกันซึ่งมีที่ว่าง 6 ที่ ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

9) มีชาย 3 คน หญิง 4 คน สามารถจัดเป็นแถวหน้ากระดานเรียงสี่ได้กี่แบบ ถ้าสองคนแรกเป็นผู้ชายและอีกสองคนเป็นหญิง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

10) จงหาจำนวนวิธีในการจัดให้ชาย 5 คน หญิง 4 คน นั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 9 ตัว เมื่อ

(1) ไม่มีหญิง 2 คนใดเลยนั่งติดกัน

(2) ไม่มีชาย 2 คนใดเลยนั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

วิชาคณิตศาสตร์ **เวลา 2 คาบ**

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน พร้อมทั้งนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกกฎเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรงได้
2. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรงได้

สาระการเรียนรู้

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นวิธีการนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียง โดยถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ ซึ่งถ้าเราต้องการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง จะหาได้จาก

ถ้าของ n สิ่งแบ่งเป็น k กลุ่มที่แตกต่างกัน โดยที่ กลุ่มที่ 1 มีของเหมือนกัน n_1 สิ่ง กลุ่มที่ 2 มีของเหมือนกัน n_2 สิ่ง ... กลุ่มที่ k มีของเหมือนกัน n_k สิ่ง และ $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ แล้ว จะได้วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งนั้นในแนวตรงเท่ากับ $\frac{n!}{n_1!n_2!.....n_k!}$ วิธี

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 5 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง
2. แบบทดสอบย่อยที่ 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 9

1. ครูกำหนดอักษร A, B, C ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง แล้วเขียนคำตอบทั้งหมดบนกระดาน ดังนี้

พิจารณา ถ้านำอักษร 3 ตัว คือ A, B, C มาเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง จะได้ $3! = 6$ วิธี คือ ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

2. ครูให้อักษร A กับ B เป็นอักษรที่เหมือนกัน สมมติให้แทนด้วยอักษร M แล้วให้นักเรียนออกมาเขียนคำตอบใหม่ โดยใช้คำตอบเดิมเป็นหลัก ดังนี้

แต่ถ้าให้ A กับ B เหมือนกัน สมมติให้เป็น M

ดังนั้น 6 วิธีดังกล่าวจะเปลี่ยนเป็น

MMC, MCM, MMC, MCM, CMM, CMM

ซึ่งจะเห็นว่าจัดได้เพียง 3 วิธีเท่านั้น คือ MMC, MCM, CMM

3. ครูให้นักเรียนสรุปคำตอบของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนอักษร 3 ตัว คือ M, M, C โดยเขียนในรูป แฟกทอเรียลดังนี้

พิจารณาคำตอบใน 3 คำตอบ เช่น MMC จะเห็นว่าถ้า M 2 ตัวนี้ ต่างกัน จะสามารถเรียงสับเปลี่ยนได้ 2! วิธี

นั่นคือ จาก 1 วิธี (MMC) จะแยกได้เป็น 2! วิธี

ดังนั้น จากทั้งหมด 3 วิธี จึงแยกได้เป็น $3 \times 2! = 3! = 6$ วิธี

แต่ M 2 ตัวนี้ เหมือนกัน

นั่นคือคำตอบ 3 วิธี หาได้จาก $\frac{3!}{2!}$ นั่นเอง

4. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น ให้หาจำนวนวิธีสลับอักษรในคำว่า “ELEMENT” ซึ่งมีอักษร E ซ้ำกัน 3 ตัว โดยใช้กระบวนการเดียวกับตัวอย่างแรกดังนี้

ในที่นี้มีอักษรทั้งหมด 7 ตัว แต่เป็นตัว E ซ้ำกัน 3 ตัว

สมมติให้จำนวนวิธีสลับอักษรที่ต้องการดังกล่าว เท่ากับ y วิธี

แต่ในแต่ละวิธีนี้ ถ้า E ไม่ซ้ำกัน จะแยกได้เป็น $3!$ วิธี

ดังนั้น ใน y วิธี ถ้า E ไม่ซ้ำกัน จะแยกได้เป็น $3! \times y$ วิธี

แต่ถ้า E ไม่ซ้ำกัน การสลับอักษร 7 ตัวย่อมทำได้ $7!$ วิธี

ดังนั้น $3! \times y = 7!$

$$y = \frac{7!}{3!}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

นั่นคือจะสลับอักษรในคำ “ELEMENT” ได้ $\frac{7!}{3!}$ วิธี

5. ครูให้นักเรียนใช้การสังเกตวิธีการหาคำตอบจากตัวอย่างแล้วช่วยกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่องจนทำให้สรุปได้ว่า

ถ้าของ n สิ่งแบ่งเป็น k กลุ่มที่แตกต่างกัน โดยที่ กลุ่มที่ 1 มีของเหมือนกัน n_1 สิ่ง กลุ่มที่ 2 มีของเหมือนกัน n_2 สิ่ง ... กลุ่มที่ k มีของเหมือนกัน n_k สิ่ง และ $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ แล้ว จะได้วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งนั้นในแนวตรงเท่ากับ $\frac{n!}{n_1!n_2!.....n_k!}$ วิธี

6.ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5

คาบที่ 10

7. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 4

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการเรียน 80 %
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80%
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80%

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรงและนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 5

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) จะมีวิธีนำตัวอักษรในคำว่า “MISSISSIPPI” มาสลับที่ให้เกิดคำใหม่ได้ทั้งหมดกี่คำ โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

.....

.....

.....

2) มีลูกบอลสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีขาวเหมือนกัน 2 ลูก และสีน้ำเงินเหมือนกัน 4 ลูก ถ้าต้องการนำลูกบอลทั้งหมดมาวางเรียงเป็นแถวยาว จะมีวิธีจัดเรียงกี่วิธี เมื่อ

(1) ลูกบอลที่มีสีเดียวกันอยู่ติดกัน

(2) ลูกบอลที่อยู่ริมทั้ง 2 ด้านมีสีเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) จำนวนวิธีจัดเรียงอักษรในคำว่า “ENTRANCE” ซึ่งอักษร E ไม่อยู่ติดกัน เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) มีคุกกี้ 3 ยี่ห้อ โดยที่ ยี่ห้อที่ 1 มีอยู่ 5 กระปุก ยี่ห้อที่ 2 มีอยู่ 3 กระปุก และยี่ห้อที่ 3 มีอยู่ 2 กระปุก และคุกกี้ยี่ห้อเดียวกันไม่แตกต่างกัน ถ้านำคุกกี้ทุกยี่ห้อมาเรียงต่อกันในแนวตรงและคุกกี้ยี่ห้อที่ 3 อยู่ติดกันทำได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) ถ้าจัดหนังสือ 9 เล่มบนชั้นหนังสือเดียวกันอย่างไม่มีเงื่อนไขใด ๆ ปรากฏว่าได้จำนวนวิธีการจัดเท่ากับ 2,520 วิธี จงหาจำนวนวิธีการจัดหนังสือโดยให้หนังสือที่เหมือนกันและมีจำนวนมากที่สุดอยู่ติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

6) ถ้าต้องการสลับตัวอักษรในคำว่า “RESTLESSNESS” จะสลับได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อกำหนดให้

(1) ไม่มีเงื่อนไขใด

(2) อักษร E อยู่ติดกันทั้ง 3 ตัว

(3) ลงท้ายด้วยตัวอักษร S 4 ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

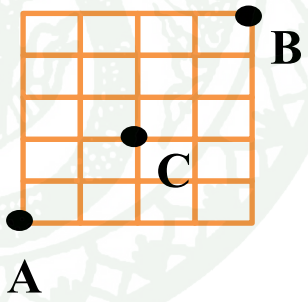
.....

.....

7) จากรูปที่กำหนดให้เป็นแผนผังของเมือง ๆ หนึ่ง รอยเส้นในแผนผังคือถนน ถ้าชายคนหนึ่งต้องการขับรถออกจากจุด A ไปยังจุด B โดยมีเงื่อนไขว่าเขาจะต้องขับรถไปทางทิศเหนือหรือทิศตะวันออกเท่านั้น อยากทราบว่า เขาจะมีการเลือกเส้นทางได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใด

(2) ต้องผ่านจุด C ด้วย



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

8) จะสลับอักษรในคำว่า “COOPERATOR” ได้กี่วิธีเมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใด

(2) อักษร O อยู่ติดกันทั้ง 3 ตัว

(3) ขึ้นต้นด้วยอักษร R ทั้ง 2 ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

9) ชายคนหนึ่งมีธงสำหรับส่งสัญญาณ 7 ผืนเหมือนกัน สีแดง 2 ผืน ขาว 2 ผืน น้ำเงิน 3 ผืน ในการส่งสัญญาณ แต่ละสัญญาณจะต้องใช้ธงทั้ง 7 ผืน โดยแขวนในแนวดิ่ง และสัญญาณข้อความช่วยเหลือจะต้องใช้ธงสีน้ำเงินเป็นผืนที่อยู่บนสุด ชายคนนี้จะส่งสัญญาณได้กี่วิธีเมื่อ

(1) สัญญาณนั้นเป็นสัญญาณขอความช่วยเหลือ

(2) สัญญาณนั้นไม่ใช่สัญญาณขอความช่วยเหลือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) ชายขี้เมาคนหนึ่งสามารถก้าวไปข้างหน้าหรือข้างหลังก็ได้ ถ้าเขาเดินทั้งหมด 11 ก้าว เขาจะมีวิธีเดินทั้งหมดกี่วิธี เมื่อเดินครบ 11 ก้าวแล้วตัวเขาจะยืนอยู่ห่างจากจุดตั้งต้นไปข้างหน้า 5 ก้าว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียน เกี่ยวกับ “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวตรง”

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. จะสลับอักษรในคำว่า “MATHEMATICIAN” ได้กี่วิธี เมื่อ

(1) อักษร A อยู่ติดกันทั้ง 3 ตัว

(2) อักษร A อยู่ติดกันเพียง 2 ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จะมีจำนวนกี่จำนวนที่มีค่าเกิน 1,000,000 โดยสร้างจากตัวเลข 2, 4, 0, 5, 2, 4, 4

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดตัวอักษรทั้งหมดจากคำว่า “ADDRESSEE”

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. เด็กคนหนึ่งสามารถเดินก้าวไปข้างหน้าหรือถอยหลังได้เท่านั้น แต่ถูกอนุญาตให้เดินได้รวมกัน 12 ก้าว หากเด็กคนนี้ต้องการจะเดินไปถึงจุดที่ห่างจากเดิมไปข้างหน้า 6 ก้าว แล้วจะมีวิธีเดินกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

5. มีกล่อง 9 ใบเป็นกล่องแบบเดียวกันแต่เป็นคนละสี ในจำนวนนี้มีกล่องสีแดง 3 ใบ กล่องสีเขียว 4 ใบและกล่องสีน้ำเงิน 2 กล่อง ถ้านำกล่องทั้งหมดนี้มาเรียงกันในแนวเส้นตรง โดยที่กล่องสีเขียวไม่อยู่ติดกันทำได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. นำตัวอักษรจากคำว่า “BEERBARREL” มาเรียงสลับที่กันได้ทั้งหมดกี่แบบ เมื่อต้องขึ้นต้นด้วยตัวอักษร B

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

7. มีเสื้อ 8 ตัวเป็นแบบเดียวกันแต่คนละสี โดยที่มีเสื้อสีขาว 2 ตัว เสื้อสีเหลือง 3 ตัว
และเสื้อสีแดง 3 ตัว ถ้าจะจัดเรียงเสื้อซ้อนกันแล้วจะมีจำนวนวิธีทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. มีบัตรชมภาพยนตร์ชั้นหนึ่งอยู่ 2 ใบ ชั้นสอง 3 ใบ ชั้นสาม 2 ใบ ซึ่งบัตรในชั้นเดียวกันเหมือนกัน
ถ้าต้องการนำบัตรทั้งหมดเรียงใส่กระเป๋าสตางค์ โดยที่บัตรชมภาพยนตร์ในชั้นที่หนึ่งอยู่ติดกัน
จะทำได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. มีกี่วิธีที่จะนำอักษรทุกตัวจากคำว่า “TROTTING” มาเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่างๆ
โดยมีเงื่อนไขว่า คำนั้น ต้องขึ้นต้นด้วยสระและลงท้ายด้วยอักษร T

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

10. มีหนังสือ 4 วิชาที่แตกต่างกัน แต่ละวิชามี 3 เล่มที่เหมือนกัน ถ้าจะจัดหนังสือทั้งหมดเป็นแถวยาว จะจัดได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใด

(2) วิชาเดียวกันอยู่ติดกัน

(3) หนังสือที่อยู่ริมทั้งสองด้านเป็นวิชาเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์ เวลา 2 คาบ

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม พร้อมทั้งนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกกฎเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลมชนิด 2 มิติได้
2. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมชนิด 2 มิติ ของสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง ที่แตกต่างกันได้

สาระการเรียนรู้

การจัดเรียงสิ่งของชุดหนึ่งแบบวงกลม ถ้าของแต่ละชิ้นที่นำมาจัดเรียง เปลี่ยนตำแหน่งโดยการหมุนไปพร้อมๆ กัน จะถือว่าเป็นการจัดเรียงวิธีเดียวกัน

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมชนิด 2 มิติ

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน นำมาเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมชนิด 2 มิติทั้ง n สิ่ง แล้วจะมีจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 6 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม
2. แบบทดสอบย่อยที่ 5 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม
3. กระดานแม่เหล็กพร้อมดุมแม่เหล็กสีต่างๆ กัน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 11

1. ครูสุ่มนักเรียน 4 คน ออกมาหน้าห้อง แล้วให้ยืนเรียงเป็นวงกลมโดยเรียงลำดับตามชอบใจ จากนั้นให้นักเรียนทั้ง 4 คน จัดเรียงลำดับวิธีอื่นๆ ที่ไม่ซ้ำกันแบบเดิมอีกประมาณ 4 – 5 วิธี ให้นักเรียนที่เหลือสังเกตและบันทึกวิธีต่างๆ

2. ครูให้นักเรียนคิด แล้วลองทายว่านักเรียนทั้ง 4 คนนี้จะยืนเรียงเป็นวงกลมได้ต่างๆ กันกี่วิธี โดยครูจะยังไม่เฉลยแต่ให้นักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตัวเองจากการเรียนรู้ในขั้นต่อไป

3. ครูให้นักเรียนเขียนรูปวงกลม 2 รูป ขนาดใหญ่พอสมควรบนกระดานแม่เหล็กที่ครูเตรียมไว้บนกระดาน

4. ครูให้นักเรียนนำดุมแม่เหล็ก 3 ลูก สีต่างกัน มาจัดเรียงตามแนวเส้นรอบวงกลมของวงกลมหนึ่ง

5. ครูจัดเรียงดุมแม่เหล็กเหมือนกับที่นักเรียนได้จัดเรียงไว้ในข้อ 3 แต่ครูจัดเรียงบนเส้นรอบวงของวงกลมอีกวงหนึ่ง

6. ครูให้นักเรียนคนหนึ่งออกมาเปลี่ยนตำแหน่งของดุมแม่เหล็กที่ครูจัดเรียงไว้ในข้อ 4 โดยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่งนั้น ให้เปลี่ยนโดยการหมุนไปพร้อมๆ กัน

7. ครูให้นักเรียนทุกคนช่วยกันพิจารณาว่า หลังจากที่เพื่อนมาเปลี่ยนตำแหน่งของดุมแม่เหล็กโดยการหมุนไปพร้อมๆ กันแล้ว การจัดเรียงลำดับเปลี่ยนแปลงไปจากการจัดเรียงในข้อ 3 ที่นักเรียนคนแรกได้จัดเรียงไว้หรือไม่ ซึ่งนักเรียนควรตอบได้ว่าการจัดเรียงลำดับเหมือนเดิม ไม่เปลี่ยนแปลง

8. ครูให้นักเรียนคนหนึ่งออกมาเปลี่ยนตำแหน่งของดุมแม่เหล็ก โดยวิธีอื่นซึ่งไม่ใช่วิธีเปลี่ยนโดยการหมุนไปพร้อม ๆ กัน แล้วให้นักเรียนทุกคนช่วยกันพิจารณาว่า การจัดเรียงลำดับเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมหรือไม่ ซึ่งนักเรียนควรตอบได้ว่าการจัดเรียงลำดับเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

9. ครูใช้กระบวนการเดียวกัน แต่เปลี่ยนจำนวนดุมแม่เหล็ก จนกระทั่งนักเรียนสรุปได้ว่าในการจัดเรียงสิ่งของชุดหนึ่งแบบวงกลม ถ้าของแต่ละชิ้นที่นำมาจัดเรียงเปลี่ยนตำแหน่งโดยการหมุนไปพร้อม ๆ กัน จะถือว่าเป็นการจัดเรียงวิธีเดียวกัน

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมชนิด 2 มิติ แบบที่ 1 ว่า ถ้ามีสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน นำมาเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมชนิด 2 มิติทั้ง n สิ่ง แล้วจะมีจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

11.ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

คาบที่ 12

12. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 5

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและความสนใจในการทำกิจกรรม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการทำกิจกรรม 80 %
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80 %
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80 %

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจและมีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม พร้อมทั้งนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้ค่อนข้างดี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 6

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) ในการประชุมตัวแทนนักศึกษามหาวิทยาลัย 4 แห่ง ประกอบด้วย จุฬา 2 คน ธรรมศาสตร์ 2 คน เกษตรศาสตร์ 2 คน และมหิดล 3 คน ถ้าในการประชุมครั้งนี้จัดให้นั่งรอบโต๊ะกลม จะมีกี่วิธีที่สามารถจัดได้ ถ้าให้นักศึกษามหาวิทยาลัยเดียวกันนั่งติดกันเสมอ

.....

.....

.....

.....

2) มีครอบครัว 4 ครอบครัว แต่ละครอบครัวประกอบด้วย พ่อ แม่ และลูก 2 คน จัดคนทั้งหมดนั่งรับประทานอาหารร่วมกันรอบโต๊ะตัวหนึ่ง จงหาจำนวนวิธีการนั่งถ้าต้องการให้สมาชิกในครอบครัวเดียวกันนั่งติดกัน และในแต่ละครอบครัวพบว่าพ่อและแม่นั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

3) จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน นั่งรอบโต๊ะตัวหนึ่งได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ชาย 1 คน สลับกับหญิง 1 คน

(2) ชาย 2 คน สลับกับหญิง 2 คน

(3) ชาย 3 คน สลับกับหญิง 3 คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) จัดเด็ก 1 คน หญิง 3 คน และชาย 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ชายไม่นั่งติดกับเด็ก จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

5) มีหนังสือคณิตศาสตร์ต่างกัน 4 เล่ม ฟิสิกส์ต่างกัน 3 เล่ม เคมีต่างกัน 2 เล่ม จะจัดหนังสือทั้งหมด บนชั้น หนังสือเป็นวงกลมรอบเสาได้กี่วิธีเมื่อ

(1) วิชาเดียวกันอยู่ติดกัน

(2) คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้งหมด แต่เคมีอยู่แยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 5

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียน เกี่ยวกับ “วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันแบบวงกลม”

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

1. มีเทียนที่แตกต่างกัน 9 เล่ม นำมาปักเรียงเป็นวงกลมบนขนมเค้กได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

2. ครอบครัวหนึ่งมีพ่อ แม่ และลูกอีก 3 คนไปรับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ถ้าโต๊ะอาหารเป็นแบบโต๊ะกลม ซึ่งมี 5 ที่นั่ง แล้วสมาชิกครอบครัวนี้จะนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม

(2) พ่อและแม่นั่งติดกัน

(3) พ่อและแม่นั่งแยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. มีหลอดไฟสีแตกต่างกัน 7 หลอด มีสีแดงและสีเขียวรวมอยู่ด้วย นำหลอดไฟมาประดับรอบบริเวณงานเลี้ยงเป็นวงกลมได้กี่วิธีเมื่อเรียงหลอดไฟสีแดงและหลอดไฟสีเขียวให้อยู่แยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. สามีภรรยา 4 คู่ ในจำนวนนี้ มีอ้อมกับเอกเป็นสามีภรรยากัน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ซึ่งมี 8 ที่นั่ง จะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม

(2) อ้อมกับเอกต้องนั่งติดกัน

(3) อ้อมกับเอกต้องนั่งแยกกัน

(4) สามีภรรยาแต่ละคู่นั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

5. คณะกรรมการชุดหนึ่งมีทั้งหมด 9 คน จะนั่งประชุมโต๊ะกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยที่

(1) ประธานกับเลขานุการต้องนั่งติดกัน

(2) ประธานกับเลขานุการต้องนั่งแยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. มีริบบิ้นสีขาว 5 เส้น สีส้ม 3 เส้น และสีเหลือง 2 เส้น ริบบิ้นแต่ละเส้นมีความยาวไม่เท่ากัน นำริบบิ้นแต่ละเส้นมาวางเรียงต่อกันเป็นวงกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยที่ริบบิ้นสีเดียวกันอยู่ติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. จัดชาย 9 คน หญิง 9 คน ยืนล้อมเป็นวงกลม ถ้าชายยืนสลับกับหญิง จะมีวิธีการยืนได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

8. มีฝาแฝดอยู่ 5 คู่ นั่งรอบโต๊ะกลมได้กี่วิธีเมื่อให้ฝาแฝดแต่ละคู่ที่นั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

เรื่อง วิธีจัดหมู่ **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

วิชาคณิตศาสตร์ **เวลา 3 คาบ**

****

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีจัดหมู่และนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของวิธีจัดหมู่ได้
2. บอกกฎเกี่ยวกับวิธีจัดหมู่ได้
3. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่ง ซึ่งเลือกมาจากสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันได้
4. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่ง ซึ่งเลือกมาจากสิ่งของ n สิ่ง ที่มีบางสิ่งซ้ำกันได้

สาระการเรียนรู้

วิธีจัดหมู่ เป็นวิธีการแบ่งกลุ่มของสิ่งของ r สิ่ง ซึ่งเลือกมาจากสิ่งของ n สิ่ง โดยไม่ถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของ แต่ละสิ่งที่อยู่ในหมู่เดียวกัน

จำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ด้วยสัญลักษณ์ nCr หรือ ${}^{n}C_{r}$ หรือ $C_{n,r}$ หรือ $C(n,r)$ หรือ $\binom{n}{r}$

โดยที่ $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 4 วิธีจัดหมู่
2. แบบฝึกทักษะที่ 7 วิธีจัดหมู่
3. แบบทดสอบย่อยที่ 6 วิธีจัดหมู่

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 13 – 14

1. ครูกำหนดอักษร A, B, C, D ให้นักเรียนเลือกอักษรมา 3 ตัว จากอักษร 4 ตัว ที่กำหนดให้ โดยให้นักเรียนตอบทีละคน และคำตอบต้องไม่ซ้ำกับเพื่อน แล้วครูเขียนคำตอบทั้งหมดบนกระดาน ซึ่งจะได้คำตอบทั้งหมดคือ ABC, ABD, ACD, BCD

2. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบที่ได้นี้กับคำตอบของวิธีเรียงสับเปลี่ยนของอักษรคราวละ 3 ตัว จากอักษร 4 ตัว คือ A, B, C, D ซึ่งนักเรียนควรจะค้นพบว่า จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนจะมากกว่าจำนวนวิธีจัดหมู่ เนื่องจากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนให้ความสำคัญกับลำดับ แต่จำนวนวิธีจัดหมู่นั้น ลำดับจะไม่มีความสำคัญ

3. ครูชี้แจงนักเรียนว่า วิธีเลือกอักษร 3 ตัว จากอักษร 4ตัว ดังตัวอย่างข้างต้นนี้ เป็นตัวอย่างหนึ่งของวิธีจัดหมู่

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของวิธีจัดหมู่โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง

5. ครูใช้วิธีถามตอบ ประกอบการอธิบาย ต่อไปนี้

1) จากคำตอบวิธีจัดหมู่ของ 3 สิ่งจากสิ่งของ 4 สิ่งบนกระดาน ให้นักเรียนพิจารณาว่าในแต่ละวิธีของการจัดหมู่ ถ้าถือลำดับเป็นสำคัญจะเรียงสับเปลี่ยนได้กี่วิธี (3! วิธี)

2) ดังนั้น 4 วิธีของการจัดหมู่จะเรียงสับเปลี่ยนได้กี่วิธี (3! $\times$ 4 วิธี)

3) จากที่เรียนมาแล้ว นักเรียนต้องทราบแล้วว่าจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของคราวละ 3 สิ่ง จากสิ่งของ 4 สิ่ง เท่ากับเท่าใด [P(4, 3)]

$$\text{ดังนั้น} \qquad 4 \times 3! = P(4, 3)$$

$$4 = \frac{P(4,3)}{3!}$$

$$\text{นั่นคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของ 3 สิ่งจาก 4 สิ่ง} = \frac{P(4,3)}{3!}$$

6. ครูยกตัวอย่างโจทย์ทำนองเดียวกับที่ตั้งในตอนต้น โดยเปลี่ยนจำนวน สิ่งของที่กำหนดและจำนวนสิ่งของที่เลือก แล้วช่วยกันหาจำนวนวิธีจัดหมู่ของโจทย์ จนกระทั่งนักเรียนสามารถสรุปจำนวนวิธีจัดหมู่ ของ r สิ่งจากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ได้ว่า ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จำนวนวิธีจัดหมู่ครั้งละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ วิธี

7. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากใบความรู้ที่ 4

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

8. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากใบความรู้ที่ 4 โดยมีครูช่วยเสริมและแก้ไขข้อบกพร่อง

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7

คาบที่ 15

10. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 6

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ทำแบบฝึกทักษะ
3. ทำแบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความสนใจในการเรียน 80%
2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง 80%
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง 80%

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจวิธีจัดหมู่ มีทักษะในการคิดคำนวณเกี่ยวกับวิธีจัดหมู่และนำไปแก้โจทย์ปัญหาได้ค่อนข้างดี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ใบความรู้ที่ 4
เรื่อง วิธีจัดหมู่

****

วิธีจัดหมู่ (Combinations)

เป็นการศึกษาจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ในการเลือกสมาชิกจำนวนหนึ่งจากสมาชิกทั้งหมด หรือการจัดหมู่สิ่งของโดยไม่สนใจลำดับของสิ่งที่เราเลือก (คิดเสมือนเลือกมาพร้อมกัน)

วิธีจัดหมู่ต่างจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนตรงที่ว่า วิธีจัดหมู่นั้นไม่ยึดถือเรื่องลำดับเป็นสำคัญ กล่าวคือ การสลับที่กันไม่มีความหมาย

วิธีจัดหมู่ของสิ่งของครั้งละ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ถ้ามีอักษรที่แตกต่างกัน 4 ตัว คือ A, B, C, D จะได้จำนวนวิธีการจัดหมู่ของตัวอักษรครั้งละ 3 ตัว ดังต่อไปนี้คือ ABC, ABD, ACD และ BCD เท่ากับ 4 วิธีเท่านั้น ซึ่งถ้าเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยน จะพบว่าแต่ละหมู่มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้อีก 3! วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร 3 ตัวจาก 4 ตัวเท่ากับ $4 \times 3!$ วิธี แต่จากที่เรียนมาแล้ว เราทราบว่าจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ สิ่งของ 3 สิ่งจาก 4 สิ่งเท่ากับ P(4, 3) วิธี

ดังนั้น $4 \times 3! = P(4, 3)$

$$4 = \frac{P(4,3)}{3!}$$

นั่นคือ จำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของ 3 สิ่งจาก 4 สิ่ง $= \frac{P(4,3)}{3!}$

ดังนั้น

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน เท่ากับ $\frac{P(n,\ r)}{r!}$

ดังนั้น ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จำนวนวิธีจัดหมู่ครั้งละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ วิธี

เขียนแทนจำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ด้วยสัญลักษณ์ nCr หรือ ${}^{n}C_{r}$ หรือ $C_{n,\,r}$ หรือ $C(n, r)$ หรือ $\binom{n}{r}$

จึงได้ว่า $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งมีจุดคงที่ 10 จุด จงหา

(1) จำนวนคอร์ดของวงกลม โดยมีจุดเหล่านี้เป็นจุดปลายทั้งสองด้านของคอร์ด

(2) จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุม

วิธีทำ กำหนดจุด 10 จุด อยู่บนเส้นรอบวง แสดงว่า ไม่มี 3 จุดใดที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

(1) เนื่องจากคอร์ด 1 เส้น เกิดจากการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุด 2 จุดใดๆ บนเส้นรอบวง

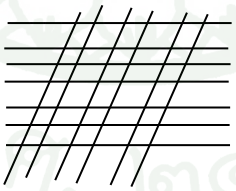
ดังนั้น จำนวนคอร์ดของวงกลมก็คือจำนวนวิธีเลือกจุดครั้งละ 2 จุด จากจุดทั้งหมด

10 จุดจึงได้ จำนวนคอร์ดของวงกลมทั้งหมดเท่ากับ $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\ 8!} = 45$ เส้น

(2) เนื่องจากสามเหลี่ยม 1 รูป เกิดจากการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุด 3 จุดใดๆ จากจุดที่กำหนดให้

ดังนั้น จำนวนสามเหลี่ยมทั้งหมดเท่ากับจำนวนวิธีเลือกจุดครั้งละ 3 จุด จากจุดทั้งหมด 10 จุดได้ จำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดเท่ากับ $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!\ 7!} = 120$ เส้น

ตัวอย่างที่ 2 มีเส้นตรงที่ขนานกัน 2 ชุด ชุดที่หนึ่งมี 6 เส้น ชุดที่สองมี 7 เส้น ถ้าให้เส้นขนานทั้ง 2 ชุดตัดกัน จะเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดกี่รูป



วิธีทำ จากรูป จะเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1 รูป เกิดจากการตัดกันของเส้นตรงคู่ใดคู่หนึ่งจากชุดที่ 1 และเส้นตรงอีกคู่ใดคู่หนึ่งจากชุดที่ 2

ดังนั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดย่อมเท่ากับจำนวนวิธีเลือกเส้นตรง 1 คู่ จากเส้นตรงชุดที่หนึ่ง และ จำนวนวิธีเลือกเส้นตรงอีก 1 คู่ จากเส้นตรงชุดที่สอง จาก จำนวนวิธีเลือกเส้นตรง 1 คู่ จากเส้นตรงชุดที่หนึ่ง

เท่ากับ $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\ 4!} = 15$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

และจำนวนวิธีเลือกเส้นตรง 1 คู่ จากเส้นตรงชุดที่สอง

เท่ากับ $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2!\ 5!} = 21$ วิธี

ดังนั้น จึงเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมด $15 \times 21 = 315$ รูป

ตัวอย่างที่ 3 หยิบไพ่ 5 ใบ จากไพ่ 1 สำรับได้กี่วิธี

วิธีทำ ไพ่ 1 สำรับ ประกอบด้วยไพ่ทั้งหมด 52 ใบ แยกเป็น 4 ดอก คือ โพดำ (♠) โพแดง (♥) ดอกจิก (♣) และ ข้าวหลามตัด (♦) ดอกละ 13 ใบ และในแต่ละดอกจะมีแต้ม A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q และ K

หยิบไพ่ 5 ใบ จากทั้งหมด 52 ใบ

จะได้จำนวนวิธีหยิบไพ่เท่ากับ $\binom{52}{5} = \frac{52!}{5!\ 47!} = 2{,}598{,}960$ วิธี

วิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของ n สิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

จำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของคราวละ r สิ่งจากสิ่งของทั้งหมด n สิ่งซึ่งมีบางสิ่งซ้ำกันให้แยกเป็นกรณีย่อย ๆ โดยแต่ละกรณีย่อยสามารถนำกฎที่เรียนผ่านมาแล้ว ใช้ในการพิจารณาได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 มีลูกบอล 6 ลูก สีแดง 1 ลูก สีขาว 1 ลูก สีเหลือง 1 ลูก และสีดำเหมือนกัน 3 ลูก จะเลือกลูกบอล 4 ลูกได้กี่วิธี

วิธีทำ ลูกบอล 4 ลูกที่เลือก อาจได้สีต่างกันทั้งหมด หรืออาจมีสีที่ซ้ำกันอยู่ด้วยก็ได้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็นกรณีย่อยๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ได้ลูกบอลที่มีสีต่างกันทั้งหมดคือสีแดง ขาว เหลืองและดำ อย่างละ 1 ลูก

เลือกลูกบอลสีแดง 1 ลูก ได้ 1 วิธี

เลือกลูกบอลสีขาว 1 ลูก ได้ 1 วิธี

เลือกลูกบอลสีเหลือง 1 ลูก ได้ 1 วิธี

เลือกลูกบอลสีดำ 1 ลูก ได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกลูกบอลจึงเท่ากับ $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ วิธี

กรณีที่ 2 ได้ลูกบอลที่มีสีเหมือนกัน2 ลูก คือได้สีดำ 2 ลูกกับสีอื่นๆ อีก 2 ลูก

เลือกลูกบอลสีดำ 2 ลูก ได้ 1 วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เลือกลูกบอลสีอื่น 2 ลูก จากสีอื่นที่มีอยู่ 3 สี ได้ $\binom{3}{2} = 3$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกลูกบอลจึงเท่ากับ $1 \times 3 = 3$ วิธี

กรณีที่ 3 ได้ลูกบอลที่มีสีเหมือนกัน 3 ลูก คือได้สีดำ 3 ลูก กับสีอื่นๆ อีก 1 ลูก

เลือกลูกบอลสีดำ 3 ลูก ได้ 1 วิธี

เลือกลูกบอลสีอื่น 1 ลูก จากสีอื่นที่มีอยู่ 3 สี ได้ $\binom{3}{1} = 3$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกลูกบอลจึงเท่ากับ $1 \times 3 = 3$ วิธี

รวมทุกกรณี จึงได้จำนวนวิธีเลือกลูกบอลทั้งหมดเท่ากับ $1 + 3 + 3 = 7$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีอักษรชุดหนึ่งประกอบด้วย a, a, a, b, b, c, c, d, d, e, f จะเลือกตัวอักษรมา 4 ตัว ได้กี่วิธี

วิธีทำ อักษร 4 ตัวที่เลือก อาจได้ที่ต่างกันทั้งหมดหรืออาจได้ที่ซ้ำกันอยู่ด้วยก็ได้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็นกรณีย่อยๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ได้อักษร 4 ตัวที่แตกต่างกันทั้งหมด

เนื่องจากอักษรที่ต่างกัน มี 6 ตัว จึงเลือก 4 ตัว ได้ $\binom{6}{4} = 15$ วิธี

กรณีที่ 2 ได้อักษรที่เหมือนกัน 2 ตัว กับตัวอื่น ๆ ที่ไม่เหมือนกันอีก 2 ตัว

เลือกอักษรที่เหมือนกัน 2 ตัว ได้ $\binom{4}{1} = 4$ วิธี

เลือกอักษรอื่นอีก 2 ตัวที่ไม่เหมือนกัน ได้ $\binom{5}{2} = 10$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกอักษรจึงเท่ากับ $4 \times 10 = 40$ วิธี

กรณีที่ 3 ได้อักษรที่เหมือนกัน 2 ตัว 2 คู่

เลือกอักษรที่เหมือนกัน 2 ตัว 2 คู่ ได้ $\binom{4}{2} = 6$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกอักษรจึงเท่ากับ 6 วิธี

กรณีที่ 4 ได้อักษรที่เหมือนกัน 3 ตัว กับอีก 1 ตัวที่ต่างออกไป

เลือกอักษรที่เหมือนกัน 3 ตัว ได้ 1 วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เลือกอักษรอื่นอีก 1 ตัวที่ต่างออกไป ได้ $\binom{5}{1}$ = 5 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกอักษรจึงเท่ากับ $1 \times 5 = 5$ วิธี

รวมทุกกรณี จึงได้จำนวนวิธีเลือกอักษรทั้งหมดเท่ากับ $15 + 40 + 6 + 5 = 66$ วิธี

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่ 7

เรื่อง วิธีจัดหมู่

****

จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) คณะกรรมการรุ่น ม.6 ประกอบด้วยกรรมการ 9 คน ในการประชุมแต่ละครั้งจะต้องมีกรรมการเข้าประชุม อย่างน้อยสองในสามจึงจะครบองค์ประชุม ดังนั้นจะมีการประชุมที่ครบองค์ประชุมได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

2) กำหนด a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ b ไม่เท่ากับ 17 และ $\binom{19}{14}=\binom{a}{5}$ และ $\binom{20}{17}=\binom{20}{b}$ จงหาค่าของ $\binom{a}{b}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) จงหาค่า r ที่ทำให้ C(n, r) = P(n, r)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) จงแสดงว่า $C(n, r) = C(n, n - r)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) จงหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปสิบสองเหลี่ยม

.....

.....

.....

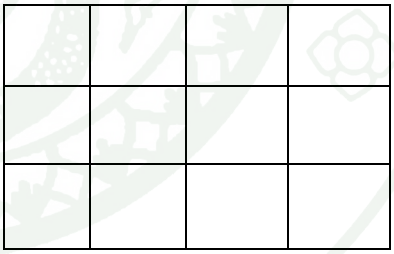
.....

.....

6) กำหนดเส้นที่อยู่ในแนวนอนห่างกัน 1 หน่วย เส้นที่อยู่ในแนวตั้งห่างกัน 1 หน่วย จากการตัดกันของเส้นขนานทั้งสองชุด ดังรูป จงหา

(1) จำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด

(2) จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

7) กำหนดให้ A = {a, b, c, d} B = {p, q, r, s, t} จงหาจำนวนฟังก์ชันจาก A ไป B ที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

.....

.....

.....

.....

8) หยิบไพ่ 5 ใบ จากไพ่ 1 สำรับได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ได้ไพ่โพดำ 2 ใบ โพแดง 3 ใบ

(2) ได้ไพ่ชุดเดียวกันทั้ง 5 ใบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบย่อยที่ 6

เรื่อง วิธีจัดหมู่

****

จุดประสงค์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะของนักเรียนเกี่ยวกับ “วิธีจัดหมู่”

คำแนะนำ ให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง

****

1) ข้อสอบชุดหนึ่งมี 12 ข้อ ให้นักเรียนเลือกทำเพียง 8 ข้อ จงหาจำนวนวิธีทำข้อสอบ เมื่อ

(1) ต้องทำข้อสอบ 3 ข้อแรก

(2) ต้องทำอย่างน้อย 2 ข้อจาก 3 ข้อแรก และอย่างน้อย 1 ข้อจาก 2 ข้อหลัง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2) ภรรยานักการทูตไทยคนหนึ่งต้องการเชิญภรรยานักการทูตชาติต่าง ๆ มารับประทานอาหารที่บ้าน 4 คน จากบรรดานักการทูตเยอรมัน ฝรั่งเศส อเมริกัน อังกฤษ รัสเซีย และจีน จะมีวิธีเชิญกี่วิธีเมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไข

(2) ต้องการเชิญภรรยานักการทูตเยอรมัน

(3) ต้องการเชิญภรรยานักการทูตอเมริกันหรือรัสเซียอย่างน้อย 1 คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) มีจุดอยู่ 10 จุดในระนาบ ซึ่งมี 4 จุด อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน นอกนั้นไม่มีสามจุดใดเลยที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ถ้าลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านี้ จะสามารถลากเส้นได้ทั้งหมดกี่เส้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4) มีเหรียญสลึง ห้าสิบสตางค์ หนึ่งบาท และห้าบาท อย่างละ 1 เหรียญจะมีวิธีใช้เงินในจำนวนนี้เพื่อซื้อของ มูลค่าต่างๆ กันโดยไม่ต้องทอนได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

5) มีจำนวนเต็มที่ต่างกัน 8 ตัว ในจำนวนนี้เป็นจำนวนเต็มบวก 6 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัว จำนวนเต็มบวก มีเลขคู่ และเลขคี่จำนวนเท่ากัน จำนวนเต็มลบมีทั้งที่เป็นเลขคู่และเลขคี่ ถ้าเลือกจำนวนเต็มเหล่านี้มา 4 ตัว จงหาจำนวนวิธีการเลือก เมื่อ

(1) ผลคูณของทั้ง 4 ตัวเป็นจำนวนบวก

(2) ผลคูณของทั้ง 4 ตัวเป็นจำนวนลบ

(3) ผลคูณของทั้ง 4 ตัวเป็นจำนวนบวกและเป็นเลขคู่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

6) ถ้าต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดยอดหรือจุดกึ่งกลางด้านของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าที่กำหนดให้รูปหนึ่ง จะสร้างรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวได้ทั้งหมดกี่รูป

.....

.....

.....

.....

.....

7) จากการศึกษาความพึงพอใจกับงานที่ทำของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีพนักงาน 20 คน พบว่ามีพนักงาน 9 คนพอใจกับงานที่ทำ 5 คนรู้สึกเฉยๆ กับงานที่ทำ ส่วนอีก 6 คนไม่พอใจกับ งานที่ทำ ถ้าสุ่มพนักงานในบริษัทนี้มา 3 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะได้พนักงานที่พอใจกับงานที่ทำอย่างน้อย 2 คน

.....

.....

.....

.....

.....

8) จะเลือกกรรมการ 3 คน จาก 20 คนได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ถ้ามีบุคคลหนึ่งได้รับเลือกด้วยเสมอ

(2) ใน 20 คน มี 2 คนเป็นสามีภรรยากัน จะถูกเลือกเป็นกรรมการทั้งสองคนไม่ได้

(3) ถ้ามี 2 คนปฏิเสธที่จะเป็นกรรมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

9) ในงานเลี้ยงสังสรรค์เพื่อนกลุ่มหนึ่ง ถ้าทุกคนที่มาในงานต่างทักทายด้วยการจับมือกัน เมื่อนับดูแล้วมีทั้งหมด 36 ครั้ง อยากทราบว่ามีแขกมาร่วมงานทั้งหมดกี่คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) กำหนด A = {1, 2, 3, 4, 5} B = {a, b, c, d} จงหาจำนวนฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบเป็นแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก มีข้อคำถามทั้งหมด 30 ข้อ 30 คะแนน ให้นักเรียนเลือกคำตอบเพียงคำตอบเดียว เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบได้แล้ว ให้ทำเครื่องหมายกากบาท (X) ในช่อง ☐ ที่มีตัวอักษรตรงกับตัวเลือกที่ต้องการในกระดาษคำตอบ
2. นักเรียนมีเวลาทำแบบทดสอบ 90 นาที
3. ห้ามขีดเขียนข้อความใดๆ ในแบบทดสอบ
4. จงพยายามใช้ความคิดและพิจารณาคำตอบจากตัวเลือกให้ดี ไม่ควรเดาคำตอบ การเดาคำตอบไม่ทำให้คะแนนดีขึ้น

****

1. การทอดลูกเต๋าพร้อมกัน 2 ลูก หนึ่งครั้งจะมีเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นหน้าไม่ซ้ำกันได้กี่วิธี

ก. 6 ข. 12 ค. 30 ง. 36

2. จะสร้างจำนวนคู่สามหลัก จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดยที่เลขหลักร้อยและหลักหน่วยเป็นตัวเลขที่แตกต่างกัน และมีค่าไม่น้อยกว่า 200 ได้กี่จำนวน

ก. 59 ข. 60 ค. 71 ง. 72

3. ในการสัมภาษณ์เข้าทำงานของบริษัทแห่งหนึ่ง มีผู้สมัครเป็นชาย 4 คน หญิง 4 คน ถ้าทางบริษัทต้องการผู้สมัครมาสัมภาษณ์เพียง 5 คน โดยเลือกชาย 3 คน และหญิง 2 คน จากผู้สมัครทั้งหมดโดยการสุ่ม แล้วจำนวนวิธีการจัดคนเข้าสัมภาษณ์ทีละคนเท่ากับข้อใด

ก. 2,880 ข. 3,600 ค. 5,760 ง. 7,200

4. จากอักษรในคำว่า “BEERBARREL” นำอักษรมาเขียนเรียงกันคราวละ 4 ตัว โดยไม่สนใจความหมายได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

ก. 24 ข. 34 ค. 72 ง. 210

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

5. มีนักเรียน 8 คน ในจำนวนนี้มีนักเรียนชาย 3 คน ถ้าครูนำนักเรียนทั้งหมด
มานั่งล้อมรอบเป็นวงกลม จำนวนวิธีการนั่งทั้งหมดโดยให้นักเรียนชายนั่งติดกันเท่ากับข้อใด

ก. 120 ข. 480 ค. 504 ง. 720

6. มีหนังสือคณิตศาสตร์เหมือนกัน 2 เล่ม หนังสือภาษาไทยเหมือนกัน 4 เล่ม
และหนังสือวิทยาศาสตร์เหมือนกัน 3 เล่ม นำหนังสือมาจัดเรียงบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

ก. 24 ข. 254 ค. 720 ง. 1,260

7. มีเหรียญบาท 4 เหรียญ เหรียญห้าบาท 3 เหรียญ แจกเงินให้เด็ก 7 คน คนละ 1 เหรียญ
จะมีวิธีแจกเงินให้เด็กได้กี่วิธี

ก. 16 ข. 35 ค. 49 ง. 83

8. หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ทั้งสำรับที่มี 52 ใบ จำวนวิธีที่จะหยิบได้ไพ่โพดำ หรือโพแดง
หรือข้าวหลามตัด เท่ากับข้อใด

ก. 29 ข. 39 ค. 42 ง. 44

9. ถ้าใช้พยัญชนะ ก, ข และ ค ในการสร้างรหัส 1 หลัก หรือ 2 หลัก หรือ 3 หลัก
แต่ห้ามใช้พยัญชนะซ้ำกันในแต่ละหลัก แล้วจะสร้างได้กี่แบบ

ก. 10 ข. 13 ค. 15 ง. 21

10. การทาสีวงกลม 4 วง ที่เรียงต่อกันด้วยสีแดง, น้ำเงิน, ฟ้า, เหลือง, ส้ม, ดำ, และเขียว
จำนวนวิธีที่ต้องมีอย่างน้อย 2 วง มีสีเหมือนกันเท่ากับข้อใด

ก. 1,161 ข. 1,461 ค. 1,561 ง. 2,761

11. จัดครู 1 คน นักเรียนหญิง 3 คน และนักเรียนชาย 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลม
โดยที่นักเรียนชายไม่นั่งติดกับครู จัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 125 ข. 144 ค. 244 ง. 245

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

12. บ่อปลาแห่งหนึ่งเป็นวงกลม อนุญาตให้เข้าตกปลาได้คราวละ 5 คน โดยให้นั่งรอบบ่อ ถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิก 7 คน แล้วจะจัดคนในครอบครัวนี้นั่งตกปลารอบบ่อได้ทั้งหมดกี่แบบ

ก. 203 ข. 445 ค. 504 ง. 545

13. ในโรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการเลือกตัวแทน 4 คน จากอาจารย์ 3 คน นักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 2 คน โดยให้มีอาจารย์ 1 คน และนักเรียนชายอย่างน้อย 2 คน มีจำนวนวิธีเลือกตัวแทนได้กี่แบบ

ก. 35 ข. 55 ค. 150 ง. 159

14. มีลูกเต๋าสีขาวและสีแดงอย่างละลูก ถ้านำลูกเต๋าทั้งสองมาประกบกันเป็นแท่งยาว จะได้แบบที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่แบบ

ก. 36 ข. 72 ค. 144 ง. 288

15. เส้นตรง 10 เส้น ไม่มีเส้นใดขนานกัน และวงกลม 10 วง ที่มีขนาดต่างๆ ตัดกัน ทำให้เกิดจุดตัดอย่างมากที่สุดกี่จุด

ก. 135 ข. 225 ค. 235 ง. 335

16. โรงเรียนแห่งหนึ่งส่งนักวอลเลย์บอลหญิงมาแข่งขันในรายการหนึ่ง โดยแข่งขันทั้งหมด 8 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่จะชนะ 4 ครั้ง แพ้ 2 ครั้ง และเสมอ 2 ครั้ง

ก. 210 ข. 420 ค. 840 ง. 1,260

17. ถ้าจะแบ่งขนม 5 ชิ้น ให้กับเด็ก 3 คน โดยได้อย่างน้อยคนละ 1 ชิ้น จะทำได้กี่วิธี

ก. 150 ข. 153 ค. 241 ง. 243

18. จำนวนเต็มบวกที่หาร 5,760 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 48 ข. 36 ค. 24 ง. 12

19. จำนวนที่สร้างจากตัวเลข 0, 0, 1, 1, 2, 3 และ 3 โดยมีค่าเกิน 1,000,000 มีกี่จำนวน

ก. 320 ข. 350 ค. 400 ง. 450

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

20. การจัดคน 5 คน เข้าห้องพัก 3 ห้อง ซึ่งแต่ละห้องจุได้ 2 คน ทำได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 15 ข. 20 ค. 30 ง. 90

21. ถ้านำตัวเลข 1, 2, 3 และ 5 มาสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน แล้วนำจำนวนที่สร้างได้ทั้งหมดมาบวกกัน ผลบวกที่ได้จะเท่ากับข้อใด

ก. 72,336 ข. 73,226 ค. 73,326 ง. 73,336

22. การทอดลูกเต๋า 6 ลูก ลงบนพื้น จะเกิดเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 12 ได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 462 ข. 924 ค. 518,400 ง. 665,280

23. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 4 ครั้ง จำนวนวิธีที่ลูกเต๋าจะออกแต้มคู่ทั้งหมดตรงกับข้อใด

ก. 12 ข. 36 ค. 64 ง. 81

24. จำนวน $60\times59\times58\times57$ เขียนในรูปแฟกทอเรียลตรงกับข้อใด

ก. $\frac{60!}{58!}$ ข. $\frac{60!}{57!}$ ค. $\frac{60!}{56!}$ ง. $\frac{61!}{56!}$

25. ถ้า $\frac{(n-1)!}{(n-2)!}=12$ แล้ว n มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 5 ค. 7 ง. 10

26. ถ้า $35C_{n,3}=2C_{2n,4}$ แล้ว $P_{n-1,2}$ มีค่าใด

ก. 28 ข. 42 ค. 48 ง. 72

27. มีป้ายที่มีหมายเลขกำกับไว้ตั้งแต่ 0 ถึง 5 จำนวนวิธีที่จะนำป้ายมาเรียงกัน 3 ป้าย แล้วเกิดจำนวนที่มีค่ามากกว่า 400 เท่ากับเท่าใด

ก. 80 ข. 54 ค. 40 ง. 22

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

28. ธนบัตรชนิดหนึ่งพันบาท 3 ใบ ชนิดห้าร้อยบาท 4 ใบ ชนิดหนึ่งร้อยบาท 2 ใบ และชนิดห้าสิบบาท 3 ใบ จะจัดธนบัตรทั้งหมดใส่ซองได้กี่วิธี

ก. $12!$ ข. $12!3!4!2!3!$ ค. $\frac{12!}{3!4!2!3!}$ ง. $\frac{12!}{48}$

29. ให้ $A=\{1,2,3\}$ และ $B=\{a,b,c,d\}$ แล้วจำนวนฟังก์ชันจาก A ไป B ที่ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เท่ากับข้อใด

ก. 40 ข. 34 ค. 30 ง. 24

30. ถ้า $P_{n,4}=4C_{n,5}$ แล้ว $P_{n+2,2}$ มีค่าใด

ก. 1,260 ข. 1,190 ค. 1,122 ง. 1,056

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ค

การวิเคราะห์ข้อมูล

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนการเรียน (x_1)

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{N}$$
$$= \frac{375}{40}$$
$$\approx 9.38$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบหลังการเรียน(x_2)

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{N}$$
$$= \frac{811}{40}$$
$$\approx 20.28$$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $s = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}{N(N-1)}}$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนการเรียน (x_1)

$$s_{x_1} = \sqrt{\frac{N\sum x_1^{\,2} - \left(\sum x_1\right)^2}{N(N-1)}}$$
$$= \sqrt{\frac{40(3963) - (140625)}{40(39)}}$$
$$= \sqrt{\frac{17895}{1560}}$$
$$\approx 3.39$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบหลังการเรียน (x_2)

$$s_{x_2} = \sqrt{\frac{N\sum x_2^{\,2} - \left(\sum x_2\right)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{40(16705) - (657721)}{40(39)}}$$

$$= \sqrt{\frac{10479}{1560}}$$

$$\approx 2.59$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตารางผนวกที่ 1 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

คนที่	ก่อนการเรียน (x_1)	หลังการเรียน (x_2)	$d = x_2 - x_1$	d^2
1	6	17	11	121
2	8	18	10	100
3	10	25	15	225
4	12	22	10	100
5	9	19	10	100
6	7	21	14	196
7	15	25	10	100
8	14	24	10	100
9	11	22	11	121
10	8	19	11	121
11	2	15	13	169
12	5	20	15	225
13	7	20	13	169
14	8	21	13	169
15	9	22	13	169
16	6	19	13	169
17	11	23	12	144
18	5	18	13	169
19	12	20	8	64
20	13	21	8	64
21	16	24	8	64
22	13	17	4	16
23	8	19	11	121

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตารางผนวกที่ 1 (ต่อ)

คนที่	ก่อนการเรียน (x_1)	หลังการเรียน (x_2)	$d = x_2 - x_1$	d^2
24	7	19	12	144
25	2	15	13	169
26	11	23	12	144
27	5	20	15	225
28	7	18	11	121
29	9	18	9	81
30	10	22	12	144
31	12	18	6	36
32	13	18	5	25
33	15	25	10	100
34	7	19	12	144
35	9	19	10	100
36	11	21	10	100
37	8	20	12	144
38	12	22	10	100
39	13	24	11	121
40	9	19	10	100
	$\sum x_1 = 375$	$\sum x_2 = 811$	$\sum d = 436$	$\sum d^2 = 4994$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนการเรียนกับหลังการเรียน ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โดยใช้ match – paired t – test อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมมติฐานการวิจัย: ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน

สมมติฐานทางสถิติ

$$H_o: \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

หาค่า df = n – 1= 40 – 1 = 39

หาค่าวิกฤตโดยเปิดตาราง t ได้ $t_{39}(0.95) = 2.023$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $t = \dfrac{\sum d}{\sqrt{\dfrac{n\sum d^2 - \left(\sum d\right)^2}{n-1}}}$

$$= \frac{436}{\sqrt{\dfrac{40(4994) - (190096)}{39}}}$$

$$= \frac{436}{\sqrt{\dfrac{9664}{39}}}$$

$$\approx 27.70$$

การตัดสินใจ: ปฏิเสธ H_o ยอมรับ H_1

สรุปผลการทดสอบ: ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% (60% ของ 30 คะแนน เท่ากับ 18 คะแนน) ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โดยใช้ t – test อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมมติฐานการวิจัย: ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์

สมมติฐานทางสถิติ

$H_o: \mu \leq 18$

$H_1: \mu > 18$

หาค่า df = n – 1= 40 – 1 = 39

หาค่าวิกฤตโดยเปิดตาราง t ได้ $t_{39}(0.95) = 2.023$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $t = \dfrac{\bar{x}_2 - \mu}{\dfrac{s_{x_2}}{\sqrt{n}}}$

$$= \frac{20.28 - 18}{\frac{2.59}{\sqrt{40}}}$$

$$= \frac{2.28}{\frac{2.59}{\sqrt{40}}}$$

$$\approx 5.57$$

การตัดสินใจ: ปฏิเสธ H_o ยอมรับ H_1

สรุปผลการทดสอบ: ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล	นายสมโชค ขำคำ
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 27 เดือนมกราคม พ.ศ. 2527
สถานที่เกิด	จังหวัดนครปฐม
ประวัติการศึกษา	ครุศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์