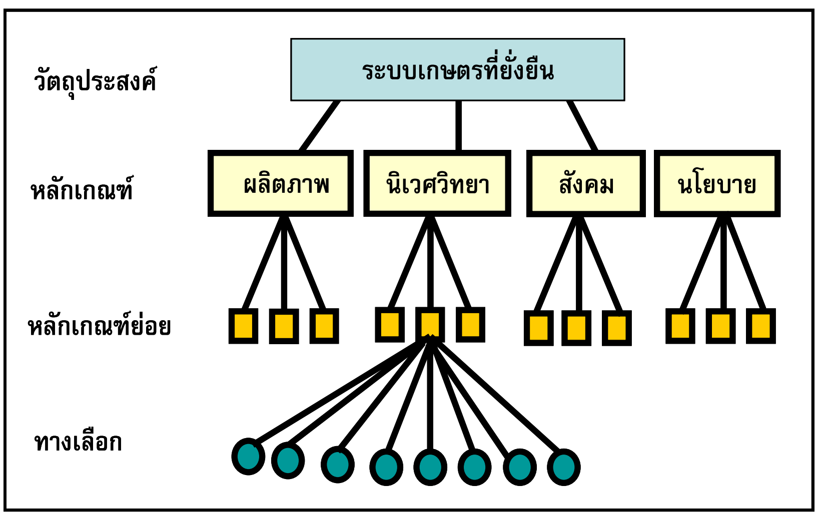
บทที่ 2

หลักการของวิธีการ AHP

วิธีการ AHP จัดเป็น MCDA ที่นิยมใช้กันมากวิธีการหนึ่งในการตัดสินใจด้านการจัดการทรัพยากรธรรมชาติ วิธีการนี้เอื้ออำนวยให้เกิดการมีส่วนร่วมของผู้ตัดสินใจในการกำหนดวัตถุประสงค์ หลักเกณฑ์ และความสำคัญของแต่ละหลักเกณฑ์ ยังผลให้การวิเคราะห์มีโอกาสที่จะได้รับการยอมรับจากทุกฝ่ายที่เกี่ยวข้อง

วิธีการ AHP ได้รับการพัฒนาโดย Saaty (1980) เพื่อใช้ในการตัดสินใจเรียงลำดับความสำคัญของทางเลือกในการบริหารจัดการ แต่ต่อมาได้รับการนำไปใช้ในงานสาขาอื่นมากมาย เช่น วิศวกรรมศาสตร์ การเกษตร และการจัดการทรัพยากรธรรมชาติ วิธีการ AHP แยกแยะปัญหาออกเป็นลำดับชั้น (Hierarchy) และแต่ละลำดับชั้นมีส่วนประกอบย่อย (Elements) โดยที่วัตถุประสงค์ของการตัดสินใจจะถูกจัดอยู่ในลำดับชั้นสูงสุด รองลงมาเป็นหลักเกณฑ์ หลักเกณฑ์ย่อย (ถ้ามี) และทางเลือก ลดหลั่นลงมาเป็นลำดับ (รูปที่ 2-1)



รูปที่ 2-1. ตัวอย่างกรอบการตัดสินใจในวิธีการ AHP

การเปรียบเทียบเพื่อหาค่าถ่วงน้ำหนัก

หลังจากที่จัดรูปแบบโครงสร้างของปัญหาแล้ว ผู้ที่มีส่วนร่วมในกระบวนการตัดสินใจจะต้องช่วยกันดำเนินการเปรียบเทียบคู่องค์ประกอบของแต่ละลำดับชั้น เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความสำคัญเชิงสัมพัทธ์ หรือค่าถ่วงน้ำหนักขององค์ประกอบเหล่านั้นเมื่อพิจารณาองค์ประกอบหนึ่งๆในลำดับชั้นที่อยู่สูงขึ้นไปหนึ่งลำดับ จำนวนการเปรียบเทียบทั้งหมดเท่ากับ $n(n-1)/2$ เมื่อ n เป็นจำนวนองค์ประกอบในแต่ละลำดับชั้นที่จะนำมาเปรียบเทียบกัน

ในการเปรียบเทียบความสำคัญเพื่อคำนวณค่าถ่วงน้ำหนัก ผู้ร่วมตัดสินใจจะต้องให้ค่าความสำคัญเชิงเปรียบเทียบของแต่ละคู่องค์ประกอบเป็นค่าตัวเลข 1-9 โดยตัวเลขแต่ละตัวมีความหมายดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 เกณฑ์ให้คะแนนความสำคัญในการเปรียบเทียบคู่องค์ประกอบตามวิธีการ AHP

ความสำคัญ	**ความหมาย**	**คำอธิบาย**
1	สำคัญเท่ากัน	คู่ที่เปรียบเทียบมีส่วนกำหนดค่าที่ต้องการตามเป้าหมายเท่ากัน
3	สำคัญมากกว่าเล็กน้อย	จากประสบการณ์จริง สิ่งเปรียบเทียบสิ่งหนึ่งมีความสำคัญกว่าอีกสิ่งหนึ่งเล็กน้อย
5	สำคัญมากกว่าระดับปานกลาง	จากประสบการณ์จริง สิ่งเปรียบเทียบสิ่งหนึ่งมีความสำคัญกว่าอีกสิ่งหนึ่งมากระดับปานกลาง
7	สำคัญมากกว่าอย่างชัดเจน	ตามความเป็นจริง สิ่งเปรียบเทียบสิ่งหนึ่งเหนือกว่าอีกสิ่งหนึ่งอย่างเห็นได้ชัด
9	สำคัญมากกว่าสุดๆ	เป็นที่ประจักษ์อย่างแน่ชัดปราศจากข้อสงสัยว่า สิ่งเปรียบเทียบสิ่งหนึ่งเหนือกว่าอีกสิ่งหนึ่งอย่างแน่นอน
2,4,6,8	ค่าระหว่างค่าข้างบน	ค่าแบ่งย่อยระหว่างค่าข้างบน ใช้ในกรณีที่ต้องการรอมชอมระหว่างสองค่าข้างบน

ถ้าให้ $c_1, c_2, \ldots c_j$ เป็นองค์ประกอบในแต่ละลำดับชั้นของโครงสร้างการตัดสินใจ $w_1, w_2, \ldots w_n$ เป็นค่าความสำคัญขององค์ประกอบแต่ละตัวเมื่อเทียบกับตัวอื่น และ a_{ij} เป็นค่าอัตราส่วนของความสำคัญเปรียบเทียบระหว่าง c_i และ c_j ที่ได้จากกระบวนการเปรียบเทียบอย่างมีส่วนร่วม เมตริกซ์ตั้งต้นที่ได้จากการเปรียบเทียบคู่ส่วนประกอบคือ

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \tag{2-1}$$

ซึ่งอาจเขียนเมตริกซ์เปรียบเทียบได้ว่า

$$\boldsymbol{A} = (a_{ij}) \tag{2-2}$$

$$a_{ji} = 1/a_{ij}, \tag{2-3}$$

$a_{ij} > 0,$ และ $i, j = 1,2,\ldots n$

เวกเตอร์ค่าความสำคัญ $\mathbf{w} = (\mathbf{w_1}, \mathbf{w_2}, \ldots \mathbf{w_n})^{\mathbf{T}}$ สามารถหาได้จากค่า Eigenvalue ของเมตริกซ์ $\boldsymbol{A}$

$$\boldsymbol{Aw} = \lambda_{max}\boldsymbol{w} \tag{2-4}$$

เมื่อ λ_{max} คือ Eigenvalue ที่มีค่าสูงสุด หรือที่เรียกว่า Principal eigenvalue ของเมตริกซ์ *A* ซึ่งประมาณค่าได้จากการยกกำลังเมตริกซ์ให้มีค่ามากพอ แล้วจึงรวมค่าในแต่ละแถวของเมตริกซ์ก่อนจะปรับค่าโดยการ Normalization ดังสมการที่ (2-5)

$$w = \lim_{k \to \infty} \left(\frac{A^k e^T}{e A^k e^T} \right) \tag{2-5}$$

เมื่อ $e = (1,1, \ldots, 1)$ และ k เป็นตัวเลขยกกำลัง

ถึงแม้ว่า Saaty (1998) จะแนะนำให้ใช้ Normalized eigenvector ในการหาเวกเตอร์ค่าถ่วงน้ำหนักในวิธีการ AHP แต่ก็ยอมรับว่ามีวิธีการอื่นที่สามารถใช้ประมาณค่าได้

Choo and Wedler (2004) ได้ทดสอบ 18 วิธีการที่อาจนำมาใช้ในการหาเวกเตอร์ค่าถ่วงน้ำหนัก วิธีการเหล่านั้นอาจแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มได้แก่

วิธีการประเภท Distance minimization วิธีการนี้หาค่าถ่วงน้ำหนักโดยพยายามให้อัตราส่วนโดยรวมของ w_i/w_j ที่ได้จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับอัตราส่วนของค่าความสำคัญในเมตริกซ์เปรียบเทียบ (a_{ij}) ตัวอย่างของวิธีการที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้ได้แก่ Least square (LS), Least worst square (LWS) , Least absolute error (LAE), Logarithmic least square หรือ Simple geometric mean, (SGM) เป็นต้น

วิธีการที่ให้ความถูกต้องในกรณีที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนในการเปรียบเทียบ วิธีการนี้คำนวณค่าความสำคัญจากค่าในคอลัมน์ของเมตริกซ์เปรียบเทียบที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน ตัวอย่างของวิธีการประเภทนี้ได้แก่ Simple column sum (SCS), Simple normalized column sum method (SNCS), Right eigenvector method (REV), Normalized right eigenvector method (NREV)

จากผลการทดสอบ Choo and Wedler (2004) ได้สรุปว่าการจะเลือกใช้วิธีใดขึ้นอยู่กับลักษณะของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากกระบวนการเปรียบเทียบของผู้มีส่วนตัดสินใจ อย่างไรก็ตามวิธีการ SNCS, REV, SGM และ NREV ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน (Mean Absolute Deviation, MAD) ต่ำสุด ทั้งในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนสูงแต่พบจำนวนน้อย และความคลาดเคลื่อนต่ำแต่มีจำนวนมาก แต่เนื่องจากวิธีการ SGM และ SNCS สามารถคำนวณได้ง่ายและสะดวกจึงแนะนำให้ใช้วิธีการนี้ในการหาค่าเวกเตอร์ของค่าถ่วงน้ำหนัก

วิธีการ Simple Geometric Mean (SGM)

วิธีการนี้อาจเรียกว่า Logarithmic Least Square Method (LLSM) โดยหาค่าเวกเตอร์ความสำคัญจากสมการ

$$LLSM = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (\ln a_{ij} - \ln w_i + \ln w_j)^2 \qquad (2\text{-}6)$$

Saaty (1998) แสดงให้เห็นว่าค่าเวกเตอร์ความสำคัญอาจหาได้โดยการปรับค่า (Normalization) ผลคูณของส่วนประกอบในแต่ละแถวของเมตริก $\boldsymbol{A}$ ดังสมการที่ (2-7) ซึ่งเป็นวิธีการเดียวกับการหาค่า Geometric mean ของเมตริกซ์ $\boldsymbol{A}$ ซึ่งง่ายต่อการคำนวณกว่าสมการที่ (2-5) ข้างบน

$$w_i = \frac{\left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij}\right)^{1/n}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij}\right)^{1/n}}, \quad i = 1, \ldots, n. \qquad (2\text{-}7)$$

วิธีการ Simple Normalized Column Sum (SNSC)

วิธีการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาอันเนื่องมาจากหน่วยวัดของหลักเกณฑ์ที่ไม่เหมือนกันเมื่อมีการรวมค่าความสำคัญเปรียบเทียบในแต่ละคอลัมน์ของเมตริกซ์ A ดังนั้นจึงมีการปรับค่า (Normalization) ก่อนที่จะรวมค่าในแต่ละคอลัมน์ ดังสมการที่ (2-8)

$$w = \sum_j \left(1/e^T C_j\right) C_j \qquad (2\text{-}8)$$

เมื่อ w เป็นผลรวมของค่าอัตราส่วนความสำคัญในคอลัมน์ของเมตริกซ์ $\boldsymbol{A}$ ที่ปรับค่าแล้ว ดังนั้นเวกเตอร์ความสำคัญจึงคำนวณได้จากการเฉลี่ยค่าของเวกเตอร์คอลัมน์ที่ได้ปรับค่าแล้วเพื่อให้หน่วยวัดสามารถเทียบเคียงกันได้

ค่าถ่วงน้ำหนักที่ได้จากการเปรียบเทียบคู่องค์ประกอบในแต่ละลำดับชั้นไม่ว่าจะใช้วิธีการใดเรียกว่าค่าถ่วงน้ำหนักเฉพาะที่ (Local weight) ส่วนค่าถ่วงน้ำหนักโดยรวม (Global weight) ของแต่ละองค์ประกอบจะได้จากการถ่วงน้ำหนักค่า Local weight ด้วยค่าน้ำหนักขององค์ประกอบที่อยู่เหนือขึ้นไปหนึ่งลำดับชั้น ดังนั้น Global weight ของทางเลือกหนึ่งๆจึงได้จากการคูณค่า Local weight ของทางเลือกในแต่ละหลักเกณฑ์ด้วยค่า Global weight ของหลักเกณฑ์นั้นก่อนที่จะรวมผลคูณของทุกหลักเกณฑ์เข้าด้วยกัน (Zhu and Dale, 2001)

การประเมินความคงเส้นคงวาของการเปรียบเทียบ

ในการตัดสินใจที่ประกอบด้วยหลักเกณฑ์หรือทางเลือกจำนวนมาก การเปรียบเทียบความสำคัญระหว่างคู่ส่วนประกอบอาจเกิดความไม่คงเส้นคงวา (Consistence) ได้ ตัวอย่างเช่น c_1 มีความสำคัญมากกว่า c_2 เล็กน้อย (ค่าเปรียบเทียบเท่ากับ 2) และ c_2 มีความสำคัญมากกว่า c_3 เล็กน้อย (2) แต่จากผลการเปรียบเทียบที่ประชุมให้ c_1 มีความสำคัญมากกว่า c_3 ปานกลาง โดยมีค่าเปรียบเทียบเท่ากับ 5

ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการวัดความคงเส้นคงวาของค่าที่ได้ในเมตริกซ์ $\boldsymbol{A}$ โดยใช้หลักการว่าเมตริกซ์ $\boldsymbol{A}$ จะมีความคงเส้นคงวาอย่างสมบูรณ์ต่อเมื่อ

$$a_{ik}a_{kj} = a_{ij} \quad i, j, k = 1, 2, \ldots, n \qquad (2\text{-}9)$$

และ

$$\lambda_{max} = n \qquad (2\text{-}10)$$

ค่า λ_{max} ยิ่งเข้าใกล้ n เมื่อใด การเปรียบเทียบจะมีความคงเส้นคงวามากยิ่งขึ้นเท่านั้น ดังนั้นจึงอาจให้นิยามของดรรชนีความคงเส้นคงวา (Consistency index, CI) ได้ว่า

$$(\lambda_{max} - n)/(n-1) \qquad (2\text{-}11)$$

เมื่อได้ค่า CI แล้ว Saaty (1980) เสนอแนะให้นำไปคำนวณค่า อัตราส่วนความไม่คงเส้นคงวา (Inconsistency ratio, CR) โดยนำค่า CI ที่ได้จากผลการเปรียบเทียบจริงไปคิดเป็นสัดส่วนของค่า CI เฉลี่ยที่ได้จากเมตริกซ์การเปรียบเทียบขนาดเดียวกันแต่ค่าตัวเลขในเมตริกซ์เกิดจากการสุ่ม ถ้าค่า CR เท่ากับ 0 แสดงว่าการเปรียบเทียบคู่ของส่วนประกอบมีความคงเส้นคงวาแบบสมบูรณ์ แต่ถ้าการเปรียบเทียบไม่มีความแตกต่างจากการให้ตัวเลขโดยการสุ่มแล้วค่า CR จะมีค่าเท่ากับ 1.0 โดยทั่วไป Saaty (1980) แนะนำว่าหากค่า CR มากกว่า 0.1 ควรจะต้องดำเนินการเปรียบเทียบใหม่

การวิเคราะห์ความอ่อนไหว

ผู้ตัดสินใจอาจคัดทางเลือกได้เหมาะสมขึ้นหากทราบความอ่อนไหวของแต่ละหลักเกณฑ์ การวิเคราะห์ความอ่อนไหวจึงมีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบว่า ลำดับของทางเลือกตอบสนองอย่างไรต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความสำคัญของแต่ละหลักเกณฑ์ Triantaphyllou and Sanchez (1997) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของหลักเกณฑ์ เพื่อวิเคราะห์ว่าค่าความสำคัญของหลักเกณฑ์จะเปลี่ยนแปลงน้อยสุดเป็นเท่าใดจึงจะทำให้การเรียงลำดับความสำคัญของทางเลือกสลับกัน (Rank reversal) ต่างจากผลลัพธ์ที่ได้ในปัจจุบัน

ถ้าให้ $D_{k,i,j}$ $(1 \le i \le j \le M$ และ $1 \le k \le N)$ เป็นค่าการเปลี่ยนแปลงของค่าน้ำหนักความสำคัญ (W_k) ของหลักเกณฑ์ (Q_k)ที่จะทำให้ทางเลือก A_i และ A_j มีการเรียงลำดับสลับกัน ค่า $D_{k,i,j}$ อาจคำนวณได้จากสมการที่ (2-12)

$$D_{k,i,j} = \left| \frac{(P_j - P_i)}{(a_{jk} - a_{ik})} \right| \times \frac{100}{W_k} \qquad (2\text{-}12)$$

เมื่อ P_j และ P_i คือค่าน้ำหนักความสำคัญที่คำนวณได้จากการเปรียบเทียบทุกหลักเกณฑ์ของทางเลือก A_j และ A_i ตามลำดับ ส่วน a_{jk} และ a_{ik} คือค่าความสำคัญเชิงเปรียบเทียบระหว่างทางเลือก A_j และ A_i เมื่อคิดเฉพาะหลักเกณฑ์ k ดังนั้นถ้าหาค่า $D_{k,i,j}$ ที่น้อยที่สุดได้จะทราบว่าหลักเกณฑ์ใดและทางเลือกคู่ j ใดอ่อนไหวที่สุด

ถ้าสัมประสิทธิ์ความอ่อนไหวของหลักเกณฑ์ใดมีค่าสูง หลักเกณฑ์นั้นจะมีเสถียรภาพต่ำ ผู้ตัดสินใจต้องมีความระมัดระวังในการเปรียบเทียบทางเลือกกับหลักเกณฑ์ดังกล่าว เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนักที่คำนวณได้จากการเปรียบเทียบโดยวิธีการ AHP จะมีผลทำให้การเรียงลำดับความสำคัญของทางเลือกสลับกันได้ง่าย ผลจากการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจะช่วยให้ผู้

ตัดสินใจเพิ่มความระมัดระวังในการจัดทำชั้นข้อมูลของหลักเกณฑ์ที่มีความอ่อนไหวมาก เนื่องจากความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากชั้นข้อมูลนี้อาจส่งผลให้เกิดความผิดพลาดในการจัดลำดับความสำคัญของพื้นที่ในวงกว้างได้

การวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยวิธีการ Fuzzy AHP

วิธีการ AHP มีจุดอ่อนตรงที่ไม่ได้นำเอาความไม่แน่นอนของการให้ความเห็นมาพิจารณาในการเปรียบเทียบคู่องค์ประกอบ ดังนั้น จึงมีการพัฒนาวิธีการ Modified Fuzzy AHP (Jeganathan, 2003) ซึ่งปรับปรุงจากวิธีการ Fuzzy Pair wise Comparison ที่เสนอโดย Deng (1999) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลที่มีลักษณะกำกวม (fuzzy) หรือมีความไม่แน่นอนดังกล่าว วิธีการนี้ใช้ Triangular Fuzzy Number (TFN) ในการแสดงข้อมูลอันเป็นผลจากการเปรียบเทียบหลักเกณฑ์และทางเลือกของผู้ร่วมตัดสินใจ หลังจากนั้นจึงใช้วิธีการคำนวณค่าถ่วงน้ำหนักโดยหลักคณิตศาสตร์สำหรับตัวเลขกำกวม (Fuzzy arithmetic) ในการคำนวณค่าน้ำหนักความสำคัญเบ็ดเสร็จ (Final performance index) ของทางเลือก ก่อนเรียงลำดับความสำคัญเพื่อตัดสินใจ

ขั้นตอนการทำงานของวิธีการ Modified Fuzzy AHP มีดังนี้

1. จัดโครงสร้างการตัดสินใจ พร้อมทั้งสร้างตารางเมตริกซ์เปรียบเทียบ (Pair wise Comparison Matrix, PCM) สำหรับหลักเกณฑ์ย่อยหรือทางเลือกตามวิธีการ AHP โดยนำ เข้าข้อมูลใน

   ตารางทีละคู่เปรียบเทียบ ทำการ Fuzzify ค่าในเมตริกซ์ โดยการคำนวณค่าต่ำ (lower fuzzy, l) และค่าสูง (upper fuzzy, u) จากค่าความสำคัญเปรียบเทียบที่ได้นำเข้าใน PCM โดยใช้หลักการในตารางที่ 2-2 จนได้เมตริกซ์ที่คงเส้นคงวาแล้วตามหลักการของ AHP การคำนวณค่าส่วนกลับในครึ่งล่างของตารางให้ใช้หลักการ matrix inversion ของ TFN ดังปรากฏในตารางที่ 2-3
2. คำนวณค่าน้ำหนักความสำคัญของแต่ละทางเลือก (x_i) ด้วยวิธีการ Column Sum (Jeganathan, 2003) โดยพิจารณาทีละหลักเกณฑ์จนครบทุกหลักเกณฑ์ พร้อมทั้งคำนวณค่าน้ำหนักความสำคัญของแต่ละหลักเกณฑ์ (w_i)

ตารางที่ 2-2 การแปลงค่าความสำคัญเป็นค่า Fuzzy ในตาราง Pair wise Comparison Matrix, PCM)

ค่าความสำคัญ	**ค่า Fuzzy**	**ค่าความสำคัญ**	**ค่า Fuzzy**
1	(1,1,1) สำหรับช่องทะแยงมุมใน PCM (1, 1, 3) สำหรับช่องอื่นใน PCM	1/1	(1/1, 1/1, 1/1) สำหรับช่องทะแยงมุมใน PCM (1/3, 1,1) สำหรับช่องอื่นใน PCM
2	(1, 2, 4)	1/2	(1/4,1/2, 1/1)
3	(1, 3, 5)	1/3	(1/5,1/3, 1/1)
5	(3, 5, 7)	1/5	(1/7, 1/5, 1/3)
7	(5, 7, 9)	1/7	(1/9, 1/7, 1/5)
9	(7, 9, 11)	1/9	(1/11, 1/9, 1/7)

3. คำนวณหาค่า Fuzzy Performance Rating (Z) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ค่าความสำคัญของแต่ละทางเลือกเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบทีละหลักเกณฑ์ ดังสมการที่ (2-13)

$$Z = \begin{bmatrix} w_1x_{11} & w_2x_{12} & \dots & w_mx_{1m} \\ w_1x_{21} & w_2x_{22} & \dots & w_mx_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1x_{n1} & w_2x_{n2} & \dots & w_mx_{nm} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}13)$$

เมื่อ x_{ij} = ค่า Performance rating ของแต่ละทางเลือก A_i (I = 1,2, ..,n) เมื่อพิจารณาตามแต่ละหลักเกณฑ์ C_j (j = 1,2,..m) และ w_j = ค่าน้ำหนักความสำคัญของหลักเกณฑ์ C_j ตามวัตถุประสงค์ของการตัดสินใจ การคำนวณ Z ใช้หลักการคณิตศาสตร์ที่ใช้กับข้อมูลกำกวม โดยอาศัยค่า TFN ดังในตารางที่ 2-3

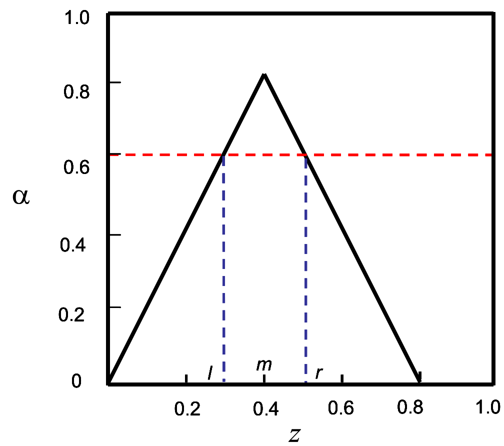
ตารางที่ 2-3 หลักการคำนวณโดยใช้คณิตศาสตร์สำหรับข้อมูลกำกวม

ข้อมูลนำเข้า	**การคำนวณผลลัพธ์**
A+B	(a1+b1 , a2+b2, a3+b3)
A-B	(a1-b3, a2-b2, a3-b1)
A*B	(a1*b1, a2*b2, a3*b3)
A/B	(a1/b3, a2/b2, a3/b1)
Inverse(A)	(1/a3, 1/a2,1/a1)
Inverse(B)	(1/b3, 1/b2, 1/b1)

4. คำนวณหาช่วงค่าของ Performance Matrix (สมการ 2-14) โดยวิธีการ α-cut เพื่อผนวกเอาความไม่แน่นอนเนื่องจากความไม่มั่นใจของผู้ร่วมตัดสินใจ โดยค่าระดับความมั่นใจในการกำหนดค่าเปรียบเทียบ (α) ได้จากความเห็นของผู้ร่วมตัดสินใจ

$$
Z_\alpha = \begin{bmatrix} [Z^\alpha{}_{11l}, Z^\alpha{}_{11r}] & [Z^\alpha{}_{12l}, Z^\alpha{}_{12r}], & \cdots & [Z^\alpha{}_{1ml}, Z^\alpha{}_{1mr}] \\ [Z^\alpha{}_{21l}, Z^\alpha{}_{21r}] & [Z^\alpha{}_{22l}, Z^\alpha{}_{22r}] & \cdots & [Z^\alpha{}_{2ml}, Z^\alpha{}_{2mr}] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [Z^\alpha{}_{n1l}, Z^\alpha{}_{n1r}] & [Z^\alpha{}_{n2l}, Z^\alpha{}_{n1r}] & \cdots & [Z^\alpha{}_{nml}, Z^\alpha{}_{nmr}] \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}14)
$$

รูปที่ 2-2 แสดงตัวอย่างช่วงค่า Performance rating (Z_α) ที่ค่า α เท่ากับ 0.6 เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าความสำคัญระหว่างทางเลือก ค่า Z_α มีช่วงค่าระหว่าง ค่า Alfa left (l) และ Alfa right (r) ในตัวอย่างนี้มีค่าเท่ากับ 0.3 และ 0.5 ตามลำดับ ช่วงค่า Z_α จะกว้างขึ้นหากผู้ตัดสินใจมีความเชื่อมั่นน้อยลง (ค่า α ลดลง) ในทางตรงกันข้ามถ้าผู้ตัดสินใจมีความเชื่อมั่นมากขึ้น (ค่า α เพิ่มมากขึ้น) ค่า Z_α ที่คำนวณได้จะมีช่วงแคบลง และหากผู้ร่วมตัดสินใจมีความเชื่อมั่นสูงสุด (α =1.0) ค่า Z_α จะมีค่าเดียวกล่าวคือมีค่าเท่ากับ 0.4 ในตัวอย่างนี้ การคำนวณค่า Z_α สามารถทำได้โดยใช้สมการที่ (2-14)



รูปที่ 2-2 ตัวอย่างของค่า Performance rating ที่ระดับความมั่นใจ (α) เท่ากับ 0.6

5. หาค่า Crisp Performance Matrix, CPM ($Z_{\alpha}^{\lambda'}$) โดยนำเอาพฤติกรรมด้านความเสี่ยงของผู้ตัดสินใจมาพิจารณาและแสดงเป็นค่าดัชนีความพอใจที่จะเสี่ยง (Optimism index, λ) ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0 -1.0 ค่า 0 ใช้สำหรับผู้ตัดสินใจที่ไม่ยอมเสี่ยง (Pessimistic) และค่า 1.0 ใช้สำหรับผู้ตัดสินใจที่ชอบเสี่ยง (Optimistic) จากนั้นจึงแปลงข้อมูลที่เป็น fuzzy range เป็น crisp range โดยอาศัยสมการที่ (2-15) ผลลัพธ์ในขั้นตอนนี้จะได้เมตริกซ์ดังสมการที่ (2-16)

$$Z_{\alpha}^{\lambda} = \lambda * Z_{ij(r)}^{\alpha} + (1-\lambda) * Z_{ij(l)}^{\alpha} \qquad \lambda \in [0,1] \qquad (2\text{-}15)$$

เมื่อ $Z_{ij(r)}^{\alpha}$ = ค่าด้านขวาสุดจากการวิเคราะห์แบบ α-cut (รูปที่ 2-2)

$Z_{ij(l)}^{\alpha}$ = ค่าด้านซ้ายสุดจากการวิเคราะห์แบบ α-cut

$$Z_{\alpha}^{\lambda'} = \begin{bmatrix} Z_{11\alpha}^{\lambda'} & Z_{12\alpha}^{\lambda'} & \dots & Z_{1n\alpha}^{\lambda'} \\ Z_{21\alpha}^{\lambda'} & Z_{22\alpha}^{\lambda'} & \dots & Z_{2n\alpha}^{\lambda'} \\ \dots' & \dots' & \dots & \dots' \\ Z_{m1\alpha}^{\lambda'} & Z_{m2\alpha}^{\lambda'} & \dots & Z_{mn\alpha}^{\lambda'} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}16)$$

6. คำนวณค่า Normalized performance matrix (Z_{α}^{λ}) เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบหลักเกณฑ์ได้ดีขึ้น โดยหารทุกค่าในเมตริกซ์ CPM ด้วยรากที่สองของค่าผลรวมยกกำลังสองของทุกค่าในเมตริกซ์ CPM จะได้เมตริกซ์ดังสมการที่ (2-17)

$$Z_{\alpha}^{\lambda} = \begin{bmatrix} Z_{11\alpha}^{\lambda} & Z_{12\alpha}^{\lambda} & \ldots & Z_{1n\alpha}^{\lambda} \\ Z_{21\alpha}^{\lambda} & Z_{22\alpha}^{\lambda} & \ldots & Z_{2n\alpha}^{\lambda} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_{m1\alpha}^{\lambda} & Z_{m2\alpha}^{\lambda} & \ldots & Z_{mn\alpha}^{\lambda} \end{bmatrix} \quad (2\text{-}17)$$

7. หาค่า Positive Ideal Solution, PIS ($A_{\alpha}^{\lambda+}$) และ Negative Ideal Solution, NIS ($A_{\alpha}^{\lambda-}$) ตามสมการที่ (2-18) และ (2-19)

$$A_{\alpha}^{\lambda+} = (Z_{1\alpha}^{\lambda+}, Z_{2\alpha}^{\lambda+}, Z_{3\alpha}^{\lambda+}, ..., Z_{n\alpha}^{\lambda+}) \quad (2\text{-}18)$$

$$A_{\alpha}^{\lambda-} = (Z_{1\alpha}^{\lambda-}, Z_{2\alpha}^{\lambda-}, Z_{3\alpha}^{\lambda-}, ..., Z_{n\alpha}^{\lambda-}) \quad (2\text{-}19)$$

เมื่อ $Z_{1\alpha}^{\lambda+} = \max(z_{1j\alpha}^{\lambda}, Z_{2j\alpha}^{\lambda}, Z_{3j\alpha}^{\lambda}, ..., Z_{mj\alpha}^{\lambda})$ (2-20)

และ $Z_{1\alpha}^{\lambda-} = \min(z_{1j\alpha}^{\lambda}, Z_{2j\alpha}^{\lambda}, Z_{3j\alpha}^{\lambda}, ..., Z_{mj\alpha}^{\lambda})$ (2-21)

8. คำนวณค่า “ความคล้ายคลึงกัน” ระหว่างแต่ละทางเลือกกับค่า PIS ($S_{i\alpha}^{\lambda+}$) และ NIS ($S_{i\alpha}^{\lambda-}$) ตามสมการที่ (2-22) และ (2-23)

$$S_{i\alpha}^{\lambda+} = \frac{A_{i\alpha}^{\lambda} A_{\alpha}^{\lambda+}}{Max(A_{i\alpha}^{\lambda} A_{i\varepsilon}^{\lambda} A_{\alpha}^{\lambda+} A_{\alpha}^{\lambda+})} \quad (2\text{-}22)$$

$$S_{i\alpha}^{\lambda-} = \frac{A_{i\alpha}^{\lambda} A_{\alpha}^{\lambda-}}{Max(A_{i\alpha}^{\lambda} A_{i\varepsilon}^{\lambda} A_{\alpha}^{\lambda-} A_{\alpha}^{\lambda-})} \quad (2\text{-}23)$$

เมื่อ $A_{i\alpha}^{\lambda} = (Z_{i1\alpha}^{\lambda}, Z_{i2\alpha}^{\lambda}, Z_{i3\alpha}^{\lambda}, ..., Z_{in\alpha}^{\lambda})$ (2-24)

i = แถวที่ของ เมตริกซ์ค่าความสำคัญโดยรวม (i = 1 ถึง n)

9. หาค่า Performance Index เบ็ดเสร็จ (P_{α}^{λ}) ของแต่ละทางเลือกตามสมการ (2-25)

$$P_{\alpha i}^{\lambda} = \frac{S_{i\alpha}^{\lambda+}}{(S_{i\alpha}^{\lambda+} + S_{i\alpha}^{\lambda-})} \quad (2\text{-}25)$$

10. จัดลำดับทางเลือกตามค่า Performance Index จากค่าสูงมาหาค่าต่ำ

หลักการที่กล่าวมาข้างต้นจะเป็นพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบโปรแกรมระบบร่วมตัดสินใจ (*รตส.*) ที่จะอธิบายรายละเอียดในบทต่อไป