



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)
ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา
เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีคิด โรงเรียนอนุบาลปัตตานี The Study of Mathematics Learning Achievement and Problem Solving Ability of Prathomsuksa Six Students on the Application by Using Heuristic at Anuban Pattani School	
นามผู้วิจัย นางสาวนิยุสนี อามะ	
ได้พิจารณาเห็นชอบโดย	
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก _____ (_____ รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)	
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม _____ (_____ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด.)	
หัวหน้าภาควิชา _____ (_____ อาจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)	

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(_____ รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ _____ เดือน _____ พ.ศ. _____

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์
โดยการใช้ฮิวริสติก โรงเรียนอนุบาลปัตตานี

The Study of Mathematics Learning Achievement and Problem Solving Ability
of Prathomsuksa Six Students on the Application
by Using Heuristic at Anuban Pattani School

โดย

นางสาวนิยสุณี อามะ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2556

นิยสนี อามะ 2556: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ปรินญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. 185 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติ และ 2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 225 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ จำนวน 13 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตารางและการบรรยาย

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

Nikyusnee Ahmah 2013: The Study of Mathematics Learning Achievement and Problem Solving Ability of Prathomsuksa Six Students on the Application by Using Heuristic at Anuban Pattani School. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Associate Professor Siriporn Thipkong, Ed.D. 185 pages.

The purposes of this research were 1) to study students' mathematics learning achievement of prathomsuksa six students on the application by using heuristic and 2) to study students' mathematics problem solving ability of prathomsuksa six students on the application by using heuristic.

The population was prathomsuksa six students at Anuban Pattani School. The sample group was 45 prathomsuksa six students of one classroom that was selected by cluster random sampling from 5 classrooms of 225 students at Anuban Pattani School in the second semester of the academic year 2012. The instruments in data collection consisted of 13 lesson plans on the application by using heuristic, mathematics learning achievement tests on the application, ability evaluation forms in solving mathematics problems on the application. Percentage, mean, standard deviation, and t-test were used for analyzing data and presented by tables with their corresponding description.

The results of study revealed that the mathematics learning achievement on the application by using heuristic of students after learning was higher than before learning and was higher than 60% at the .05 level of significance. The mathematics problem solving ability on the application by using heuristic of students after learning was higher than before learning at the .05 level of significance and was at the "medium" level.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ ด้วยความกรุณาช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก
รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์
ดร. ชานนท์ จันทรา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์
ประธานการสอบ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ดันบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ที่กรุณา
ให้ความอนุเคราะห์และให้คำแนะนำปรึกษา รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อ
การวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด อันเป็นประโยชน์สูงสุด
ต่อการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยด้วย
ความปรารถนาดีเสมอมา รวมถึงผู้เขียนตำราและเอกสารต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำมา
อ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้บริหาร โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ที่ให้ความกรุณาอนุญาตผู้วิจัยเก็บ
รวบรวมข้อมูลเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์ ขอขอบพระคุณครูรัตนา ทองสินุช และขอบคุณ
นักเรียนที่ให้ความร่วมมือ ให้ข้อมูล และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย
ครั้งนี้เป็นอย่างดี ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขาการสอนคณิตศาสตร์ และเพื่อนๆ ทุกคน
ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยมอบแด่บิดา มารดา ผู้ให้ความรัก
ให้กำลังใจ สนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด
จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

นิยูนี อามะ

กุมภาพันธ์ 2556

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
ประโยชน์ที่ได้รับ	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
นิยามศัพท์	7
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	9
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	10
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	20
อิทธิพล	42
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	52
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	75
สมมติฐานการวิจัย	80
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	81
ประชากร	81
กลุ่มตัวอย่าง	81
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	81
การเก็บรวบรวมข้อมูล	89
การวิเคราะห์ข้อมูล	90
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	93
ผลการวิจัย	93
ข้อวิจารณ์	97

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	103
สรุปผลการวิจัย	103
ข้อเสนอแนะ	109
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	112
ภาคผนวก	119
ภาคผนวก ก ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุทธ์	120
ภาคผนวก ข ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุทธ์	171
ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุทธ์	173
ภาคผนวก ง แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุทธ์	178
ภาคผนวก จ รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	183
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	185

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	การสร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบ	66
4.1	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้ และหลังการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้สื่อวีรทัศน์	94
4.2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้สื่อวีรทัศน์ เทียบกับเกณฑ์ 60%	94
4.3	การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้ และหลังการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้สื่อวีรทัศน์	95
4.4	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนรู้ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้สื่อวีรทัศน์	96
ตารางผนวกที่		
ข1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์	172

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	27
2.2	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson, Fernandez, and Hadaway	30
2.3	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหของ Krulik and Rudnick	49

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

ภายใต้กระแสโลกาภิวัตน์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว และมีแนวโน้มทวีความรุนแรงมากขึ้น ทุกๆ ประเทศเร่งการพัฒนาให้สามารถยืนหยัดอยู่ได้อย่างมั่นคงและยั่งยืน เพื่อเตรียมความพร้อม ปรับตัว และเสริมสร้างภูมิคุ้มกันสำหรับการเปลี่ยนแปลงในอนาคต ดังนั้นทิศทางการพัฒนาประเทศไทยในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบเอ็ด พ.ศ. 2555-2559 จึงยึด “คนเป็นศูนย์กลางของการพัฒนา” ในทุกมิติอย่างสมดุล ทั้งจิตใจ ร่างกาย ความรู้ และทักษะความสามารถ มีความพร้อมทั้งด้านสติปัญญาที่รอบรู้ และมีจิตใจที่สำนึกในคุณธรรม จริยธรรม มีความเพียร มีโอกาสและสามารถเรียนรู้ตลอดชีวิต (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2554) สำหรับประเทศไทยในด้านการศึกษามีแผนการศึกษาแห่งชาติ (2545-2559) ดำเนินการจัดทำแผนโดยมีศูนย์กลางของการพัฒนาที่ “คน” และ “การพัฒนาความรู้และการเรียนรู้” ในการปรับตัวและเปลี่ยนแปลง ด้านการศึกษาให้พัฒนาทันกับการเปลี่ยนแปลงใหม่ที่เกิดขึ้น มีสมรรถภาพในการดำเนินชีวิต ความสามารถใช้สติปัญญาในการเผชิญปัญหา มีความคิดสร้างสรรค์ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่พึงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน ช่วยเหลือเกื้อกูลกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551: 1) สอดคล้องกับคำกล่าวของยูนิฟิพิทกุล (2523: 1) ที่ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานทางวิชาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และสิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ยังได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องการให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เป็นคนมีระเบียบ

ในด้านการคิดอย่างมีขั้นตอน มีความอดทน ขยันหมั่นเพียร มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความมั่นใจในการแก้ปัญหา ตลอดจนสามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง มีระเบียบวินัย มีความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง อันจะเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงรวมถึงวิทยาการอื่นๆ ตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้รับไปใช้ให้เกิดประโยชน์

เมื่อพิจารณาคูณภาพผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ได้เน้นให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม แต่เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหานั้นนับว่าเป็นเรื่องยากสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหา มักจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ การวิเคราะห์โจทย์ รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องให้ออกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์ หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจท้าทายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย (กรมวิชาการ, 2545)

ผู้เรียนจำนวนมากขาดทักษะการเชื่อมโยงความรู้เรื่องการดำเนินการ ในห้องเรียนกับปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือของผู้เรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่า มากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นของคู่กันและเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง มนุษย์ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการดำรงชีวิต ไม่ว่าจะเป็นการแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือการใช้เหตุผลในสังคม จึงมีการส่งเสริมให้มีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานทั้งในต่างประเทศและประเทศไทยคล้ายคลึงกัน โดยประกอบด้วย 5 ทักษะหลัก ดังนี้ การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผล (Reasoning) การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communication and presentation) การเชื่อมโยง (Connections) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 21-22)

แม้ว่าการพัฒนาประเทศจะให้ความสำคัญกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์มากก็ตาม แต่ นักเรียนไทยส่วนใหญ่ยังขาดความเข้มแข็งในด้านความรู้ และทักษะพื้นฐานในการทำงานด้านการคิด วิเคราะห์และสร้างสรรค์ (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจ และสังคมแห่งชาติ, 2550: 48) และจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐานในปีการศึกษา 2552 2553 และ 2554 ปรากฏว่า ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ผลการทดสอบเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 35.88 34.85 และ 52.40 ตามลำดับ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ผลการทดสอบเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 26.05 24.18 และ 32.08 ตามลำดับ และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้ผลการทดสอบเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 28.56 14.99 และ 22.73 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2553, 2554, 2555) ซึ่งจัดอยู่ในภาวะที่ต้องปรับปรุง นั้นแสดงถึงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังประสบปัญหา ไม่สามารถจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวัน นักเรียนจึงไม่ตระหนักถึงความสำคัญ และประสบความสำเร็จในการเรียนตามที่ต้องการได้ ดังที่ สุวร กาญจนมยุร (2543: 39) ได้กล่าวว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ยากที่จะอธิบายให้เข้าใจได้ นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจำมากกว่าความเข้าใจ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่าครูเป็นผู้อธิบายตัวอย่าง 2-3 ตัวอย่าง แล้วบอกให้นักเรียนทุกคนไปทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียน นักเรียนบางคนเข้าใจและทำแบบฝึกหัดได้ แต่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจและทำแบบฝึกหัดไม่ได้ จึงทำให้เกิดความรู้สึกล้มเหลว เบื่อหน่าย และไม่สนใจที่จะเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป นอกจากนี้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ยังมีความเป็นพื้นฐานต่อกัน หมายความว่าถ้าจะเรียนเนื้อหานั้นได้ ก็ต่อเมื่อนักเรียนต้องมีความรู้ความเข้าใจในความรู้พื้นฐานของเนื้อหาก่อนหน้านี้เป็นอย่างดี

การสอนการแก้ปัญหาที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่งซึ่งเน้นการคิดคือ ฮิวริสติก (Heuristic) โดยพบร่องรอยของการศึกษาแนวคิดนี้จาก Euclid ต่อมา Descartes และ Leibnitz นักคณิตศาสตร์ได้พยายามพัฒนาสร้างระบบของฮิวริสติกจนมีชื่อเสียง รวมทั้ง George Polya นักคณิตศาสตร์ได้ให้ความหมายของฮิวริสติกไว้ว่า “การค้นพบด้วยตนเอง” ดังนั้นจุดมุ่งหมายของฮิวริสติกเพื่อเรียนรู้วิธีการของการค้นพบและการประดิษฐ์ ดังนั้นฮิวริสติกจึงสำคัญอย่างยิ่งสำหรับปัญหาทุกประเภท โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง และแม้กระทั่งเกมปริศนาที่ต้องใช้การคิดอย่างมากเพื่อแก้ปัญหาที่ยาก ซึ่งจัดอยู่ในขอบข่ายของฮิวริสติกทั้งสิ้น (Polya, 1973)

Post (1988) ได้ให้ความหมายของฮิวริสติกไว้ว่า เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองภายในใจ เพื่อช่วยเหลือตนเองเมื่อไม่สามารถแก้ปัญหาต่อไปได้ ดังนั้นนักเรียนจึงสามารถค้นพบวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมได้

Krulik and Rudnick (1988) ได้สนับสนุนการแก้ปัญหาที่เป็นกระบวนการ ประกอบด้วย ลำดับของการจัดการและกระบวนการคิดซึ่งเชื่อมโยงกันไว้ เพื่อเป็นรูปแบบที่เรียกว่าขั้นตอนของ ฮิวริสติก หรือรูปแบบฮิวริสติก ซึ่งเป็นขั้นตอนของการชวนคิดและตั้งคำถามที่ทุกคนต้องคิดตาม และถามตนเอง เพื่อที่จะแก้สถานการณ์ปัญหาของตนเองได้ ฮิวริสติกเป็นขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ ผู้สอนควรนำไปใช้และเน้นย้ำกับนักเรียน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ ขั้นที่หนึ่งอ่านโจทย์ปัญหา (Read the problem) ขั้นที่สองสำรวจ (Explore) ขั้นที่สามเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) ขั้นที่สี่แก้ปัญหา (Solve the problem) และขั้นที่ห้า มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนด และขยายความคิด (Look back and extend)

Novak and Gowin (1984 อ้างใน อัมพร ม้าคอง, 2554) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ Heuristics ว่าเป็นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันหรือ มีลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อให้เกิดระบบข้อมูลที่เอื้อต่อการคิด การพัฒนาความคิดโดยใช้ Heuristics ถูกนำมาใช้มากในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนทางการคิด เช่น การแก้ปัญหาคาร์ม เงิน ปัญหาการระบุน้ำ เป็นต้น การใช้ Heuristics จะช่วยให้การจัดข้อมูลอยู่ในสภาพที่เอื้อต่อการคิด เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลให้คิดได้ง่ายขึ้น

การสอนโดยใช้ฮิวริสติกจึงมีความสำคัญมาก ทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลัก คณิตศาสตร์ เน้นการเชื่อมโยงข้อมูล หรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันในลักษณะที่เป็นระบบ สามารถ เริ่มต้นโดยการฝึกจากสิ่งที่ยากไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น ช่วยในการวิเคราะห์การแก้ปัญหาได้ เพราะนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ๆ ในการแก้ปัญห ด้วยการค้นพบด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนสามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้ฮิวริสติกยังส่งผลให้นักเรียนสามารถ ขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และตั้งคำถามภายในความคิดของตนเองเพื่อให้เกิด ความเข้าใจและนำไปสู่คำตอบ เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับความรู้เดิมและเกิดองค์ความรู้ขึ้นมา และนักเรียนสามารถที่จะตรวจสอบสิ่งที่ได้เรียนรู้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากปัญหานักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ไม่เป็นที่ น่าพอใจในระดับประถมศึกษาโดยเฉพาะอย่างยิ่งการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก นักเรียนขาดการคิด วิเคราะห์ และวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งควรได้รับการฝึกฝนตั้งแต่ใน ระดับประถมศึกษา และเป็นพื้นฐานในการคิดวิเคราะห์ระดับที่สูงต่อไป ผู้วิจัยจึงเลือกศึกษากับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาร้อยละ ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้

คณิตศาสตร์โดยใช้อิวิริสติก เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้อิวิริสติก
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้อิวิริสติก

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
เรื่องบทประยุกต์ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการใช้อิวิริสติกจัดการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ เพื่อส่งเสริม
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา

ขอบเขตของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาล
ปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม
(Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลาก
1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากนักเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 225 คน ซึ่ง
ทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องแบบคละความสามารถ และมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน

3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการทำวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 16101 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีขอบเขตเนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ เรื่องบทประยุกต์

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยใช้เวลาทั้งหมด 17 คาบ คาบละ 60 นาที ดังนี้

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนการเรียนรู้

คาบที่ 2 ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้

คาบที่ 3 ทบทวนโจทย์ปัญหาการคูณและการหาร (บัญญัติไตรยางศ์)

คาบที่ 4 โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร (บัญญัติไตรยางศ์)

คาบที่ 5 ทบทวนความหมายของร้อยละ

คาบที่ 6 โจทย์ปัญหาร้อยละ

คาบที่ 7 โจทย์ปัญหาการหารร้อยละ

คาบที่ 8 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหาราคาขายจากราคาทุนเมื่อได้กำไร)

คาบที่ 9 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหาราคาขายจากราคาทุนเมื่อขาดทุน)

คาบที่ 10 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหาราคาทุนจากราคาขาย)

คาบที่ 11 การลดราคา

คาบที่ 12 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (ได้กำไรหรือขาดทุน)

คาบที่ 13 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (การลดราคา)

คาบที่ 14 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายมากกว่า 1 ครั้ง

คาบที่ 15 การคิดดอกเบี้ย

คาบที่ 16 ทดสอบหลังการเรียนรู้

คาบที่ 17 ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนรู้

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสถิติ

5.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

นิยามศัพท์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดนิยามศัพท์ไว้ดังนี้

อิวิริสติก หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาที่อาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่เพื่อวางแผนการแก้ปัญหาหรือเรียนเนื้อหาใหม่ๆ โดยใช้การวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลในลักษณะการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้อย่างเป็นระบบเพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้ ซึ่งเริ่มต้นฝึกจากปัญหาที่ง่ายไปสู่ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น และมีการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การค้นพบวิธีการแก้ปัญหาคด้วยตนเอง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้อิวิริสติก หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนใช้อิวิริสติกในการแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Krulik and Rudnick (1988) ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา (Read the problem) เป็นการอ่านโจทย์หลายๆ ครั้งอย่างเพียงพอทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เรียบเรียงปัญหาในภาษาของตนเอง ระหว่างขั้นตอนการอ่าน นักเรียนระบุได้ว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง ข้อเท็จจริงที่เป็นกุญแจสำคัญคืออะไร ข้อมูลพิเศษมีหรือไม่

ขั้นที่ 2 สำรวจ (Explore) เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา โดยการจัดระบบข้อมูลพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ สามารถวาดแผนภาพ โมเดล แผนภูมิหรือตารางได้หรือไม่ แล้วเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล และวางแผนสำหรับการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) เป็นการพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด โดยนักเรียนอาศัยแนวทางจากสองขั้นตอนแรก ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาคเดียวกันด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ปัญหาหนึ่งสามารถแก้ปัญหาคโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายได้ ได้แก่ การจำแนกรูปแบบวิธีการ การทำย้อนกลับจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ การคาดคะเนและตรวจสอบ

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา (Solve the problem) เป็นการใช้ทักษะความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อหาคำตอบ ส่วนใหญ่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาประกอบด้วยทักษะพื้นฐานทางการคิดคำนวณเกี่ยวกับจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วน รวมทั้งสมบัติของรูปเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด (Look back and extend) โดยนักเรียนพิจารณาในสิ่งต่อไปนี้ การตรวจสอบคำตอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ การมองหาความแตกต่างที่น่าสนใจจากปัญหา การอภิปรายวิธีการหาคำตอบ และการพิจารณาความสอดคล้องระหว่างคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในด้านต่างๆ ดังนี้ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการเลือกใช้ทฤษฎีการแก้ปัญหา ด้านกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน และด้านการตอบปัญหา โดยพิจารณาจากคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 แนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.3 ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความหมายและกระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. วิธีสถิติ
 - 3.1 ความหมายและความสำคัญของวิธีสถิติ
 - 3.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสถิติ
4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 4.2 จุดประสงค์ของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 4.3 หลักการของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- 4.4 เครื่องมือการวัดและประเมินผลการเรียนรู้
- 4.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4.6 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา
- 4.7 เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 5.1 งานวิจัยในประเทศ
- 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545) ได้ให้แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมต้องสอดคล้องกับวุฒิภาวะ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด แก้ปัญหาร่วมกันคิดวิเคราะห์ ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาด้านความรู้และทักษะและกระบวนการคิด ซึ่งในขั้นดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้เรียน การใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระ การใช้ยุทธวิธีต่างๆ ให้ผู้เรียนสามารถสรุปหรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามด้วยตนเอง และในขณะที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน และผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่มต่างๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจ และให้คำแนะนำตามความจำเป็น

ผู้สอนคณิตศาสตร์เป็นบุคคลที่มีบทบาทและมีความสำคัญยิ่งที่จะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนบรรลุมาตรฐานของกลุ่มคณิตศาสตร์ ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรมีความรู้และประสบการณ์ทางด้านการจัดการเรียนรู้ มีความสามารถในการพัฒนาความรู้และสร้างประสบการณ์ให้ผู้เรียนเข้าใจและปฏิบัติได้จริง รู้ความต่อเนื่องของเนื้อหา สามารถเชื่อมโยงเนื้อหาในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่นๆ รวมถึงการจัดเนื้อหาได้เหมาะสมกับผู้เรียน รู้จักธรรมชาติ เข้าใจ

ความต้องการของผู้เรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ได้ลงมือปฏิบัติจริง สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลาย ใช้สื่อและเทคโนโลยีอย่างเหมาะสม ตลอดจนสร้างบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า ครูจำเป็นต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้ และประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องง่ายก่อนการสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลิน โดยครูอาจใช้เกม ปริศนา เพลง
7. สอนด้วยจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน โดยการใช้คำพูด
8. สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น เช่น วิชาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนของแมลงหวี่ ซึ่งอาจต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

Steff (1991 อ้างใน อัมพร ม้าคนอง, 2546) ได้เสนอบทบาทของครูผู้สอนตามแนวคิดของการสอนที่ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งบทบาทดังกล่าว มีดังนี้

1. ผู้สอนต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีพื้นฐานของคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนจะสอน
2. ผู้สอนต้องแปลความหมายกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนทำผ่านการสื่อสาร

3. ผู้สอนต้องเลือกคณิตศาสตร์ที่จะสอนผู้เรียนผ่านการสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์
4. ผู้สอนต้องใช้โมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างโดยผู้เรียนเป็นผลลัพธ์สำคัญที่ได้จากกิจกรรมที่ผู้เรียนทำ
5. ผู้สอนต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน
6. ผู้สอนต้องตระหนักว่าการสอนคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่มีคุณภาพ
7. ผู้สอนต้องตระหนักว่าสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้เป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการเรียนรู้

เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูอีกด้วยว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้น นอกจากเทคนิคการสอนที่น่าสนใจแล้ว ผู้สอนควรมีวิธีการสร้างแรงจูงใจด้วย เช่น การทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน มีการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนเรียนอย่างสนุก รู้ประโยชน์ และนำไปใช้ได้ การสร้างความเชื่อมั่นให้กับผู้เรียนว่าผู้เรียนสามารถทำได้ และการช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จ โดยผู้สอนอาจเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดค้นวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองจนสำเร็จ หลีกเลี่ยงการให้ความสำคัญของคะแนนและการแข่งขันในกลุ่ม แต่ควรส่งเสริมการแข่งขันกับตัวเอง และผู้สอนอาจมีการพบผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อช่วยผู้เรียนวิเคราะห์สาเหตุของความสำเร็จหรือไม่สำเร็จในการเรียน

กรมวิชาการ (2545) ยังได้กล่าวถึงรูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ซึ่งผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียนของผู้เรียนได้ดังนี้

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริงๆ ได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง โดยใช้สิ่งของพิมพ์หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป ใช้การสาธิตประกอบคำถาม แต่ถ้าให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองจะใช้การทดลองโดยดำเนินการตามกิจกรรมที่ผู้สอนกำหนดให้ ผู้เรียนที่ปฏิบัติการทดลองมีโอกาสฝึกใช้ทักษะและกระบวนการต่างๆ เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมุติฐาน การสรุปกระบวนการดำเนินการทดลองหรือปฏิบัติกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ ใช้เหตุผล อ้างข้อเท็จจริง ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาใหม่ๆ การจัดการเรียนรู้นี้เปิดโอกาสให้

ผู้เรียนมีอิสระในการคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ขณะที่ผู้เรียนทำการทดลอง ผู้สอนควรสังเกตแนวคิดของผู้เรียนว่าเป็นไปอย่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าเห็นว่าผู้เรียนคิดไม่ตรงแนวทางควรตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดใหม่ ถึงแม้จะต้องใช้เวลามากขึ้น เพราะผู้เรียนจะได้ประโยชน์จากการเรียนรู้ด้วยตัวเองมากกว่าการเรียนรู้ที่ผู้สอนบอกหรือสรุปผลให้

2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล มีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อนด้วยการอธิบายและแสดงเหตุผล ให้ข้อตกลงในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาผู้สอนอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจ อาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม

3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่างๆ โดยอิสระ สามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์ และสื่อเทคโนโลยีต่างๆ หรือจากการทำโครงการคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความสนใจงานที่ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้ามา ให้โอกาสผู้เรียนได้นำเสนอผลงานต่อผู้สอน ผู้เรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย เมื่อผู้เรียนสังเกตจนพบปัญหานั้นแล้วผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนพยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การเรียนรู้ดังกล่าวเป็นการวิเคราะห์จากปัญหามาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้ กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วยขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และขั้นนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปราย และทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล รู้จักสังเกต และวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนมีบทบาทสำคัญยิ่งในการศึกษาหลักการและเทคนิคการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้เหมาะสมกับบุคลิกภาพ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน รู้และเข้าใจลักษณะเนื้อหาสาระ สามารถลำดับความต่อเนื่องของเนื้อหา และจัดได้อย่างเชื่อมโยงในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนสามารถจัดการเรียนรู้โดยการปฏิบัติจริง ทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน รู้ประโยชน์และนำไปใช้ได้

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

วรินทร์า วัชรสิงห์ (2537) ได้กล่าวว่า เทคนิค หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีเฉพาะวิชานั้นๆ ฉะนั้นเทคนิคจึงสอดแทรกอยู่ตลอดเวลาในขณะที่ทำการสอน ไม่แยกอยู่โดยอิสระ เป็นเครื่องช่วยเสริมการสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ เพลิดเพลิน สนุกสนาน เรียนหรือทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ด้วยความไม่เบื่อหน่าย ผู้สอนที่มีเทคนิคมักจะพยายามหากวิธีต่างๆ มาช่วยสอน เทคนิคต่างๆ ที่ครูคณิตศาสตร์ควรจะนำมาใช้มีดังนี้

1. เทคนิคการยกตัวอย่าง โดยผู้สอนควรยกตัวอย่างง่ายๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจได้รวดเร็ว และถูกต้อง ยกตัวอย่างจากหนังสืออื่นที่นอกเหนือจากหนังสือแบบเรียน เพื่อให้นักเรียนจะได้ตัวอย่างหลายๆ แบบทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและเข้าใจมากยิ่งขึ้น และยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนสนใจเรียนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในยุคนั้น

2. เทคนิคการใช้วัสดุประกอบการทำแบบฝึกหัด โดยให้ผู้เรียนช่วยทำวัสดุประกอบการเรียน เพื่อเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง พัฒนาทักษะทางกาย และทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดริเริ่มและสร้างสรรค์ ผู้สอนควรรู้จักเลือกใช้วัสดุจากสิ่งแวดล้อมซึ่งหาได้ไม่ยากและประหยัดเพื่อให้เข้ากับสภาพเศรษฐกิจและสังคม และควรเลือกให้เหมาะกับเนื้อหา

3. เทคนิคการสร้างและใช้แผนภาพประกอบการเรียน เช่น การใช้ภาพลายเส้นง่ายๆ เนื่องจากการวาดภาพจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น ยิ่งถ้าการทำแบบฝึกหัดมีรูปภาพประกอบด้วยแล้วจะยิ่งทำให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายและเพลิดเพลินด้วย ผู้สอนบางคนไม่สามารถวาดภาพลายเส้นได้ ก็อาจจะใช้ภาพสำเร็จรูปเช่นกัน การเตรียมภาพประกอบการสอนล่วงหน้า จะช่วยให้ประหยัดเวลาในการอธิบาย

4. เทคนิคในด้านนันทนาการ การใช้เพลงประกอบการสอนและการทำแบบฝึกหัด จะช่วยกล่อมเกลาคิดใจของผู้เรียนทำให้ผู้เรียนไม่เคร่งเครียดจนเกินไป การใช้คำประพันธ์ประเภทร้อยกรองเพื่อสรุปบทเรียนหรือนำเข้าสู่บทเรียน และการใช้เกมประกอบ ผู้ที่เป็นครูควรจะได้ศึกษาทั้งเกมที่ใช้ประกอบการสอนในห้องเรียนและเกมลับสมองโดยทั่วไป

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า ครูควรมีเทคนิคต่างๆ ในการสอน เทคนิคการสอน เป็นศิลปะเฉพาะที่ครูใช้ในการสอน ดังนี้

1. เทคนิคการยกตัวอย่าง ได้แก่ การยกตัวอย่างสิ่งที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน การยกตัวอย่างสอดแทรกจริยธรรม การยกตัวอย่างสิ่งแวดล้อม เป็นต้น
2. เทคนิคการใช้สื่อการเรียนการสอน ได้แก่ การใช้สื่อสิ่งแวดล้อม การใช้ภาพลายเส้น การใช้ภาพประกอบการสอน เป็นต้น
3. เทคนิคด้านนันทนาการ ได้แก่ การแสดงบทบาทสมมติ การร้องเพลง การเต้นจังหวะ เป็นต้น
4. เทคนิคการใช้จิตวิทยาในการสอน ได้แก่ การสอนให้สัมพันธ์ความคิด การสอนให้สัมพันธ์วิชา เป็นต้น

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2545) ได้กล่าวว่า ครูมีความสามารถในการสอนแตกต่างกัน เพราะแต่ละคนมีเทคนิคการสอนเฉพาะตัวและมักจะสอนได้ผลดี อย่างไรก็ตาม ครูก็ยังต้องการที่จะค้นหาความคิดใหม่ๆ ตลอดจนกลวิธีใหม่ๆ มาเพื่อปรับปรุงการสอนในชั้นของตน ช่วยกระตุ้นความคิด และทำให้การเรียนการสอนมีความหมายยิ่งขึ้น ดังนี้

1. เทคนิคการสอนใช้คำถาม คำถามที่น่าสนใจสามารถใช้ได้บ่อยๆ เพื่อเป็นการกระตุ้นในการเริ่มบทเรียนหรือตอนจบบทเรียน เมื่อครูได้ถามคำถามแล้ว จะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสเดาคำถามหรือถกเถียงคำตอบได้ หลังจากนั้นครูจะเป็นผู้แนะแนว และชี้แนะโดยใช้วิธีการที่เหมาะสม เพื่อให้นักเรียนได้ทราบคำตอบ ซึ่งแน่นอนว่าคำตอบนั้นต้องเป็นคำถามที่ตรงและเหมาะสมกับชั้นเรียน
2. เทคนิคการสอนโดยการใช้สถานการณ์ การค้นพบด้วยตนเองเป็นเทคนิคที่ทำให้ นักเรียนเกิดความสนใจและเป็นแรงกระตุ้นได้อย่างดี นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ และความคิดริเริ่ม ซึ่งเป็นจุดสำคัญในการที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ในอนาคต

3. เทคนิคการสอนสอดแทรก มีนักเรียนจำนวนมากที่คิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อ สิ่งที่จะทำให้คณิตศาสตร์มีชีวิตชีวาขึ้นมาได้นั้นก็คือ พยายามใช้ประวัติความเป็นมาทางคณิตศาสตร์ เพื่อชักจูงให้เด็กเกิดความตื่นตัว

4. เทคนิคการสอนโดยการใช้สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ กระดาษ แผ่นใส

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า เทคนิคการสอนเป็นศิลปะหรือกลวิธีที่สอดแทรกในขณะดำเนินการสอน ซึ่งการสอนเนื้อหาในแต่ละเรื่องอาจใช้เทคนิคที่แตกต่างกัน เทคนิคการสอนที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ เทคนิคการยกตัวอย่าง เทคนิคการใช้สื่อการสอน เทคนิคด้านนันทนาการ เทคนิคการสอนโดยใช้คำถาม เทคนิคการใช้สถานการณ์ เทคนิคการสอนสอดแทรก เป็นต้น

ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2530) ได้กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนนั้น มิใช่ว่าปัญหาจะขึ้นอยู่กับตัวผู้เรียนฝ่ายเดียว องค์ประกอบต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับตัวผู้เรียนย่อมจะทำให้เกิดปัญหาได้ทั้งสิ้น ซึ่งจะกล่าวดังต่อไปนี้

1. ผู้บริหาร เป็นผู้มีบทบาทสำคัญยิ่งในโรงเรียน ผู้บริหารจะต้องเป็นผู้ที่คอยสนใจติดตามข่าวความก้าวหน้าในแต่ละวิชาอยู่เสมอ สำหรับปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ ผู้บริหารไม่เข้าใจธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ผู้บริหารไม่สนใจติดตามข่าวคราวการเคลื่อนไหวทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านหลักสูตรและวิธีสอน ผู้บริหารไม่จัดสรรงบประมาณให้ เพราะมองไม่เห็นความจำเป็นที่จะต้องใช้สื่อการเรียนการสอน ผู้บริหารจัดครูเข้าสอนไม่เหมาะสม ผู้บริหารจัดชั่วโมงสอนให้ครูมากจนเกินไป จนไม่มีเวลาตรวจแบบฝึกหัด

2. คุณภาพของครู ปัญหาในการสอนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายฝ่ายที่เกี่ยวข้อง ครูนั้นนับว่าเป็นผู้มีบทบาทสำคัญยิ่งในการสอน ปัญหาที่อาจจะเกิดขึ้นจากตัวครูอาจเป็นได้ดังนี้

2.1 คุณภาพของครู ครูบางคนยังมีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอในการที่จะสอนเนื้อหาอื่นๆ เพราะครูบางคนก็มิได้เรียนหรือฝึกมาโดยตรง ครูบางคนก็มีผลการสอนดี คือนักเรียนได้

คะแนนสูง แต่ก็ไม่ใช่เครื่องประกันเสมอไป ครูที่มีคุณภาพจะสร้างความเชื่อมั่นให้เกิดขึ้นต่อตนเอง และนักเรียนก็ศรัทธา ครูที่ดีจะต้องเรียนรู้ดังนี้

2.1.1 วิชาครู และวิชาทั่วไป เช่น จิตวิทยาในการสอน การวัดผลและประเมินผล การแนะแนว การวิจัย ฯลฯ ครูบางคนไม่มีจิตวิทยาในการสอนเลย ก็ทำให้นักเรียนไม่ชอบเรียน

2.1.2 วิชาเฉพาะคือ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ครูต้องมีความรู้สูงกว่านักเรียน และจะต้องรู้เนื้อหาอย่างลึกซึ้ง

2.1.3 การดำเนินการสอน เป็นปัญหาอย่างมากสำหรับครู ปัญหาที่พบคือ

2.1.3.1 นักเรียนไม่ทราบจุดประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

2.1.3.2 ครูใช้วิธีการสอนแบบเก่า ไม่ยอมปรับปรุงตนเอง

2.1.3.3 การเข้มงวดในการสอนของครู ครูบางคนเคร่งครัดต่อกฎ สูตร และกำหนดรูปแบบให้นักเรียน นักเรียนจึงไม่สามารถปรับตัวได้และคิดว่าตนเองไม่เหมาะสม จึงเกิดความท้อถอยขึ้น

2.1.3.4 การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนมองไม่เห็นว่าจะนำไปใช้ได้อย่างไร ครูควรให้นักเรียนเห็นคุณค่าของนักเรียนในทางปฏิบัติ และเน้นให้เห็นว่าเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างไร

2.1.3.5 ภาษาคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีความหมายในตัวของมันเอง นักเรียนอาจจำไม่ได้ ไม่เข้าใจ ครูควรบอกความหมายของสัญลักษณ์นั้น และเล่าประวัติประกอบ

2.1.3.6 หลักสูตร ครูควรหมั่นศึกษาหาความรู้ด้วยการอ่านคู่มือครู และอ่านจากหลายๆ เล่ม แล้วนำมาพิจารณาประกอบการสอน ปัญหาที่มีอยู่คือครูมักจะใช้ตำราเล่มเดียว และสอนตามความเคยชิน

2.1.3.7 การใช้หนังสือแบบเรียน ครูควรจะรู้จักพิจารณาเลือกเนื้อหาให้เหมาะสมและมีความต่อเนื่องกัน เรื่องใดควรจะสอนก่อนหลัง

2.1.3.8 การสอนเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลาง ไม่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ครูเร่งสอนให้จบเนื้อหาโดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

2.1.3.9 การจัดชั้นเรียน ถ้าชั้นเรียนมีจำนวนนักเรียนมากเกินไป ครูอาจจะควบคุมไม่ทั่วถึง โดยเฉพาะอย่างยิ่งอาจจะตรวจแบบฝึกหัดไม่ทัน นักเรียนคนใดเรียนอ่อนจะเรียกมาสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลก็ทำได้ยาก ดังนั้นครูควรหาวิธีการ เช่น ทำชุดการเรียนการสอนรายบุคคลให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง

2.1.3.10 ครูไม่มีสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องรู้จักศึกษาค้นคว้า และผลิตสื่อการเรียนการสอนบางอย่างได้ด้วยตนเอง

2.1.3.11 การประเมินผลนักเรียน ครูจะต้องให้นักเรียนเข้าใจว่าจะประเมินอย่างไร การประเมินผลนั้นจะต้องประเมินผลหลายๆ ด้าน

2.2 บุคลิกภาพของครู ครูคณิตศาสตร์จะต้องมีความกระฉับกระเฉงว่องไว มีปฏิภาณในการแก้ปัญหา มีอารมณ์ขัน เพื่อจะคลายความตึงเครียดของบรรยากาศในห้องเรียน เพราะการเรียนคณิตศาสตร์นั้นก็หนักอยู่แล้ว ถ้าตัวครูเองเป็นคนเฉื่อยชา ไม่กระตือรือร้น ผลก็จะกระทบต่อนักเรียนได้ นอกจากนั้นน้ำเสียงยังต้องชัดเจน วาจาไพเราะ ไม่ดุคั่น

2.3 มนุษยสัมพันธ์ของครู ครูที่ดีนั้นควรจะมีมนุษยสัมพันธ์ มีความเป็นกันเองกับนักเรียน เพราะครูที่ไม่มีความสัมพันธ์นั้นย่อมจะสร้างปัญหาในการสอน เพราะนักเรียนไม่รัก ไม่ศรัทธา ไม่กล้าเข้ามาปรึกษา ครูควรมีอารมณ์เยือกเย็น ใจเย็น อ่อนโยน อบอุ่น ใจดี ไม่ท้อแท้ ไม่ย่อท้อ ไม่กลัวเข้ามาปรึกษา ครูควรมีอารมณ์เยือกเย็น ใจเย็น อ่อนโยน อบอุ่น ใจดี ไม่ท้อแท้ ไม่ย่อท้อ ไม่กลัวเข้ามาปรึกษา ครูควรมีอารมณ์เยือกเย็น ใจเย็น อ่อนโยน อบอุ่น ใจดี ไม่ท้อแท้ ไม่ย่อท้อ ไม่กลัวเข้ามาปรึกษา

2.4 สภาพเศรษฐกิจของครู เรื่องนี้เป็นปัญหาสำคัญยิ่ง เพราะครูเงินเดือนน้อย เมื่อเงินไม่พอใช้ก็ไม่อยากทำการสอน บางครั้งก็ใช้เวลาสอนพิเศษมาก เมื่อเหนื่อยจากการสอนข้างนอก โรงเรียน พอถึงชั่วโมงสอนตามปกติก็สอนไม่ไหว

2.5 เจตคติของครู เรื่องนี้เป็นปัญหามากเพราะครูบางคนไม่ชอบเป็นครู ไม่รักอาชีพครูและวิชาที่ตนสอน บางครั้งก็มาเป็นครูเพราะสภาพแวดล้อมบังคับมาให้เป็น ครูบางคนก็อาศัยอาชีพครูเป็นสะพานเพื่อไปสู่อาชีพอื่น การสอนก็สอนอย่างขอไปที พอหมดวันหนึ่งๆ เท่านั้น ปัญหาการสอนจึงเกิดขึ้น

3. หลักสูตร การที่หลักสูตรเปลี่ยนแปลงบ่อยๆ อาจจะทำให้ครูปรับตัวไม่ทัน ดังนั้นสถาบันฝึกหัดครูควรจะได้สอนให้ครูนั้นพร้อมที่จะปรับปรุงตัวเองให้เข้ากับสภาพการเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร

4. นักเรียน ปัญหาการเรียนที่เกิดขึ้นนั้นอาจจะมีสาเหตุหลายประการ ดังนี้

4.1 ความบกพร่องทางกายของนักเรียน เป็นสาเหตุทำให้มีปัญหาทางการเรียน นักเรียนบางคนสุขภาพไม่ดี เช่น สายตาสั้น อ่อนเพลีย หูตึง พิจารณาส่วนใดส่วนหนึ่งของอวัยวะ ทำให้มีปมด้อย เกิดการวิตกกังวล ครูจะต้องคอยสังเกตและให้กำลังใจนักเรียนอยู่เสมอ

4.2 ความพร้อม เมื่อนักเรียนยังไม่มีความพร้อม ก็ย่อมจะเรียนไม่ได้ผล การสอนของครูจึงต้องคำนึงถึงวุฒิภาวะ และวัยของนักเรียน

4.3 คุณลักษณะของนักเรียน นักเรียนบางคนเป็นคนที่ไม่มีความเชื่อมั่นในตนเอง ขาดความละเอียดรอบคอบ คณิตศาสตร์สอนให้คนมีเหตุผล มีความเป็นระเบียบ ครูจะต้องฝึกให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนคณิตศาสตร์นั้นจะต้องเป็นผู้ที่มีสมาธิ มีความเพียรพยายาม และจะต้องมีความกระตือรือร้นอยู่เสมอ

4.4 เจตคติของนักเรียน นักเรียนบางคนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะเมื่อเรียนคณิตศาสตร์ตอนเริ่มต้นนั้นพบครูที่สอนไม่ดี เรียนไม่เข้าใจ จึงทำให้ตนมีเจตคติที่ไม่ดีก็ได้ ดังนั้นครูคณิตศาสตร์ควรสำรวจความรู้ความเข้าใจอยู่เสมอ

4.5 วิธีการเรียนของนักเรียน นักเรียนบางคนใช้วิธีการท่องจำ แต่ไม่มีความเข้าใจ จะพบว่านักเรียนบางคนจำสูตรหรือกฎได้ทุกสูตร แต่ทำโจทย์ไม่ได้ บางคนจำทฤษฎีได้แต่พิสูจน์ไม่ได้ ดังนั้นการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนควรจะได้ศึกษาให้เข้าใจ การทำความเข้าใจตามลำดับขั้นตอนนับว่าสำคัญมาก การทำแบบฝึกหัดมากๆ จะช่วยให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

5. สภาพแวดล้อม สภาพแวดล้อมในโรงเรียนซึ่งมีตั้งแต่ตัวครู ครูบางคนทำให้เกิดช่องว่างระหว่างครูกับศิษย์ ก็ทำให้เกิดปัญหาได้ เพื่อนนักเรียนบางคนอาจจะชักนำไปในทางที่ไม่ดี ดังนั้นครูจะต้องเอาใจใส่นักเรียน บรรยากาศภายในห้องเรียน เช่น นักเรียนแออัดเกินไป แสงสว่างไม่เพียงพอ สำหรับสภาพแวดล้อมนอกโรงเรียน สิ่งแวดล้อมจะทำให้พฤติกรรมของนักเรียนเปลี่ยนไป นักเรียนหนีโรงเรียน ไม่อยากเรียนหนังสือ ซึ่งทำให้เกิดปัญหาการสอนทั้งสิ้น นักเรียนบางคนมีฐานะครอบครัวที่ยากจน เมื่อมาเรียนอาจมีอาการเหม่อลอย ซึม มีปมด้อย ครูจะต้องคอยสังเกต อยู่เสมอ คอยให้กำลังใจและให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

จากปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นนั้นเกิดจากทั้งตัวผู้บริหาร ครู นักเรียน หลักสูตร และสภาพแวดล้อม ดังนั้นก่อนที่จะลงมือสอนควรจะได้สำรวจดูก่อนว่า ปัญหาอยู่ที่จุดใด แก้ไขปัญหาเหล่านั้นเสียก่อน จึงทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2523: 124) ได้กล่าวว่า ปัญหาคือ เรื่องที่เกี่ยวกับความสงสัย ความไม่แน่ใจและความยาก และเมื่อประสบเข้าก็ทำให้อยากแก้ปัญหานั้น ดังนั้นการแก้ปัญหาก็เป็นกิจกรรมที่จะแก้ความยากผ่านกระบวนการที่มีเหตุผล

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 102) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการคำตอบแต่ไม่สามารถตอบได้ในทันที จะต้องมียุติการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 2) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2544: 10) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่างๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553: 3) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่นๆ ก็ได้

อุษาวดี จันทรสนธิ (2554) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยผู้เรียนยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝน และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลากหลายรูปแบบ นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่างๆ ดังนี้

Krulik and Robert (1980: 24 อ้างใน วิไลวัลย์ เมืองโคตร, 2548: 9) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้

4. ปัญหาที่หาค้นหาส่วนที่หายไป

5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

Polya (1973) สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือทางปฏิบัติ อาจเป็นนามธรรมหรือรูปธรรม ปัญหาที่ต้องใช้ความคิดอย่างหนักหรือเกมปริศนา ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ โดยพิจารณาจากลักษณะของปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

รุ่งฟ้า จันทจักรธน์ (2554) ได้กล่าวว่านักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่างๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียนซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (problems to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (problems to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียว หรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (one-step problems or simple translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียว และนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (mathematical operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (multiple-step problems or complex translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (open-ended problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (process problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที

นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตาราง หรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (applied problems or situation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (real life problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล/แปลผลข้อมูล และการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชาวน์ปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า นักเรียนต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างที่มีอยู่เข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน ซึ่งปัญหาประเภทนี้ถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นปัญหาปลายเปิดซึ่งเปิดที่กระบวนการ คือมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ความหมายและกระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคนๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องวางแผน รู้จักเลือกความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการที่นักเรียนได้เรียนไปแล้วมาใช้ให้เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้นๆ

ทรงชัย อักษรคิด (2550) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการค้นหาคำตอบที่ผู้แก้ปัญหาไม่รู้วิธีการซึ่งนำไปสู่คำตอบล่วงหน้ามาก่อน โดยในกระบวนการหาคำตอบนั้นผู้แก้ปัญหจะต้องดึงเอาความรู้และศักยภาพที่ตนเองมีออกมาใช้สำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องพัฒนาความเข้าใจแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ นักเรียนควรได้รับโอกาสอยู่บ่อยๆ และต่อเนื่องในการคิดวางแผน เพียรพยายาม อดทน และแก้ปัญหาที่ซับซ้อนต่างๆ โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดเห็นของตนเองออกมา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553: 5) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2554: 39) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหา (Problem solving) เป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบ การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหด้วย อย่างไรก็ตาม แม้การแก้ปัญหจะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มีความประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลายๆ ด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง

3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

Billstein, Libeskind, and Lott (2010) ได้กล่าวว่า George Polya ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหา หมายถึงการค้นหาวិธีการสำหรับสิ่งที่ยาก วิธีการที่มีอุปสรรค เพื่อให้ได้มาในสิ่งที่มุ่งหมาย แต่ไม่สามารถทำให้สำเร็จในทันทีทันใด และกล่าวถึง NCTM ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหา หมายถึงความพยายามในการจัดการกับขั้นตอนการหาคำตอบที่มีความซับซ้อน ซึ่งในการหาคำตอบนั้นนักเรียนต้องเขียนสิ่งที่ตนรู้ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจึงจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การแก้ปัญหาไม่ใช่เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว แต่หลักการที่สำคัญคือการลงมือทำ นักเรียนควรมีโอกาสที่ได้คิดหาวิธีการ ใช้สื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และครูควรกระตุ้นเพื่อสะท้อนการคิดของนักเรียน

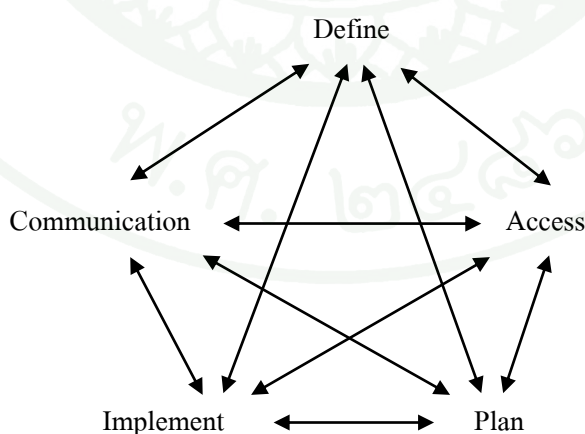
Krulik and Rudnick (1988) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือ กระบวนการหนึ่งที่เริ่มขึ้นเมื่อพบเจอปัญหาในตอนเริ่มต้น และจบลงเมื่อได้คำตอบจากการแสดงโดยให้ข้อมูลอย่างชัดเจน นักเรียนต้องเรียนรู้กระบวนการเหล่านี้ ถ้านักเรียนจัดการกับปัญหาสำเร็จนักเรียนจะสามารถจัดการกับปัญหาในชีวิตได้เช่นเดียวกับที่ได้เจอในโรงเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคือ กระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบจากการแสดงโดยให้ข้อมูลอย่างชัดเจน ในการแก้ปัญหาก็ต้องมีการวิเคราะห์ วางแผน ใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบ สามารถเลือกความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการที่นักเรียนได้เรียนไปแล้วมาใช้แก้ปัญหานั้นๆ ให้เหมาะสม การแก้ปัญหาก็เป็นทักษะที่สำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไปด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ

2. กระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2544: 67-69) ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการแก้ปัญหาว่า ในการเรียนการสอนเพื่อให้ได้ความรู้ ผู้สอนควรเน้นกระบวนการและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา แทนที่จะเน้นเฉพาะการได้คำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น ควรแสดงให้เห็นเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ความกระตือรือร้นในการช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการคำแนะนำ ไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ควรอธิบายและอภิปรายซักถามให้ได้ใช้ความคิด และย้ำความคิดรวบยอด ตลอดจนหลักการที่ถูกต้อง ที่สำคัญครูควรให้กำลังใจ ยอมรับชมเชย

อัมพร ม้าคนอง (2554: 40-42) ได้กล่าวว่าการสอนแก้ปัญหาในห้องเรียนโดยทั่วไปมักเริ่มต้นที่ปัญหาที่กำหนดให้และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ และเมื่อเปลี่ยนเป็นปัญหาอื่นที่มีบริบทและวิธีแก้ปัญหาแตกต่างจากปัญหาเดิม ผู้เรียนก็จะได้เรียนรู้วิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป การเรียนการสอนการแก้ปัญหามักเป็นเช่นนี้ ทำให้ผู้เรียนไม่ได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ และเป็นภาพรวมที่สามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหาใดๆ ก็ได้ ซึ่งสิ่งนี้สำคัญมาก เนื่องจากปัญหาไม่ว่าในเนื้อหาใดหรือหัวข้อใดก็ตามมีหลากหลายรูปแบบ จนไม่สามารถหาเกณฑ์มาจัดเป็นประเภทที่ชัดเจนได้ เมื่อเป็นเช่นนี้การสร้างประสบการณ์หรือพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้ผู้เรียนจึงต้องให้หลักวิชาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะสามารถนำไปคิดประกอบในการแก้ปัญหาต่างๆ ไปได้ จึงได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ ดังแผนภาพ



ภาพที่ 2.1 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (The Integrated Mathematics, Science, and Technology)

ที่มา: IMAST (2007 อ้างใน อัมพร ม้าคนอง, 2554)

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ไขให้มีความชัดเจน

Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และวางแผนดำเนินงาน

Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับแผนให้ดีขึ้น

Communication เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอน หรือเป็นวงจร ผู้แก้ปัญหาก็จะพิจารณาตามลักษณะของปัญหาว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และจะใช้องค์ประกอบใดบ้าง

ขมวด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 75) ได้สรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำ กฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

Polya (1973: xvi-xvii) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยมีการคิด การวางแผนและการตรวจสอบอย่างเป็นระบบ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจ (Understanding the problem) นักเรียนต้องทำความเข้าใจโดยการหาว่า สิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่นำมาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ หรือสิ่งที่นำมามากเกินไป ขัดแย้งหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาลึกซึ้งขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a Plan) เป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมา กับสิ่งที่ต้องการ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหา ในที่สุด ผู้แก้ปัญหาอาจเริ่มต้นด้วยการคิดก่อนว่าเคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันหรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลำดับใดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อยๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะพิสูจน์ว่าถูกต้องได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

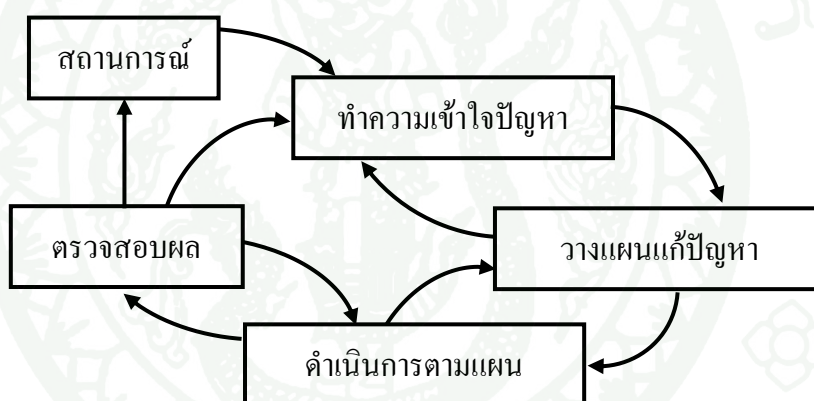
ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่า สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ การวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา และการนำผลลัพธ์หรือวิธีการไปใช้กับแก้ปัญหาอื่นๆ

อัมพร ม้าคนอง (2554: 41) ได้กล่าวว่ากระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya เป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและผู้เรียนคุ้นเคยและถูกใช้มานานมากในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติ การดำเนินการตามกระบวนการนี้มักทำเพียงบางขั้นตอน เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่นๆ ทำให้ต้องยุบรวมบางขั้นตอนเข้าด้วยกัน เช่น รวมขั้นตอนการวางแผนงานและขั้นตอนการดำเนินการตามแผนเข้าด้วยกัน หรือทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลในขั้นตรวจย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya เป็น

กระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา
อย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างเป็นระบบ

Post (1988: 61) ได้กล่าวว่าการแก้โจทย์ปัญหามักมี 3 ขั้นตอน ดังนี้ (1) อธิบายวิธีการหา
คำตอบโดยการแสดงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ (2) คำนวณให้ได้ผลสำเร็จ เขียนอธิบายอย่าง
ชัดเจนหรือแก้สมการ (3) หาคำตอบ

Wilson, Fernandez, and Hadaway (1993: 60-62 อ้างใน รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์, 2554)
ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตมีลำดับ ไม่ตายตัว
สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 2.2 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson,

Fernandez, and Hadaway

ที่มา: Wilson, Fernandez, and Hadaway (1993: 60-62 อ้างใน รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์, 2554)

จากแผนภาพข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียน
จะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์
ที่เกี่ยวข้องพร้อมกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผน
ที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของ
คำตอบที่ได้ และกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนอาจย้อนกลับไปที่เริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการนี้แก้ปัญหาตามแนวคิดของ Wilson, Fernandez, and Hadaway เป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Wilson, Fernandez, and Hadaway ว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร (dynamic problem solving process)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดแบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ คือ กระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนสามารถตรวจสอบได้ และกระบวนการที่มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอนหรือเป็นวงจร มีการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้ว ไปใช้ค้นหาคำตอบของปัญหา ดังนั้นผู้สอนจึงต้องพยายามให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหากับนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ด้วยตนเอง

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในชีวิตประจำวันทุกคนต้องเผชิญกับปัญหาต่างๆ มากมาย ซึ่งปัญหาที่เผชิญนั้นอาจเป็นปัญหาที่แก้ได้ง่าย หรือเป็นปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ ขั้นตอน และวิธีการ และประสบการณ์มาช่วยแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความรู้ หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา มีขั้นตอนและวิธีการที่เหมาะสม ก็จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ในการแก้ปัญหานี้ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจ กระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่ง ที่ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้น ดังที่ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้แบ่งประเภทของยุทธวิธีในการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องของจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดนักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ช้อกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนด ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาลำดับต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดในรูปของสมการหรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติ

การคูณ และสุดท้ายต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขึ้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนี้นักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญห บางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพหรือแผนภาพจนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553: 6-9) ได้กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการช่วยนักเรียนให้สำเร็จความก้าวหน้าในการแก้ปัญห ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ โดยให้ได้รับการฝึกหัดการใช้ยุทธวิธีให้สามารถนำมาใช้ได้ การใช้ของ

นักเรียนจำเป็นต้องอยู่ในขอบเขตของหลักสูตร เพื่อที่ว่านักเรียนจะได้พัฒนาความรู้และทักษะที่มีอยู่ให้สามารถนำไปปรับใช้กับยุทธวิธีที่หลากหลายอย่างเหมาะสม เมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะมากขึ้น นักเรียนจะสามารถสร้างข้อตัดสินใจในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ยุทธวิธีแก้ปัญหามีดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง นำมาใช้เป็นกรอบในการเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็เดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่างๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่นๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าวๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำไปใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่าคือการใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะสูงขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบหรือแบบจำลอง ตัวแบบมีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดล ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคู่กันและไม่ใช่คู่กัน นักเรียนควรจะได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และ

กำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา อาจใช้การสร้างแบบจำลองด้วยสิ่งของ การตัดกระดาษ การพับกระดาษ รวมถึงการใช้ประโยชน์ สัญลักษณ์ การใช้สมการในการแก้ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ เริ่มด้วยการทำคร่าวๆ ก่อน โดยไม่เน้นความละเอียดและความประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการ เป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่างๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ ยุทธวิธีนี้สามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นเกมไม้บล็อก และแม้กระทั่งการเล่นดีกลอง ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน (number pattern) นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง เป็นแนวทางของการคิด ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติ

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหามักกระทำคือการพิจารณาว่าปัญหาล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามักต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้ แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ปัญหาบางปัญหามักดูเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญห และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหที่กำหนดไว้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วนย่อยๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล เป็นการใช้อุปมาอุปไมยที่นำข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดปัญหา ผสมกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังเอิญนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ เป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหามักเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

อัมพร ม้าคอน (2554) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละปัญหา อาจใช้วิธีแตกต่างกันได้หลายวิธี รวมทั้งกลวิธีที่ใช้ก็อาจแตกต่างกันด้วย กลวิธีแต่ละกลวิธีอาจเหมาะสมกับบางปัญหา แต่ไม่สามารถใช้ได้กับบางปัญหา การเลือกใช้จึงควรพิจารณาว่า กลวิธีนั้นช่วยให้ตนเองเข้าใจปัญหา และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหามากขึ้นหรือไม่ ดังนั้นกลวิธีการแก้ปัญหาก็เป็น

เครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ กลวิธีแก้ปัญหามีอยู่หลากหลาย ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก (Trial and error) เป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถจะทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบช้าหรือเร็ว แต่ก็เป็นวิธีที่ผู้เรียนสามารถทำได้สะดวก
2. การวาดภาพ (Picture) บางครั้งการวาดภาพประกอบก็ทำให้ผู้เรียนเข้าใจความซับซ้อนและบริบทของปัญหายิ่งขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น
3. การสร้างโมเดล (Model) เป็นวิธีแก้ปัญหโดยใช้การจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟสร้างโมเดล
4. การค้นหาแบบรูป (Pattern) ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหารูปแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ
5. การสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ (List, table, and chart) การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น และอาจทำให้การแก้ปัญหายิ่งขึ้น
6. การทำงานย้อนกลับ (Working backward) เป็นการแก้ปัญหโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการ แล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน
7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า (Familiar and simpler problem) เป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้ หรือสามารถใช้วิธีแก้ปัญห่อื่นที่ง่ายกว่า
8. การใช้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการแก้ปัญหโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณแต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน

Billstein, Libeskind, and Lott (2010) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและแตกต่างกันต้องใช้ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา บ่อยครั้งที่ยุทธวิธีการแก้ปัญหามีความจำเป็นในการแก้ปัญหาเหล่านี้รวมทั้งปัญหาอื่นๆ ยุทธวิธีจึงเป็นเครื่องมือเพื่อใช้ค้นหา หรือสร้างรูปแบบให้นำไปสู่เป้าหมาย มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern)
2. การพิจารณาปัญหาที่คุ้นเคย (Examine a Related Problem)
3. การพิจารณาปัญหาที่ง่ายกว่า (Examine a Simpler Case)
4. การสร้างตาราง (Make a table)
5. การระบุเป้าหมายย่อย (Identify a Subgoal)
6. การสร้างแผนภาพ (Make a diagram)
7. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)
8. การทำย้อนกลับ (Work Backward)
9. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Use Direct Reasoning)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การที่นักเรียนจะสามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนต้องฝึกการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์บ่อยๆ เช่น การสร้างตาราง การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ การคิดแบบย้อนกลับ และอื่นๆ นักเรียนจะสามารถเข้าใจและเลือกวิธีการแก้ปัญหได้เองอย่างเหมาะสม

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

Johnson and Rising (1969 อ้างใน อรุณี รัชยาแก้ว, 2538) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ
2. การจินตนาการ
3. การจัดกระทำอย่างมีทักษะ
4. การวิเคราะห์
5. การสรุปเชิงนามธรรม

6. การเชื่อมโยงความคิด

Billstein, Libeskind, and Lott (2010) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะเกิดขึ้นเมื่อผู้สอนจัดกิจกรรมดังนี้

1. การแสดงให้เห็นถึงสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจ แต่ไม่รู้ว่าจะใช้กระบวนการแก้ปัญหาอย่างไรเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ

2. การทำให้นักเรียนมีความสนใจและเกิดความพยายามในการค้นหาคำตอบ

3. การทำให้นักเรียนมีความต้องการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

สมจิตร เพชรผา (2544) ได้กล่าวว่างค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 7 ประการ ดังนี้

1. ความรู้ ความสามารถในการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปลความ และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ และแยกแยะความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. สติปัญญาและวุฒิภาวะ
7. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553: 10-11) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบที่สำคัญดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริง ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของ

นักเรียนในการระลึกถึง และสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพคือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็น การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญห เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหายุ่งยาก นักเรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่างๆ หลากรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญห เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาก็เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาก็คิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหานั้นในแต่ละระดับชั้น

4. แรงจูงใจ นักเรียนผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงจูงใจนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญห ซึ่งปัจจัยต่างๆ เหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญห ตลอดจนแรงจูงใจที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาก็ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอ และสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ

8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

อัมพร ม้าคนอง (2554: 47) ได้กล่าวว่านักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางที่คล้ายคลึงกันในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน ซึ่งสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใดๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่
2. การสอนแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้
3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาวทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายๆ ด้าน ทั้งกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ทักษะการอ่านและการฟัง ทักษะการแก้ปัญหา พื้นฐานความรู้ของนักเรียน เจตคติ รวมถึงการอบรมเลี้ยงดู ดังนั้นจึงต้องอาศัยความร่วมมือจากครูและผู้ปกครองให้การสนับสนุนและแก้ไขจุดบกพร่อง เพื่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้น

ฮิวริสติก

ความหมายและความสำคัญของฮิวริสติก (Heuristic)

Polya (1973) ได้กล่าวว่า ฮิวริสติก เป็นการเรียนรู้สาขาหนึ่ง ซึ่งการให้คำจำกัดความยังไม่ชัดเจนนัก เป็นทั้งการให้เหตุผล หรือปรัชญา หรือทางจิตวิทยา ซึ่งมักเป็นส่วนสรุปโดยย่อ มีการค้นพบร่องรอยของการศึกษาแนวคิดนี้จาก Euclid ต่อมา Descartes และ Leibnitz นักคณิตศาสตร์ได้พยายามพัฒนาสร้างระบบของฮิวริสติกจนมีชื่อเสียง จุดมุ่งหมายของฮิวริสติกเพื่อเรียนรู้วิธีการของการค้นพบและการประดิษฐ์ ฮิวริสติกยังหมายถึง “การค้นพบด้วยตนเอง” (Serving to discovery) ฮิวริสติกสำคัญอย่างยิ่งสำหรับปัญหาทุกประเภท โดยเฉพาะ โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง และแม้กระทั่งเกมปริศนาที่ต้องใช้การคิดอย่างมากเพื่อแก้ปัญหาที่ยาก ซึ่งอยู่ในขอบข่ายของฮิวริสติกทั้งสิ้น การศึกษาฮิวริสติกควรอยู่ในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์และเป็นพื้นฐานทางจิตวิทยา จากประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ในการเห็นผู้อื่นแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานของการเกิดแนวคิดฮิวริสติก ซึ่งในการเรียนรู้แนวคิดนี้ไม่ควรเพิกเฉยกับปัญหาใดๆ และควรหาลักษณะร่วมกันของวิธีการจัดการปัญหาทั้งหมดทุกรูปแบบ รวมทั้งควรมีจุดมุ่งหมายไปยังลักษณะรูปแบบทั่วไป และมีความเป็นอิสระในรายละเอียดของปัญหา แนวคิดแบบฮิวริสติกมีจุดมุ่งหมายที่แท้จริง เพื่อทำความเข้าใจอย่างดีที่สุดของการดำเนินการภายในใจอันเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา จึงควรนำไปใช้ให้เกิดผลดีในการสอนบ่อยๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์

Post (1988: 41-42) ได้กล่าวว่าการสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองเพื่อช่วยเหลือตนเองเมื่อไม่สามารถแก้ปัญหาต่อไปได้ กลยุทธ์ดังกล่าวนี้หรือที่เรียกว่า “ฮิวริสติกส์” ถูกนำมาใช้เพื่อช่วยนักเรียนคิดกลยุทธ์ของตนเอง ดังนั้นนักเรียนจึงสามารถค้นพบวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมโดยแนวคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ Polya เน้นให้อยู่บนพื้นฐานกระบวนการการแก้ปัญหามาตรฐานและผู้เชี่ยวชาญคนอื่นๆ ซึ่งเขาเชื่อว่าการตั้งคำถามและการแนะคำตอบเช่นเดียวกับผู้เชี่ยวชาญด้านการ

แก้ปัญหาสามารถทำได้โดยครูผู้สอน ด้วยการให้คำแนะนำแก่นักเรียนในระหว่างที่นักเรียนแก้ปัญหา เช่นเดียวกับที่ผู้เชี่ยวชาญการแก้ปัญหามักใช้ในการสนทนาภายในใจกับตัวเองระหว่างที่หาคำตอบ ซึ่ง Polya เชื่อว่าการชี้แนะแนวทางโดยครูผู้สอน สามารถทำให้เกิดกระบวนการตั้งคำถามภายในใจได้

ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ Polya ระบุไว้ว่า วิธีการหนึ่งซึ่งสามารถนำไปพิจารณา ร่วมกับปัญหาที่มีลักษณะเหมือนกัน โดยการกำหนดปัญหา (ตัวอย่างเช่น สถานการณ์ที่ง่ายกว่า หรือกรณีพิเศษ) วิธีการอื่นๆ สามารถทำได้โดยใช้สัญลักษณ์หรือการสร้างมโนภาพ (ตัวอย่างเช่น การวาดรูปหรือแผนภาพ หรือการสร้างแผนภูมิหรือกราฟ) แนวคิดฮิวริสติกส์อื่นๆ ยังรวมถึงความหลากหลายของ “เทคนิคการวิเคราะห์ความหมาย (means-ends)” โดยการลดช่องว่างระหว่างสิ่งรู้ และสิ่งที่ต้องการ ซึ่งเป็นเทคนิคที่ระบุสิ่งที่รู้และไม่รู้อย่างชัดเจน การทำย้อนหลังจากผลลัพธ์ไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (working backward) โดยการกำหนดจุดหมายก่อนแล้วจึงสามารถเติมขั้นตอนตามมาได้ หรือการแบ่งสถานการณ์ที่มีความซับซ้อนเป็นกลุ่มปัญหาย่อยๆ ที่แตกต่างกัน

Krulik and Rudnick (1988) ได้กล่าวว่า กระบวนการซึ่งประกอบด้วยลำดับขั้นตอนของการจัดการและขั้นตอนของการคิดที่เชื่อมโยงกันไว้ เรียกว่าขั้นตอนของฮิวริสติกหรือรูปแบบฮิวริสติก ซึ่งเป็นขั้นตอนของการชวนคิดและการตั้งถามที่ทุกคนต้องคิดตามและถามตนเอง เพื่อที่จะแก้สถานการณ์ปัญหาของตนเองให้ได้ สิ่งสำคัญของการแก้ปัญหาด้วยฮิวริสติกไม่ได้ขึ้นอยู่กับรูปแบบมีกี่ขั้นตอน แต่สิ่งสำคัญคือนักเรียนได้เรียนรู้การใช้รูปแบบฮิวริสติกอย่างถูกต้อง และนำฮิวริสติกไปประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันทุกสถานการณ์

Novak and Gowin (1984 อ้างใน อัมพร ม้าคอง, 2554) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ Heuristics ว่าเป็นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กัน หรือมีลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อให้เกิดระบบข้อมูลที่เอื้อต่อการคิด การพัฒนาความคิดโดยใช้ Heuristics ถูกนำมาใช้มากในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนทางการคิด เช่น การแก้ปัญหาค่าเงิน ปัญหาการระบุน้ำ เป็นต้น การใช้ Heuristics จะช่วยให้การจัดข้อมูลในอยู่ในสภาพที่เอื้อต่อการคิด เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลให้คิดได้ง่ายขึ้น

Larson (1983: 1) ได้กล่าวว่า ยุทธวิธีหรือเทคนิคในการแก้ปัญหาเรียกว่า ฮิวริสติกส์ ซึ่งปัญหาหนึ่งสามารถมีวิธีการแก้ปัญหามากมายหลายด้วยการใช้ฮิวริสติกส์ที่แตกต่างกัน

Kheong (1998) ได้กล่าวว่า ฮิวริสติกเป็นกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการสร้างแบบจำลองโดยการวาดแผนภาพแบบแท่ง (bar diagram) และยุทธวิธีการใช้แบบรูป เป็นต้น

Simon and Newell (1972) ได้กล่าวไว้ การใช้ฮิวริสติกส์เหมือนกันกับการใช้ยุทธวิธีซึ่งทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ ตัวอย่างของฮิวริสติกส์ เช่น การวิเคราะห์ความหมาย และการทำย้อนกลับ

Katretchko (1971 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ์, 2545: 9) ได้กล่าวว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยพยายามหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายโจทย์แล้วจึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

Floyd (2002: 1-4 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ์, 2545: 11) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นส่วนที่ช่วยการตัดสินใจ ในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนด กลยุทธ์ เทคนิค (Technique) กระบวนการ และกฎเกณฑ์ต่างๆ ในการเรียน นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ได้

จากการศึกษาความหมายของฮิวริสติกคือการค้นพบวิธีการด้วยตนเอง เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยลำดับของการจัดการและกระบวนการคิดซึ่งเชื่อมโยงกันไว้ จึงมีความสำคัญมาก ทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ เน้นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันในลักษณะที่เป็นระบบ สามารถเริ่มต้นโดยการฝึกจากสิ่งง่ายไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น ช่วยในการวิเคราะห์การแก้ปัญหาได้ เพราะนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ๆ ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนสามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้ฮิวริสติกยังส่งผลให้นักเรียนสามารถขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และตั้งคำถามภายในความคิดของตนเองเพื่อให้เกิดความเข้าใจและนำไปสู่คำตอบ เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับความรู้เดิมและเกิดองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมา และนักเรียนสามารถที่จะตรวจสอบสิ่งที่ได้เรียนรู้ว่าเป็นเหตุเป็นผลสามารถนำความรู้ไปประยุกต์แก้ปัญหาเข้ากับชีวิตประจำวันซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสติค

การสอนให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นั้น ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้ โดยนักเรียนต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่ในการคิดวิเคราะห์แก้ปัญหา และสามารถที่จะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้อาจแก้ปัญหาได้ ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการใช้วิธีสติคในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Edward (1985) ได้กล่าวว่า วิธีสติคมักเป็นลักษณะตัวแทนของโครงสร้าง ซึ่งพบว่าอาจเชื่อมโยงกับโครงสร้างอื่นๆ หรือกับความพยายามในการแปลความหมายให้สำเร็จ ดังนั้นจึงต้องให้มีการแก้ปัญหาในโรงเรียนบ่อยๆ ลำดับขั้นวิธีสติคในการกระตุ้นนักเรียน มีดังนี้

1. การอ่านทวนปัญหา (Rereading the problem)
2. การเน้นคำถาม (Focusing on the question)
3. การทำนายการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Anticipating arithmetical operations)
4. การอ้างถึงปัญหาเดิมที่ผ่านมา (Referring to past problems)
5. การปฏิเสธทางเลือก (Rejecting alternatives) ซึ่งส่วนใหญ่จะพูดว่า “นักเรียนไม่สามารถหาร” “การคูณอาจทำให้ได้จำนวนมากเกินไป” หรือ “นักเรียนไม่สามารถลบสามจำนวนนี้ออกได้”
6. การหาผลลัพธ์ที่ต้องการอย่างเป็นขั้นตอน (Relating means and ends)

Simon and Newell (1972 อ้างใน Glasor, 2009) ได้กล่าวว่า กระบวนการให้ได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการนั้น ใช้กระบวนการวิเคราะห์โดยมีสองขั้นตอนเชื่อมโยงกันคือ การทำความเข้าใจและการค้นหา กระบวนการทำความเข้าใจช่วยนิยามส่วนประกอบของปัญหา (problem space) แล้วส่งผลต่อการค้นหา เพื่อหาส่วนของการกระทำในการนำไปสู่เป้าหมายที่เฉพาะเจาะจง จำนวนยุทธวิธีหรือวิธีการวิธีสติคสำหรับการค้นหานี้ ได้แก่ การดำเนินการไปข้างหน้าหรือทำย้อนกลับ (forward or backward chaining) การสุ่ม (random) หรือการค้นหาเชิงลึกเป็นสิ่งที่แรก (depth-first search)

การวิเคราะห์ความหมายของผลลัพธ์ (means-ends analysis) หรือการทำเป้าหมายย่อย (or working with subgoals)

Krulik and Rudnick (1988) ได้กล่าวว่าฮิวริสติกไม่ควรนำไปสับสนกับขั้นตอนการดำเนินการ (algorithms) เนื่องจากเป็นโครงสร้างซึ่งใช้ในการเรียนการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียวสำหรับแต่ละปัญหา หรือการเรียนเกี่ยวกับปัญหาที่มีระเบียบวิธีการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบเฉพาะ ดังนั้นถ้าใช้ระเบียบวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและไม่มีความคิดพลาดทางการคำนวณ คำตอบจะถูกต้องอย่างแน่นอน แต่เมื่อเปรียบเทียบกับฮิวริสติก ซึ่งไม่มีความเฉพาะเจาะจงและสามารถใช้ได้ในการเรียนแก้ปัญหาทุกเรื่อง เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จ ความเข้าใจ และพบคำตอบของปัญหา ซึ่งการจัดการเรียนการสอนด้วยฮิวริสติกในการแก้ปัญหาสำหรับผู้สอนและนักเรียนทุกระดับชั้นได้อย่างสำเร็จ มีขั้นตอนดังนี้

1. อ่าน (Read)

อ่าน หมายถึง การอ่านโจทย์หลายๆ ครั้งอย่างเพียงพอ เนื่องจากโจทย์มีหลายส่วนซึ่งประกอบด้วยสี่ส่วนหลัก คือ รูปแบบ คำถาม ข้อเท็จจริง และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้อง ในระหว่างขั้นตอนการอ่าน นักเรียนต้องระบุแต่ละส่วนดังกล่าวได้ดังนี้

- 1.1 อธิบายรูปแบบโจทย์ปัญหาและจินตนาการเป็นการกระทำ
- 1.2 เรียบเรียงปัญหาในภาษาของตนเอง
- 1.3 โจทย์ถามอะไร
- 1.4 โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง
- 1.5 ข้อเท็จจริงที่เป็นกุญแจสำคัญคืออะไร
- 1.6 มีข้อมูลที่พิเศษหรือไม่

2. สำรวจ (Explore)

สำรวจเป็นการกระทำที่ก่อให้เกิดประสบการณ์การแก้ปัญหา โดยการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลโจทย์ปัญหาซึ่งแสดงให้เห็นในระหว่างขั้นตอนอ่าน โจทย์ปัญหา ขั้นนี้เป็นการพิจารณาภายในใจดังนี้

- 2.1 จัดระบบข้อมูล
- 2.2 ข้อมูลเพียงพอหรือไม่
- 2.3 ข้อมูลมากเกินไปหรือไม่
- 2.4 วาดรูปแผนภาพ หรือสร้างรูปแบบ
- 2.5 สร้างตาราง

3. เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy)

ผลจากขั้นตอนของการสำรวจ ต่อไปจะเป็นการเลือกยุทธวิธีให้เหมาะสมที่สุด โดยได้ระบุยุทธวิธี 8 รูปแบบที่ใช้บ่อยที่สุด ซึ่งเป็นอิสระและเชื่อมโยงวิธีการ แต่ละคนมีวิธีการแก้ปัญหาเดียวกันด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ปัญหาหนึ่งสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายได้ ไม่มียุทธวิธีใดดีกว่า อย่างไรก็ตามอาจมีบางยุทธวิธีนำเสนอได้อย่างยอดเยี่ยมในการหาคำตอบมากกว่าวิธีอื่นๆ ยุทธวิธีการแก้ปัญหามีดังนี้

- 3.1 การจำแนกแบบรูปวิธีการ
- 3.2 การทำย้อนกลับจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนด
- 3.3 การคาดเดาและทดสอบ
- 3.4 การจำลองสถานการณ์หรือการทดลอง
- 3.5 การทำปัญหาให้ง่ายหรือการใช้วิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า
- 3.6 การจัดระบบข้อมูลหรือการลงรายการข้อมูลทั้งหมด
- 3.7 การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
- 3.8 การแยกและรวบรวมใหม่

4. แก้ปัญหา (Solve the problem)

เมื่อได้ทำความเข้าใจและเลือกยุทธวิธีแล้ว นักเรียนควรมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อหาคำตอบได้ ส่วนใหญ่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาประกอบด้วยทักษะพื้นฐานทางการคิดคำนวณกับจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วน รวมทั้งสมบัติของรูปเรขาคณิต และตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนด และขยายความคิด (Look back and extend)

คำตอบไม่ใช่วิธีการหาคำตอบ วิธีการหาคำตอบเป็นกระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
จึงได้คำตอบออกมา ขั้นตอนนี้ประกอบด้วย

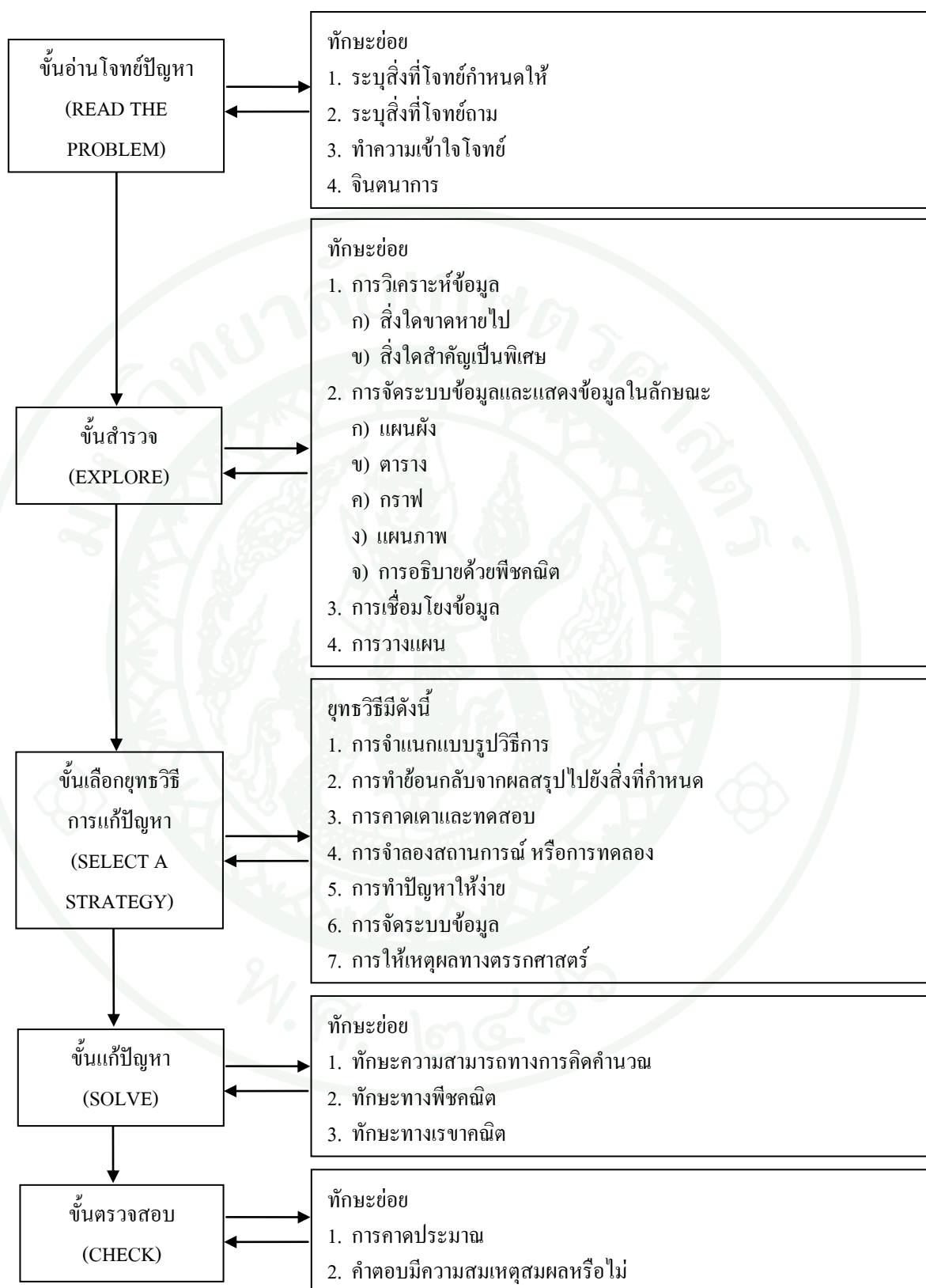
5.1 การตรวจสอบคำตอบ

5.2 มองหาความแตกต่างที่น่าสนใจจากปัญหา

5.3 ตั้งคำถาม “จะเกิดอะไรขึ้นถ้า...”

5.4 อภิปรายวิธีการหาคำตอบ

กระบวนการแก้ปัญหาโดยการใช้วิธีคิด พิจารณาได้จากแผนภาพที่ 2.3 ซึ่งแต่ละขั้นตอน
มีความเกี่ยวข้องร่วมกันไปกับการใช้ทักษะต่างๆ เพื่อให้การหาคำตอบทำได้ง่ายยิ่งขึ้น ดังนี้



ภาพที่ 2.3 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหของ Krulik and Rudnick

ที่มา: Krulik and Rudnick (1984)

Krulik and Rudnick (1984) ได้กล่าวว่า การคิดแบบฮิวริสติกในขั้นตอนที่สามคือการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนการพิจารณาที่ยากที่สุดจากการคิดแบบฮิวริสติกทุกขั้นตอน เนื่องจากยุทธวิธีเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาที่นำไปสู่วิธีการหาคำตอบ ยุทธวิธีที่เลือกได้นั้นมาจากขั้นตอนการอ่านและการสำรวจก่อนหน้าจากการวางแผนด้วยฮิวริสติก คำถามที่ตอบยากคือจะเลือกยุทธวิธีให้เหมาะสมได้อย่างไร เช่นเดียวกันกับทักษะต่างๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาคือการฝึก ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาได้สำเร็จนักเรียนต้องฝึกการแก้ปัญหาต่อไปอย่างจริงจัง และพยายามแก้ปัญหาที่สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย

การคิดแบบฮิวริสติกข้างต้นนี้ เป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนมีแบบแผน สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาและการหาคำตอบจากสถานการณ์โจทย์ปัญหา ไม่เหมือนกับขั้นตอนการดำเนินการ (algorithms) ซึ่งไม่สามารถรับประกันความสำเร็จได้ อย่างไรก็ตามถ้านักเรียนคิดตามขั้นตอนแบบฮิวริสติกกับทุกๆ สถานการณ์โจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะมีมุมมองที่ดีในการแก้ปัญหาในห้องเรียนและในชีวิตจริงได้อย่างสำเร็จ

Middleton and Wheeler (1999: 1-7 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ์, 2545: 12) ได้กล่าวถึงการนำฮิวริสติกไปใช้ในการอธิบายองค์ความรู้ (Declarative Knowledge) ใหม่ที่เกิดขึ้น ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็น 2 ขั้นตอน มีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

1. การกำหนดองค์ความรู้ที่ต้องการศึกษา (declarative knowledge) คือ การกำหนดองค์ความรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งขึ้นมาที่สนใจศึกษา เช่น การกำหนดว่า “ลูกบอลเป็นทรงกลม” เป็นต้น
2. การหาขั้นตอนที่เหมาะสมกับองค์ความรู้ (procedural knowledge) คือ การกำหนดองค์ความรู้ขึ้นมา เพื่อหาวิธีการจัดการกับสิ่งนั้น เช่น ถ้าต้องการเล่น “บาสเกตบอล” ด้วยบอลลูกนั้นจะต้องทำอย่างไร เป็นต้น

สำหรับผู้ที่มีความเชี่ยวชาญ ในเรื่องการแก้ปัญหา สามารถนำความรู้เหล่านั้นไปประยุกต์ใช้งานได้ทันที เพื่อให้ได้ผลสัมฤทธิ์ (Achieve a result) ตามที่ต้องการ โดยที่พยายามเขียนสิ่งที่เข้าใจนั้นออกมา แล้วใช้วิธีการให้เหตุผลด้วยฮิวริสติก เพื่อหาคำตอบของปัญหาในขณะที่ผู้เริ่มศึกษาเรื่องนี้จะใช้วิธีการลองผิดลองถูก (Trial and error) แล้วค่อยๆ เปลี่ยนจากขั้นตอนการกำหนดองค์ความรู้ (Declarative Knowledge) มาเป็นการหาวิธีที่ช่วยจัดการกับองค์ความรู้นั้น

(Procedural Knowledge) สำหรับในบางกรณีของปัญหาที่ต้องการแนวความคิดใหม่ๆ (New Ideas) จะมีการนำกระบวนการทางฮิวริสติกเข้าไปใช้ด้วย

David and Zbigniew (2000: 404-408 อ้างใน ขอบใจ สาสิทธิ์, 2545: 12) ได้กล่าวถึง กระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา เพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เป็นหลัก
2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้
3. ขั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา
4. ขั้นพิจารณาปัญหาโดยการเรียนรู้อย่างรอบคอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่เคยได้เรียนรู้อยู่มาแล้วในอดีต
5. ขั้นหาหนทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิมๆ ที่เคยทำมาแล้ว
6. ขั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยไม่สนใจว่าคำตอบนั้นจะดีที่สุดเสมอไป
7. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาโดยไม่สนใจสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหา สามารถจัดการกับปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยไม่ยึดติดกับกรอบความคิดแบบเดิมๆ
8. ขั้นการกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งไม่ทราบค่าในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น และไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้นๆ ได้
9. ขั้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาเพื่อใช้ในการอ้างอิง
10. ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำและสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

Bransford and Stain (1984: 1-7 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ, 2545: 14) ได้เสนอขั้นตอนของ อีวริสติกในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Identify the problem)
2. กำหนดและแยกแยะปัญหา (Define and represent the problem)
3. กำหนดทางเลือกในการแก้ปัญหา (Explore possible solution strategies)
4. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ (Act on the strategies)
5. มองย้อนกลับไปแต่ละขั้นและประเมินผล (Look back and evaluate)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า อีวริสติกมีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ ช่วยในการวิเคราะห์การแก้ปัญหาได้ เพราะนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ๆ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้การคิดแบบอีวริสติกยังส่งผลให้นักเรียนสามารถขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขวางขึ้น และสามารถควบคุมความคิดตนเองเพื่อให้เกิดความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับความรู้เดิมและเกิดองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมา และนักเรียนสามารถที่จะตรวจสอบสิ่งที่ได้เรียนรู้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความหมายของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินผลการเรียนการสอน เป็นกระบวนการที่ใช้ในการตรวจสอบและตัดสินการเรียนการสอน เพื่อที่จะทราบความก้าวหน้าของนักเรียน พัฒนาการทางการเรียนของนักเรียน ครูอาจใช้การสังเกต การสัมภาษณ์ การบันทึกพฤติกรรม การให้นักเรียนทำแบบทดสอบ เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นมากกว่าการตัดสินว่านักเรียนสอบได้หรือสอบตก

การวัด หมายถึง การตรวจสอบหรือค้นหาลักษณะที่ครูต้องการตรวจสอบนั้นมีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด และการประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดต่างๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ การวัดผลเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล

กัณฑ์ เทียนกัณฑ์เทศน์ (2536: 16) ได้กล่าวถึงการวัดและการประเมินผลไว้ดังนี้

การวัด หมายถึง กระบวนการบอกปริมาณหรือคุณภาพของสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นตัวเลข หรือ สัญลักษณ์ใดๆ ที่ตกลงกันไว้แล้ว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของสิ่งที่จะวัด และวัตถุประสงค์ของการวัด

การประเมิน หมายถึง การตัดสินหรือลงความเห็นใดๆ จากผลของการวัด วิเคราะห์ผลที่วัดได้หรือหลักฐานอื่นๆ ประกอบการลงความเห็น หรือการประเมินคือ กระบวนการประเมินค่าขั้นสุดท้ายว่า วัตถุประสงค์ของการศึกษาได้บรรลุวัตถุประสงค์เพียงไร ทั้งนี้โดยการพิจารณาผลที่ได้จากผลของการวัด และส่วนประกอบอื่นเพื่อการประเมินค่าที่เหมาะสม

การวัดและการประเมินผล เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกัน เพราะการวัดเป็นไปเพื่อการประเมินว่าดีเลว เก่งอ่อนเพียงใด สิ่งใดบ้างที่ต้องแก้ไขปรับปรุงพัฒนา ถ้าเป็นผลของการเรียนรู้ ก็จะต้องเทียบกับวัตถุประสงค์ว่า การเรียนรู้ที่บรรลุวัตถุประสงค์เพียงใด สอนซ่อมเสริมหรือเรียนซ้ำ ผ่าน ไม่ผ่าน เลื่อนชั้น ไม่เลื่อนชั้น การวัดผลจึงเป็นไปเพื่อการประเมินผล

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 2) ได้ให้ความหมายของการวัดและประเมินไว้ว่า การวัดผล เป็นการรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่อยู่ในกระบวนการเรียนรู้ ข้อมูลนั้นกำหนดเป็นตัวเลขนัย ซึ่งเป็นปริมาณที่มีความหมายแทนคุณภาพหรือคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการวัด การประเมิน หมายถึง กระบวนการที่ต่อเนื่องจากการวัด โดยมีการตรวจสอบ ตัดสินคุณค่าที่ได้จากการวัดอย่างมีเหตุผล ด้วยกฎเกณฑ์หรือมาตรฐาน เป็นตัวกำหนดว่าคุณลักษณะที่วัดนั้นมีคุณค่าอย่างไร

จำนง พรายแย้มแข (2535: 5) ได้ให้ความหมายของการวัดและการประเมินผลไว้ว่า การวัด หมายถึง กระบวนการในการกำหนดหรือหาปริมาณแทนคุณลักษณะของสิ่งหนึ่งสิ่งใด หรือแทนพฤติกรรม หรือสมรรถภาพของบุคคล โดยใช้เครื่องมือช่วยในการวัด และผลของการวัดจะออกมาเป็นตัวเลขนัยหรือคะแนนว่ามีจำนวนหรือปริมาณเท่าใด และการประเมิน หมายถึง กระบวนการในการตัดสินใจหรือวินิจฉัยเพื่อตีราคา หรือสรุปคุณลักษณะสิ่งหนึ่งอย่างมีหลักเกณฑ์ โดยอาศัยข้อมูลหรือรายละเอียดจากการสังเกต การตรวจผลงาน การสัมภาษณ์ หรือการทดสอบพิจารณา

ซานนท์ จันทรา (2555) ได้กล่าวว่า การวัด (Measurement) หมายถึง การตรวจสอบหรือการค้นหาข้อมูลบางอย่างของสิ่งที่ต้องการตรวจสอบเพื่อต้องการทราบจำนวน ปริมาณ หรือคุณภาพมากน้อยเพียงใด ส่วนการประเมิน (Evaluation) หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุปผลให้ความหมาย ตัดสิน หรือการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวัดอย่างเป็นระบบเพื่อใช้ตัดสินใจหรือวินิจฉัยคุณค่าของสิ่งที่ต้องการวัดอย่างมีหลักเกณฑ์ ซึ่งจะเห็นได้ชัดว่า การประเมินนั้นเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการวัด จึงกล่าวได้ว่าการวัดเป็นส่วนหนึ่งของการประเมิน และการประเมินจะถูกต้องและแม่นยำเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของกระบวนการวัด ความเหมาะสมของเครื่องมือวัดและความยุติธรรม ปราศจากอคติของผู้ประเมิน

อัมพร ม้าคนอง (2554: 164) ได้กล่าวว่า อดีตที่ผ่านมา การวัดและการประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์มักเน้นที่การวัดและประเมินความรู้ของผู้เรียน ซึ่งการวัดผล (Measurement) เป็นการวัดสิ่งที่ต้องการทราบโดยการกำหนดระดับหรือตัวเลขให้กับสิ่งที่ต้องการวัดอย่างมีกฎเกณฑ์ ในขณะที่การประเมินผล (Evaluation) เป็นกระบวนการนำสิ่งที่วัดได้มาพิจารณาเพื่อตัดสินหรือหาข้อสรุปเกี่ยวกับคุณภาพของสิ่งที่วัด ซึ่งส่วนใหญ่มักวัดผลโดยใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ และประเมินแบบอิงเกณฑ์ สำหรับในปัจจุบัน เน้นการประเมินการเรียนรู้ (Learning Assessment) ซึ่งเป็นการรวบรวม ประมวล และจัดระบบข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนเพื่อใช้ประเมินพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียน การประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรทำให้ครอบคลุมคุณภาพผู้เรียนใน 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ การประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงต้องเน้นการประเมินความสามารถในการนำความรู้ไปใช้มากขึ้น การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการประเมินความสามารถหรือความชำนาญของผู้เรียนในการทำงานหรือการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้เป็นการประเมินการปฏิบัติงาน ซึ่งทำได้ทั้งระหว่างเรียนและหลังเรียน ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน จึงแตกต่างจากการวัดและประเมินผลด้านความรู้ที่เคยทำมาในอดีต

The National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) (1995 อ้างใน ซานนท์ จันทรา , 2555) ได้นำเสนอแนวคิดของการประเมินทางคณิตศาสตร์ที่ใหม่กว่า ทันสมัย และกว้างขึ้น โดยมองว่า การประเมินเป็นกระบวนการรวบรวมหลักฐานเกี่ยวกับความรู้ ความสามารถ และความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ้างอิงหลักฐานนั้นๆ ไปสู่จุดมุ่งหมายต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ หรืออาจกล่าวได้ว่า การประเมินเป็นกระบวนการรวบรวมหลักฐานและการอ้างอิงเพื่ออธิบายหรือสะท้อนว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้มากน้อยเพียงใด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การวัด หมายถึง กระบวนการในการหาปริมาณแทนคุณลักษณะของสิ่งหนึ่งสิ่งใดหรือสมรรถภาพของบุคคล โดยใช้เครื่องมือช่วยในการวัด และผลของการวัดจะออกมาเป็นตัวเลขหรือคะแนนว่ามีจำนวนหรือปริมาณเท่าใด การประเมิน หมายถึง กระบวนการที่ต่อเนื่องจากการวัด ในการตัดสินคุณค่าที่ได้จากการวัดอย่างมีเหตุผล ด้วยกฎเกณฑ์หรือมาตรฐาน ดังนั้นการวัดและประเมินผลจึงเป็นกระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน เพื่อทราบความก้าวหน้าของนักเรียน พัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ที่สำคัญของการวัดและประเมินผล คือ

1. เพื่อป้อนชี้ว่านักเรียนมีทักษะและความรู้ที่สำคัญเพียงพอหรือไม่
2. เพื่อป้อนชี้ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน
3. เพื่อวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน โดยสังเกตจากผลการเรียนของนักเรียนที่แสดงออกมาให้ครูผู้สอนเห็น
4. เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 11-12) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอน โดยมีจุดประสงค์ 3 ประการ ดังนี้

1. เพื่อการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นของผู้เรียน ซึ่งอาจประเมินได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดและประเมินผลจะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ (1) จัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด

ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน (2) วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้สอน พิจารณาเลือกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน ด้วยการเลือก เนื้อหาสาระ กิจกรรมแบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่างๆ ที่เหมาะสม และตรงตาม มาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

1.2 ประเมินระหว่างเรียน เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างเรียน ข้อมูล ที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ (1) ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะๆ ว่าผู้เรียนมี พัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทัน ท่วงที (2) ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดก็จะได้จัดให้ เรียนซ้ำ หรือผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้ก็จะได้ปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคนด้วย

2. เพื่อใช้ผลการประเมินในการตัดสินผลการเรียนของผู้เรียน เป็นการตรวจสอบ ผลการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้ที่คาดหวัง และใช้ผลการทดสอบเพื่อตัดสินผลการเรียนและให้ ระดับคะแนนของรายวิชานั้น รวมทั้งนำผลการเรียนรู้นี้ดังกล่าวไปใช้เพื่อแนะแนวทางการศึกษาต่อ

3. เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของ สถานศึกษา การกำหนดนโยบาย และการพัฒนาหลักสูตรต่างๆ

ชานนท์ จันทรา (2555: 6-7) ได้กล่าวว่าการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น กระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ 4 ประการ ดังนี้

1. เพื่อบ่งชี้หรือวินิจฉัยว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐาน ทักษะ หลักการ และความรู้ที่สำคัญและ จำเป็นเพียงพอหรือไม่ ซึ่งอาจประเมินได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 การประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นที่ ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียน หรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการประเมิน จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ

1.1.1 จัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน

1.1.2 วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้สอนพิจารณาเลือกเนื้อหาหรือสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน ด้วยการเลือกเนื้อหาสาระ เทคนิคการสอน วิธีการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบฝึกหัด อุปกรณ์และสื่อการเรียนรู้ต่างๆ ที่เหมาะสมตรงตามมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดที่กำหนดไว้

1.2 การประเมินระหว่างเรียน เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างเรียน ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ

1.2.1 ศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะๆ ว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นมากน้อยเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้น ผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทันที

1.2.2 ปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดก็จะได้จัดให้เรียนซ้ำหรือจัดสอนซ่อมเสริม หรือถ้าผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้ก็จะได้ปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนรู้เพื่อเสริมศักยภาพในการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล

2. เพื่อวินิจฉัยจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคนในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยสังเกตจากภาระงานที่ผู้เรียนได้รับมอบหมาย พฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก และผลการเรียนของผู้เรียน เพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหาและการส่งเสริมพัฒนาผู้เรียนแต่ละคนต่อไป

3. เพื่อใช้ผลการประเมินในการบ่งชี้ถึงระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและใช้ตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน เป็นการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตามตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ และใช้ผลการทดสอบเพื่อตัดสินผลการเรียนและให้ระดับคะแนนของรายวิชานั้น รวมทั้งนำผลการเรียนรู้อย่างกล่าวไปใช้เพื่อแนะแนวทางการศึกษาต่อ

4. เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศในการปรับปรุงและพัฒนาเทคนิคและวิธีในการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอน การวางแผนการจัดการเรียนรู้ในรายวิชา การบริหารจัดการศึกษาของสถานศึกษา เช่น การจัดครูผู้สอน การจัดจำนวนชั่วโมงเรียน การจัดตารางสอน การจัดกิจกรรมเสริมหลักสูตร เป็นต้น การกำหนดนโยบาย ตลอดจนการปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรของสถานศึกษาต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ที่สำคัญที่สำคัญของการวัดและประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์คือ เพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้และทักษะที่กำหนดเพียงพอหรือไม่ โดยการประเมินก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน เพื่อบ่งชี้ระดับการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน ทำให้รู้ว่านักเรียนแต่ละคนมีจุดเด่นและจุดด้อยอย่างไรบ้าง และสามารถนำผลการประเมินที่ได้เป็นข้อมูลสารสนเทศไปพัฒนาและปรับปรุงเทคนิคและวิธีในการจัดการเรียนรู้ ตลอดจนปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรของสถานศึกษาให้เหมาะสมต่อไป

หลักการของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า หลักของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน มีดังนี้

1. ครูควรเน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ครูควรคำนึงถึงประสบการณ์และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่ครูต้องการวัดและประเมินผลการเรียน
3. ครูควรดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน และดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสานกับการสอน
4. ครูควรประเมินนักเรียนทุกด้าน ทั้งทางด้านร่างกาย จิตใจ อารมณ์ และสังคม
5. ครูควรบอกแนวการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติให้นักเรียนทราบล่วงหน้า

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 12-14) ได้กล่าวว่าการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีหลักการสำคัญ ดังนี้

1. การวัดและประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้

เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยตนเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย

2. การวัดและประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และจะต้องสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดและการประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนได้ปรับปรุงตนเอง

3. การวัดและประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้ง 3 ด้าน งานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะดังนี้

3.1 สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหามีหลายวิธี

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป

3.5 งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้ข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลายเกี่ยวกับผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ (math note) การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน การทำโครงงาน รวมทั้งการให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง และนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้ผู้สอนได้มีข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน

5. การวัดและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดและประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ คือ (1) การวัดและประเมินผลก่อนเรียน (2) การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน (3) การวัดและประเมินผลหลังเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปหลักการของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ว่าการประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยคำนึงถึงประสบการณ์และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่ต้องการวัด การประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ จึงต้องวัดและประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้มาพัฒนาการเรียนการสอน นอกจากนี้ต้องบอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติของนักเรียนให้นักเรียนทราบล่วงหน้า

รูปแบบของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า การวัดผลและประเมินผลสามารถทำได้หลายรูปแบบ ดังนี้

1. การสังเกต (Observation)

ครูสังเกตจากความสนใจของนักเรียน ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน การทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายในกลุ่ม การยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำ การอธิบายแนวคิด การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น

2. การเขียนอนุทิน (Writing Journal)

การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิด แสดงความรู้สึกละในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนรู้อะไรบ้าง ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ และการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา

3. การสัมภาษณ์ (Interview)

การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่นักเรียนทำว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ นักเรียนได้รับส่วนลดครึ่งละ 20% เมื่อนักเรียนจ่ายเงินสด นักเรียนได้รับส่วนลดอีก 15% นักเรียนจะคิดคำนวณอย่างไร เป็นต้น

4. การตรวจแบบฝึกหัด (Checking exercise)

การตรวจแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของนักเรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่นักเรียนตรวจการทำงานของตนเองด้วยการทำสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่า งานที่นักเรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใด เพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือนักเรียนมากขึ้น

5. การทำแบบทดสอบ (Doing Test)

สำหรับการวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของแบบทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ การนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกแบบทดสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกแบบทดสอบเป็นอย่างดี ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จัดชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบที่ดี มีทักษะในการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจน

6. การประเมินแฟ้มงาน (Portfolio Assessment)

การประเมินแฟ้มงาน เป็นวิธีการประเมินตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักการศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ ได้ให้ความหมายของแฟ้มงานว่า “แฟ้มงาน” คือการสะสมงานอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงถึงความก้าวหน้าและสัมฤทธิ์ผลของนักเรียนในส่วนหนึ่งหรือหลายส่วนของการเรียนรู้ในวิชา การรวบรวมผลงานจะต้องครอบคลุมถึงการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการเลือกเนื้อหา เกณฑ์การคัดเลือก และเกณฑ์การตัดสินใจให้ระดับคะแนน รวมทั้งเป็นหลักฐานที่จะสะท้อนการประเมินตนเองของนักเรียน

เครื่องมือการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวว่า เครื่องมือการวัดและประเมินผลมีหลายชนิด ผู้ใช้ต้องพิจารณาเลือกเครื่องมือให้เหมาะสม เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีประสิทธิภาพตรงกับจุดมุ่งหมาย เครื่องมือวัดและประเมินผลมีดังนี้

1. แบบทดสอบ (Test) เป็นแบบทดสอบวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัยที่ผู้สอนสร้างขึ้นเอง หรือเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดความถนัด และแบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ
2. แบบสอบถาม (Questionnaire) เป็นเครื่องมือที่มุ่งเก็บข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงต่างๆ ความรู้สึก หรือความคิดเห็นของผู้ตอบ ได้แก่ แบบสอบถามปลายปิด และแบบสอบถามปลายเปิด
3. แบบสัมภาษณ์ (Interview) เป็นเครื่องมือที่ใช้กระบวนการสื่อความหมายระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ถูกสัมภาษณ์
4. แบบสังเกต (Observation) เป็นการเก็บข้อมูลด้วยการจดบันทึกพฤติกรรมของผู้ถูกสังเกตในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง ได้แก่ แบบสังเกตโดยตรง และแบบสังเกตโดยอ้อม
5. แบบตรวจสอบรายการ (Checklist) เป็นเครื่องมือที่เหมาะสมกับการประเมินผลเกี่ยวกับกระบวนการดำเนินงาน และผลผลิตจากการปฏิบัติงานของผู้เรียน หรืออาจใช้ในการตรวจสอบการเข้าร่วมกิจกรรมหรือการแสดงออกของพฤติกรรมที่สนใจก็ได้
6. แบบบันทึก (Anecdotal) เป็นเครื่องมือสำหรับบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียน เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นและเกี่ยวข้องกับผู้เรียนในช่วงเวลาหนึ่งๆ
7. สังคมมิติ (Sociometry) เป็นเครื่องมือที่ใช้ศึกษาความสัมพันธ์ของผู้เรียนที่อยู่ร่วมกันว่ามีความพึงพอใจหรือไม่พึงพอใจซึ่งกันและกันอย่างไร
8. แฟ้มสะสมงาน (Portfolio) เป็นการเก็บรวบรวมผลงานหรือหลักฐานเกี่ยวกับความก้าวหน้าในการเรียนรู้วิชาใดวิชาหนึ่งหรือหลายวิชาอย่างมีระบบระเบียบ และมีความหมายตรงตามสภาพจริง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 193-194) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ (Test) เป็นการวัดและประเมินผลที่ต้องการวัดความรู้ความสามารถทางสติปัญญาด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เนื่องจากสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์นี้ แบบทดสอบยังมีความสำคัญอยู่มากเพราะคณิตศาสตร์มีสาระการเรียนรู้ที่ต้องเรียนรู้ไปตามลำดับขั้น ก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนสาระการเรียนรู้ที่สูงขึ้นต้องมีพื้นฐานความรู้ที่เกี่ยวข้องเพียงพอเสียก่อน ซึ่งแบบทดสอบสามารถใช้เป็นเครื่องมือวัดและประเมินผลได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้ ผู้สอนควรเลือกให้เหมาะสมกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัดและประเมินผล โดยทั่วไปแบบทดสอบมี 2 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่ 1 แบบทดสอบแบบเขียนตอบ ได้แก่

1.1 แบบทดสอบแบบไม่จำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็น อธิบายอย่างอิสระ โดยตั้งคำถามใช้คำว่า ให้อธิบาย อภิปราย เปรียบเทียบ วิเคราะห์ แสดงความคิดเห็น ข้อเสนอแนะ สรุป วางแผน ออกแบบการทดลอง ตั้งสมมุติฐาน ตั้งเกณฑ์ตัดสิน ประเมินผล แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหา เป็นต้น

1.2 แบบทดสอบแบบจำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่ต้องการคำตอบที่เฉพาะเจาะจง มีการกำหนดขอบเขตของการตอบ โดยตั้งคำถามใช้คำว่า ให้อธิบายสาเหตุ ยกตัวอย่าง เขียนวิธีการสร้าง การพิสูจน์ ลำดับเรื่องราว ลำดับเหตุการณ์ จำแนก อธิบาย ความหมาย หรือนิยาม เป็นต้น

1.3 แบบทดสอบแบบตอบสั้นหรือเติมคำ/ข้อความ เป็นแบบทดสอบที่ข้อสอบแต่ละข้อกำหนดข้อความที่ขาดความสมบูรณ์ ซึ่งอาจเป็นข้อความ คำ หลักวิชา กฎเกณฑ์ ผลการคำนวณ ฯลฯ ผู้สอบต้องเติมคำตอบในช่องที่เว้นว่างไว้ให้สอดคล้องกับข้อความที่กำหนด และเมื่ออ่านแล้วต้องมีความหมายสมบูรณ์ถูกต้องตามหลักวิชา

2. ประเภทที่ 2 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ได้แก่

2.1 แบบถูก-ผิด เป็นแบบทดสอบที่ผู้สอบต้องพิจารณาว่าถูกหรือผิดเท่านั้น เหมาะสำหรับข้อสอบที่ข้อความมีทางเลือกเพียงสองทาง หรือต้องการถามมากข้อแต่มีเวลาจำกัด

2.2 แบบจับคู่ เป็นแบบทดสอบที่มี 2 ส่วน คือส่วนที่เป็นชุดของคำถามและส่วนที่เป็นชุดของคำตอบ เหมาะสำหรับการข้อสอบที่ต้องการหาความสัมพันธ์ของเรื่องราว เหตุการณ์ เหตุกับผล กฎกับการประยุกต์ สัญลักษณ์กับความหมาย โดยชุดของคำตอบควรมีรายการมากกว่าชุดของคำถาม

2.3 แบบมีตัวเลือก เป็นแบบทดสอบที่ข้อสอบแต่ละข้อมีคำถามและตัวเลือกให้เลือก เช่น 3 ตัวเลือก 4 ตัวเลือก หรือ 5 ตัวเลือก โดยมีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียว ส่วนตัวเลือกอื่นๆ เป็นตัวลวง ถ้าแบบทดสอบนี้สร้างขึ้นอย่างมีคุณภาพจะมีประสิทธิภาพในการวัดและประเมินผลสูง และเหมาะกับการวัดสมรรถภาพสมองขั้นสูง เช่น ความสามารถในการใช้เหตุผล การอธิบาย การคิดคำนวณ การทำนายเหตุการณ์

ชานนท์ จันทรา (2555: 79-81) ได้กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่างๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เขียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่อง จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

รูปแบบของแบบทดสอบ สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ 1) แบบทดสอบแบบปรนัยหรือแบบทดสอบที่ไม่ใช่ความเรียง (Objective tests) เช่น แบบทดสอบเลือกตอบ (Multiple choice) แบบทดสอบแบบจับคู่ (Matching) แบบทดสอบแบบถูก-ผิด (True-False) แบบทดสอบแบบเติมคำหรือแบบตอบสั้นๆ (Short answer test) แบบทดสอบแบบเปรียบเทียบ และ 2) แบบทดสอบแบบอัตนัย หรือแบบทดสอบแบบความเรียง (Subjective tests) เช่น แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ แต่จะพบว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ที่ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ใช้กันเป็นส่วนใหญ่ นั่นคือ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ และแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ

แบบทดสอบแบบเลือกตอบหรือแบบหลายตัวเลือก (Multiple choice) เป็นแบบทดสอบที่สามารถใช้ได้ทั้งด้านความรู้ ความคิด ข้อเท็จจริง หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายของข้อมูล การนำไปใช้ การวิเคราะห์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบชนิดนี้มีส่วนประกอบที่สำคัญ 2 ส่วน คือ ส่วนของคำถาม และส่วนของคำตอบที่เรียกว่า ตัวเลือก ซึ่งมีทั้งตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ถูกและตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ผิดเรียกว่า ตัวลวง การสร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบให้มีคุณภาพมีหลักการดังนี้

ตารางที่ 2.1 การสร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบ

คำถาม	ตัวเลือก
1. สั้น ชัดเจน ได้ใจความ และเป็นคำถามเดียว	1. ใช้ภาษาที่ชัดเจน เข้าใจง่าย หลีกเลี่ยงการใช้คำหรือข้อความซ้ำ
2. ใช้ภาษาได้เหมาะสมและเข้าใจง่าย	2. ควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกัน
3. เป็นตัวแทนของแนวคิดและเนื้อหาสำคัญที่ต้องการวัด	3. ถ้าตัวเลือกเป็นจำนวน ควรจัดเรียงลำดับจากมากไปน้อยหรือน้อยไปมากด้วย
4. ควรใช้ประโยคบอกเล่า ถ้าจำเป็นต้องใช้ประโยคปฏิเสธ ควรเน้นข้อความหรือจุดสนใจข้อความที่แสดงการปฏิเสธ	4. ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” “ไม่มีข้อถูก” เพราะอาจเป็นการสื่อความหมายไม่แน่ใจในคำถามหรือควรเลือกตอบคำถามด้วยความไม่มั่นใจก็ได้
5. แต่ละข้อเป็นอิสระจากกัน โดยไม่ให้การตอบคำถามของข้อหนึ่งชี้นำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง	5. ควรสร้างตัวลวงต่างๆ ให้มีเหตุผลที่อาจจะเป็นไปได้ หรือมีบางส่วนถูก
6. ในแต่ละข้อคำถามและคำตอบควรอยู่ในหน้าเดียวกัน ไม่ควรมีคำถามหรือตัวเลือกในข้อเดียวกัน ไปอยู่แยกกันคนละหน้า เพราะจะทำให้ผู้ตอบสับสน	6. ควรกระจายคำตอบที่ถูกไปยังตัวเลือกต่างๆ แบบสุ่มในจำนวนที่ใกล้เคียงกัน
7. ควรจัดวางรูปแบบและพิมพ์ให้เป็นระบบระเบียบเดียวกัน	7. แต่ละข้อต้องมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ซึ่งต้องมีความชัดเจนและถูกต้องไม่ทำให้นักเรียนที่เก่งเกิดความสับสน และไม่ควรรู้อยู่ในตำแหน่งเดียวทุกข้อ หรือจัดอย่างเป็นระบบจนทำให้เดาได้ง่าย

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

คำถาม	ตัวเลือก
	8. ควรมีความยาวใกล้เคียงกัน ถ้ายาวไม่เท่ากันควรเรียงจากสั้นไปหายาว หรือยาวไปหาสั้น

ที่มา: ชานนท์ จันทรา (2555: 81)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นเครื่องมือหนึ่ง ที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถแบ่งได้เป็นสองประเภท คือแบบทดสอบแบบปรนัย และแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย 4 ตัวเลือก เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบที่สามารถใช้วัดความรู้ ความคิด การแปลความหมายของข้อมูล การไปใช้ การวิเคราะห์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอน ดังนี้

- ทำความเข้าใจกับปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร
- สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้
- ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ
- ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

- ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนประกอบด้วย ความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทาง ในการจัดการกับปัญหา
2. การสร้างโจทย์ปัญหาหรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มี อยู่ เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่ แตกต่างกันหลายวิธี
4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบ หรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด
5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหา ไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไป การเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมามักใช้แบบทดสอบลักษณะ เดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ ให้ผู้เรียนเลือกตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของ ระดับความสามารถที่ผู้เรียนมี ทั้งที่การแก้ปัญหาไม่ได้มีระดับความบกพร่องแตกต่างกัน ตั้งแต่ ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหายังไงหรือทำไม่ได้เลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาลูกต้องหรือ เหมาะสม แต่คิดหรือคำนวณคำตอบผิดพลาด ด้วยเหตุนี้ ผู้สอนจึงควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบ ดังกล่าว ไม่ได้ให้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหของผู้เรียน สิ่งที่จะเป็น ประโยชน์มากกว่าคือข้อมูลที่ทำให้ทราบว่าผู้เรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะเหตุใด เช่น ไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาลูกต้องไม่เหมาะสม ดำเนินการตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ ไม่ได้ ใช้เทคนิคหรือกลวิธีไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่ทราบวิธีตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นต้น แบบทดสอบที่จะใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

จึงควรมีลักษณะเปิด หรือเป็นปัญหาแบบเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบให้มีคำตอบได้หลากหลาย คำตอบ หรือเปิดที่กระบวนการคือ มีวิธีแก้ปัญหาก็ได้หลากหลายวิธี เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ แบบทดสอบการแก้ปัญาแบบหนึ่งที่นิยมใช้กันคือแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญา ที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Polya เพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญาของผู้เรียน อย่างไรก็ตาม ผู้สอนอาจต้องการวัดความสามารถเฉพาะอื่นๆ ในการแก้ปัญา นอกเหนือจากกระบวนการแก้ปัญา 4 ขั้นตอน ในการนี้ ผู้สอนอาจใช้แบบวัดลักษณะอื่นๆ ที่เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการวัด แบบทดสอบการแก้ปัญาที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Polya มีขั้นตอนดังนี้

1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร (ท่านสามารถวาดภาพหรือใช้สัญลักษณ์ประกอบได้)
2. ท่านจะใช้วิธีการใดแก้ปัญา จงอธิบายขั้นที่ท่านวางแผนไว้
3. จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนในขั้นที่ 2
4. ท่านมีวิธีตรวจสอบความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบได้อย่างไร จงแสดงวิธีดังกล่าว

การทำงานทั้งสี่ข้อของผู้เรียน จะทำให้ผู้สอนเห็นว่าผู้เรียนแก้ปัญาข้อนี้ไม่ได้ในขั้นตอนใด ซึ่งถ้าเป็นข้อแรก แสดงว่าผู้เรียนไม่สามารถทำความเข้าใจโจทย์ได้ ถ้าเป็นข้อที่ 2 แสดงว่าผู้เรียนไม่สามารถใช้วิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญาได้ ทำให้วางแผนการทำงานไม่ได้ หรืออาจเลือกวิธีแก้ปัญาได้แต่ไม่ทราบว่าจะวางแผนการทำงานอย่างไร ถ้าผู้เรียนทำข้อ 3 ไม่ได้ แสดงว่าขาดความสามารถในการดำเนินการหรือทำงานตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ และถ้าผู้เรียนทำข้อสุดท้ายไม่ได้ แสดงว่าขาดความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ การใช้แบบวัดลักษณะนี้ จึงทำให้ผู้สอนประเมินทักษะการแก้ปัญาของผู้เรียนได้ชัดเจนและมีรายละเอียดของกระบวนการแก้ปัญามากกว่าใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ซึ่งจะทำให้นำผลการประเมินไปพัฒนาข้อบกพร่องในการแก้ปัญาของผู้เรียนได้อย่างตรงประเด็น

เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 22) ได้กล่าวถึงเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำแนกได้เป็น

1. แบบรวม เป็นเกณฑ์ที่ใช้ประเมินผลการปฏิบัติงานหรือความสำเร็จของงานแต่ละชิ้นในภาพรวม ตามสาระสำคัญที่ระบุไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้

2. แบบวิเคราะห์ เป็นเกณฑ์ที่ใช้ประเมินผลการปฏิบัติงานหรือผลงานที่แยกประเมินเป็นรายองค์ประกอบย่อย ผลที่ได้จากการประเมินจะมีรายละเอียดที่นำไปใช้ประโยชน์เพื่อวินิจฉัยผู้เรียน และให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับการบรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของผู้เรียน

การประเมินผลการปฏิบัติงานหรือผลงานของผู้เรียนแต่ละครั้ง อาจใช้เกณฑ์แบบรวมหรือเกณฑ์แบบวิเคราะห์แบบใดแบบหนึ่ง หรือใช้ทั้ง 2 แบบก็ได้ ขึ้นอยู่กับความเหมาะสม ลักษณะ และจุดประสงค์ของงานที่ต้องการประเมิน ตลอดจนเวลาที่ใช้ในการประเมิน

กรมวิชาการ (2539: 55-59) ได้กล่าวว่า แนวทางการประเมินการให้คะแนนแบบ rubric ซึ่งมี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) คือ การให้คะแนนงานชิ้นใดชิ้นหนึ่งโดยดูภาพรวมของชิ้นงานว่า มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด การสื่อความหมาย กระบวนการที่ใช้ และผลงานเป็นอย่างไร แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชิ้นๆ โดยอาจจะแบ่งระดับของคุณภาพ ตั้งแต่ 0-4 หรือ 0-6 สำหรับในขั้นตอนการให้คะแนนแบบ rubric อาจจะแบ่งวิธีการให้คะแนนหลายวิธี เช่น

วิธีที่ 1 แบ่งงานตามคุณภาพเป็น 3 กอง คือ

กองที่ 1 ได้แก่ งานที่มีคุณภาพเป็นพิเศษและเขียนอธิบายลักษณะของงานที่มีคุณภาพเป็นพิเศษ

กองที่ 2 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้และเขียนอธิบายลักษณะของงานที่ยอมรับได้

กองที่ 3 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้น้อย หรือยอมรับไม่ได้และเขียนอธิบายลักษณะของงานที่ยอมรับได้น้อย

จากนั้นก็นำงานแต่ละกองมาให้คะแนนเป็น 3 ระดับ คือ

กองที่ 1 จะให้คะแนน 6 หรือ 5

กองที่ 2 จะให้คะแนน 4 หรือ 3

กองที่ 3 จะให้คะแนน 2 หรือ 1

สำหรับงานที่แสดงว่าไม่ได้ใช้ความพยายามเลย ให้คะแนนเป็น 0

วิธีที่ 2 กำหนดระดับความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใด แล้วหักจากคะแนนสูงสุดมาที่ระดับ ดังนี้

4 หมายถึง คำตอบถูกแสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน

3 หมายถึง คำตอบถูก เหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย

2 หมายถึง เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด แต่มีแนวโน้มที่จะนำไปสู่คำตอบ

1 หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อยแต่ไม่ได้คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบหรือตอบไม่ถูกเลย

วิธีที่ 3 กำหนดระดับและคำอธิบาย เช่น

เกณฑ์การให้คะแนนของความสามารถเข้าใจเนื้อหาสาระแบ่งได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

4 หมายถึง การสาธิตหรือการแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจที่สมบูรณ์ครบถ้วน ถูกต้องแม่นยำในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด รวมทั้งเสนอแนวคิดใหม่ que แสดงถึงความเข้าใจอย่างลึกซึ้งถึงกฎเกณฑ์ หรือลักษณะของข้อมูล

3 หมายถึง การแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจที่สมบูรณ์ ครบถ้วนถูกต้อง ในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด

2 หมายถึง การแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจอย่างสมบูรณ์ ครบถ้วน ถูกต้องในหลักการ ความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนดในบางส่วน

1 หมายถึง แสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจในหลักการความคิดรวบยอด และข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนดน้อยมาก และเข้าใจไม่ถูกต้องในบางส่วน

0 หมายถึง ไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

มาตรวัดนี้บรรยายความสามารถการแสดงออกตั้งแต่ระดับ 0 ซึ่งต่ำสุดไปถึงระดับ 4 ซึ่งเป็นความสามารถสูงสุด โดยปกติระดับของ rubric จะต้องมีการพิจารณาว่าระดับใดเป็นที่ยอมรับ จะเห็นได้ว่าตั้งแต่ระดับ 3 ขึ้นไป มีคำอธิบายถึงการแสดงออกที่ยอมรับได้ เพราะนักเรียนแสดงถึงความเข้าใจที่สมบูรณ์ ครบถ้วนถูกต้องในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบชัดเจน (Analytic Score) เพื่อให้มองคุณภาพงานหรือความสามารถของนักเรียนได้อย่างชัดเจน จึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบเป็นระดับ โดยทั่วไปแล้วจะมีการแยกองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้าน คือ

2.1 ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง เป็นการแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง และรวมไปถึงหลักการในปัญหาที่ถามได้อย่างกระจ่างชัด

2.2 การสื่อความหมาย สื่อสาร คือ ความสามารถในการอธิบาย นำเสนอ การบรรยาย เหตุผล แนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดี มีความคิดสร้างสรรค์

2.3 การใช้กระบวนการและยุทธวิธี สามารถเลือกยุทธวิธี กระบวนการ ที่นำไปสู่ความสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 ผลสำเร็จของงาน ความถูกต้องแม่นยำในผลสำเร็จของงาน หรือการอธิบายการตรวจสอบผลงาน

สิริพร ทิพย์คง (2544: 113-120) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา ดังนี้

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ควรจะมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ความเข้าใจ

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง มีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ถูก

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่วิธีการที่ถูก แต่ยังมี

บางส่วนผิด

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูก

0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบคำถามที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

เกณฑ์การประเมินตามสภาพจริง มีการกำหนดการให้คะแนนแบบ Scoring Rubric อย่างชัดเจนเป็นรูปธรรม ซึ่ง Rubric เป็นระบบการให้คะแนน โดยครูพิจารณาว่านักเรียนสามารถทำงานได้ระดับใด มีความรู้ความสามารถในระดับใด จึงเป็นการให้คะแนนกับการทำงานของนักเรียน ไม่ใช่ให้ตัวนักเรียน

Szetela and Nicole (1992) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scale) สำหรับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

ส่วนที่ 1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา

- 4 คะแนน นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์
- 3 คะแนน นักเรียนแปลความหมายปัญหาบางส่วนผิดพลาดเล็กน้อย
- 2 คะแนน นักเรียนแปลความหมายปัญหาส่วนที่สำคัญผิดพลาด
- 1 คะแนน นักเรียนแปลความหมายผิดพลาดทั้งหมด
- 0 คะแนน นักเรียนไม่เขียนแสดงความเข้าใจใดๆ

ส่วนที่ 2 ด้านการแก้ปัญหา

4 คะแนน นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งนำไปสู่คำตอบได้อย่างถูกต้อง และไม่มี การคำนวณผิดพลาด

3 คะแนน นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาในส่วนที่สำคัญได้ถูกต้อง และมี ข้อผิดพลาดเล็กน้อย หรือคำนวณไม่ถูกต้อง

2 คะแนน นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาบางส่วนถูกต้อง แต่ส่วนที่สำคัญมี ข้อผิดพลาด

1 คะแนน นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดไม่ถูกต้อง

0 คะแนน นักเรียนไม่แสดงกระบวนการแก้ปัญหา

ส่วนที่ 3 ด้านการตอบปัญหา

2 คะแนน นักเรียนสรุปคำตอบถูกต้อง

1 คะแนน นักเรียนคัดลอกคำตอบผิดพลาด หรือการคำนวณคำตอบผิดพลาด นักเรียนสรุปคำตอบไม่ครบถ้วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ หรือไม่อธิบายคำตอบ หรือเขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้อง

0 คะแนน นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือคำตอบไม่ถูกต้องเนื่องจากการวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า เกณฑ์การประเมินการให้คะแนนแบบ Rubric เป็นการพิจารณาว่านักเรียนสามารถทำงานได้ระดับใด มีความรู้ความสามารถอยู่ในระดับใด เป็นการให้คะแนนการทำงานของนักเรียนไม่ใช่ตัวนักเรียน แบ่งได้เป็น 2 แบบคือ การให้คะแนนเป็นภาพรวม และการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบชัดเจน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring Rubric) โดยปรับจากเกณฑ์การให้คะแนนของ Szetela and Nicole (1992)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

อรุณี รัชแก้ว (2538) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องสมการ อัตราส่วนร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกระทุ่ววิทยา จังหวัดภูเก็ต จำนวน 78 คน เป็นชาย 40 คน เป็นหญิง 38 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 39 คน ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุม 39 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 34 คาบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับ

การสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

สมจิตร เพชรผา (2544) ได้ศึกษาการพัฒนาการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 105 คน ดำเนินการ โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ใช้เวลาในการสอน 15 คาบ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .01 เนื่องจากการสอนที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง มีการค้นคว้าอย่างมีระบบสามารถแก้ปัญหามีเหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนมีทักษะในการเรียนรู้ อีกทั้งยังฝึกให้เรียนรู้จากประสบการณ์โดยตรง

ขอบใจ สาสีทธิ์ (2545) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ใช้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชพิพิธ กรุงเทพมหานคร โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 51 คน และแบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 48 คน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และมีความสามารถในการใช้เหตุผลหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุรัญชา นุตวิเชียร (2549) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโนนคูณวิทยา อำเภอศรีบุญเรือง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 48 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 24 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุม 24 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จุริรัตน์ นาคสมบัติ (2550) ได้ทำการศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมหนองเจียด จังหวัดขอนแก่น จำนวน 28 คน ใช้เวลาทั้งหมด 15 คาบ โดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่านักเรียนจำนวนร้อยละ 82.14 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และสังเกตเห็นว่านักเรียนมีความมั่นใจในการใช้วิธีการหาคำตอบของตนเองมากขึ้น สามารถเขียนลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจน

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2553) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดประคู้ จำนวน 2 ห้องเรียน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลเรศวร ธรรมศันยกุล (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอน ของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การมีปฏิสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง 2) การวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหา 3) การแก้ปัญหาและมองย้อนกลับ 4) การประยุกต์ใช้ขั้นตอนกับการแก้ปัญหาใหม่ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโนนเวียง จังหวัดแพร่ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 18 คน ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 10 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ จำนวน 40 คาบ แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการคือ สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทดสอบทั้งฉบับ

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Garnett (1990) ได้ศึกษาการพัฒนาฮิวริสติกส์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรดหก ด้วยการทดลองสอนที่ไม่มีการสร้างองค์ความรู้ โดยใช้เทคนิควิธีการสอนหลากหลายรูปแบบ การศึกษาจัดกระทำโดยครูผู้สอนและนักวิจัยเป็นระยะเวลาห้าเดือนกับนักเรียนเกรดหกจำนวน 60 คน ซึ่งได้ระบุและเก็บรายละเอียดจากนักเรียน 9 คนที่มีความสามารถแตกต่างกัน การศึกษาในครั้งนี้ใช้การเรียนการสอนอย่างเป็นระบบ และเป็นการนำรูปแบบแก้ปัญหาไปใช้ในช่วงเวลาดังกล่าว ผลปรากฏว่าทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการแก้ปัญหาดีขึ้น การศึกษาครั้งนี้พบว่านอกจากรูปแบบการเรียนการสอนการแก้ปัญหามีคุณภาพแล้ว ยังรวมถึงการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอในการใช้รูปแบบการแก้ปัญหา การตั้งคำถามนำ ครูและนักเรียนคิดออกเสียง (Think aloud) ในการสร้างรูปแบบการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ และการเขียนอนุทิน

Kay (1991: 1 อ้างใน ขอบใจ สาสีทธิ, 2545: 29) ได้เปรียบเทียบนักเรียนกลุ่มที่สอนวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ ห้า และหก จำนวนทั้งหมด 377 คน โดยแบ่งตามระดับความสามารถสูง กลาง และต่ำ ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 8 เดือน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบวัดข้อมูลทั้งหมดได้มาจากการเก็บผลจากการทดสอบผ่านระบบ CTBS ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนฮิวริสติกส์ สามารถทำคะแนนได้ดีกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนด้วยวิธีฮิวริสติกส์ เมื่อพิจารณาจากความสามารถในการเรียนระดับเดียวกัน

Horn and Fray (1992) ได้ศึกษากระบวนการทำความเข้าใจและการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนการแปลความ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน การดำเนินการหาคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบ โดยพัฒนาการใช้ฮิวริสติกในการอธิบายขั้นตอนข้างต้นกับนักเรียนเกรดสามสี่ และห้า เพื่อใช้ฮิวริสติกในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบแตกต่างกัน ผลจากการทดลอง 2 ครั้ง กับนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 223 คน ซึ่งให้เห็นว่านักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น สามารถแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปที่สั้นลง และใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก ความถูกต้องในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับกระบวนการของอภิปัญญาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และยังพบว่านักเรียนเกรดสามแก้ปัญหาได้รวดเร็วและมีประสิทธิภาพมากกว่านักเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้น และ ไม่มีความสัมพันธ์กับระดับความสามารถในการเรียนรู้หรือเพศ

Fiksdal (1995) ได้ศึกษาผลของวิธีการสอนด้วยฮิวริสติกส์โดยการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะสาขาสอนประถมศึกษา ซึ่งนักศึกษาคณะสาขาสอนประถมศึกษามีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สองมโนทัศน์สำหรับการมีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ โดยกลุ่มทดลองได้รับการเรียนการสอนด้วยฮิวริสติกส์ห้ารูปแบบคือ (1) การวาดแผนภาพ (draw a diagram) (2) การสร้างรายการ (make a list) (3) การแก้ปัญหาย่อย (solve a simpler) (4) การใช้ตัวแปร (use a variable) (5) การค้นหาแบบรูป (look for a pattern) ใช้โครงสร้างของการศึกษาและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลรูปแบบของ Schoefeld ผลการทดลองปรากฏว่าการแก้ปัญหาด้วยฮิวริสติกส์ สามารถทำให้นักศึกษาคณะสาขาสอนประถมศึกษาใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาย่อยครั้งยิ่งขึ้นเมื่อมีการแก้ปัญหามาจากการเรียนการสอนด้วยฮิวริสติกส์ นอกจากนี้ยังทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะสาขาสอนประถมศึกษากลุ่มเดียวกันสูงขึ้นด้วยการเรียนการสอนด้วยฮิวริสติกส์

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ฮิวริสติกพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมิผู้สอนเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่แก่นักเรียน ผลปรากฏว่าคะแนนการสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนทำคะแนนได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ฮิวริสติก ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หรือไม่อย่างไร

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง บทประยุกต์ ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วีรสดิก หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง บทประยุกต์ ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วีรสดิก หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60%
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วีรสดิก หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลาก จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 225 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารรถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสถิติ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมี 3 ชุด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสถิติ
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์
3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

โดยมีรายละเอียดขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสตีก

เครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสตีก เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง และคำอธิบายรายวิชาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 วิชาคณิตศาสตร์ และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนอนุบาลปัตตานี

2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ จากเอกสารประกอบการสอน แบบเรียน และคู่มือครู และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่ดำเนินการสอน

3. ศึกษาหลักการ แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีสตีก ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Krulik and Rudnick (1988) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา (Read the problem) เป็นการอ่านโจทย์หลายๆ ครั้งอย่างเพียงพอ ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เรียบเรียงปัญหาในภาษาของตนเอง ระหว่างขั้นตอนการอ่านนักเรียนระบุได้ว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง ข้อเท็จจริงที่เป็นกุญแจสำคัญคืออะไร ข้อมูลพิเศษมีหรือไม่

ขั้นที่ 2 สำรวจ (Explore) เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา โดยการจัดระบบข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ข้อมูลมากไปหรือไม่ สามารถวางแผนภาพ โมเดล แผนภูมิหรือตารางได้หรือไม่ แล้วเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล และวางแผนสำหรับการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) เป็นการพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด โดยนักเรียนอาศัยแนวทางจากสองขั้นตอนแรก ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาเดียวกันด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ปัญหาหนึ่งสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายได้ ได้แก่ การจำแนกรูปแบบวิธีการ การทำย้อนกลับจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ การคาดคะเนและตรวจสอบ

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา (Solve the problem) เป็นการใช้ทักษะความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อหาคำตอบ ส่วนใหญ่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาประกอบด้วยทักษะพื้นฐานทางการคิดคำนวณเกี่ยวกับจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วน รวมทั้งสมบัติของรูปเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด (Look back and extend) โดยนักเรียนพิจารณาในสิ่งต่อไปนี้ การตรวจสอบคำตอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ การมองหาความแตกต่างที่น่าสนใจจากปัญหา การอภิปรายวิธีการหาคำตอบ และการพิจารณาความสอดคล้องระหว่างคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

4. ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสติก ซึ่งได้ระบุรายละเอียดเกี่ยวกับชื่อเรื่อง สาระสำคัญ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เนื้อหา สื่อการเรียน การสอน กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้วิธีสติก จำนวน 13 แผน ใช้เวลาแผนละ 60 นาที ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ทบทวนโจทย์ปัญหาการคูณและการหาร (บัญญัติไตรยางศ์)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร (บัญญัติไตรยางศ์)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ทบทวนความหมายของร้อยละ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 โจทย์ปัญหาร้อยละ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 โจทย์ปัญหาการหารร้อยละ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหารราคาขายจากราคาทุน)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหารราคาขายจากราคาทุน) (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย (การหารราคาทุนจากราคาขาย)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 การลดราคา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายมากกว่า 1 ครั้ง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 การคิดดอกเบี้ย

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามที่ได้รับข้อเสนอแนะ

6. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขที่สมบูรณ์แล้วไปใช้ประกอบดำเนินการจัดการเรียนการสอนกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง บทประยุกต์

การวิจัยครั้งนี้ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เป็นแบบทดสอบก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร สารการเรียนรู้ วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา และจำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหา และพฤติกรรมที่ต้องการมุ่งวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้ให้เหมาะสม
3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ตามแนวทางที่ได้กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหา มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบให้ 0 คะแนน
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมครอบคลุมตามเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจน ความเป็นปรนัยของคำถาม แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามที่ได้รับข้อเสนอแนะ
5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา โดยการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบในแต่ละข้อคำถามกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปหาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Consistency) และความเหมาะสม จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ และคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ แต่ละข้อมีค่า IOC 1.00

6. นำแบบทดสอบที่ผ่านการวิเคราะห์ความสอดคล้อง และปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเดชะปัตตนาอนุกุล จังหวัดปัตตานี ปีการศึกษา 2555 จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียน 80 คน แล้วนำมาวิเคราะห์ค่าดัชนีความยากง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (D) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Formula 20: KR-20)

7. คัดเลือกข้อสอบที่ครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งมีค่าดัชนีความยากง่ายอยู่ในเกณฑ์ระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป โดยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ จากการหาคุณภาพของแบบทดสอบพบว่า แบบทดสอบมีค่าดัชนีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.25 ถึง 0.75 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.65 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.76 แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เป็นแบบทดสอบก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาสาระการเรียนรู้ ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากเอกสารประกอบการสอน คู่มือครู และหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดเนื้อหาในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ให้ครอบคลุมเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ
3. กำหนดประเด็นและเกณฑ์การให้คะแนนที่ต้องการวัดนักเรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสตีก โดยข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ

วิเคราะห์ (Analytic Scoring Rubric) โดยปรับมาจากเกณฑ์การให้คะแนนของ Szetela and Nicole (1992) ดังนี้

ส่วนที่ 1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง และครบถ้วนทั้งสามข้อ (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องทราบ และนักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด)

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องสองข้อ

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องหนึ่งข้อ

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้องทั้งสามข้อ หรือไม่ระบุข้อมูลและเงื่อนไขใดๆ หรือไม่หาคำตอบ

ส่วนที่ 2 ด้านการแก้ปัญหา มีคะแนนเต็ม 5 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

5 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง คำอธิบายชัดเจน และคำนวณถูกต้อง

4 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง และคำนวณถูกต้อง

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยรวมถูกต้อง มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย เช่น การคำนวณผิดพลาด

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาบางส่วนถูกต้อง แต่ส่วนที่สำคัญมีข้อผิดพลาด

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดผิดพลาด หรือไม่แสดงกระบวนการแก้ปัญหา

ส่วนที่ 3 ด้านการตอบปัญหา มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสรุปคำตอบถูกต้องและครบถ้วน

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสรุปคำตอบไม่สมบูรณ์ เนื่องจากความผิดพลาดในการคัดลอกคำตอบ คำตอบไม่ครบถ้วน หรือเขียนคำอธิบายไม่ถูกต้อง

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สรุปคำตอบหรือคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

4. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ

5. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความชัดเจนของข้อคำถาม เกณฑ์การให้คะแนน และความครอบคลุมของเนื้อหา เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบ แล้วนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ มาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

6. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ที่ได้รับการแก้ไขปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการทำวิจัย จากภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนอนุบาลปิตานี เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล
2. ทำการทดสอบนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างก่อนการเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 60 นาที
3. ทำการทดสอบนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างก่อนการเรียน ด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 60 นาที
4. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้ชีวิตจริงตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 60 นาที
5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามที่กำหนดไว้แล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังการเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 60 นาที
6. ทำการทดสอบนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างหลังการเรียน ด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 60 นาที
7. นำผลการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบกัน และเปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียน เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนเทียบกับเกณฑ์ 60%

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่

1.1 ค่าร้อยละ

1.2 ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้แก่

2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการใช้ค่า IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 ค่าดัชนีความยากง่าย (p)

$$p = \frac{R_u + R_l}{2n}$$

เมื่อ p คือ ดัชนีความยากง่าย

R_u คือ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l คือ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.3 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (D)

$$D = \frac{R_u - R_l}{n}$$

เมื่อ	D	คือ	ดัชนีอำนาจจำแนก
	R_u	คือ	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	คือ	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n	คือ	จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.4 ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Formula 20: KR-20)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right)$$

เมื่อ	r_{tt}	คือ	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	k	คือ	จำนวนข้อในแบบทดสอบ
	p	คือ	ดัชนีความง่ายของข้อสอบหรือสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก
	q	คือ	$1 - p$
	S^2	คือ	ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test

4. สถิติที่ใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนรู้กับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test

5. สถิติที่ใช้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test

6. ประเมินแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้ค่าร้อยละและค่าเฉลี่ย และกำหนดเกณฑ์การประเมินดังนี้

ช่วงคะแนนร้อยละ 80-100 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับดีมาก

ช่วงคะแนนร้อยละ 70-79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 60-69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนร้อยละ 50-59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับน้อย

ช่วงคะแนนร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับไม่ผ่าน

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนการเรียน แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ดำเนินการสอนกับนักเรียน เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบหลังการเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนการเรียน ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน	n	$\bar{x}$	S	t	Sig.
ก่อนการเรียนรู้	45	8.82	2.94	10.792	.000*
หลังการเรียนรู้	45	12.80	2.32		

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.1 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ หลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ เทียบกับเกณฑ์ 60% (60% ของคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็น 12 คะแนน)

คะแนน	n	$\bar{x}$	S	t	Sig.
หลังการเรียนรู้	45	12.80	2.32	2.311	.026*

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.2 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 12.80 คะแนน

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ก่อนการเรียนและหลังการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกัน ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)

คะแนน	n	$\bar{x}$	S	t	Sig.
ก่อนการเรียน	45	11.93	6.46	17.573	.000*
หลังการเรียน	45	31.00	6.95		

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.3 แสดงว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 4.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)

จำนวนนักเรียน ทั้งหมด	คะแนนของนักเรียน			จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
	$\bar{x}$	S	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ย	จำนวน (คน)	ร้อยละ
45	31.00	7.15	62.00	28	62.22

จากตารางที่ 4.4 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ พบว่าได้คะแนนเฉลี่ย 31.00 คิดเป็นร้อยละ 62.00 ซึ่งอยู่ในระดับปานกลาง และผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการคือร้อยละ 60 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 62.22

เมื่อพิจารณาจากผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แยกตามองค์ประกอบ 3 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการแก้ปัญหา และด้านการตอบปัญหา ผู้วิจัยพบว่าด้านการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและการเลือกใช้ยุทธวิธีได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ครบถ้วน หรือระบุยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ตรงกับยุทธวิธีที่นักเรียนเลือกใช้ดำเนินการ

ด้านการแก้ปัญหา สำหรับโจทย์ปัญหาข้อที่หนึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางคนเขียนปริมาณหรือจำนวนของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง จึงทำให้การคำนวณผิดพลาด โจทย์ปัญหาข้อที่สองเป็นโจทย์ปัญหาร้อยละ ปัญหาที่พบบคือนักเรียนบางคนแปลความหมายของร้อยละผิดพลาด จากข้อความ “ปีนี้จำนวนสัตว์ของฟาร์มแห่งหนึ่งเพิ่มขึ้นอีก 10% เป็น 132 ตัว” นักเรียนแปลความหมายได้ว่า ปีนี้มีจำนวนสัตว์เพิ่มขึ้นเป็น 110 ตัว จากเดิมปีที่แล้วมีจำนวนสัตว์ 90 ตัว นอกจากนี้นักเรียนบางคนสามารถแปลความหมายของร้อยละได้ถูกต้อง แต่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เช่น นักเรียนแปลความหมายได้ว่า จำนวนสัตว์ปีนี้เพิ่มขึ้น 10 ตัว จากจำนวนสัตว์ในปีที่แล้ว 100 ตัว แต่โจทย์ไม่ได้กำหนดจำนวนสัตว์ที่เพิ่มขึ้น นักเรียนจึงไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นักเรียนบางคนเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยการวาดแผนภาพ Bar Model สามารถวาดรูปและอธิบายแผนภาพได้ถูกต้อง แต่แสดงวิธีการแก้ปัญหาผิดพลาด สำหรับโจทย์ปัญหา

ข้อที่สามเป็นโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ ปัญหาที่พบบคือนักเรียนบางคนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ สำหรับโจทย์ปัญหาข้อที่สี่ ประเด็นปัญหาที่พบบคือนักเรียนบางคนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่การคำนวณผิดพลาด นอกจากนี้นักเรียนบางคนไม่ได้พิจารณาไตร่ตรองอย่างรอบคอบว่า ราคาขายมากกว่าหรือน้อยกว่าราคาทุน ทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง และโจทย์ปัญหาข้อที่ห้าเป็นโจทย์ปัญหาการซื้อขายมากกว่าหนึ่งครั้ง ผู้วิจัยพบปัญหาคือนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากเป็นโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน นักเรียนต้องแปลความหมายของร้อยละ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และการที่นักเรียนแปลความหมายของร้อยละไม่ถูกต้อง ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหาผิดพลาดไปด้วย เช่น นักเรียนแปลความหมาย กำไร 20% หมายถึง พ่อค้าลดราคาขายสร้อยคอ 100 บาท ขายได้กำไร 20 บาท หรือ ราคาขายสร้อยคอ 100 บาท ขายไป 120 บาท ซึ่งไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่านักเรียนบางคนแสดงวิธีการหาราคาทุนได้ถูกต้อง แต่หารราคาขายหลังจากลดราคาผิดพลาด เนื่องจากแปลความหมายร้อยละของการลดราคาไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามมีนักเรียนบางคนที่สามารถแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และเขียนคำอธิบายได้อย่างชัดเจน

ด้านการตอบปัญหา ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนสรุปคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจากลืมเขียนหน่วยและตอบคำถามไม่ครบถ้วนตามที่โจทย์ต้องการ รวมทั้งมีความผิดพลาดในการเขียนคำตอบ โดยนักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่ตรงกับคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา

ข้อวิจารณ์

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ผลการวิจัยมีดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสถิติ ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของอรุณี รัชยาแก้ว (2538);

สมจิตร เพชรผา (2544); สุรัญชา บุตรวิเชียร (2549) ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และจากผลการวิจัยนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดนั้น สอดคล้องกับผลการวิจัยของชอบใจ สาสีทธิ์ (2545) และ จุรีรัตน์ นาคสมบัติ (2550) ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Garnett (1990) ซึ่งได้ศึกษาการพัฒนาฮิวริสติกส์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรดหก โดยใช้เทคนิควิธีการสอนหลากหลายรูปแบบ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการแก้ปัญหาดีขึ้น เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ฮิวริสติกเป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยลำดับของการจัดการและกระบวนการคิดซึ่งมีความเชื่อมโยงกัน ทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ สามารถเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันในลักษณะที่เป็นระบบ สอดคล้องกับ Krulik and Rudnick (1988) ได้กล่าวว่า ฮิวริสติกเป็นกระบวนการซึ่งประกอบด้วยลำดับขั้นตอนของการคิดที่เชื่อมโยงกันไว้ ซึ่งเป็นขั้นตอนของการชวนคิดและตั้งคำถามกับตนเอง จึงทำให้นักเรียนค้นพบวิธีการที่เหมาะสมด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเริ่มต้นด้วยการฝึกการแก้ปัญหาจากสิ่งที่ยากไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น เช่นเดียวกันกับ สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) ได้กล่าวว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์คือ เพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้สอนสอนจากเรื่องที่ยากก่อนการสอนเรื่องที่ยาก และสอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ฮิวริสติก ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเป็นขั้นเริ่มต้นที่นักเรียนได้อ่านโจทย์ปัญหา เรียบเรียงโจทย์ปัญหาในภาษาของตนเอง พิจารณาได้ว่าโจทย์ถามอะไร และกำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง ทำให้นักเรียนทราบเป้าหมายในการดำเนินการที่ชัดเจนยิ่งขึ้น สำหรับขั้นสำรวจ นักเรียนได้วิเคราะห์และจัดการกับข้อมูลที่โจทย์กำหนด พิจารณาได้ว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ และมีความเชื่อมโยงกันอย่างไร ขั้นตอนต่อไปเป็นการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเห็นแนวทางหรือทางเลือกในการดำเนินการหาคำตอบด้วยตนเองอย่างเหมาะสม ซึ่งการที่นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย มีผลให้นักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา สามารถตัดสินใจเลือกยุทธวิธีเหมาะสมในการแก้ปัญหา และขั้นตอนสุดท้ายมองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบไปสู่ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างเข้าใจและมีความถูกต้อง นอกจากนี้ฮิวริสติกยังส่งผล

ให้นักเรียนสามารถขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และตั้งคำถามภายในความคิดของตนเองเพื่อให้เกิดความเข้าใจและนำไปสู่คำตอบ เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับความรู้เดิมและเกิดองค์ความรู้ สอดคล้องกับ Floyd (2002: 1-4 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ์, 2545: 11) ได้กล่าวว่า ความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติก มีส่วนช่วยในการตัดสินใจในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนดยุทธวิธี เทคนิค กระบวนการ และกฎเกณฑ์ต่างๆ ในการเรียน นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจ และเกิดองค์ความรู้ได้

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้ฮิวริสติก ปรากฏว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้ฮิวริสติก หลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้ได้คะแนนเฉลี่ย 31.00 คิดเป็นร้อยละ 62.00 ซึ่งอยู่ในระดับปานกลาง และผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการคือ ร้อยละ 60 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ สอดคล้องกับผลการวิจัยของนวเรศวร์ ธรรมศรัณยกุล (2555) พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือสูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Horn and Fray (1992) ซึ่งได้ศึกษากระบวนการทำความเข้าใจและการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนการแปลความ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน การดำเนินการหาคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบ โดยพัฒนาการใช้ฮิวริสติกกับนักเรียนเกรดสาม สี่ และห้า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบแตกต่างกัน ผลจากการทดลองชี้ให้เห็นว่านักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น สามารถแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปที่สั้นลง และใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกด้วยฮิวริสติก ความถูกต้องในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับกระบวนการของอภิปัญญาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ฮิวริสติก นักเรียนต้องอ่านโจทย์หลายครั้งจนกว่านักเรียนจะเข้าใจ และพิจารณาได้ว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง สอดคล้องกับ Simon and Newell (1972) ได้กล่าวว่ากระบวนการทำความเข้าใจ ช่วยนิยามส่วนประกอบของปัญหา และส่งผลต่อการค้นหา จากนั้นนักเรียนต้องแปลความหมายของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ พิจารณาได้ว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ แล้วเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์ข้อมูล รวมทั้งนักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง และเขียนลำดับขั้นตอนการหาคำตอบได้อย่างชัดเจน สอดคล้องกับ Polya (1973) ได้กล่าวว่า

จุดมุ่งหมายของฮิวริสติกเพื่อเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งฮิวริสติกสำคัญอย่างยิ่งสำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง และสอดคล้องกับอัมพร ม้าะนอง (2554) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละปัญหา อาจใช้วิธีแตกต่างกันได้หลายวิธี การเลือกใช้จึงควรพิจารณาว่ายุทธวิธีนั้นช่วยให้ตนเองเข้าใจปัญหา และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหามากขึ้นหรือไม่ เพื่อให้เป็นเครื่องมือในการคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ การให้นักเรียนฝึกการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจและเลือกวิธีการแก้ปัญหามาได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยฮิวริสติกยังเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล มีความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเกิดทักษะในการเรียนรู้

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้ได้คะแนนเฉลี่ย 31.00 คิดเป็นร้อยละ 62.00 ซึ่งอยู่ในระดับปานกลาง ทั้งนี้เป็นเพราะแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ มีเนื้อหาสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทั้งสี่ นักเรียนต้องอ่าน วิเคราะห์ ตีความ โจทย์ปัญหา รวมทั้งแปลความหมายของร้อยละ ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการซื้อขายที่มีความหลากหลาย รวมทั้งยังต้องใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการคูณและการหารเศษส่วน ซึ่งพบว่านักเรียนมีปัญหามากเกี่ยวกับการคูณการหารเศษส่วนที่มีตัวเศษหรือตัวส่วนเป็นทศนิยม รวมถึงการใช้ความรู้เรื่องร้อยละเกี่ยวกับการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ และการเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปเศษส่วน นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า เมื่อมีการปรับเปลี่ยนรูปแบบโจทย์ปัญหาจากตัวอย่างที่สอนในชั้นเรียน นักเรียนจะมีปัญหาในการแปลความหมายของร้อยละ ทำให้การตีความโจทย์ปัญหาผิดพลาด ส่งผลให้การดำเนินการไม่ถูกต้อง โดยเฉพาะการจัดกิจกรรมเรื่องการซื้อขายมากกว่าหนึ่งครั้ง ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนและมีรูปแบบที่หลากหลาย นักเรียนต้องใช้การวิเคราะห์ การแปลความหมายของร้อยละ และเชื่อมโยงข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จึงต้องใช้เวลาในการอธิบายค่อนข้างมาก แต่เนื่องจากระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพียง 60 นาที ซึ่งเป็นระยะเวลาค่อนข้างจำกัด จึงทำให้นักเรียนฝึกการแก้โจทย์ปัญหาในคาบเรียนได้ไม่มากนัก

3. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้ฮิวริสติก ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick (1988) ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน โดยได้ดำเนินการสอนและเก็บข้อมูลด้วยตนเอง ผู้วิจัยสรุปข้อสังเกตจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา คาบแรกนักเรียนส่วนใหญ่ยังระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วน เช่น นักเรียนไม่ระบุว่า ร้านค้าขายน้ำยาปรับผ้านุ่มราคาตั้งละเท่ากัน เพื่อเป็นการอธิบายว่าสิ่งที่กล่าวถึงมีจำนวนหรือปริมาณเท่ากัน แต่คาบถัดไปนักเรียนสามารถระบุข้อความได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น บอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการทราบอะไรได้อย่างครบถ้วน เมื่อเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย ช่วงเริ่มต้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความสับสนในเรื่องของคำศัพท์อยู่มาก เช่นคำว่า “ราคาทุน” กับ “ราคาขาย” ดังนั้นผู้วิจัยจึงเน้นย้ำความหมาย และอธิบายโดยการยกตัวอย่างสถานการณ์การซื้อขายหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย และสามารถแปลความหมายของร้อยละในขั้นต่อไปได้ถูกต้อง และภายหลังพบว่านักเรียนสามารถเข้าใจความหมายของคำที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขาย และการคิดดอกเบี้ยได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 2 สำรวจ ช่วงเริ่มต้นนักเรียนส่วนใหญ่ระบุเฉพาะคำว่าเพียงพอหรือไม่เพียงพอเท่านั้น โดยไม่อธิบายเพิ่มเติมว่าเพียงพออย่างไร และถ้าไม่เพียงพอต้องคำนวณหาอะไรก่อน นอกจากนี้ในช่วงแรกนักเรียนยังแปลความหมายของร้อยละไม่ถูกต้องนัก เนื่องจากยังเรียบเรียงภาษาในการเขียนได้ไม่ดีเท่าที่ควร และเป็นเรื่องใหม่สำหรับนักเรียนที่ต้องทำความเข้าใจคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขาย ผู้วิจัยจึงเน้นย้ำความหมายและชี้แนะการเขียนที่ถูกต้อง ดังนั้นนักเรียนสามารถแปลความหมายของร้อยละที่โจทย์กำหนดให้ และเขียนอธิบายความหมายได้ชัดเจนถูกต้องมากขึ้น

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าแรกเริ่มนักเรียนไม่มีความมั่นใจในการเลือกยุทธวิธีของตนเอง จึงเลือกให้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาล้ำกันเป็นส่วนใหญ่ และเมื่อระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีคิดผ่านไป พบว่านักเรียนเริ่มมีความมั่นใจในการใช้วิธีการหาคำตอบของตนเองมากขึ้น สามารถเลือกให้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามีเหมาะสมสังเกตได้จากการทำใบงานที่ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน ซึ่งพบว่ามีนักเรียนเลือกให้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา คาบแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนบางคนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง และสรุปคำตอบไม่ชัดเจน คาบที่สองพบว่านักเรียนบางคนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น และสามารถคิดในใจได้อย่างรวดเร็ว มียุทธวิธีการแก้ปัญหาแตกต่างจากวิธีบัญญัติใดอย่างที่ได้แนะนำ เช่น โจทย์ปัญหามีอยู่ว่า ดินสอหนึ่งโหลราคา

78 บาท ดินสอ 6 แท่งราคาก็บาท วิธีการคิดของนักเรียนบางคนคือ ดินสอ 6 แท่ง เป็นจำนวนครึ่งหนึ่งของดินสอหนึ่งโหล จึงนำ 2 ไปหาร 78 ได้เท่ากับ 39 บาท เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งคิดได้ง่าย รวดเร็ว และถูกต้อง สำหรับเรื่องโจทย์ปัญหาหรือยละกับการซื้อขาย นักเรียนสามารถวาดแผนภาพ Bar Model และแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์การขายได้กำไรได้ถูกต้อง เพราะสามารถวาดรูปได้ง่าย จากการวาดรูปแท่งสี่เหลี่ยมในส่วนของการกำไรต่อจากราคาทุน 100% สำหรับสถานการณ์การขายขาดทุน พบว่านักเรียนมีความสับสนในการวาดแผนภาพ แต่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาถูกต้อง เนื่องจากในตอนเริ่มต้นนักเรียนยังไม่เข้าใจวิธีการวาดแผนภาพดินนั้ก เมื่อครูได้เน้นย้ำกับนักเรียนจึงสามารถทำความเข้าใจและวาดแผนภาพได้ถูกต้องมากขึ้น นอกจากนี้ปัญหาที่พบจากการแก้ปัญหาด้วยวิธีบัญญัติไตรยางศ์คือ เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สรุปคำตอบให้อยู่ในรูปของร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ และสำหรับโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน เช่น โจทย์ปัญหาการหาร้อยละซึ่งต้องแปลความหมายของร้อยละที่โจทย์กำหนดให้และหาร้อยละภายในข้อเดียวกัน ตลอดจนโจทย์ปัญหาการซื้อขายมากกว่าหนึ่งครั้ง ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความสับสนในการตีความและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากต้องใช้ความรู้จากหลายๆ เรื่องในการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้เวลาแก่นักเรียนในการคิดวิเคราะห์มากขึ้น และใช้การถามตอบเพื่อชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา โดยสรุปแล้วผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามากหลายรูปแบบ สามารถเขียนลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจน และเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด คาบแรกนักเรียนไม่มีความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ครูจึงได้เน้นย้ำข้อผิดพลาดดังกล่าว ดังนั้นในคาบถัดไปนักเรียนจึงมีความระมัดระวังมากขึ้น และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย พบว่านักเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในการแก้ปัญหา สามารถใช้ยุทธวิธีการมองย้อนกลับตรวจสอบคำตอบเห็นความสอดคล้องระหว่างคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดอย่างเป็นเหตุเป็นผลกัน สำหรับการขยายความคิด ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบที่หลากหลายแตกต่างจากแนวทางที่ผู้วิจัยได้แนะนำในการสอนคือ ยุทธวิธีการทำย้อนกลับแบบบัญญัติไตรยางศ์เศษส่วน และการวาดแผนภาพ Bar Model

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสุดิกโรงเรียนอนุบาลปัตตานี สรุปผลได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสุดิก
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสุดิก

ขอบเขตของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลาก

1 ห้องเรียนจากนักเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 255 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน

3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการทำวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 16101 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีขอบเขตเนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ เรื่องบทประยุกต์

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยใช้เวลาทั้งหมด 17 คาบ คาบละ 60 นาที

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสตีก

5.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องบทประยุกต์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชุด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสตีก จำนวน 13 คาบ คาบละ 60 นาที ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Krulik and Rudnick ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา ขั้นที่ 2 สำรวจ ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา และขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำหรับใช้ทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ จากการหาคุณภาพของแบบทดสอบพบว่า

แบบทดสอบมีค่าดัชนีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.25 ถึง 0.75 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.65 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.76

3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน
ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห้ ประกอบด้วย 3 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์
การให้คะแนนดังนี้

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง
และครบถ้วนทั้งสามข้อ (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการทราบ และนักเรียนหาคำตอบโดย
วิธีใด)

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง
สองข้อ

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง
หนึ่งข้อ

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง
ทั้งสามข้อ หรือไม่ระบุข้อมูลและเงื่อนไขใดๆ หรือไม่หาคำตอบ

ส่วนที่ 2 ด้านการแก้ปัญหา มีคะแนนเต็ม 5 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน
ดังนี้

5 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง คำอธิบายชัดเจน
และคำนวณถูกต้อง

4 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง และคำนวณถูกต้อง

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยรวมถูกต้อง มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย เช่น การคำนวณผิดพลาด เป็นต้น

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาบางส่วนถูกต้อง แต่ส่วนที่สำคัญมีข้อผิดพลาด

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดผิดพลาด หรือไม่แสดงกระบวนการแก้ปัญหา

ส่วนที่ 3 ด้านการตอบปัญหา มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสรุปคำตอบถูกต้อง และครบถ้วน

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสรุปคำตอบไม่สมบูรณ์ เนื่องจากความผิดพลาดในการคัดลอกคำตอบ คำตอบไม่ครบถ้วน หรือเขียนคำอธิบายไม่ถูกต้อง

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สรุปคำตอบหรือคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากนั้นนำเครื่องมือไปหาคุณภาพ

2. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการทำวิจัย จากภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนอนุบาลปัตตานี เพื่อขอความร่วมมือ

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้น ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 60 นาที

2.2 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้น มาทำการทดสอบก่อนการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ เป็นเวลา 60 นาที

2.3 ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้วิธีสตีกตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick กับนักเรียนเป็นเวลา 13 คาบ คาบละ 60 นาที

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ฉบับเดิม มาทำการทดสอบหลังการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ เป็นเวลา 60 นาที

2.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ฉบับเดิม มาทำการทดสอบหลังการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ เป็นเวลา 60 นาที

3. นำผลการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ แปรผล และสรุปผล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีวิธีการดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test

3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test

4. ประเมินแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้คำร้อยละและค่าเฉลี่ย เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินดังนี้

ช่วงคะแนนร้อยละ 80-100 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับดีมาก

ช่วงคะแนนร้อยละ 70-79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 60-69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนร้อยละ 50-59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับน้อย

ช่วงคะแนนร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับไม่ผ่าน

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ พบว่าได้คะแนนเฉลี่ย 31.00 คิดเป็นร้อยละ 62.00 ซึ่งอยู่ในระดับปานกลาง

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องบทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสติก ในช่วงแรกครูจะต้องเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตนเอง จนกระทั่งนักเรียนสามารถคิดและตั้งคำถามภายในใจได้ด้วยตนเอง แต่ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหา ครูควรช่วยเหลือนักเรียนโดยใช้คำถามที่เหมาะสมหรือนำแนวทางการแก้ปัญหาได้
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสติก ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ใช้เวลาดำเนินการจัดกิจกรรมค่อนข้างมาก ครูจึงควรเตรียมเนื้อหา คำถาม สื่อการสอน ประกอบการอธิบายล่วงหน้า เช่น แผ่นป้ายอธิบายความหมายของคำที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา แผ่นป้ายโจทย์ปัญหาพร้อมเฉลย เพื่ออำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แก่นักเรียน และสามารถดำเนินการได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น
3. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics นักเรียนต้องมีพื้นฐานความรู้ที่เกี่ยวข้องเป็นอย่างดี ครูจึงควรวัดและประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียนเสียก่อน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และดำเนินการสอนเพิ่มเติมให้กับนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนเรื่องเหล่านั้น
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสติก ครูควรจัดกิจกรรมอย่างต่อเนื่องเป็นระยะเวลามากกว่า 1 เดือน เพื่อฝึกให้นักเรียนได้คิดตั้งคำถามกับตนเองและสามารถเชื่อมโยงข้อมูลจนมีความชำนาญ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหามathematics ได้กับทุกเรื่อง
5. ครูควรฝึกให้นักเรียนมีความเข้าใจในการวาดแผนภาพ Bar Model ที่ถูกต้อง โดยเริ่มต้นสอนจากโจทย์ปัญหการบวก ลบ คูณ และหาร ที่ง่าย แล้วค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนมากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนสร้างมโนภาพได้อย่างชัดเจน สามารถเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กัน นักเรียนมีความคล่องแคล่ว สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหามathematics อื่นๆ ด้วยตนเองต่อไปได้

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้วิธีสถิติ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ และระดับชั้นอื่นๆ เช่น เศษส่วน ร้อยละและอัตราส่วน เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติกับความสามารถในด้านอื่นๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดเชื่อมโยง ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น
3. ควรมีการศึกษาเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติ เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสถิติ และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ. 2539. การประเมินจากสภาพจริง. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2545. เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. มปป. คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ใน บทที่ 13 บทประยุกต์ (Online). <http://www.ipst.co.th>, 31 สิงหาคม 2554.

_____. 2545. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.

กั้ววล เทียนกันท์เทศน์. 2536. การวัด การวิเคราะห์ การประเมิน ทางการศึกษาเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

ขอบใจ สาสีทธิ. 2545. ผลการเรียนรู้การสอนโดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จ้านง พรายเข้มแข. 2535. เทคนิคการวัดและประเมินผลการเรียนรู้กับการสอนซ่อมเสริม. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์วัฒนาพานิชย์.

จุรีรัตน์ นาคสมบัติ. 2550. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญา. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์. 2545. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชานนท์ จันทรา. 2555. การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: บริษัท อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

ทรงชัย อักษรคิด. 2550. เรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหา (Online). http://doed.edu.ku.ac.th/article/math_problem.pdf, 24 กุมภาพันธ์ 2555.

นวลทิพย์ นวพันธุ์. 2553. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ
อภิปรัชญาที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษา
คณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลเรศวร์ ธรรมศรีนกุล. 2555. “การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอน
ของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดอภิปรัชญาเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6.” วารสารศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร (มกราคม-เมษายน 2555): 77-93.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537. “การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์.” วารสารคณิตศาสตร์ 23 (6):
62-74.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. 2523. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทการพิมพ์ จำกัด.

_____. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (อัคราณา).

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์. 2554. “กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.”

ประมวลสาระชุดวิชา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 9. จำนวน 300 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

วรินตรา วัชรสิงห์. 2537. **หลักและเทคนิคการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา**.

กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิไลวัลย์ เมืองโคตร. 2548. **การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดกิจกรรมสำหรับ**

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). 2553. **ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบ O-NET ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำแนกราย**

มาตรฐานการเรียนรู้ ระดับประเทศ ปีการศึกษา 2552 (Online).
www.niets.or.th/upload.../7ed34abea9d59c7730fd09e5b1f30076.pdf, 30 สิงหาคม 2554.

_____. 2554. **ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนการสอบ O-NET ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6**
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2553 จำแนกตามวิชา (Online).
<http://www.niets.or.th/index2.php>, 24 กุมภาพันธ์ 2555.

_____. 2555. **ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (O-NET)**
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554
(Online). <http://www.niets.or.th/index2.php>, 5 ตุลาคม 2555.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**.
 (อัดสำเนา).

_____. 2551. **เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน**
หลักสูตรที่ 2 (Online). <http://www.bet.obec.go.th>, 13 มีนาคม 2555.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553. เอกสารสำหรับผู้รับการอบรม
ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่
4-6. (อัครา).

สมจิตร เพชรผา. 2544. การพัฒนาการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์แบบอภิปรัชญา เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา,
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมเดช บุญประจักษ์. 2543. การแก้ปัญหา. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักงานกฤษฎมนตรี. มปป. พระราชบัญญัติการศึกษา
แห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545. กรุงเทพมหานคร: บริษัท
พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

_____. 2545. แผนการศึกษา (2545- 2559). กรุงเทพมหานคร: บริษัท พริกหวานกราฟฟิค
จำกัด.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ สำนักงานกฤษฎมนตรี. 2554.
แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบเอ็ด พ.ศ. 2555-2559 (Online).
www.nesdb.go.th/Portals/0/news/plan/p11/plan11.pdf, 31 มกราคม 2556.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. ม.ป.ป. เอกสารการสอนวิชาทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัครา).

_____. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: บริษัทพัฒนา
คุณภาพวิชาการ.

สุรัญชนา บุตรวิเชียร. 2549. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้
เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียน
ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอภิวริตติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือ
ครู. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัย
มหาสารคาม.**

สุวรรณ กาญจนมยุร. 2543. “กระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ที่ถือว่าผู้เรียนมี
ความสำคัญที่สุด.” วารสาร สสวท. (กรกฎาคม-กันยายน 2543): 39.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2545. **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุค
ปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรุณี รัชแก้ว. 2538. **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิด
แบบอภิวริตติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกะทู้วิทยา จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต
สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.**

อัมพร ม้าคอง. 2546. **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2554. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.**
พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อุยวดี จันทรสนธิ. 2554. “การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญหา.”
**ประมวลสาระชุดวิชา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 10. จำนวน
300 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.**

- Billstein, R., S. Libeskind, and J. W. Lott. 2010. **A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teacher**. 10th ed. United State of America: Pearson Education International.
- Edward, A. F. 1985. **Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate, Inc.
- Fiksdal, J. K. 1995. **The Effects of Instruction in Heuristics on the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors**. Doctor of Education Thesis, University of South Dakota.
- Kheong, F. K. 1998. **Solving Challenging Mathematical Problems for Primary School: The Heuristic Approach**. Australia: Kingsford Educational Services.
- Garnett, K. F. 1990. **Developing Heuristics in the Mathematics Problem-Solving Processes of Sixth-Grade Children: A Nonconstructivist Teaching Experiment**. Doctor of Education Thesis, University of South Florida.
- Glaser, R. 2009. "Chapter Sixteen Learning Theory and Instruction." **Psychology: IUPsyS Global Resource** (Online). <http://e-book.lib.sjtu.edu.cn/iupsys/Proc/Bruss2/Zbpv2ch16.htm>, March 3 27, 2012.
- Horn, R. L. and B. Fray. 1992. "Heuristic Training and Performance in Elementary Mathematical Problem Solving." **The Journal of Educational Research** 95 (6): 374.
- Krulik, S. and J. A. Rudnick. 1984. **A Sourcebook for Teaching Problem Solving**. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- _____. 1988. **Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Larson, L. C. 1983. **Problem-Solving Through Problems**. 3rd ed. Michigan: Springer Verlag.

Polya, G. 1973. **How to Solve It: A new aspect of mathematical method**. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press.

Post, T. R. 1988. **Teaching Mathematics in Grade K-8**. Massachusetts: University of Minnesota.

Simon, H. A. and A. Newell. 1972. **Human problem solving: The State of the theory 1970** (Online). [http://www.cog.brown.edu/courses/cg195/pdf_files/fall07/Simon%20and%20Newell%20\(1971\).pdf](http://www.cog.brown.edu/courses/cg195/pdf_files/fall07/Simon%20and%20Newell%20(1971).pdf), October 2, 2012.

Szetela, W. and C. Nicole. 1992. "Evaluating Problem Solving in Mathematics." **Educational Leadership** (May, 1992): 42-45.





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ

จำนวน 1 คาบ เวลา 60 นาที

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 ตัวชี้วัด ป 6/2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละ ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาร้อยละ เป็นโจทย์ปัญหาซึ่งมีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เป็น 100 แต่ข้อความในโจทย์ ใช้คำว่า “ร้อยละ” หรือใช้สัญลักษณ์ “%”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และ แสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาร้อยละได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

1. ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้และกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ส่วนร่วมในการเรียนรู้
3. ความรับผิดชอบ
4. ความรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา เป็นการอ่านโจทย์หลายๆ ครั้งอย่างเพียงพอ โดยนักเรียนต้องระบุได้ว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 ตำรวจ เป็นการพิจารณาภายในใจ เช่น ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ เป็นต้น

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมที่สุด โดยอาศัยแนวทางจากสองขั้นตอนแรก

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา เป็นขั้นการใช้ทักษะความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด เป็นการตรวจสอบคำตอบ การตั้งคำถามกับตนเองว่า จะเกิดอะไรขึ้นถ้าข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลง และการอภิปรายวิธีการหาคำตอบ

ข้อความที่แสดงความหมายของร้อยละ เช่น

- 1) คาวสอบได้คะแนนวิชาภาษาอังกฤษร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

หมายความว่า ถ้าคะแนนเต็มวิชาภาษาอังกฤษ 100 คะแนน คาวสอบได้ 70 คะแนน

หรือ คาวสอบได้คะแนนวิชาภาษาอังกฤษ $\frac{70}{100}$ ของคะแนนเต็ม

- 2) ในโรงเรียนมีจำนวนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ร้อยละ 18 ของจำนวนนักเรียน

ทั้งหมด หมายความว่า นักเรียนทั้งหมดจำนวน 100 คน เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา

ปีที่ 6 จำนวน 18 คน หรือเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 $\frac{18}{100}$ ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

โจทย์ปัญหาร้อยละ

ตัวอย่างที่ 1 ฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน 80% ของคะแนนเต็ม ถ้าคะแนนเต็ม 30 คะแนน ฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้กี่คะแนน

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

- 1) ฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน 80% ของคะแนนเต็ม
- 2) คะแนนเต็ม 30 คะแนน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของฝ่าย

ขั้นที่ 2 ตำรวจ

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอแล้ว และจากข้อความที่ว่า ฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน 80% ของคะแนนเต็ม หมายความว่า ถ้าคะแนนเต็มวิชาคณิตศาสตร์ 100 คะแนน ฝ่ายสอบได้ 80 คะแนน

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หาคำตอบได้ 3 วิธี คือ

- 1) บัญญัติไตรยางศ์
- 2) เศษส่วน
- 3) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์

คะแนนเต็ม 100 คะแนน ฝ่ายสอบได้ 80 คะแนน

คะแนนเต็ม 30 คะแนน ฝ่ายสอบได้ $\frac{30 \times 80}{100}$ คะแนน

ดังนั้นฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 24 คะแนน

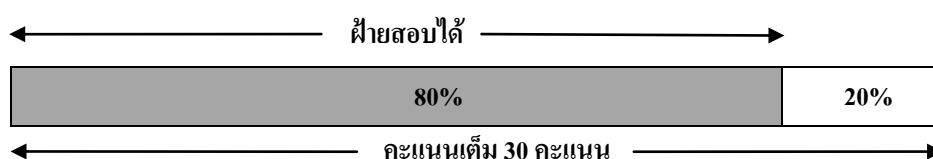
วิธีที่ 2 การใช้เศษส่วน

วิชาคณิตศาสตร์คะแนนเต็ม 30 คะแนน

ฝ่ายสอบได้คะแนน 80% ของคะแนนเต็ม

ดังนั้นฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ $\frac{80}{100} \times 30 = 24$ คะแนน

วิธีที่ 3 การใช้แผนภาพ Bar Model



ฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน 80% ของคะแนนเต็ม

ดังนั้นฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ $\frac{80}{100} \times 30 = 24$ คะแนน

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

หน่วยของคำตอบถูกต้องตรวจสอบคำตอบได้โดยการทำย้อนกลับดังนี้

คะแนนเต็ม 30 คะแนน ฝ่ายสอบได้ 24 คะแนน

คะแนนเต็ม 100 คะแนน ฝ่ายสอบได้ $100 \times \frac{24}{30} = 80$ คะแนน

นั่นคือฝ่ายสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 80% ของคะแนนเต็ม

สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้นคำตอบมีความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 การแข่งขันวอลเลย์บอลมีผู้เข้าชมทั้งหมด 450 คน เป็นผู้หญิงร้อยละ 60 ของผู้เข้าชมทั้งหมด การแข่งขันครั้งนี้มีผู้ชายเข้าชมกี่คน

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

1) ผู้เข้าชมทั้งหมด 450 คน

2) เป็นผู้หญิงร้อยละ 60 ของผู้เข้าชมทั้งหมด

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ จำนวนผู้ชายที่เข้าชมการแข่งขัน

ขั้นที่ 2 สำรวจ

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอแล้ว และจากข้อความที่ว่า

เป็นผู้หญิงร้อยละ 60 ของผู้เข้าชมทั้งหมด หมายความว่า ถ้ามีผู้เข้าชมทั้งหมด 100 คน เป็นผู้หญิง 60 คน

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หาคำตอบได้ 3 วิธี คือ

- 1) บัญญัติไตรยางศ์
- 2) เศษส่วน
- 3) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์

ผู้เข้าชมทั้งหมด 100 คน เป็นผู้หญิง 60 คน

ผู้เข้าชมทั้งหมด 450 คน เป็นผู้หญิง $\frac{450 \times 60}{100} = 270$ คน

ดังนั้นมีผู้ชายเข้าชม $450 - 270 = 180$ คน

วิธีที่ 2 การใช้เศษส่วน

มีผู้เข้าชมทั้งหมด 450 คน

เป็นผู้หญิงร้อยละ 60 ของผู้เข้าชมทั้งหมด

มีผู้หญิงเข้าชม $\frac{60}{100} \times 450 = 270$ คน

ดังนั้นมีผู้ชายเข้าชม $450 - 270 = 180$ คน

วิธีที่ 3 การใช้แผนภาพ Bar Model



เป็นผู้ชายร้อยละ 40 ของผู้เข้าชมทั้งหมด

ดังนั้นมีผู้ชายเข้าชม $\frac{40}{100} \times 450 = 180$ คน

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

หน่วยของคำตอบถูกต้อง ตรวจสอบคำตอบได้โดยการทำย้อนกลับดังนี้

ผู้เข้าชมทั้งหมด 450 คน เป็นผู้ชาย 180 คน

ผู้เข้าชมทั้งหมด 100 คน เป็นผู้ชาย $100 \times \frac{180}{450} = 40$ คน

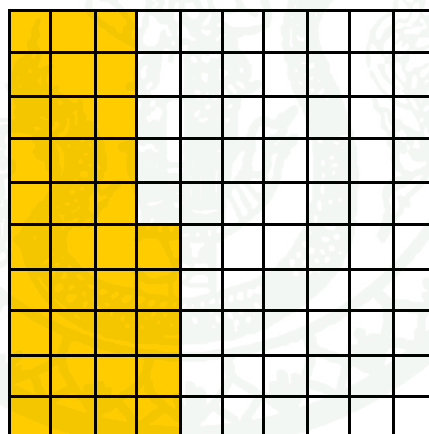
นั่นคือมีผู้ชายเข้าชมร้อยละ 40 ของผู้เข้าชมทั้งหมด

และมีผู้หญิงเข้าชมร้อยละ $100 - 40 = 60$ ของผู้เข้าชมทั้งหมด

สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้นคำตอบมีความสมเหตุสมผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของร้อยละ โดยการให้นักเรียนพิจารณาแผ่นตารางร้อย แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่านักเรียนสามารถเขียนร้อยละ เศษส่วน และทศนิยม แทนพื้นที่ส่วนที่ระบายสีได้อย่างไร โดยใช้การถามตอบดังนี้



- พื้นที่ส่วนที่ระบายสีมีทั้งหมดกี่ส่วน (35 ส่วน)
- พื้นที่ส่วนที่ระบายสีเขียนเป็นร้อยละเท่าไรของพื้นที่ส่วนที่แบ่งในตารางร้อยทั้งหมด (ร้อยละ 35 หรือ 35 เปอร์เซ็นต์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ 35%)

- พื้นที่ส่วนที่ระบายสีเขียนเป็นเศษส่วนและทศนิยมเท่าไรของพื้นที่ส่วนที่แบ่งในตารางร้อยทั้งหมด ($\frac{35}{100}$ และ 0.35)

2. ครูนำข้อความที่แสดงความหมายของร้อยละให้นักเรียนพิจารณา พร้อมกับบอกความหมาย
3. ครูแนะนำให้นักเรียนสังเกตว่า การบอกความหมายของร้อยละของจำนวนสองจำนวนต้องเป็นหน่วยเดียวกัน
4. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ของ Krulik and Rudnick โดยคิดแผ่นป้ายแสดงขั้นตอนการแก้ปัญาซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนพร้อมกับให้คำอธิบายประกอบ
5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โจทย์ปัญหาร้อยละ ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหา ครูอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick จากนั้นครูอธิบายให้นักเรียนเพิ่มเติมจากตัวอย่างจะสังเกตเห็นว่า โจทย์ปัญหาร้อยละเป็นโจทย์ปัญหาที่มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เป็น 100 แต่ข้อความในโจทย์ใช้คำว่า “ร้อยละ” หรือใช้สัญลักษณ์ “% ”
6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick
7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick โดยใช้การถามตอบ ดังนี้
 - ขั้นที่ 1 อ่าน โจทย์ปัญหา
 - ขั้นที่ 2 สืบรวจ
 - ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญา
 - ขั้นที่ 4 แก้ปัญา
 - ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด
8. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ แสดงวิธีทำ และตรวจสอบคำตอบ กำหนดเวลาในการทำ 15 นาที
9. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 4 โดยใช้การถามตอบ สำหรับนักเรียนที่ได้คำตอบแตกต่างกัน ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญาของตนเอง โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
10. ครูแจกใบงานที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นตารางร้อย
2. แผ่นป้ายแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Krulik and Rudnick
3. แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ
4. ใบงานที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 80
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน	2. นักเรียนให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมประมาณร้อยละ 90
3. การทำแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ	3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละถูกต้องประมาณร้อยละ 85
4. การทำใบงานที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ	4. นักเรียนทำใบงานที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละถูกต้องประมาณร้อยละ 80

บันทึกหลังการสอน

ครูทบทวนขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ทั้ง 5 ขั้นตอน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามที่ครูถามได้ถูกต้อง และให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนสามารถทำความเข้าใจการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยยุทธวิธีบัญญัติไตรยางศ์เศษส่วน และแผนภาพ Bar Model ได้ดี ผลจากการทำแบบฝึกหัดที่ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามในขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ระบุได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร ขั้นที่ 2 สืบค้นพบว่า มีนักเรียนบางส่วนไม่อธิบายความหมายของร้อยละ ครูจึงเน้นย้ำกับนักเรียนทั้งชั้นเพื่อสร้างความเข้าใจที่ถูกต้อง และเห็นประโยชน์ของการแปลความหมายของร้อยละ เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในการดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เลือกยุทธวิธีการวาดแผนภาพ Bar Model ในการแก้ปัญหา เนื่องจากทำความเข้าใจได้ง่าย สำหรับขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด พบข้อผิดพลาดคือนักเรียนไม่สรุปคำตอบเป็นข้อความของร้อยละ จึงไม่เห็น

ความสอดคล้องระหว่างคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ผลจากการทำใบงานที่ 4 พบว่า ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถระบุได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไรได้ถูกต้อง ขั้นที่ 2 สืบหา นักเรียนอธิบายความหมายของร้อยละได้ดีขึ้น ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เลือกยุทธวิธีแผนภาพ Bar Model ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง แต่ข้อที่ 2 และ 3 พบข้อผิดพลาดเนื่องจากนักเรียนไม่อ่านโจทย์ปัญหาให้รอบคอบว่า โจทย์ต้องการทราบจำนวนของผู้ที่ว่ายน้ำเป็น แต่นักเรียนนำร้อยละของผู้ที่ว่ายน้ำไม่เป็นมาคิดคำนวณ จึงได้คำตอบไม่ถูกต้อง และขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิดนักเรียนส่วนใหญ่แสดงการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง มีนักเรียนบางคนลืมเขียนหน่วยและตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง ครูแก้ปัญหาโดยการเน้นย้ำถึงข้อผิดพลาดดังกล่าว และอธิบายนักเรียนเป็นรายบุคคล



แบบฝึกหัดที่ 4 โจทย์ปัญหาร้อยละ

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ตักดาเลียงปลาทองไว้ร้อยละ 11 ของปลาทั้งหมด ถ้าตักดาเลียงปลาทั้งหมด 200 ตัว จะเป็นปลาทองกี่ตัว

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

2. ธาตุได้รับเงินเดือน 18,000 บาท จ่ายเป็นค่าเช่าบ้าน 15% ของเงินเดือนที่ได้รับ ธาตุเหลือเงินไว้ใช้จ่ายเดือนละกี่บาท

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

“ความมุ่งมั่นตั้งใจ”
จะนำพาเราไปสู่ความสำเร็จนะคะ





ใบงานที่ 4 โจทย์ปัญหาร้อยละ

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- ร้านขายเครื่องเขียนแห่งหนึ่ง มีปากกาทั้งหมด 240 ด้าม ถ้าขายปากกาได้ร้อยละ 15 ของจำนวนปากกาทั้งหมด จะขายปากกาได้กี่ด้าม

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

2. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 2,750 คน มีนักเรียนที่ว่ายน้ำไม่เป็นร้อยละ 32 ของนักเรียนทั้งหมด มีนักเรียนที่ว่ายน้ำเป็นกี่คน

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้



3. เงินได้รับเงินเดือน 15,000 บาท นำไปผ่อนจ่ายชำระค่ารถยนต์ 40% ของเงินเดือนที่ได้รับ
ค่าเช่าบ้าน 14% ของเงินเดือนที่ได้รับ เงินจะเหลือเงินไว้ใช้จ่ายกี่บาท

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง การลดราคา

จำนวน 1 คาบ เวลา 60 นาที

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 ตัวชี้วัด ป 6/2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละ ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม

สาระสำคัญ

1. การลดราคาเป็นการลดจากราคาที่คิดไว้หรือราคาที่บอกขาย
2. การลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นการบอกส่วนลดเมื่อเทียบกับราคา ที่บอกขาย 100 บาท

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และ แสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาร้อยละ กับการลดราคาได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถใน

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

1. ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้และกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ส่วนร่วมในการเรียนรู้
3. ความรับผิดชอบ
4. ความรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

การลดราคาเป็นการลดจากราคาที่ติดไว้หรือราคาที่บอกขาย และการลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นการบอกส่วนลดเมื่อเทียบกับราคาที่บอกขาย 100 บาท

ตัวอย่าง ร้านค้าคิดราคาผ่านนม 2,500 บาท ประกาศลดราคา 30% ร้านค้าขายผ่านนมราคากี่บาท

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

- 1) ร้านค้าคิดราคาผ่านนม 2,500 บาท
- 2) ลดราคาผ่านนม 30%

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ราคาขายของผ่านนม

ขั้นที่ 2 ตำรวจ

โจทย์กำหนดลดราคา 30% หมายถึง

ถ้าคิดราคาขาย 100 บาท ลดราคา 30 บาท หรือ

ถ้าคิดราคาขาย 100 บาท ขายไป $100 - 30 = 70$ บาท

ดังนั้นข้อมูลเพียงพอต่อการหาราคาขายของผ่านนม

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หากคำตอบได้ 4 วิธี คือ

- 1) บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหาราคาขาย
- 2) บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหาจำนวนเงินที่ลดให้
- 3) เศษส่วน
- 4) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหารราคาขาย

ลดราคา 30% หมายความว่า

คิดราคาขายผ่านรวม 100 บาท ขายไป 70 บาท

คิดราคาขายผ่านรวม 2,500 บาท ขายไป $2,500 \times \frac{70}{100} = 1,750$ บาท

ดังนั้นร้านค้าขายผ่านรวมราคา 1,750 บาท

วิธีที่ 2 การใช้บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหาคำนวณเงินที่ลดให้

ลดราคา 30% หมายความว่า

คิดราคาขายผ่านรวม 100 บาท ลดราคา 30 บาท

คิดราคาขายผ่านรวม 2,500 บาท ลดราคา $2,500 \times \frac{30}{100} = 750$ บาท

ดังนั้นร้านค้าขายผ่านรวมราคา $2,500 - 750 = 1,750$ บาท

วิธีที่ 3 การใช้เศษส่วน

ลดราคา 30% หมายความว่า ลดราคา $\frac{30}{100}$ ของราคาที่ติดไว้

ร้านค้าติดราคาผ่านรวม 2,500 บาท

ร้านค้าลดราคา $\frac{30}{100} \times 2,500 = 750$ บาท

ดังนั้นร้านค้าขายผ่านรวมราคา $2,500 - 750 = 1,750$ บาท

วิธีที่ 4 การใช้แผนภาพ Bar Model



คิดราคาผ่านรวม 100% คิดเป็นเงิน 2,500 บาท

ราคาขาย 70% คิดเป็นเงิน $\frac{70 \times 2,500}{100} = 1,750$ บาท

ดังนั้นร้านค้าขายผ่านรวมราคา 1,750 บาท

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

หน่วยของคำตอบถูกต้อง ตรวจสอบคำตอบได้ดังนี้

ราคาขาย 70 บาท ราคาที่คิดไว้ 100 บาท

ราคาขาย 1,750 บาท ราคาที่คิดไว้ $1,750 \times \frac{100}{70} = 2,500$ บาท

ดังนั้นร้านค้าคิดราคาผ่านรวม 2,500 บาท สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนด
คำตอบมีความสมเหตุสมผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาและข้อสงสัยจากการทำใบงานที่ 8 เรื่อง โจทย์ปัญหา ร้อยละกับการซื้อขาย

2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสถานการณ์การลดราคา เช่น นักเรียนคนใดเคยซื้อสินค้าที่มีการประกาศลดราคาบ้าง นักเรียนคนใดเคยต่อรองราคาสินค้ากับผู้ขายหรือไม่ เป็นต้น

3. ครูอธิบายความหมายของการลดราคา คำที่เกี่ยวข้องกับการลดราคา พร้อมทั้งยกตัวอย่าง โจทย์ปัญหาการลดราคาที่ไม่เกี่ยวข้องกับร้อยละบนกระดาน โดยใช้การถามตอบ

การลดราคาเป็นการลดจากราคาที่คิดไว้หรือราคาที่ยกขาย เขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\text{ราคาขาย} = \text{ราคาที่บอกขาย} - \text{ราคาที่ลดให้}$$

ตัวอย่าง โจทย์ปัญหาการลดราคา

1) ร้านค้าคิดราคาขายลูกฟุตบอล 580 บาท ลดราคาให้ผู้ซื้อ 30 บาท ร้านค้าขายลูกฟุตบอลกี่บาท (550 บาท)

2) แม่ค้าบอกขายส้มกิโกรัมละ 45 บาท แต่ลดราคาให้ลูกค้ากิโกรัมละ 3 บาท ลูกค้าซื้อส้มราคากิโกรัมละกี่บาท (42 บาท)

4. ครูอธิบายความหมายของการลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ แล้วให้นักเรียนอ่านและฝึกแปลความหมาย โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

ตัวอย่างการลดราคาเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์

ลดราคา 40% หมายถึง ถ้าคิดราคาขาย 100 บาท ลดราคา 40 บาท หรือ

$$\text{ถ้าคิดราคาขาย 100 บาท ขายไป } 100 - 40 = 60 \text{ บาท}$$

5. ครูนำภาพโฆษณาสินค้าที่ลดราคาเป็นร้อยละมาให้นักเรียนพิจารณา แล้วให้นักเรียนร่วมกันแปลความหมายของการลดราคาเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์



- 1) ลดราคา 50% หมายถึง ถ้าดีดราคาขาย 100 บาท ลดราคา 50 บาท หรือ
ถ้าดีดราคาขาย 100 บาท ขายไป $100 - 50 = 50$ บาท
- 2) ลดราคา 25% หมายถึง ถ้าดีดราคาขาย 100 บาท ลดราคา 25 บาท หรือ
ถ้าดีดราคาขาย 100 บาท ขายไป $100 - 25 = 75$ บาท

6. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาการลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ โจทย์ปัญหา และใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของการลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ และวิธีการแก้โจทย์ปัญหาการลดราคา โดยใช้การถามตอบ

การลดราคาที่กำหนดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นการบอกส่วนลดเมื่อเทียบกับราคา ที่บอกขาย 100 บาท

การแก้โจทย์ปัญหาการลดราคามี 4 วิธี ดังนี้

- 1) บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหารราคาขาย
- 2) บัญญัติไตรยางศ์สำหรับหาจำนวนเงินที่ลดให้
- 3) เศษส่วน
- 4) แผนภาพ Bar Model

8. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องการลดราคา ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ แสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ กำหนดเวลาในการทำ 5 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 9 โดยใช้การถามตอบ สำหรับนักเรียนที่ได้คำตอบแตกต่างกัน ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหของตนเอง โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
9. ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่องเลือกซื้อสินค้าอย่างชาญฉลาด กำหนดเวลาในการทำ 5 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยและตรวจสอบความถูกต้อง
10. ครูแจกใบงานที่ 9 เรื่องการลดราคา ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องการลดราคา
2. เอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่องเลือกซื้อสินค้าอย่างชาญฉลาด
3. ใบงานที่ 9 เรื่องการลดราคา

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 80
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน	2. นักเรียนให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมประมาณร้อยละ 90
3. การทำแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องการลดราคา	3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องการลดราคาถูกต้องประมาณร้อยละ 90
4. การทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่องเลือกซื้อสินค้าอย่างชาญฉลาด	4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่องเลือกซื้อสินค้าอย่างชาญฉลาด ถูกต้องประมาณร้อยละ 95
5. การทำใบงานที่ 9 เรื่องการลดราคา	5. นักเรียนทำใบงานที่ 9 เรื่องการลดราคาถูกต้องประมาณร้อยละ 80

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจ ตั้งใจเรียนในสิ่งที่ครูสอน และให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามเกี่ยวกับการลดราคา เนื่องจากเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคยและเกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน นักเรียนสามารถทำความเข้าใจความหมายของคำที่เกี่ยวข้องกับการลดราคา และฝึกแปลความหมายของการลดราคาเป็นร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ได้ถูกต้อง มีความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายได้เป็นอย่างดี ผลจากการทำแบบฝึกหัดที่ 9 และใบงานที่ 9 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีบัญญัติไตรยางศ์ และนักเรียนบางคนแก้ปัญหาลดด้วยยุทธวิธีหลากหลาย ทั้งบัญญัติไตรยางศ์ แผนภาพ Bar Model และเศษส่วน ทำให้นักเรียนเข้าใจและคุ้นเคยกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาลดหลายรูปแบบ และเลือกยุทธวิธีได้อย่างเหมาะสม ข้อบกพร่องที่พบคือ นักเรียนบางคนแก้ปัญหาลดด้วยยุทธวิธีบัญญัติไตรยางศ์ แปลความหมายของการลดราคาเป็นร้อยละผิดพลาด เช่น ลดราคา 20% หมายถึง คิดราคาขาย 100 บาท ลดราคา 80 บาท ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหามีผิดพลาดและได้คำตอบไม่ถูกต้อง ครูแก้ปัญหาโดยการให้นักเรียนคิดพิจารณาและมองย้อนกลับว่า การลดราคา 20% เป็นการลดราคาไม่ถึงครึ่งหนึ่งของราคาที่ติดไว้ ดังนั้นการลดราคา 80 บาท เป็นการลดราคาเกินครึ่งหนึ่งของราคาที่ติดไว้ จึงไม่สมเหตุผล และยังพบว่านักเรียนบางคนดำเนินการแก้ปัญหามิครบถ้วนสมบูรณ์ รวมทั้งมีนักเรียนบางคนแก้ปัญหาลดด้วยบัญญัติไตรยางศ์สับสนระหว่างการใช้คำว่าลดราคาและราคาขาย ครูจึงเน้นย้ำกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับข้อบกพร่องและข้อผิดพลาดดังกล่าว



เอกสารฝึกหัดที่ 4 เลือกซื้อสินค้าอย่างชาญฉลาด

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่



ร้านท็อปพลาซ่าและร้านบิกอิ ประกาศลดราคาต้อนรับเปิดเทอม โดยติดราคาสินค้า และลดราคาดังตาราง ให้นักเรียนช่วยคุณแม่พิจารณาว่าจะเลือกซื้อสินค้าสิ่งชนิดจากร้านใดและเป็นจำนวนเงินเท่าไร จึงจะคุ้มค่าที่สุดและใช้จ่ายเงินน้อยที่สุด

ร้านท็อปพลาซ่า	
	ติดราคา 580 บาท ลดราคา 80 บาท

ร้านบิกอิ	
	ติดราคา 520 บาท ลดราคา 10%

เลือกซื้อกระเป๋านักเรียนร้าน ราคาขาย บาท

ร้านท็อปพลาซ่า	
	ติดราคา 360 บาท ลดราคา 30%

ร้านบิกอิ	
	ติดราคา 330 บาท ลดราคา 50 บาท

เลือกซื้อเสื้อนักเรียนร้าน ราคาขาย บาท

ร้านท็อปพลาซ่า	
	ติดราคา 300 บาท ลดราคา 30%

ร้านบิกอิ	
	ติดราคา 270 บาท ลดราคา 20%

เลือกซื้อรองเท้านักเรียนร้าน ราคาขาย บาท

ร้านท็อปพลาซ่า	
	ติดราคา 320 บาท ลดราคา 15%

ร้านบิกอิ	
	ติดราคา 340 บาท ลดราคา 25%

เลือกซื้อรองเท้ากีฬาร้าน ราคาขาย บาท



แบบฝึกหัดที่ 9 การลดราคา

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ร้านค้าคิดราคาขายไมโครเวฟไว้ 3,200 บาท ลดราคา 20% ร้านค้าขายไมโครเวฟราคากี่บาท

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา 	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบ โดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

2. ร้านขายเฟอร์นิเจอร์ตกแต่งบ้านแห่งหนึ่งคิดราคาเตียงนอนไว้ 15,000 บาท ประกาศลดราคา 25% ร้านค้าแห่งนี้ขายเตียงนอนราคากี่บาท

ลด!
กระดาษ

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้





ใบงานที่ 9 การลดราคา

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. วินทร์บอกขายโต๊ะราคา 5,000 บาท ลดราคาให้ผู้ซื้อ 10% วินทร์ขายโต๊ะราคาเท่าไร



 ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบ โดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (ตามขั้นตอนที่ 4) ดังต่อไปนี้

146

2. ร้านค้าคิดราคาตู้ไว้ 8,200 บาท ลดราคา 50% ร้านค้าขายตู้ราคากี่บาท

วิธีทำ



.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

3. พ่อค้าบอกขายพัดลมราคา 2,400 บาท ลดราคาให้ลูกค้า 30% พ่อค้าขายพัดลมราคากี่บาท



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

4. ร้านค้าคิดราคาเครื่องชงกาแฟชดละ 23,800 บาท ประกาศลดราคา 20% ร้านค้าขายเครื่องชงกาแฟราคากี่บาท และลดราคากี่บาท



1. เครื่องชงกาแฟ SAECO Via Veneto Combi

(เครื่องชงกาแฟขนาดเล็ก ถ้ามชง 1 หัว มีที่บดเมล็ดในตัว เหมาะสำหรับผู้ที่เพิ่งเริ่มต้นธุรกิจ)



ราคาชดละ 23,800 บาท

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)

จำนวน 1 คาบ เวลา 60 นาที

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 ตัวชี้วัด ป 6/2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละ ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการหำกำไร ขาดทุน หรือ ลดราคาเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ ซึ่งคำตอบที่ได้ไม่ต้องเติมหน่วย

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และ แสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบเกี่ยวกับ โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับ การหาร้อยละได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

1. ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้และกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ส่วนร่วมในการเรียนรู้
3. ความรับผิดชอบ
4. ความรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)

ตัวอย่างที่ 1 สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท ขายไป 2,500 บาท สุกัญญาได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

- 1) สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท
- 2) ขายไป 2,500 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ สุกัญญาได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

ขั้นที่ 2 สรรว

โจทย์ต้องการทราบกำไรเป็นร้อยละ

ดังนั้นต้องทราบจำนวนเงินที่สุกัญญาขายได้กำไรก่อน

จากสุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท ขายไป 2,500 บาท

ราคาขายมากกว่าราคาทุน สุกัญญาได้กำไร $2,500 - 2,000 = 500$ บาท

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หาคำตอบได้ 2 วิธี คือ

- 1) บัญญัติไตรยางศ์
- 2) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

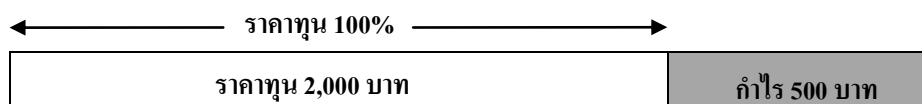
วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์

สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท ขายได้กำไร 500 บาท

สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 100 บาท ขายได้กำไร $100 \times \frac{500}{2,000} = 25$ บาท

ดังนั้นสุกัญญาขายโต๊ะได้กำไร 25%

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ Bar Model



สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท คิดเป็น 100%
 ขายได้กำไร 500 บาท คิดเป็น $\frac{500 \times 100}{2,000} = 25\%$
 ดังนั้นสุกัญญาขายโต๊ะได้กำไร 25%

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

หน่วยของคำตอบถูกต้องตรวจสอบคำตอบได้ดังนี้
 สุกัญญาได้กำไร 25% หมายความว่า ได้กำไร $\frac{25}{100}$ ของราคาทุน
 สุกัญญาซื้อโต๊ะราคา 2,000 บาท
 สุกัญญาได้กำไร $\frac{25}{100} \times 2,000 = 500$ บาท
 ดังนั้นสุกัญญาขายไป $2,000 + 500 = 2,500$ บาท
 สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดคำตอบมีความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 ภูริซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท ขายไป 28,000 บาท ภูริได้กำไรหรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

- 1) ภูริซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท
- 2) ขายไป 28,000 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ภูริได้กำไรหรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

ขั้นที่ 2 สำรวจ โจทย์ต้องการทราบกำไรหรือขาดทุนเป็นร้อยละ ดังนั้นต้องทราบว่าภูริ

ขายได้กำไรหรือขาดทุนและเป็นจำนวนเงินกี่บาทก่อน

จากภูริซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท ขายไป 28,000 บาท

ราคาทุนมากกว่าราคาขาย ภูริขาดทุน $35,000 - 28,000 = 7,000$ บาท

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หาคำตอบได้ 2 วิธี คือ

- 1) ปัญญาไตรยางศ์
- 2) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

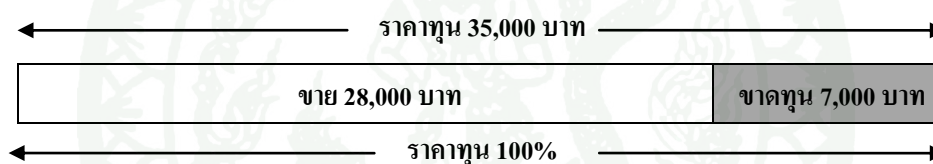
วิธีที่ 1 การใช้ปัญญาไตรยางศ์

กำไรซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท ขายขาดทุน 7,000 บาท

กำไรซื้อภาพวาดราคา 100 บาท ขายขาดทุน $100 \times \frac{7,000}{35,000} = 20$ บาท

ดังนั้นกำไรขายภาพวาดขาดทุน 20%

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ Bar Model



กำไรซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท คิดเป็น 100%

ขายขาดทุน 7,000 บาท คิดเป็น $\frac{7,000 \times 100}{35,000} = 20\%$

ดังนั้นกำไรขายภาพวาดขาดทุน 20%

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด

หน่วยของคำตอบถูกต้อง ตรวจสอบคำตอบได้ดังนี้

กำไรขาดทุน 20% หมายความว่า ขาดทุน $\frac{20}{100}$ ของราคาทุน

กำไรซื้อภาพวาดราคา 35,000 บาท

กำไรขาดทุน $\frac{20}{100} \times 35,000 = 7,000$ บาท

ดังนั้นกำไรขายไป $35,000 - 7,000 = 28,000$ บาท

สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดคำตอบมีความสมเหตุสมผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาและข้อสงสัยจากการทำใบงานที่ 9 เรื่องการลดราคา
2. ครูทบทวนทบทวนโจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 10 กำหนดเวลาในการทำ 10 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยและตรวจสอบความถูกต้อง
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหา และครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายขั้นตอนแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick และครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า จากขั้นตอนที่ 4 การแก้ปัญหด้วยวิธีบัญญัติไตรยางศ์ ต้องเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือกำไรเป็นร้อยละไว้ทางขวามือเสมอ
4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) มี 2 วิธี โดยใช้การถามตอบ
 - 1) บัญญัติไตรยางศ์
 - 2) แผนภาพ Bar Model
6. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 11 เรื่องโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ แสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ กำหนดเวลาในการทำ 5 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยโดยใช้การถามตอบ สำหรับนักเรียนที่ได้คำตอบแตกต่างกัน ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหของตนเอง โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูแจกใบงานที่ 10 เรื่องโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดที่ 10 เรื่องทบทวนโจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย
2. แบบฝึกหัดที่ 11 เรื่องโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)
3. ใบงานที่ 10 เรื่องโจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 80
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน	2. นักเรียนให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมประมาณร้อยละ 90
3. การทำแบบฝึกหัดที่ 10 เรื่องทบทวน โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย	3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 10 เรื่องทบทวน โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขาย ถูกต้องประมาณร้อยละ 95
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 11 เรื่องโจทย์ปัญหาการ ซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 11 เรื่องโจทย์ปัญหา การซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) ถูกต้องประมาณร้อยละ 85
5. การทำใบงานที่ 10 เรื่องโจทย์ปัญหาการ ซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)	5. นักเรียนทำใบงานที่ 10 เรื่องโจทย์ปัญหาการ ซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน) ถูกต้องประมาณร้อยละ 80

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนทบทวนเรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายจากการทำแบบฝึกหัดที่ 10 ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ สามารถตอบคำถามที่ครูถามเกี่ยวกับความหมายของการหาร้อยละกับการซื้อขาย (กำไร ขาดทุน) ได้ถูกต้อง พร้อมกับให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจตัวอย่างที่ครูนำเสนอ คิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาดตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ได้อย่างดี ผลจากการทำแบบฝึกหัดที่ 11 และใบงานที่ 10 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่แก้ปัญหาวด้วยยุทธวิธีบัญญัติไตรยางศ์ และมีนักเรียนบางคนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามากหลาย ได้แก่ บัญญัติไตรยางศ์และแผนภาพ Bar Model ข้อบกพร่องที่พบคือ นักเรียนบางคนลืมเขียนหน่วย นักเรียนบางคนสรุปคำตอบเป็นร้อยละและระบุหน่วยเป็นบาทพร้อมกัน ซึ่งไม่ถูกต้อง รวมทั้งมีความสับสนระหว่างคำว่าราคาทุนและราคาขาย ทำให้กระบวนการแก้ปัญหามิถูกต้องไปด้วย นอกจากนี้ในขั้นที่ 5 พบว่านักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบด้วยยุทธวิธีที่หลากหลายนอกเหนือจากที่ครูสอนในชั้นเรียน ได้แก่ เศษส่วนและบัญญัติไตรยางศ์



แบบฝึกหัดที่ 10 ทบทวนโจทย์ปัญหาเรื่องการซื้อขาย

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนจับคู่ข้อความโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคำตอบได้รูปวงกลมให้ถูกต้องแล้วเติมตัวอักษรที่อยู่บนกล่องข้อความลงในรูปวงกลม เพื่อไขรหัสลับต่อไปนี้

C

เสื้อราคาทุน 250 บาท
ขายได้กำไร 20%

R

โต๊ะราคาขาย 4,860 บาท
ขายได้กำไร 35%

E

ผ้าห่มราคาทุน 800 บาท
ขายขาดทุน 18%

P

ติดราคาขายไมโครเวฟ 5,400 บาท
ลดราคา 20%

N

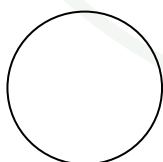
โทรทัศน์ราคาทุน 7,000 บาท
ขายได้กำไร 25%

T

กีตาร์ราคาขาย 4,800 บาท
ขายขาดทุน 14%

I

ติดราคาขายกล่องถ้ำรูป 9,200 บาท
ลดราคา 15%



ราคาขาย

4,320 บาท



ราคาทุน

3,600 บาท



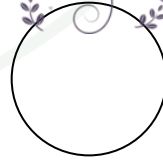
ราคาขาย

7,820 บาท



ราคาขาย

300 บาท



ราคาขาย

656 บาท





แบบฝึกหัดที่ 11 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ปัทมาซื้อแจกันราคา 1,000 บาท ขายไป 1,600 บาท ปัทมาได้กำไรร้อยละเท่าไร

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา 	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบ โดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้



2. นลินีซื้อชั้นวางหนังสือราคา 5,600 บาท ขายไป 4,760 บาท นลินีได้กำไรหรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์



ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้





ใบงานที่ 10 โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ (กำไร ขาดทุน)

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. สมคิดซื้อไม้เบดมินตันราคา 2,500 บาท ขายไป 3,200 บาท สมคิดได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

 ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์ กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (ตามขั้นตอนที่ 4) ดังต่อไปนี้



2. กัลยาซื้อจักรเย็บผ้าราคา 8,000 บาท ขายไป 6,800 บาท กัลยาขาดทุนร้อยละเท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

ตอบ

3. มาริโอขายไวโอลิน 4,500 บาท ถ้าราคาทุนที่ซื้อ 5,000 บาท มาริโอจะขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ



.....

.....

.....

ตอบ

4. อนันดาซื้อโคมไฟระย้าราคา 19,000 บาท ขายไป 24,700 บาท อนันดาได้กำไรหรือขาดทุน ร้อยละเท่าไร

วิธีทำ



.....

.....

.....

ตอบ

5. ชาคริตซื้อรถยนต์ราคา 750,000 บาท ขายไป 540,000 บาท ชาคริตได้กำไรหรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

.....

.....

.....

ตอบ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง

จำนวน 1 คาบ เวลา 60 นาที

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 ตัวชี้วัด ป 6/2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละ ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ตัวชี้วัด ป 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง เป็นโจทย์ปัญหาการซื้อขายสิ่งของ ขึ้นเดียวกันมากกว่า 1 ครั้ง ซึ่งยังคงใช้หลักเกณฑ์และวิธีการเดิมในการคิดคำนวณหาราคาทุน ราคาขาย กำไร ขาดทุน และการลดราคา

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และ แสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบเกี่ยวกับ โจทย์ปัญหาร้อยละกับการ ซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้งได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถใน

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

1. ส่วนร่วมในการเรียน และกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้
3. ความรับผิดชอบ
4. ความรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง

ตัวอย่างที่ 1 ร้านค้าขายตู้เสื้อผ้าราคา 7,200 บาท ขาดทุน 10% ถ้าต้องการกำไร 10% ร้านค้าต้องขายตู้เสื้อผ้าราคาเท่าไร

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

- 1) ร้านค้าขายตู้เสื้อผ้าราคา 7,200 บาท ขาดทุน 10%
- 2) ร้านค้าขายตู้เสื้อผ้าตู้เดิม แต่ต้องการกำไร 10%

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ร้านค้าต้องขายตู้เสื้อผ้าราคาเท่าไร

ขั้นที่ 2 ดำเนินการ

โจทย์ต้องการทราบราคาขาย จึงต้องหาต้นทุนของตู้เสื้อผ้าก่อน
ดังนั้นต้องคิด 2 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 หาราคาต้นทุนจากการขายตู้เสื้อผ้าราคา 7,200 บาท ขาดทุน 10%

ครั้งที่ 2 หาราคาขายถ้าต้องการกำไร 10%

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หากคำตอบได้ 2 วิธี คือ

- 1) บัญญัติไตรยางศ์
- 2) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์

ครั้งที่ 1 ขาดทุน 10% หมายความว่า ทุน 100 บาท ขายไป 90 บาท

ร้านค้าขายเสื้อผ้านี้ราคา 90 บาท จากราคาทุน 100 บาท

ร้านค้าขายเสื้อผ้านี้ราคา 7,200 บาท จากราคาทุน $7,200 \times \frac{100}{90} = 8,000$ บาท

ดังนั้นเสื้อผ้านี้มีราคาทุน 8,000 บาท

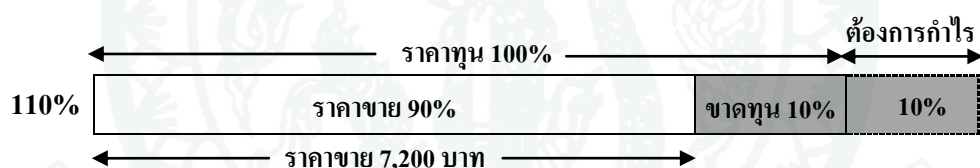
ครั้งที่ 2 ต้องการกำไร 10% หมายความว่า ทุน 100 บาท ต้องการขาย 110 บาท

ถ้าร้านค้าซื้อเสื้อผ้านี้ราคา 100 บาท ต้องการขายราคา 110 บาท

ร้านค้าซื้อเสื้อผ้านี้ราคา 8,000 บาท ต้องการขายราคา $8,000 \times \frac{110}{100} = 8,800$ บาท

ดังนั้นร้านค้าต้องขายเสื้อผ้านี้ราคา 8,800 บาท

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ Bar Model



ราคาขาย 90% คิดเป็นเงิน 7,200 บาท

ถ้าต้องการขายราคา 110% คิดเป็นเงิน $\frac{110 \times 7,200}{90} = 8,800$ บาท

ดังนั้นร้านค้าต้องขายเสื้อผ้านี้ราคา 8,800 บาท

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด ตรวจสอบคำตอบได้ดังนี้

วิธีที่ 1 ถ้าแก้ปัญหาคำถามโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์

ร้านค้าต้องการขายเสื้อผ้านี้ราคา 8,800 บาท จากราคาทุน 8,000 บาท

ร้านค้าต้องการกำไร $8,800 - 8,000 = 800$ บาท

ราคาทุน 8,000 บาท ต้องการกำไร 800 บาท

ราคาทุน 100 บาท ต้องการกำไร $100 \times \frac{800}{8,000} = 10$ บาท

ดังนั้นร้านค้าต้องการกำไร 10%

สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบมีความสมเหตุสมผล

วิธีที่ 2 ถ้าแก้ปัญหาด้วยการใช้แผนภาพ Bar Model

ต้องการขายราคา 110% คิดเป็นเงิน 8,800 บาท

ตั้งราคาขาย 90% คิดเป็นเงิน $\frac{90 \times 8,800}{110} = 7,200$ บาท

ดังนั้นร้านค้าขายผู้เสียผู้ราคา 7,200 บาท

สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบมีความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 พ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา 12,000 บาท ตีราคาขายโดยต้องการกำไร 35% ต่อมาตีป้ายลดราคา 20% พ่อค้าขายโทรทัศน์เครื่องนี้ราคากี่บาท

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

1) พ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา 12,000 บาท ตีราคาขายโดยต้องการกำไร 35%

2) พ่อค้าขายโทรทัศน์เครื่องเดิม แต่ต่อมาตีป้ายลดราคา 20%

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ พ่อค้าต้องขายโทรทัศน์เครื่องนี้ราคากี่บาท

ขั้นที่ 2 สรุปรว

โจทย์ต้องการทราบราคาขายหลังจากลดราคา จึงต้องรู้ว่าพ่อค้า

ตีราคาโทรทัศน์กี่บาท ดังนั้นต้องคิด 2 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 หาราคาขายที่คิดโทรทัศน์ไว้จากพ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา

12,000 บาท ตีราคาขายโดยต้องการกำไร 35%

ครั้งที่ 2 หาราคาขายของโทรทัศน์เครื่องนี้เมื่อตีป้ายลดราคา 20%

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา หากคำตอบได้ 2 วิธี คือ

1) บัญญัติไตรยางศ์

2) แผนภาพ Bar Model

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การใช้บัญญัติไตรยางศ์

ครั้งที่ 1 ต้องการกำไร 35% หมายความว่า หุน 100 บาท ต้องการขาย 135 บาท

ถ้าพ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา 100 บาท ต้องการขาย 135 บาท

พ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา 12,000 บาท ต้องการขาย $12,000 \times \frac{135}{100} = 16,200$ บาท

ดังนั้นพ่อค้าตีราคาขายโทรทัศน์ 16,200 บาท

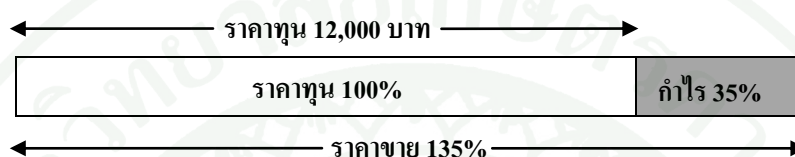
ครั้งที่ 2 ลดราคา 20% หมายความว่า คิดราคาขาย 100 บาท ขายไป 80 บาท

คิดราคาขาย 100 บาท ขายไป 80 บาท

คิดราคาขาย 16,200 บาท ขายไป $16,200 \times \frac{80}{100} = 12,960$ บาท

ดังนั้นพ่อค้าขายโทรทัศน์เครื่องนี้ราคา 12,960 บาท

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ Bar Model

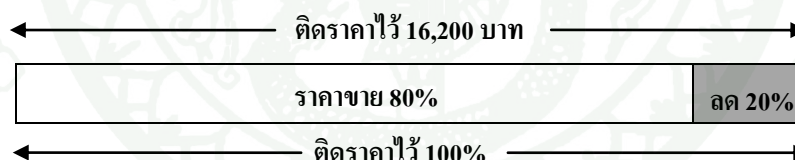


ราคาทุน 100% คิดเป็นเงิน 12,000 บาท

ราคาขาย 135% คิดเป็นเงิน $\frac{135 \times 12,000}{100} = 16,200$ บาท

ดังนั้นพ่อค้าคิดราคาขายโทรทัศน์ 16,200 บาท

ต่อมาพ่อค้าคิดป้ายลดราคา 20%



คิดราคาขายไว้ 100% คิดเป็นเงิน 16,200 บาท

ราคาขาย 80% คิดเป็นเงิน $\frac{80 \times 16,200}{100} = 12,960$ บาท

ดังนั้นพ่อค้าขายโทรทัศน์เครื่องนี้ราคา 12,960 บาท

ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด ตรวจสอบคำตอบได้ดังนี้

พ่อค้าซื้อโทรทัศน์ราคา 12,000 บาท พ่อค้าต้องการกำไร $16,200 - 12,000 = 4,200$ บาท

ราคาทุน 12,000 บาท ต้องการกำไร 4,200 บาท

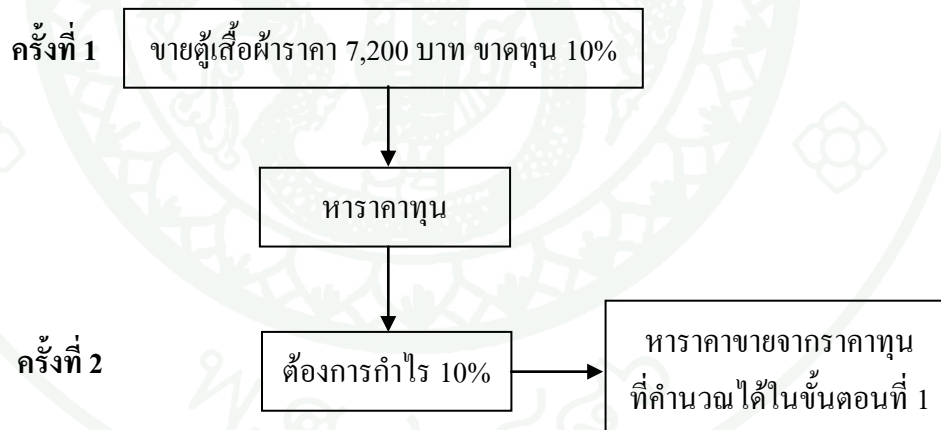
ถ้าราคาทุน 100 บาท ต้องการกำไร $100 \times \frac{4,200}{12,000} = 35$ บาท

ดังนั้นพ่อค้าคิดราคาขายต้องการกำไร 35%

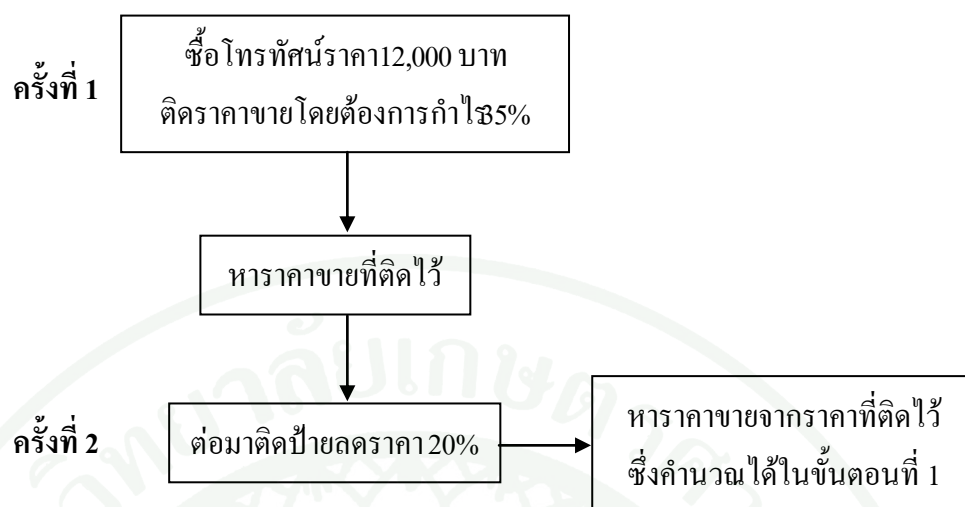
สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบมีความสมเหตุสมผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาและข้อสงสัยจากการทำใบงานที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาการซื้อขายกับการหาร้อยละ
2. ครูแนะนำการซื้อขายกับนักเรียนว่า การซื้อขายในชีวิตจริงบางครั้งสิ่งของชิ้นเดียวกันสามารถทำการซื้อขายได้มากกว่า 1 ครั้ง เช่น แม่ค้าซื้อสินค้าจากร้านขายส่งสินค้าเพื่อนำไปขายปลีก ร้านขายรถยนต์มือสองรับซื้อรถยนต์ที่ผ่านการใช้งานมาแล้วเพื่อนำไปขายต่อ เป็นต้น สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาหรือลดกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง การคิดคำนวณหาราคาทุน ราคาขาย กำไร ขาดทุน และการลดราคา ยังคงใช้หลักเกณฑ์และวิธีการเหมือนเดิม
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โจทย์ปัญหาหรือลดกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย สำหรับขั้นตอนที่ 2 สืบหาวิธีการแก้ปัญหา ครูเขียนแผนภาพประกอบการทำความเข้าใจ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดดังนี้



4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และใช้การถามตอบประกอบการอธิบายการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik สำหรับขั้นตอนที่ 2 สืบหาวิธีการแก้ปัญหา ครูเขียนแผนภาพประกอบการทำความเข้าใจ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดดังนี้



5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง มี 2 วิธี คือ บัญญัติไตรยางศ์ และแผนภาพ Bar Model และสรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบ

6. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ แสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ กำหนดเวลาในการทำ 15 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยโดยใช้การถามตอบ สำหรับนักเรียนที่ได้คำตอบแตกต่างกัน ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

7. ครูแจกใบงานที่ 12 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง
2. ใบงานที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 70
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน	2. นักเรียนให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมประมาณร้อยละ 85
3. การทำแบบฝึกหัดที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหา ร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง	3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหา ร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง ถูกต้องประมาณร้อยละ 80
4. การทำใบงานที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหา ร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง	4. นักเรียนทำใบงานที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหา ร้อยละกับการซื้อขายที่มากกว่า 1 ครั้ง ถูกต้องประมาณร้อยละ 70

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจ ตั้งใจเรียนในสิ่งที่ครูสอน ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี เมื่อครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 โดยการถามตอบกับนักเรียน พบว่านักเรียนบางคนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนคิดว่า ร้านค้าขายสินค้าขาดทุน 10% แต่ต้องการขายกำไร 10% ดังนั้นร้านค้าจะยังคงขายราคาเดิมคือ 7,200 บาท ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูแก้ปัญหาโดยการอธิบายและเน้นย้ำกับนักเรียนทั้งชั้นว่า การตั้งราคาขายสินค้าโดยกำหนดกำไร 10% นั้น นักเรียนต้องทราบราคาทุนของสินค้าก่อน ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากข้อความที่ว่า ร้านค้าขายเสื้อผ้าราคา 7,200 บาท ขาดทุน 10% เพื่อหารราคาทุนจากราคาขาย ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาลักษณะที่ 1 นอกจากนี้พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจการเลือกยุทธวิธีแผนภาพ Bar Model ในแก้ปัญหา แต่นักเรียนยังสับสนการวาดแผนภาพพอสมควร ครูจึงอธิบายให้นักเรียนทั้งชั้นฟังซ้ำอีกครั้งอย่างช้าๆ พร้อมกับแสดงการวาดแผนภาพประกอบ

ผลจากการทำแบบฝึกหัดที่ 14 และใบงานที่ 12 พบว่า นักเรียนใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และพบข้อผิดพลาดคือ ขั้นที่ 1 อ่าน โจทย์ปัญหา มีนักเรียนบางคนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วน ขั้นที่ 2 ตำรวจ มีนักเรียนบางคนเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน และเขียนเพียงข้อความสั้นๆ ไม่ชัดเจน แต่สามารถดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา มีนักเรียนระบุยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ขั้นที่ 4 แก้ปัญหานักเรียนที่เลือกใช้ยุทธวิธีแผนภาพ Bar Model วาดแผนภาพไม่ถูกต้อง ครูจึงเน้นย้ำกับนักเรียนทั้งชั้นถึงข้อผิดพลาดดังกล่าวและอธิบายถึงวิธีการที่ถูกต้องกับนักเรียนโดยใช้การถามตอบ ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิดพบว่านักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบที่หลากหลาย สามารถเชื่อมโยงเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง





แบบฝึกหัดที่ 14 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายมากกว่า 1 ครั้ง

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ร้านค้าขายวิทยุราคา 3,600 บาท ได้กำไร 20% ถ้าต้องการกำไร 30% ต้องขายวิทยุราคาเท่าไร

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหา 	- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
ขั้นที่ 2 สำรวจ	ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี
ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา	
ขั้นที่ 5 มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดและขยายความคิด	ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้



2. กรณีซื้อคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งราคา 20,000 บาท แล้วขายให้พรชัยขาดทุน 25%
 พรชัยขายต่อได้กำไร 15% พรชัยขายคอมพิวเตอร์เครื่องนี้ราคากี่บาท



ขั้นที่ 1

อ่านโจทย์ปัญหา

- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร

.....

- สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....



ขั้นที่ 2

สำรวจ

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

.....

ขั้นที่ 3

เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

ขั้นที่ 4

แก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 5

มองย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์
กำหนดและขยายความคิด

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

.....





ใบงานที่ 12 โจทย์ปัญหาร้อยละกับการซื้อขายมากกว่า 1 ครั้ง

เรื่อง บทประยุกต์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (ตามขั้นตอนที่ 4) ดังต่อไปนี้

1. ร้านค้าขายรองเท้าคู่นึงราคา 1,700 บาท ขาดทุน 15% ถ้าต้องการกำไร 20% ร้านค้าต้องตั้งราคา
รองเท้าคู่นี้กี่บาท

วิธีทำ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

2. ร้านขายรถยนต์มือสองซื้อรถยนต์ราคา 320,000 บาท คิดราคาขายโดยต้องการกำไร 15%
แต่ต่อมาลดราคาให้ลูกค้า 10% จากราคาที่คิดไว้ร้านขายรถยนต์มือสองจะขายรถยนต์ราคากี่บาท

วิธีทำ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

3. ญาญาซื้อที่ดินแปลงหนึ่งราคา 550,000 บาท แล้วขายให้ณเดชได้กำไร 15% ณเดชประกาศขายต่อได้กำไร 20% ณเดชขายที่ดินแปลงนี้ราคาเท่าไหร่

วิธีทำ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

4. พ่อค้าคิดราคาขายเก้าอี้โซฟาไว้ 24,000 บาท เมื่อขายจริงลดให้ลูกค้า 10% แล้วยังได้กำไร 20% พ่อค้าซื้อเก้าอี้โซฟาราคาเท่าไหร่

วิธีทำ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

มีเม็ดเงินรายนับไม่ถ้วนจำนวนทราย
คนทั้งหลายนับไม่ถ้วนในคุณค่า
ทรายจะแกร่งก็เพราะผ่านกาลเวลา
คนจะกล้าก็เพราะผ่านความอดทน





ภาคผนวก ข

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

ตารางผนวกที่ ข1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

สาระการเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด			รวม (ข้อ)
	ความรู้ความจำ (ข้อที่)	ความเข้าใจ (ข้อที่)	การนำไปใช้ (ข้อที่)	
1. โจทย์ปัญหาการคูณ และ การหาร(บัญญัติไตรยางศ์)	-	2 (ข้อ 1-2)	1 (ข้อ 3)	3
2. ความหมายของร้อยละ	2 (ข้อ 4-5)	-	-	2
3. การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ	-	-	2 (ข้อ 6-7)	2
4. โจทย์ปัญหาการหาร้อยละ	-	-	2 (ข้อ 8-9)	2
5. โจทย์ปัญหาร้อยละ กับการซื้อขาย (หาราคาขาย เมื่อได้กำไรหรือขาดทุน)	-	-	2 (ข้อ 10-11)	2
6. โจทย์ปัญหาร้อยละ กับการซื้อขาย (หาราคาทุน เมื่อได้กำไรหรือขาดทุน)	-	-	2 (ข้อ 12-13)	2
7. โจทย์ปัญหาร้อยละ กับการลดราคา	1 (ข้อ 14)	-	1 (ข้อ 15)	2
8. โจทย์ปัญหาการซื้อขาย กับการหาร้อยละ	-	-	2 (ข้อ 16-17)	2
9. โจทย์ปัญหาร้อยละกับการ ซื้อขายมากกว่า 1 ครั้ง	-	-	1 (ข้อ 18)	1
10. โจทย์ปัญหาการคิดดอกเบี้ย	-	-	2 (ข้อ 19-20)	2
รวม	3	2	15	20



ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจงแบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 20 คะแนน ใช้เวลา 60 นาที

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย **X** ลงในช่องที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ
ในแต่ละข้อของกระดาษคำตอบ

1. สมุด 1 โหล ราคา 72 บาท ถ้าซื้อสมุด 30 เล่ม ต้องเสียเงินกี่บาท

ก. 102 บาท	ข. 150 บาท
ค. 180 บาท	ง. 360 บาท
2. สุนทรซื้อกระดาษ 5 แผ่น ในราคา 15 บาท ถ้าต้องการซื้อเพิ่มอีก 14 แผ่น จะต้องเสียเงินเพิ่มอีกกี่บาท

ก. 32 บาท	ข. 42 บาท
ค. 57 บาท	ง. 70 บาท
3. ร้านเครื่องเขียนแห่งหนึ่งขายปากกา 2 ด้าม ราคาเท่ากับไม้บรรทัด 3 เล่ม ถ้าปากกา 1 ด้ามละ 9 บาท อยากทราบว่าไม้บรรทัด 5 เล่ม ราคาเท่าไร

ก. 30 บาท	ข. 35 บาท
ค. 45 บาท	ง. 54 บาท
4. ข้อใดเขียนความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง

ก. $0.5 = 5\%$	ข. $\frac{3}{4} = 25\%$
ค. $0.01 = 100\%$	ง. $\frac{1}{5} = 20\%$
5. แม่ค้าขายผลไม้ร้านหนึ่งขายผลไม้ทั้งหมด 120 ผล เป็นแตงโม 35% ของจำนวนผลไม้ทั้งหมดที่เหลือเป็นมะม่วง แม่ค้าขายมะม่วงกี่ผล

ก. 35 ผล	ข. 65 ผล
ค. 78 ผล	ง. 90 ผล



ภาคผนวก ง

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. ริมบ้นยาว 30 หลา ราคา 165 บาท ถ้าธิดามีเงิน 550 บาท ธิดาจะซื้อริมบ้นได้ยาวกี่หลา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

2. ในปีนี้จำนวนสัตว์ของฟาร์มแห่งหนึ่งเพิ่มขึ้นอีก 10% เป็น 132 ตัว อยากทราบว่าปีที่แล้วฟาร์มแห่งนี้มีจำนวนสัตว์ทั้งหมดกี่ตัว และปีนี้มีจำนวนสัตว์เพิ่มขึ้นจากปีที่แล้วกี่ตัว

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

3. ร้านค้าแห่งหนึ่งคิดราคาขายโทรทัศน์ไว้ 12,000 บาท แต่ขายไป 10,200 บาท ร้านค้าลดราคา
ร้อยละเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

4. ภูริซื้อเงาะ 35 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 24 บาท ขายไปได้เงิน 1,050 บาท ภูริจะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

5. พ่อค้าลดราคาขายสร้อยคอเส้นหนึ่ง 24,000 บาท ได้กำไร 20% ช่วงเทศกาลปีใหม่พ่อค้าลดราคาให้ 15% พ่อค้ายังคงได้กำไรกี่บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

นักเรียนหาคำตอบโดยวิธี

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ



ภาคผนวก จ
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผศ.ดร. ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาการสอน
คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์รัตนา ทองสินธุ์ ครู คศ.2 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนอนุบาลปัตตานี
3. อาจารย์ปิยนันท์ เจ๊ะอาลี ครู คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียน
อนุบาลปัตตานี

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล	นางสาวนิยุสนี อามะ
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 13 มีนาคม พ.ศ. 2528
สถานที่เกิด	จังหวัดปัตตานี
ประวัติการศึกษา	ปีการศึกษา 2551 ปริญญาการศึกษบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ ครุ ค.ศ. 1
ตำแหน่งปัจจุบัน	โรงเรียนเมืองปัตตานี
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ทุนการศึกษาจากโครงการผลิตครูการศึกษาขั้น พื้นฐานระดับปริญญาตรี (หลักสูตร 5 ปี)
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	ทุนอุดหนุนการค้นคว้าและวิจัยประเภท วิทยานิพนธ์ ระดับบัณฑิตศึกษา ประจำปี งบประมาณ 2555 จากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์