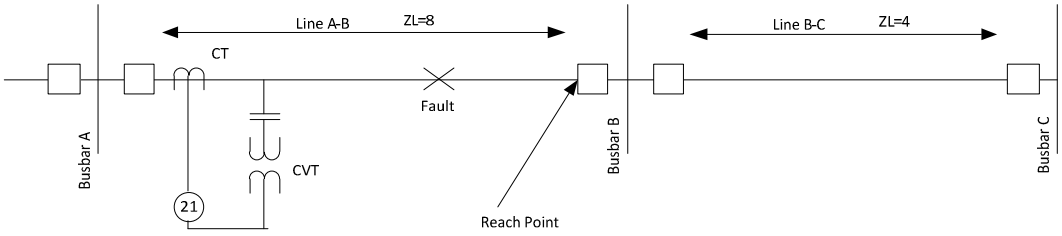
บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การป้องกันสายส่งแรงสูงได้มีการพัฒนามาโดยตลอด ซึ่งลักษณะของวงจรป้องกันสายส่งที่ดีควรมี ความน่าเชื่อถือในการทำงาน (Reliability) ความสามารถในการตรวจสอบทิศทางของตำแหน่งที่เกิดฟอลต์ และสามารถในการแยกแยะฟอลต์ได้ว่าเกิดภายในขอบเขตป้องกันหรือไม่ (Selectivity) ความสามารถทำหน้าที่เป็นระบบป้องกันเสริมระยะไกล (Remote Back Up Protection) ให้กับรีเลย์ป้องกันอื่น ๆ ที่มีขอบเขตการป้องกันซึ่งอยู่ถัดไปและความสามารถทำงานประสาน (Coordination) ร่วมกับรีเลย์ป้องกันวงจรสายส่งไฟฟ้าอื่น ๆ ได้อีกด้วย ซึ่งรีเลย์ป้องกันที่ดีควรมีคุณสมบัติครบถ้วน รีเลย์ตรวจวัดระยะทางที่เกิดฟอลต์ (Distance Relay) ใช้เป็นการรีเลย์ป้องกันวงจรสายส่งไฟฟ้า แต่จะไม่เหมาะสมกับสายส่งไฟฟ้าที่มีระยะสั้นมาก ๆ และรีเลย์ป้องกันหลักที่จะนำมาใช้แทนคือ รีเลย์ผลต่างค่ากระแสไฟฟ้า (Line Current Differential Relay) หรือรีเลย์ผลต่างเฟสกระแสไฟฟ้า (Phase Comparison Differential Relay)

2.1 การป้องกันแบบระยะทาง (Distance protection)

โดยพื้นฐานแล้วรีเลย์ระยะทางนั้นจะทำงานเมื่อฟอลต์อยู่ภายในหรือภายนอกขอบเขตป้องกันก็ได้ คุณสมบัติที่สำคัญของรีเลย์ระยะทางคือจะไม่ขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของค่าอิมพีแดนซ์แหล่งจ่าย (Source Impedance) หลักการตรวจสอบฟอลต์ของรีเลย์ระยะทางคือตรวจวัดค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรสายส่งไฟฟ้าเมื่อเกิดฟอลต์ (ซึ่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางหรือความยาวของสายส่งไฟฟ้านับจากรีเลย์ไฟยังตำแหน่งที่เกิดฟอลต์) โดยจะต้องมีการใช้ทั้งค่าแรงดันไฟฟ้าและค่ากระแสไฟฟ้าร่วมกันเพื่อคำนวณวัดตำแหน่งที่เกิดฟอลต์ ดังแสดงในภาพที่ 2.1 แล้วนำค่ามาเปรียบเทียบกับอิมพีแดนซ์ในตำแหน่งของปลายวงจรสายส่งที่เรียกว่า Reach Point ถ้าค่าอิมพีแดนซ์ที่รีเลย์คำนวณได้น้อยกว่าค่าที่ใช้อ้างอิง นั่นหมายความว่ามีฟอลต์เกิดขึ้นบนวงจรสายส่งไฟฟ้า ซึ่งไม่ใช่ฟอลต์เกิดขึ้นบนวงจรสายส่งไฟฟ้าที่อยู่ถัดไป รีเลย์จึงสามารถแยกแยะได้ว่าฟอลต์เกิดขึ้นภายในขอบเขตการป้องกันจริงหรือไม่



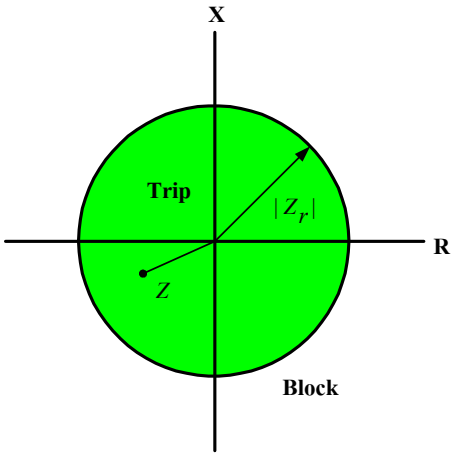
ภาพที่ 2.1 การป้องกันวงจรสายส่งไฟฟ้าด้วยรีเลย์ระยะทาง (Distance Relay)

หลักการทำงานของรีเลย์ระยะทางนั้นจำเป็นต้องตรวจวัดค่ากระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าไปพร้อมกัน และนำค่าแรงดันไฟฟ้าไปหารด้วยค่ากระแสไฟฟ้าเพื่อให้ได้ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งนั้นดังสมการที่ 2.1

$$Z = \frac{V}{I} \tag{2.1}$$

การทำงานของรีเลย์ระยะทางจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์คือ กระแสไฟฟ้า แรงดันไฟฟ้า และมุมระหว่างกระแสไฟฟ้ากับแรงดันไฟฟ้า ดังนั้นการวิเคราะห์การทำงานสำหรับ ฟอลต์ในแต่ละกรณี จากพารามิเตอร์ดังกล่าวจะทำได้ยากเนื่องจากค่าแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าแปรไปตามกรณีการเกิดฟอลต์เพื่อเป็นการแก้ปัญหานี้ในการวิเคราะห์ผลการทำงานของรีเลย์ระยะทางจะใช้ ระนาบเชิงซ้อน (Complex plane) แสดงถึงค่าอิมพีแดนซ์ของระบบที่รีเลย์มองเห็นโดยเป็นค่าอิมพีแดนซ์ลำดับบวก (Positive Sequence Impedance) ขั้นตอนในการตัดสินใจของรีเลย์จะใช้การเปรียบเทียบค่าอิมพีแดนซ์ที่รีเลย์ตอบสนองเทียบกับค่าที่กำหนดไว้ (Z_r) ตามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\begin{aligned} |Z_r| > |Z| \quad & \text{trip} \\ |Z_r| < |Z| \quad & \text{block} \end{aligned} \tag{2.2}$$



ภาพที่ 2.2 แสดงระนาบเชิงซ้อน (Complex plane) การทำงานของรีเลย์ระยะทาง

จากการเปรียบเทียบค่าอิมพีแดนซ์นี้เองทำให้บางครั้งจะเรียกรีเลย์รูปแบบนี้ว่า อิมพีแดนซ์รีเลย์ (Impedance Relay) จะใช้อุปกรณ์เปรียบเทียบขนาด (Amplitude Comparator) เปรียบเทียบขนาดแรงดันไฟฟ้ากับขนาดของกระแสไฟฟ้าคูณด้วยอิมพีแดนซ์เทียม (Replica Impedance (Z_r)) รีเลย์จะทำงานเมื่อ

$$V < IZ_r \tag{2.3}$$

หรืออาจมองได้ว่าเป็นการเปรียบเทียบขนาดของ

$$V / I = Z \tag{2.4}$$

นั่นคือรีเลย์จะทำงานเมื่อ

$$Z < Z_r \tag{2.5}$$

Z_r คืออิมพีแดนซ์ที่ตั้งค่าไว้

ผลการลดลงของอิมพีแดนซ์นี้สามารถนำมาเปรียบเทียบกับค่าอิมพีแดนซ์ในสภาวะปกติ และค่าอิมพีแดนซ์ต่อหน่วยความยาวก็สามารถที่จะคำนวณหาระยะทางหรือตำแหน่งที่เกิดฟอลต์ได้ ดังสมการที่ 2.6

$$Location = \frac{Z}{m} = \frac{V}{mI} \tag{2.6}$$

เมื่อ m คือค่าอิมพีแดนซ์ต่อหน่วยความยาว (ohm/km)

จากจุดนี้สามารถนำมาใช้ประโยชน์ในระบบการป้องกันแบบโซน (Zone protection) ได้ สำหรับการระบุประเภทของฟอลต์ว่าเกิดที่เฟสใดนั้นอาศัยการพิจารณาเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของกระแสในแต่ละเฟส รวมการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของกระแสลำดับศูนย์เพื่อบอกว่าเป็นการลัดวงจรลงดิน (Ground fault) หรือไม่

แม้ว่ารีเลย์ระยะทางจะมีคุณสมบัติหลายประการที่เหมาะกับการป้องกันวงจรสายส่งไฟฟ้าแต่ก็มีข้อด้อยคือไม่สามารถให้สัญญาณความเร็ว (High-speed Trip) ได้พร้อม ๆ กันสำหรับเซอร์กิตเบรกเกอร์ทั้งสองด้านของวงจรสายส่งไฟฟ้า หากฟอลต์นั้นเกิดขึ้นบริเวณปลายด้านหนึ่งของสายส่งไฟฟ้าและสายส่งไฟฟ้านั้นมีระยะสั้น ๆ จะทำให้รีเลย์ระยะทางนั้นมีปัญหาในการตรวจวัดค่า

ฟอลต์อิมพีแดนซ์ นอกจากนี้ในการออกแบบระบบป้องกันสำหรับสายเคเบิลใต้ดินแรงสูง (HV Underground Cable) วิศวกรระบบป้องกันมักจะเลือกใช้รีเลย์ผลต่างค่ากระแสไฟฟ้า (Line Current Differential Relay) เพราะมีความน่าเชื่อถือในการทำงานและสามารถกำหนดค่า (Setting) ได้ง่ายกว่าเนื่องจากสายส่งเคเบิลใต้ดินมีส่วนประกอบเป็นแบบ การต่ออนุกรมของค่าความต้านทานไฟฟ้าและค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้า (Series Resistance-Inductance) บวกกับการต่อขนานกับค่าความจุไฟฟ้า (Shunt Capacitance)

2.2 การป้องกันแบบผลต่างค่ากระแสไฟฟ้า (Line Current Differential protection)

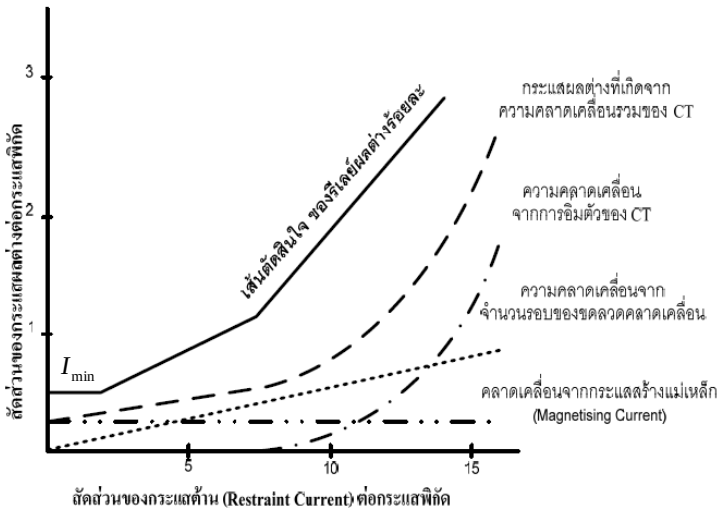
หลักการทำงานของรีเลย์แบบผลต่างกระแสไฟฟ้ามีพื้นฐานมาจากกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff Current Law) ที่ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าวงจรไฟฟ้าจะต้องเท่ากับศูนย์ ในกรณีที่มีการส่งจ่ายกระแสไฟฟ้าผ่านวงจรส่งไฟฟ้าตามปกติ หรือเกิดฟอลต์ภายนอกวงจรสายส่งไฟฟ้า กระแสไฟฟ้าเข้าวงจรสายส่งไฟฟ้าจะมีขนาดเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากวงจรสายส่งไฟฟ้านั้น แต่จะมีทิศทางตรงกันข้าม ทำให้ค่าผลรวมของเวกเตอร์กระแสไฟฟ้าทั้งสองเท่ากับศูนย์ เมื่อไม่มีผลต่างกระแสไฟฟ้าเกิดขึ้นจึงจะไม่มีกระแสไหลผ่านขดลวดทำงาน (Operating Coil) รีเลย์จึงไม่ทำงาน แต่ถ้าเกิดฟอลต์บนวงจรสายส่งไฟฟ้า ผลรวมของเวกเตอร์กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าวงจรสายส่งจะมีค่ามาก โดยกระแสไฟฟ้าดังกล่าวจะไหลผ่านขดลวดทำงาน (Operating Coil) ทำให้รีเลย์ทำงาน การคำนวณค่าผลต่างกระแสไฟฟ้าอาจจะเกิดผิดพลาดจนกระทั่ง รีเลย์ทำงานโดยไม่จำเป็น เช่น การแปลงสัญญาณกระแสไฟฟ้าไปเป็นข้อมูลโดยใช้การสุ่มค่าแบบคงที่ (Fixed Sampling Rate) จะทำให้ข้อมูลค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้เป็นค่าอย่างทันที (Instantaneous Value) จากรูปคลื่นกระแสที่มีค่ากระแสไฟฟ้าตรง (DC offset) และฮาร์โมนิกต่าง ๆ รวมอยู่ด้วย จึงต้องมีการกรองสัญญาณเสียก่อน แต่ก็อาจจะมีค่าผิดพลาดบ้าง ดังนั้นเพื่อให้เกิดเสถียรภาพและความปลอดภัย รีเลย์ผลต่างค่ากระแสไฟฟ้า (Line Current Differential protection) จึงควรใช้แบบชนิด Percentage Restrain Differential Relay ซึ่งค่าผลต่างกระแสไฟฟ้าจะได้จากเวกเตอร์รวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าวงจรสายส่งและค่ากระแสไฟฟ้าต้าน (Restraint Current) จะได้จากค่าเปอร์เซ็นต์ของค่าผลรวมของขนาดกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าวงจรสายส่ง

$$I_{operate} = \left|I_1 + I_2\right| \tag{2.7}$$

$$I_{restrain} = k \times \left[\left|I_1\right| + \left|I_2\right|\right] \tag{2.8}$$

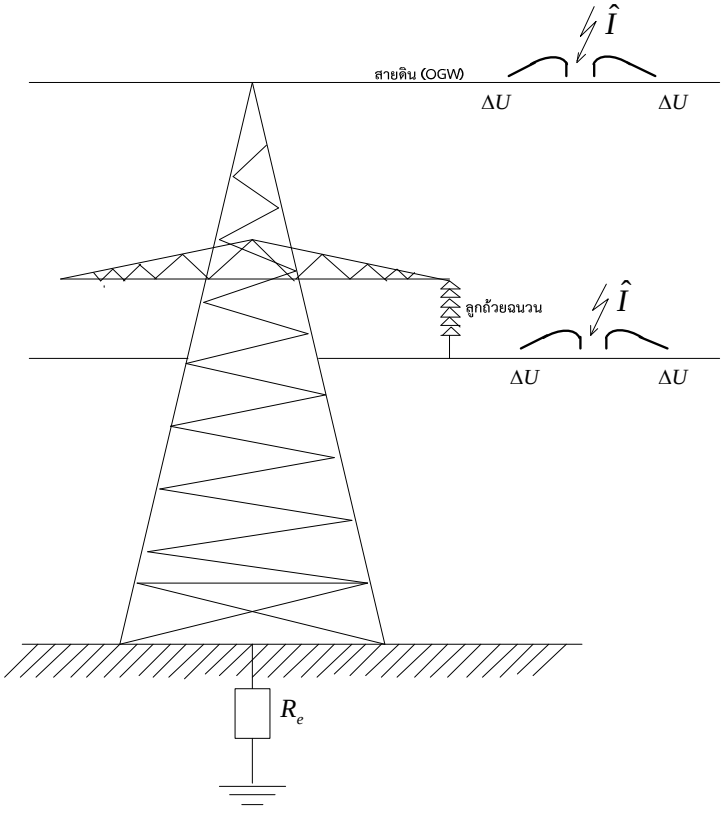
เงื่อนไขการทำงานของรีเลย์

$$I_{operate} > I_{\min} + I_{restrain} \tag{2.9}$$



ภาพที่ 2.3 คุณลักษณะการทำงานของรีเลย์ผลต่างร้อยละ

2.3 คลื่นจร (Traveling wave)

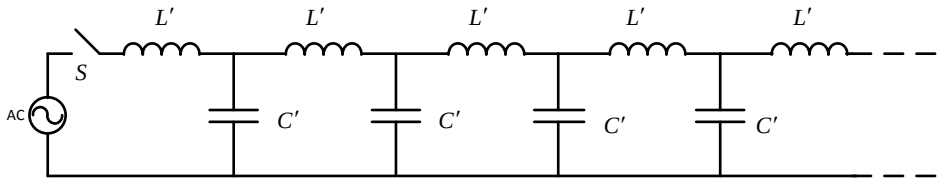


ภาพที่ 2.4 ฟ้าผ่าลงบนสายส่งทำให้เกิดแรงดันเสิร์จเป็นคลื่นจร

จากภาพที่ 2.4ได้แสดงถึงคลื่นจร คือเมื่อมีฟ้าผ่าลงบนวงจรสายส่งไฟฟ้าทำให้เกิดแรงดันเกินเสิร์จ และเคลื่อนที่หรือจรไปบนสายส่งทั้งสองด้านของจุดที่ฟ้าผ่าลง การจะพิจารณาเป็นคลื่นจร เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าทางไฟฟ้าในช่วงเวลาคิด เช่น คลื่นฟ้าผ่าคิดเวลาเป็นไมโครวินาที (μs) คลื่นกระแสสลับ 50 เฮิรตซ์ (Hz) เวลาเป็น มิลลิวินาที (ms) คลื่นทรานเซี้ยนต์เร็ว (fast transient) เป็น ns เป็นต้น หรือการพิจารณาเป็นคลื่นจร เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงในช่วงระยะทางที่พิจารณา เช่น ความยาวของสายเคเบิลวัดแรงดันอิมพัลส์รูปคลื่นฟ้าผ่าจะต้องมีการใส่ค่าความต้านทานสมคู่กัน (Matching Impedance) ที่ปลายสายเคเบิลวัด เพื่อขจัดคลื่นสะท้อนกลับ มิฉะนั้นจะทำให้ค่าที่วัดผิดพลาด จึงต้องพิจารณาสัญญาณที่วัดเป็นคลื่นจร

คลื่นเคลื่อนที่ในอากาศ เช่นสายส่งแบบขึงในอากาศ คลื่นจะมีความเร็วประมาณความเร็วแสง $v = 300m/\mu s$ ความเร็วในสายเคเบิล $v = 150m/\mu s$ การเคลื่อนที่ของคลื่นจรบนสายส่งขึงอากาศระยะระหว่างเสาห่างกัน 300 เมตร จะใช้เวลา 1 ไมโครวินาที ถ้าคลื่นจรเคลื่อนที่บนสายส่งขึงอากาศยาว 300 กิโลเมตร จะใช้เวลา 1 มิลลิวินาที คิดระยะทางจากความยาวคลื่นอิมพัลส์ฟ้าผ่า 100 ไมโครวินาที จะเป็นระยะทาง 30 กิโลเมตร ช่วงหน้าคลื่น 1 ไมโครวินาที จะเป็นระยะทาง 300 เมตร

พารามิเตอร์วงจรไฟฟ้า R, L, C, G ยังใช้ได้ถ้าหากค่าทางไฟฟ้าไม่ใช่คลื่นจร ในความเป็นจริงแล้วค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมิได้มีลักษณะเป็นก้อน (lump) หากแต่มีลักษณะกระจาย (distributed) ตลอดช่วงความยาวของสายส่งและเมื่อคิดเป็นคลื่นจรโดยทั่วไปจะพิจารณาเป็นสายส่งไร้กำลังไฟฟ้าสูญเสีย (lossless line) คือมีเพียง L กับ C กระจายตลอดความยาว ให้ค่าความเหนี่ยวนำและค่าเก็บประจุต่อความยาวสายส่ง 1 เมตรเป็น L' และ C' จะได้วงจรดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 ค่า L และ C กระจายตลอดสายส่ง

ถ้าสับสวิตซ์ S จะมีกระแสประจุไหลอัดประจุให้แก่ตัวเก็บประจุอย่างต่อเนื่อง สมมติว่าที่เวลา Δt หลังสับสวิตซ์ สายส่งจะได้รับอัดประจุเป็นระยะ Δx ฉะนั้นประจุที่อัดเข้าสายส่ง

$$Q = C'\Delta xU \tag{2.10}$$

จะเกิดสนามไฟฟ้าระหว่างสายตัวนำทั้งสองเป็นระยะ Δx เมตร เวลาเดียวกันก็จะเกิดสนามแม่เหล็กรอบสายตัวนำเนื่องจากการเคลื่อนที่ของประจุก็คือกระแส $\left(I = dQ/dt\right)$ นั่นเอง

$$I = C'U \frac{\Delta x}{\Delta t} = C'U \frac{dx}{dt} \tag{2.11}$$

ค่า dx/dt ก็คือ อัตราการเคลื่อนที่ตามสาย ที่อาจเขียนแทนด้วยความเร็ว v เป็น

$$I = C'Uv \tag{2.12}$$

จากค่าความเหนี่ยวนำ L' ต่อหน่วยความยาวเป็นเมตร เมื่อกระแสไหลผ่านไปเป็นระยะ Δx เมตร ฟลักซ์แม่เหล็กที่คล้องในช่วงระยะ Δx จะเป็น

$$\Phi = L'\Delta x.I = L'\Delta x.C'Uv \tag{2.13}$$

จะได้แรงดันเหนี่ยวนำ

$$\frac{d\Phi}{dt} = L'C'Uv \frac{\Delta x}{\Delta t} = L'C'Uv^2 \tag{2.14}$$

$$U = L'C'Uv^2 \tag{2.15}$$

จะได้แรงดันเหนี่ยวนำ $$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \tag{2.16}$$

ความเร็วการเคลื่อนที่ของคลื่นกระแสและแรงดันตามสายส่งขึ้นอยู่มิติเชิงเรขาคณิต และคุณสมบัติทางสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของตัวกลางรอบ ๆ นั่นคือค่า L' และค่า C' หาได้จากสูตร

$$L' = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{r} \qquad \text{และ} \qquad C' = \frac{\varepsilon\pi}{\ln d / r} \tag{2.17}$$

เมื่อ d คือ ระยะระหว่างเฟส

r คือ รัศมีของตัวนำ

จากสมการความเร็วคลื่น $$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

ในอากาศ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m และ $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F/m

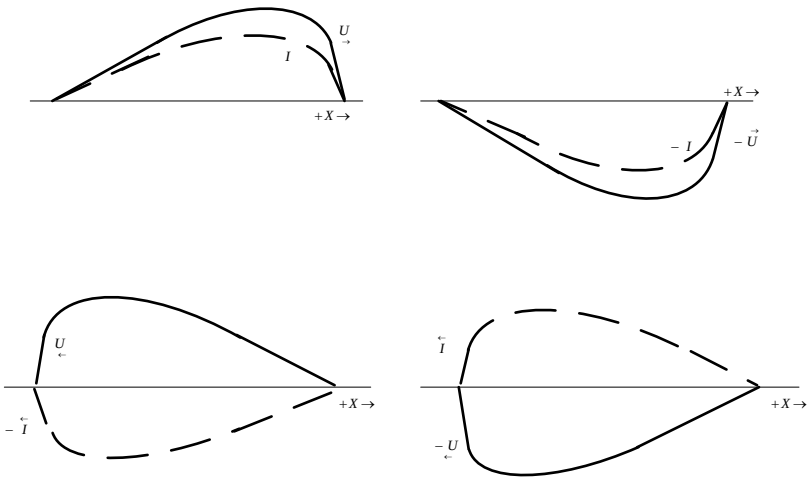
ฉะนั้นจะได้ความเร็วการเคลื่อนที่ของคลื่นในอากาศ $v = 300 \ m/\mu s$ (โดยประมาณ)

จากความสัมพันธ์ $$I = C'Uv = \frac{C'U}{\sqrt{L'C'}} = \frac{U}{\sqrt{L'/C'}}$$

$$U/I = \sqrt{L'/C'} = Z_w$$

อัตราส่วนของแรงดันต่อกระแสก็คือ อิมพีแดนซ์และก็คือเสิร์จอิมพีแดนซ์ Z_w นั่นเอง

ความสัมพันธ์ของคลื่นจรแรงดันกับกระแส เมื่อคลื่นแรงดันเคลื่อนที่ไปจะมีคลื่นกระแสรูปร่างคลื่นเหมือนกับแรงดันเคลื่อนที่ไปด้วยพร้อม ๆ กันด้วยขนาด $I = U/Z_w$ ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศทางบวก ทั้งแรงดันและกระแสจะมีขั้วเหมือนกัน แต่ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ในทิศทางตรงข้าม (ทิศทางลบ) ขั้วของคลื่นกระแสจะเป็นขั้วตรงข้ามกับแรงดัน ดังในภาพที่ 2.6

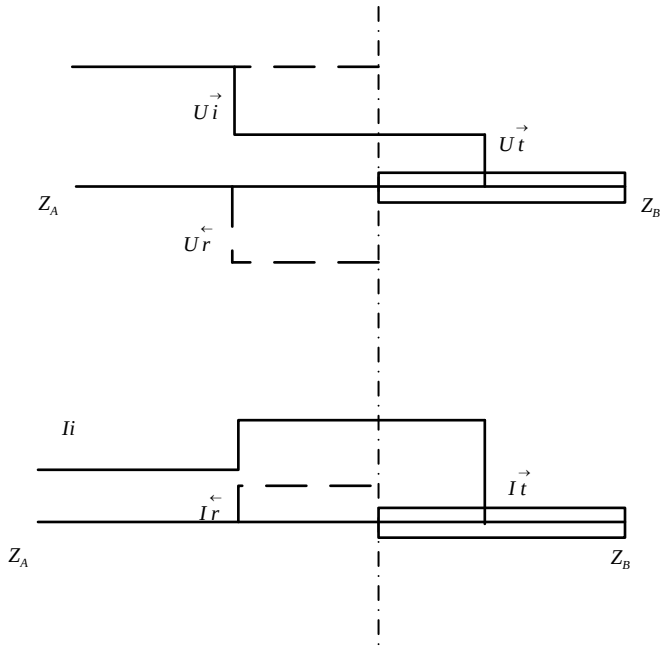


ภาพที่ 2.6 ค่าและทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นจร

เมื่อคลื่นสวนทางกันและพบกัน ค่าจะรวมกันเชิงคณิตศาสตร์เมื่อผ่านพ้นไปแต่ละคลื่นยังเคลื่อนที่ต่อไปและมีรูปลักษณะคลื่นคงเดิมเหมือนกับก่อนที่จะพบกัน

คลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่าน จะเคลื่อนที่ไปด้วยกันโดยมีความสัมพันธ์กันด้วยค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์ของสายส่งที่คลื่นนั้นเคลื่อนที่อยู่ เมื่อมีการเปลี่ยนค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์ เช่นคลื่นจรบนสายส่งขึงอากาศ เคลื่อนที่เข้าหาสายเคเบิล ค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์จะเริ่มเปลี่ยนที่รอยต่อ ณ จุดรอยต่อจะเกิดคลื่นใหม่สองคู่ คู่หนึ่งคือแรงดันกับกระแสเคลื่อนที่สะท้อนกับ (Reflected wave) รวมกับคลื่นจรวิ่งเข้ามาเป็นคลื่นกระทบ (Incident wave) ส่วนอีกคู่หนึ่งเป็นคลื่นคู่แรงดันกับกระแสวิ่งผ่านจุดเปลี่ยนต่อไป ขนาดของคลื่นสะท้อนกลับและคลื่นวิ่งผ่านจะยังสัมพันธ์กันเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์ Z_w โดยมีหลักเกณฑ์ว่า ณ จุดรอยต่อหลังจากคลื่นจรตกกระทบแล้ว ค่าแรงดันที่จุดรอยต่อไม่ว่าจะมองทางด้านตกกระทบ หรือมองทางด้านที่คลื่นจรส่งผ่านต่อไป ค่าแรงดันจะต้องเท่ากัน นั่นคือ คลื่นสะท้อนรวมกับคลื่นตกกระทบจะเท่ากับคลื่นส่งผ่าน

ณ รอยต่อของสายส่งขึงอากาศมีค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์ Z_A กับสายเคเบิลมีค่าเสิร์จอิมพีแดนซ์ Z_B นั่นคือ $Z_A > Z_B$ ถ้าแรงดันเสิร์จเป็นรูปขั้น ขนาด Ui จรอยู่บนสายขึงอากาศเข้าหารอยต่อจะเกิดคลื่นสะท้อนกลับ Ur และคลื่นส่งผ่าน Ut ดังภาพ 2.7



ภาพที่ 2.7 คลื่นสะท้อนกลับและคลื่นส่งผ่าน

โดยเงื่อนไขแรงดัน ณ จุดรอยต่อ $Ui + Ur = Ut$ (2.17)

ให้ $Ur = rUi$ เมื่อ r คือแฟกเตอร์สะท้อนกลับ

ฉะนั้น $$Ui + rUi = (1 + r)Ui = Ut \quad (2.18)$$

จะได้คลื่นกระแสสะท้อนกลับ $$Ir = Ur / Z_A \quad (2.19)$$

คลื่นกระแสส่งผ่าน $$It = Ut / Z_B = \frac{(1 + r)Ui}{Z_B} \quad (2.20)$$

จากเงื่อนไข $$Ii + Ir = It \quad (2.21)$$

$$\frac{Ui}{Z_A} - \frac{Ur}{Z_A} = \frac{Ut}{Z_B}$$

$$\frac{Ui}{Z_A} - \frac{rUi}{Z_A} = \frac{(1 + r)Ui}{Z_B}$$

$$\frac{r}{Z_A} - \frac{r}{Z_B} = \frac{1}{Z_A} - \frac{1}{Z_B}$$

$$\frac{r(Z_B + Z_A)}{Z_B Z_A} = \frac{Z_B - Z_A}{Z_A Z_B}$$

จะได้แฟกเตอร์สะท้อนกลับ $$r = \frac{Z_B - Z_A}{Z_B + Z_A} \quad (2.22)$$

นั่นคือ $$Ur = \frac{Z_B - Z_A}{Z_B + Z_A} Ui \quad (2.23)$$

$$Ut = (1 + r)Ui$$

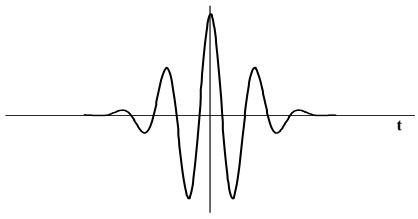
$$Ut = \frac{2Z_B}{Z_B + Z_A} Ui = bUi \quad (2.24)$$

โดยที่ b คือ แฟกเตอร์ส่งผ่าน $b = 2Z_B/(Z_B + Z_A)$

2.4 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย (Wavelet Transform)

การแปลงเวฟเล็ตเป็นรูปแบบหนึ่งของกระบวนการประมวลผลสัญญาณ (Signal processing) ที่ได้มีการพัฒนามาจากการแปลงสัญญาณพื้นฐานที่มีอยู่เดิม (การแปลงฟูเรียร์และการแปลงฟูเรียร์ช่วงสั้น) แต่ได้พัฒนารูปแบบให้มีความเหมาะสมกับการใช้งานเฉพาะทางมากยิ่งขึ้นคือสามารถปรับเปลี่ยนช่วงเวลาให้เหมาะกับช่วงความถี่ที่วิเคราะห์ได้ โดยที่สัญญาณความถี่สูงขึ้นมีช่วงคาบเวลาในการวิเคราะห์น้อยลงในขณะที่สัญญาณความถี่ต่ำลงมีช่วงคาบเวลาในการวิเคราะห์กว้างขึ้น

ทฤษฎีเวฟเล็ต (Wavelet Theory) เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายโครงสร้างของระบบสัญญาณที่ประกอบด้วยกลุ่มของสัญญาณเฉพาะมารวมกันเป็นสัญญาณหนึ่ง โดยสัญญาณเฉพาะนี้จะเป็นคลื่นเล็ก ๆ ที่เรียกว่า “เวฟเล็ต” ลักษณะของเวฟเล็ตจะเป็นคลื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง (Oscillatary) ตามแนวแกนนอนและขนาดของคลื่นลดลงสู่ศูนย์ทั้งทางด้านบวกและด้านลบอย่างรวดเร็วดังภาพที่ 2.8 ดังนั้นการอธิบายสัญญาณใด ๆ ด้วยการแปลงเวฟเล็ตคือการนำกลุ่มของเวฟเล็ตที่มีโครงสร้างมาจากฟังก์ชันเดียวกันเป็นตัวอธิบาย ซึ่งฟังก์ชันนี้เป็นเวฟเล็ตต้นกำเนิดที่เรียกว่า “เวฟเล็ตแม่” (Mother Wavelets) โดยที่คลื่นเวฟเล็ตแต่ละอันในกลุ่มเกิดจากการสเกล (Scaling : a) หรือเป็นการยืดหรือหดตัวของเวฟเล็ตแม่นั้นเอง และการเลื่อนตำแหน่ง (Translation or shifting : k) ซึ่งเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งบนแกนเวลา



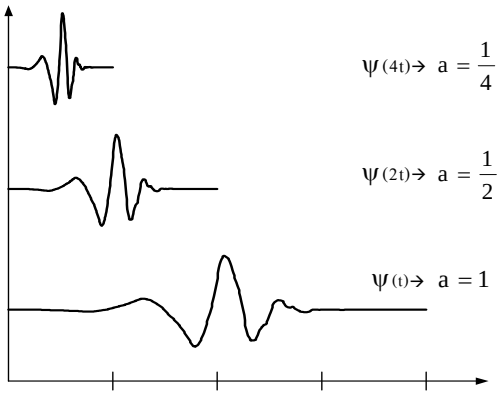
ภาพที่ 2.8 แสดงลักษณะของคลื่นเวฟเล็ตแบบ Morlet

ถ้าให้ $\psi(t)$ เป็นฟังก์ชันเวฟเล็ตแม่จะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ ดังนี้

$$\psi_{a,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-k}{a}) \qquad (2.25)$$

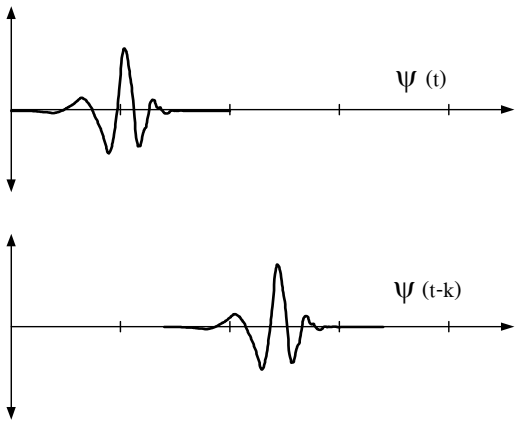
$\psi(t)$ เป็นฟังก์ชันเวฟเล็ตแม่ที่มีการปรับเปลี่ยนสเกลและตำแหน่งโดยพารามิเตอร์ a และ k ตามลำดับ โดยที่เวฟเล็ตแม่จะมีการเปลี่ยนแปลงลักษณะไปตามการเปลี่ยนแปลงของค่า a และ k

การสเกล (Scaling : a) การวิเคราะห์เวฟเล็ตจะแสดงให้เห็นถึงเวลาและขนาดของสัญญาณการสเกล (Scaling) จะหมายถึงการหดเข้า (Compressing) หรือการขยายออก (Dilation) ซึ่งจะให้ “a” แทนด้วยพารามิเตอร์ของการหดหรือขยายซึ่งจะเป็นการเปลี่ยนความถี่ของเวฟเล็ตแม่นั่นเอง หรืออาจเรียก “a” ว่าเป็นตัวประกอบขนาด (scale factor) ยิ่งถ้าตัวประกอบขนาดน้อยลงเท่าใด เวฟเล็ตจะถูกบีบอัดมากขึ้นเท่านั้น เมื่อพิจารณาเวฟเล็ตที่มีตัวประกอบแตกต่างกันจะปรากฏลักษณะดังแสดงในภาพที่ 2.9



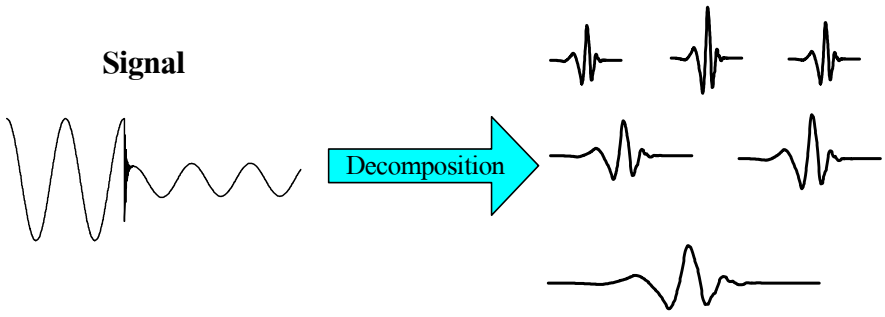
ภาพที่ 2.9 แสดงคุณสมบัติการสเกลของฟังก์ชันเวฟเล็ต

การเลื่อนตำแหน่ง (Translation or shifting : k) การเลื่อนตำแหน่งของเวฟเล็ตจะมีความหมายง่ายๆ คือ การเลื่อนสัญญาณในทางคณิตศาสตร์ซึ่งการเลื่อนของฟังก์ชัน ψ(t) ด้วย k จะแสดงได้โดย ψ(t-k) การเลื่อนตำแหน่งจะกำหนดโดยพารามิเตอร์ “k” ซึ่งจะหมายถึง การเลื่อนตำแหน่งการเกิดคลื่นเวฟเล็ตบนแกน เมื่อพิจารณาเวฟเล็ตที่มีการเลื่อนที่ตำแหน่งใดๆ สามารถพิจารณาได้ดังภาพที่ 2.10

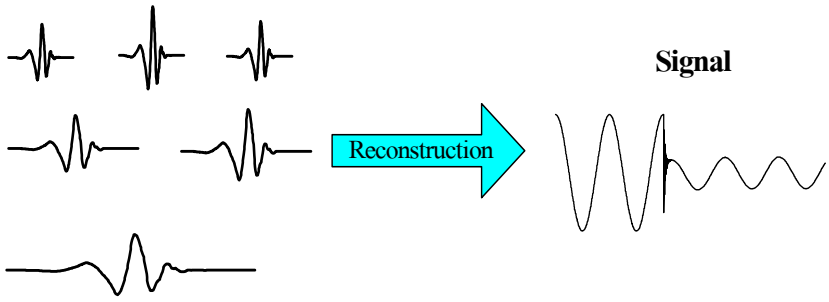


ภาพที่ 2.10 แสดงคุณสมบัติการเลื่อนตำแหน่งของฟังก์ชันเวฟเล็ต

และเมื่อนำสัญญาณใดๆ มาผ่านการแปลงเวฟเล็ตก็เปรียบเสมือนการแตกสัญญาณนั้นออกมาอยู่ในรูปของฟังก์ชันเวฟเล็ตแม่ที่มีตำแหน่งทางเวลาและสเกลที่แตกต่างกันออกไป โดยที่เวฟเล็ตแต่ละตัวจะมีค่าน้ำหนัก(Weight) คูณอยู่ ซึ่งรูปแบบในการแตกกระจายสัญญาณนี้เรียกว่า การกระจายเวฟเล็ต (Wavelet decomposition) ดังแสดงอยู่ในภาพที่ 2.11 ในทางกลับกันการรวมกลุ่มของเวฟเล็ตแต่ละตัวมาประกอบขึ้นเป็นสัญญาณเดิมนั้นเรียกว่า การรวมกลับเวฟเล็ต (Wavelet reconstruction) ซึ่งก็คือการแปลงกลับเวฟเล็ต (Inverse wavelet transform) ดังแสดงอยู่ในภาพที่ 2.12



ภาพที่ 2.11 แสดงการกระจายสัญญาณสัญญาณด้วยการแปลงเวฟเล็ต



ภาพที่ 2.12 แสดงการสร้างกลับสัญญาณด้วยการแปลงเวฟเล็ต

การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย (Discrete Wavelet Transform : DWT) มีลักษณะการวิเคราะห์โดยเปลี่ยนสเกลและการเลื่อนตำแหน่งในลักษณะเป็นช่วง ๆ ไม่ต่อเนื่องกัน โดยเป็นการวิเคราะห์สัญญาณที่สามารถเลือกระดับความละเอียดได้ โดยการนำสัญญาณเล็ก ๆ ที่ระดับความละเอียด a ซึ่งมี k หลาย ๆ ตำแหน่งมารวมกันให้เกิดเป็นสัญญาณที่ระดับความละเอียดที่เลือกไว้ และเมื่อนำสัญญาณที่ทุกระดับความละเอียดมารวมกันก็จะได้สัญญาณอินพุทจริง

ในรูปแบบของการวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดแล้วโดยมีการเปลี่ยนแปลงสเกลในการวิเคราะห์ให้ลดลงครั้งละ 2 เท่า $(a_0 = 2; b_0 = 1)$ แล้วได้รูปแบบการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย ซึ่งมีชื่อเรียกเฉพาะว่า dyadic wavelet transform โดยมีสมการที่ใช้อธิบายดังต่อไปนี้

$$DWT(m,n) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \sum_k f(k) \psi\left[\frac{n - k2^m}{2^m}\right]. \qquad (2.26)$$

m, n, k เป็นเลขจำนวนเต็มโดยที่

$\psi\left[\frac{n - k2^m}{2^m}\right]$ = mother wavelet

n คือ จำนวนข้อมูล

m คือ เลขแสดงการเปลี่ยนแปลงของสเกล

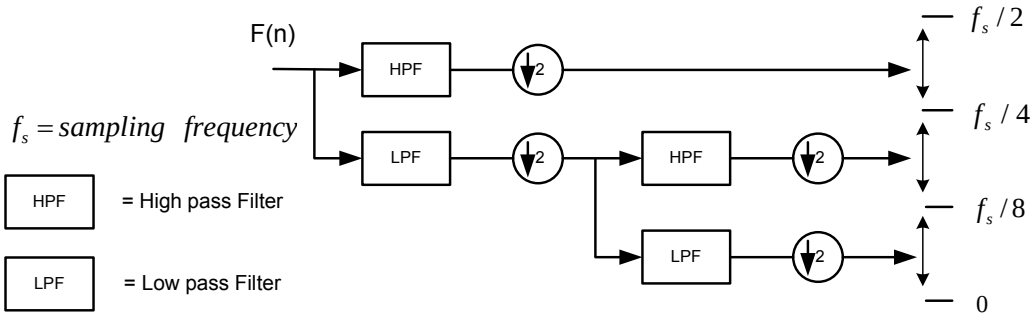
k คือ เลขแสดงการเลื่อนตำแหน่ง

การวิเคราะห์ด้วยตัวกรองสัญญาณ (Filter Bank Analysis) เมื่อนำสัญญาณอินพุทมาผ่านการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยสัญญาณถูกแยกองค์ประกอบ (Decomposition) โดยตัวกรองแบบ 2 ช่อง (Two channel filter banks) ซึ่งแยกความถี่ในแบนด์ที่ต้องการ ออกเป็น 2 ส่วน คือ

- องค์ประกอบความถี่สูง ซึ่งผ่านตัวกรองความถี่สูง (High-Pass Filter : HPF) ที่เรียกว่า “Detail (cD)”

- องค์ประกอบความถี่ต่ำ ซึ่งผ่านตัวกรองความถี่ต่ำ (Low-Pass Filter : LPF) ที่เรียกว่า “Approximation (cA)

ลักษณะของตัวกรองแบบ 2 ช่องสัญญาณในลักษณะของ dyadic wavelet transform เป็นการนำฟิลเตอร์แบบ 2 ช่องสัญญาณมาเรียงต่อกันในลักษณะโครงสร้างแบบต้นไม้ โดยใช้สัญญาณเอาท์พุทในส่วนความถี่ต่ำมาทำการแยกความถี่ออกอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเป็นลักษณะของการวิเคราะห์แบบออคเทฟฟิลเตอร์แบงค์ (Octave analysis filter banks) โดยที่แต่ละขั้นตอนมีการเปลี่ยนแปลงความถี่ในอัตราครั้งละ 2 เท่า ดังแสดงในภาพที่ 2.13



ภาพที่ 2.13 แสดงลักษณะการแปลงเวฟเล็ตโดยใช้หลักการวิเคราะห์ด้วยตัวกรองสัญญาณ