



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

ทุนวิจัยหมวดเงินอุดหนุน (ว.1)

ประจำปีงบประมาณ 2557

เรื่อง การสั่นอิสระของคานาโนซึ่งพิจารณาผลของแรงเค้นที่ผิวสัมผัสและ

ลักษณะยึดหยุ่น แบบไม่เฉพาะที่

**Surface stress and nonlocal elasticity effects on the free vibration
behavior of nanobeams**

คณะผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล รศ.ดร. ทวีช พูลเงิน หัวหน้าโครงการ

สังกัด ภาควิชา วิศวกรรมโยธา

ชื่อ-สกุล นายชินวุฒิ จันทระเศรษฐ์ ผู้ช่วยวิจัย

สังกัด ภาควิชา วิศวกรรมโยธา

เดือน กันยายน พ.ศ. 2558

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอพฤติกรรมการสั่นแบบอิสระของคานานาโนภายใต้การเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของจตุรรองรับ ซึ่งพิจารณาผลของหน่วยแรงที่ผิวสัมผัส (Surface Stress) และลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่ (Nonlocal Elasticity) ร่วมกัน โดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในการแก้ปัญหาโดยตรงเพื่อให้ได้ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่น และตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีเชิงตัวเลขโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าหน่วยแรงที่ผิวสัมผัสและลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่ส่งผลโดยตรงต่อพฤติกรรมการสั่นอิสระของคานานาโน หน่วยแรงที่ผิวสัมผัสจะส่งผลให้สติฟเนสของคานานาโนสูงขึ้น ทำให้คานานาโนมีค่าความถี่ธรรมชาติสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลจากทฤษฎีคานาพื้นฐานในทุกเงื่อนไขของจตุรรองรับซึ่งแสดงให้เห็นขีดในโหมดที่ต่ำของรูปแบบการสั่น ในขณะที่ผลของลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่ทำให้คานานาโนมีค่าความถี่ธรรมชาติลดลงโดยเฉพาะรูปแบบการสั่นในโหมดที่สูงขึ้น สำหรับคานานาโนที่พิจารณาผลของหน่วยแรงที่ผิวสัมผัสและลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่ร่วมกัน ค่าความถี่ธรรมชาติจะอยู่ระหว่างคานานาโนที่พิจารณาผลของหน่วยแรงที่ผิวสัมผัสหรือคานานาโนที่พิจารณาผลของลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่เพียงอย่างเดียว เมื่อศึกษารูปแบบการสั่นของคานานาโน ผลของหน่วยแรงที่ผิวสัมผัสจะส่งผลต่อรูปแบบการสั่นในโหมดที่ต่ำเท่านั้น ในขณะที่รูปแบบการสั่นในโหมดที่สูงขึ้นจะใกล้เคียงกับคานานาโนที่พิจารณาผลของลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่เพียงอย่างเดียว นอกจากนี้ผลของหน่วยแรงที่ผิวสัมผัสและลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะที่จะไม่ส่งผลกระทบต่อรูปแบบการสั่นในเงื่อนไขของจตุรรองรับแบบยึดหมุนทั้งสองด้าน (pinned-pinned) และจตุรรองรับแบบด้านหนึ่งเลื่อนไถลได้ในแนวตั้งกับอีกด้านหนึ่งยึดหมุน (sliding-pinned)

คำสำคัญ : คานานาโน / หน่วยแรงที่ผิวสัมผัส / ลักษณะยึดหยุ่นแบบไม่เฉพาะ / วิธีเชิงวิเคราะห์ / ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ABSTRACT

This paper presents the effects of surface stress and nonlocal elasticity on the free vibration of nanobeams with various boundary conditions. The analytical solutions for natural frequencies and corresponding mode shapes of nanobeams are derived and compared numerically by using the finite element method. The identical results between two solution methods are obtained. The obtained results indicate that the surface stress and nonlocal elasticity affects directly on the free vibration behavior of nanobeams. The effect of surface stress is to increase the stiffness of nanobeams. Therefore, the natural frequencies of nanobeams for all boundary conditions are increased in comparison with the classical Euler beam. Moreover, the surface stress affects significantly only for the lower modes of vibration. In case of nonlocal elasticity effect, it reduces the natural frequencies of nanobeams, especially for the higher modes of vibration. For nanobeams including both effects, the results show that the natural frequencies are in between one of the nanobeams with surface stress and the one with nonlocal elasticity. This gives a practical implication that not only the surface stress but also nonlocal elasticity affects directly on the vibration behavior of the nanobeams. However, the surface stress affect only the lower modes of vibration and therefore the results of nanobeams including both effects are converted to the nanobeams where only nonlocal elasticity is considered for the mode number with higher than fourth mode. In case of vibration mode shapes, the surface stress and nonlocal elasticity affect for all boundary conditions except pinned-pinned and sliding-pinned nanobeams.

Keywords : Nanobeams / Surface Stress / Nonlocal Elasticity / Analytical Solution / Finite Element Method.

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีที่ได้สนับสนุนงบประมาณสำหรับการดำเนินงานวิจัย ซึ่งเป็นทุนวิจัยหมวดเงินอุดหนุนที่ได้รับการจัดสรรจากรัฐ และขอขอบคุณภาควิชา วิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่ได้อำนวยความสะดวกในการใช้พื้นที่และเครื่องมือต่างๆ สำหรับการศึกษาวิจัย

คณะผู้วิจัย

กันยายน 2558

CONTENTS

	PAGE
THAI ABSTRACT	ii
ENGLISH ABSTRACT	iii
ACKNOWLEDGEMENTS	iv
CONTENTS	v
LIST OF TABLES	vi
LIST OF FIGURES	vii
LIST OF SYMBOLS	viii
CHAPTER	
1. INTRODUCTION	1
1.1 Statement of the Problem	1
1.2 Literature Review	1
1.3 Objectives	2
1.4 Assumptions and Limitations	2
1.5 Research Methodology	3
1.6 Outstanding Features of Research	3
2. THEORETICAL AND MODEL FORMULATION	4
2.1 Surface Stress Model for Nanobeams	4
2.2 Surface Stress Including Nonlocal Elasticity Model for Nanobeams	5
2.3 Governing Equation of Nanobeams	5
3. SOLUTION METHODS	7
3.1 Analytical Solution	7
3.2 Finite Element Solution	11
4. RESULTS AND DISCUSSIONS	14
4.1 Results Verification	14
4.2 Natural Frequency of Nanobeams	17
4.3 Mode shapes of Nanobeams	21
4.4 Parametric study	34
5. CONCLUSIONS	38
5.1 Research Summary	38
5.2 Recommendations for Further Research	38
REFERENCES	39
APPENDIX	42
A. Program Details	74
B. Publications	

LIST OF TABLES

TABLE		PAGE
4.1	Analytical and numerical results of eigenvalue, $\omega(\times 10^9)$ of pinned-pinned (P-P), clamped-clamped (C-C), and clamped-free (C-F) nanobeams	15
4.2	Analytical and numerical results of eigenvalue, $\omega(\times 10^9)$ of clamped-pinned (C-P), clamped-sliding (C-S), and sliding-pinned (S-P) nanobeams	16
4.3	Input parameters for analysis effect of aspect ratio on the dimensionless natural frequencies of nanobeams	34

LIST OF FIGURES

FIGURE		PAGE
2.1	A rectangular and circular cross section of nanowires with a surface layer	5
2.2	Free body of an infinitesimal segment of nanowires	6
4.1	Variation of dimensionless natural frequency with surface stress and nonlocal elasticity effects for different boundary condition: (a) pinned-pinned, (b) clamped-clamped, (c) clamped-free, (d) clamped-pinned, (e) clamped-sliding, and (f) sliding-pinned	18-20
4.2	Variations of mode shapes of pinned-pinned nanobeams	22-23
4.3	Variations of mode shapes of clamped-clamped nanobeams	24-25
4.4	Variations of mode shapes of clamped-free nanobeams	26-27
4.5	Variations of mode shapes of clamped-pinned nanobeams	28-29
4.6	Variations of mode shapes of clamped-sliding nanobeams	30-31
4.7	Variations of mode shapes of sliding-pinned nanobeams	32-33
4.8	Variation of dimensionless natural frequency by varying L/D for different boundary condition: (a) pinned-pinned, (b) clamped-clamped, (c) clamped-free, (d) clamped-pinned, (e) clamped-sliding, and (f) sliding-pinned	35-37

LIST OF SYMBOLS

SYMBOL

b	Width of rectangular cross section
D	Diameter of circular cross section
$\{\mathbf{D}\}$	Global nodal displacement
$\{\mathbf{d}\}$	Nodal degree of freedom
E	Modulus of elasticity
EI	Flexural rigidity
$(EI)^*$	Effective flexural rigidity
E^s	Surface elasticity
H	Constant of residual surface tension
h	Depth of rectangular cross section
$[\mathbf{K}]$	Global stiffness matrix
$[\mathbf{k}_e]$	Element stiffness matrix
L	Total length of nanobeams
l	Length of nanobeams-element
M	Bending moment
N_{els}	Number of element
$\mathbf{N}_i(x)$	Cubic polynomial shape functions
$[\mathbf{N}']$	First derivatives of cubic polynomial shape functions
$[\mathbf{N}'']$	Second derivatives of cubic polynomial shape functions
$[\mathbf{m}_e]$	Element mass matrix
$[\mathbf{M}]$	Global consistent mass matrix
ρ	Mass density
Q	Shear force
q_n	Distributed transverse force

t	Thickness of surface layer
x	The position along the span length of nanobeams
α	The bending stiffness
β	Dimensionless mass density
ξ	Dimensionless the position along the span length of nanobeams
ε	Longitudinal strain
η	Dimensionless constant of residual surface tension
κ	Curvature
μ	Nonlocal parameter
$\bar{\mu}$	Dimensionless nonlocal parameter
V	Displacement
V'	Rotation
ω	Eigenvalue
$V(x)$	Eigenfunction
σ^s	Surface stress
τ^0	Residual surface tension

