

รายงานผลการวิจัยฉบับสมบูรณ์
โครงการวิจัยทุนอุดหนุนวิจัย มก. ปีงบประมาณ 2554
โครงการวิจัยรหัส ว-ท(ด)50.54

การออกแบบและสร้างเครื่องมือไจโรสโคป
Design and Fabricate of Gyroscope Apparatus

ทวีเดช ศิริธนาพิพัฒน์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทคัดย่อ

โครงการวิจัยนี้จะทำการออกแบบและสร้างชุดจำลองปรากฏการณ์ไจโรสโคป (Gyroscope apparatus) ขึ้น เนื่องจากอุปกรณ์ Gyroscope Apparatus ที่มีใช้ในภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล ได้ใช้งานมาเป็นเวลานาน และขาดการบำรุงรักษาที่ดี เนื่องจากตัวแทนจำหน่ายไม่ได้มีการเก็บอะไหล่ชิ้นส่วนของเครื่องรุ่นนี้แล้ว ทำให้การทดลองเกิดความคลื่อนมาก ไม่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในส่วนของปฏิบัติการนี้ ผลสำเร็จจากโครงการทำให้นิสิตในภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล ได้ทดลองใช้เครื่องมือไจโรสโคปซึ่งเป็นหนึ่งในหัวข้อการทดลองของวิชาปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล ตั้งแต่ ภาคการศึกษาที่ 1 ปี 2554 ดังแสดงด้วยภาพในภาคผนวก

คำสำคัญ: เครื่องมือทดลองไจโรสโคป (Gyroscope Apparatus), กฎข้อที่สองของนิวตัน (Newton's Second law)

ความเป็นมาและความสำคัญของเรื่อง

การวิจัยนี้มีขึ้นเพื่อออกแบบ ปรับปรุงชุดทดลองในระดับปริญญาตรีเพื่อศึกษาการเกิดภาวะสมดุลย์ของของวัตถุขณะหมุน ซึ่งเรียกว่า “Gyroscope” การศึกษานี้อาศัยทฤษฎีที่เป็นไปตามกฎของนิวตันข้อที่สอง.

วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อออกแบบและสร้าง Gyroscope apparatus ให้มีราคาที่ถูกกว่า Gyroscope apparatus ในท้องตลาดปัจจุบัน และใช้ประโยชน์สำหรับให้นิสิตศึกษาประสบการณ์เรื่องปรากฏการณ์ Gyroscope
- 2) เพื่อศึกษาแนวทางในการพัฒนา Gyroscope apparatus ให้มีประสิทธิภาพที่สูงขึ้น โดยการใช้อุปกรณ์ที่หาได้ง่ายภายในประเทศ

ขอบเขต

ขอบเขตของโครงการในภาพกว้างจะเป็นดังนี้

1. ศึกษาและเก็บข้อมูลของส่วนประกอบต่าง ๆ ใน Gyroscope Apparatus ที่มีอยู่ในท้องตลาด และที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล เพื่อทำการวิเคราะห์ออกแบบ
2. จัดหาและศึกษาอุปกรณ์ที่สามารถใช้ทดแทนและจำเป็นต้องใช้ในชุดจำลอง Gyroscope Apparatus
3. ออกแบบและสร้างชุดทดลอง Gyroscope Apparatus ให้มีต้นทุนที่ต่ำกว่าชุดนำเข้าจากต่างประเทศ และง่ายต่อการทำการทดลอง กระทั่งการดูแลรักษา

รูปแบบของโครงการใช้มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง 2 ตัว แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง 2 ชุด โดยให้มอเตอร์ทั้ง 2 หมุนรอบคนละแกนอยู่บนฐาน โครงสร้างเดียวกัน สามารถปรับความเร็วของมอเตอร์ทั้ง 2 ได้ในความเร็วที่ต่างกัน และมีลูกค้อนน้ำหนักเพื่อจะถ่วง น้ำหนัก ขณะทดลองพิจารณาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เมื่อมีการเพิ่มและลดความเร็วของมอเตอร์ทั้งสองแล้วบันทึกค่าต่างๆไว้เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับทฤษฎี ลักษณะโครงการจะเป็น ชนิด แบบสมดุลย์ (balanced gyroscope)

วิธีการดำเนินการวิจัย และสถานที่ทำการทดลอง/เก็บข้อมูล

มีวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 1) ค้นคว้าและศึกษาหลักการการทำงานของเครื่อง Gyroscope Apparatus รวมถึงอุปกรณ์ต่างๆ ในชุดทดลอง
- 2) ออกแบบการจัดวาง Gyroscope Apparatus และส่วนประกอบอื่นๆ ให้ใช้งานได้มีประสิทธิภาพสูงสุด
- 3) จัดเตรียมอุปกรณ์ทั้งหมด โดยศึกษาถึงราคา และประสิทธิภาพ ให้คุ้มค่าที่สุดที่สุด
- 4) ประกอบชุดทางกลและทางไฟฟ้า พร้อมอุปกรณ์นิรภัย
- 5) นำ Gyroscope Apparatus ที่ประกอบแล้ว มาเชื่อมกับส่วนควบคุม ทำการทดลองใช้งาน เพื่อหาข้อผิดพลาดและปรับปรุงการทำงาน

สถานที่ทำการทดลองจัดเก็บอุปกรณ์การวิจัย จะเป็นห้องปฏิบัติการการวัดและแมคคาทรอนิกส์ สาขาไฟฟ้าเครื่องกลการผลิต ซึ่งตั้งอยู่ที่ชั้น 4 อาคารสถาบันคั้นคว้าและพัฒนาเทคโนโลยีการผลิตทางอุตสาหกรรม (RDIP)

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. สามารถสร้างเครื่องมือโดยอาศัยวัสดุที่หาได้ในประเทศ
2. นำเครื่องมือนี้ไปใช้ในการเรียนการสอนวิชาปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล (คุณภาพจากภาคผนวก)

การตรวจเอกสาร

ไจโรสโคป (gyroscope) คือเครื่องมือชนิดหนึ่ง ประกอบด้วยลูกล้อ (wheel) หรือเรียกว่า ตัวหมุน (rotor) ที่สามารถหมุนรอบแกนหนึ่งโดยอิสระ คำว่า “Gyroscope” มาจากภาษากรีก “gyros” หมายถึง “การหมุน” และ “skopien” หมายถึง “การมอง” ดังนั้นความหมายโดยคำของไจโรสโคป ก็คือการพิจารณาเกี่ยวกับการหมุน เครื่องมือนี้ได้สร้างขึ้นในสมัยแรกเมื่อ ค.ศ.1810 โดย G.C. Bohnenberger แต่เรื่องนี้ยังไม่แพร่หลายนัก ในปี ค.ศ.1836 Edward Sang ได้เสนอความคิดที่น่าจะนำแนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องนี้ไปใช้ได้กับการหมุนของโลก ในปี ค.ศ.1852 นักวิทยาศาสตร์ ฝรั่งเศสชื่อ ฌอง โบนาปาด์ เลอง ฟูโกลต์ (Leon Foucault) ได้คิดประดิษฐ์ล้อที่ติดตั้งอยู่ในวงแหวนที่หมุนได้เมื่อหมุนล้อ หรือ โรเตอร์ แล้วจะหมุนในทิศทางเดิมที่หมุนในอากาศโดยไม่ขึ้นอยู่กับการเอียงไปเอียงมาของกรอบหรือวงแหวนที่ล้อมรอบอยู่จึงได้ตั้งชื่อว่า Gyroscope ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ไจโรสโคป คือเครื่องแสดงลักษณะของ โมเมนตัมเชิงมุม ได้เป็นอย่างดี.

ชนิดของไจโรสโคป แบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. แบบสมดุลย์ (balanced gyroscope) คือตัวหมุนแกน และ โครงซึ่งยึดไว้ด้วยแกนยาวที่สามารถหมุนได้ด้วยในแนวระดับ และถ่วงให้สมดุลย์ด้วยตุ้มน้ำหนัก
2. แบบไม่สมดุลย์ (unbalanced gyroscope) เป็นเช่นเดียวกับแบบแรกแต่ไม่มีส่วนถ่วงน้ำหนัก
3. แบบโฟคอลลท์ (Foucault gyroscope) มีตัวหมุนอยู่ในกรอบ (gimbal) ซึ่งแกนของการหมุนสามารถหมุนได้อิสระทุกทิศทาง

หลักการเบื้องต้นของไจโรสโคป สามารถอธิบายได้ด้วยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's law of motion) จากกฎข้อแรกกล่าวถึง คุณสมบัติของวัตถุทุกอย่างว่ามีความเฉื่อย (inertia) หรือมวล (mass) ซึ่งความเฉื่อยของวัตถุพยายามจะรักษาสภาพของวัตถุนั้นๆ ให้อยู่ในลักษณะเดิมเสมอถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ และเมื่อพิจารณาที่กำลังหมุนอยู่ความเฉื่อยของมันจะทำให้ทิศทางการหมุนคงที่ ต่อเมื่อใดที่จะเปลี่ยนทิศทางหมุนจึงได้ใช้กฎข้อสองมาอธิบาย นั่นคือ เมื่อมีโมเมนต์ของแรงคู่ควบ (torque) มากระทำให้เกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม ตัวไจโรสโคปก็จะหมุนไปจากตำแหน่งเดิมเรียกว่า การหมุนควง (precession) ดังนั้นคุณสมบัติใหญ่ๆ สองประการของไจโรสโคป คือ ความเฉื่อย (inertia) และการหมุนควง (precession)

การศึกษาเพื่อการออกแบบ

1. การสร้างไจโรสโคปที่มีความเสียดทานน้อยที่สุด

ที่มา: ชัชวาล ปุญปั้น (2521) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ไจโรสโคป เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งซึ่งมีคุณสมบัติที่จะนำไปใช้ได้หลายอย่าง คุณสมบัติที่ว่าก็คือ ความพยายามในอันที่จะรักษาทิศทางการหมุนไว้ ตลอดจนการหมุนควง เมื่อมีแรงควบคุมภายนอกมากระทำ แต่ปัญหาหลักที่ทำให้ประสิทธิภาพของการทำงานลดลงก็คือ ความเสียดทาน ได้มีการทดลองหาวิธีการลดแรงเสียดทานหลายอย่าง เช่น การให้ตัวหมุน หมุนอยู่ในสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสภาพสุญญากาศเป็นต้น งานวิจัยนี้คือการสร้างไจโรสโคปแบบสมดุลที่สามารถเปลี่ยนค่าแรงควบคุมตามต้องการได้โดยจะสร้างให้มีลักษณะที่แกนของการหมุนได้ทุกทิศทาง นอกจากนี้จะใช้เบาะอากาศเป็นตัวลดแรงเสียดทาน นั่นคือใช้อากาศพุ่งเข้าไปเพื่อยกฐานไจโรสโคปให้ลอยได้อย่างอิสระ ทั้งนี้เนื่องจากความเสียดทานของอากาศมีเพียงเล็กน้อย จึงทำให้ไจโรสโคปสามารถหมุนควงไปได้ดีดีมาก นอกจากนี้ยังใช้การส่งพลังงานโดยไม่ใช้สายเพื่อนำมาหมุนตัวหมุนด้วยหลักการของการเหนี่ยวนำด้วยคลื่นวิทยุความถี่สูงในระยะไกล ทำให้ตัวหมุนสามารถหมุนได้นานเท่าที่ต้องการแต่กระนั้นก็ตาม เครื่องมือที่สร้างนี้ก็มีขีดความสามารถจำกัดในช่วงหนึ่งของเงื่อนไขในการทดลองเท่านั้น ทั้งนี้เนื่องมาจากการที่แกนของมอเตอร์ซึ่งติดกับตัวหมุนสามารถเคลื่อนที่ไปมาได้ ในขณะที่ตัวหมุนกำลังหมุน และไจโรสโคปหมุนควงไป จึงทำให้แรงควบคุมภายนอกที่มากระทำต่อไจโรสโคปไม่คงที่จึงต้องคิดระยะทางที่ทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงควบคุมด้วยค่าเฉลี่ยมาแก้และเพิ่มเติมในข้อมูลผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ก็คือสามารถสร้างเครื่องมือที่ให้ผลการทดลองช่วงที่ดีที่สุด คือ ให้ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 5% เมื่อเทียบกับทฤษฎี.

2. การควบคุมการเดินของหุ่นยนต์โดยการใช้ตัวตรวจสอบความเร่งและตัวตรวจสอบแรงที่เท้า

ที่มา: กเชศ ตัวสกุล(2550) มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ในโลกปัจจุบันมีการนำเอาหุ่นยนต์ มาใช้ในงานหลากหลายประเภท ไม่ว่าจะเป็นงานทางด้านอุตสาหกรรม งานทางด้านเกษตร หุ่นยนต์สามารถทำงานหลายอย่างที่มนุษย์ทำไม่ได้ ไม่ว่าจะเป็นงานที่อันตรายเกินไป หรืองานที่ต้องการความแม่นยำสูง ดังนั้นการพัฒนาให้หุ่นยนต์ทำงานได้ดียิ่งขึ้น ไปนั้นไป เรื่องที่สำคัญต่ออนาคต ในหุ่นยนต์คล้ายมนุษย์ที่ได้พัฒนาขึ้นมา ไม่ว่าจะเป็นระบบปัญญาประดิษฐ์ หรือ สิ่งที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือการเคลื่อนไหวของหุ่นยนต์ ซึ่งต้องการพัฒนาไปให้คล้ายคลึงกับมนุษย์ การรักษาสสมดุลเป็นเรื่องที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาให้หุ่นยนต์นั้นคล้ายกับมนุษย์เพราะมนุษย์มีระดับน้ำในหูเพื่อรักษาสสมดุลในการเดินในหุ่นยนต์ก็จำเป็นต้องมีสิ่งที่ยึดโยงกับน้ำในหูในที่นี้เราจะใช้ ไจโรสโคป เพื่อวัดการทรงตัวในขณะที่หุ่นยนต์กระทำท่าทางต่างๆ ถ้าเกิดมีการเสียสมดุลหุ่นยนต์ก็จะสามารถกลับมาทำท่าทางที่สมดุลได้อีกครั้งโดยไม่ล้ม

3. เทคนิคการก้าวเดินอย่างมีประสิทธิภาพ

ปกติแล้วเมื่อมีการเคลื่อนที่หรือยืนอยู่นิ่ง ๆ ร่างกายของมนุษย์จะถ่ายโอนน้ำหนักตัวตามธรรมชาติ เพื่อรักษาสมดุลของร่างกายในท่านั้นไว้ แต่ถ้าการถ่ายโอนน้ำหนักของร่างกายไม่สมดุลกัน ร่างกายมนุษย์จะสามารถปรับสภาพให้สมดุลและไม่ล้ม โดยเคลื่อนตำแหน่งของเท้าซ้ายหรือขวาออกจากจุดที่ยืนอยู่ ซึ่งลักษณะดังกล่าวสามารถเกิดขึ้นกับหุ่นยนต์คล้ายมนุษย์ได้เช่นกัน เมื่อหุ่นยนต์ก้าวเดินไปข้างหน้า ผลจากแรงเฉื่อยและแรงดึงดูดของโลกจะมีผลโดยตรง ต่อการเพิ่มและลดความเร่งในท่าทางการเดินของหุ่นยนต์ ซึ่งแรงเหล่านี้เรียกว่าแรงเฉื่อยรวม และเมื่อเท้าของหุ่นยนต์กระทบกับพื้น จะได้รับผลกระทบนี้โดยตรง เรียกว่าแรงปฏิกิริยาจากพื้น

การตัดกันระหว่างแนวแรงเฉื่อยพื้น และรวมทั้งตำแหน่งดังกล่าวจะมีค่าโมเมนต์เท่ากับศูนย์ เรียกตำแหน่งในจุดนี้ว่า จุดโมเมนต์ศูนย์ (*ZMP*) ซึ่งเป็นจุดที่แรงปฏิกิริยาตั้ง เรียกว่าจุดปฏิกิริยาที่พื้นฐาน ลักษณะท่าทางการเดินของหุ่นยนต์จะถูกกำหนดจากคอมพิวเตอร์โดยระบบปัญญาประดิษฐ์ ทำการคำนวณประมวลผลและส่งผลไปยังข้อหมุดต่าง ๆ ของหุ่นยนต์ โดยให้มีการสอดคล้องกันกับความเฉื่อยที่เกิดขึ้นจากการคำนวณ เรียกว่า *ZMP* เป้าหมาย เมื่อหุ่นยนต์เกิดความสมดุลของร่างกายในขณะที่ก้าวเดินได้อย่างสมบูรณ์แบบ แกนของแรงเฉื่อยรวมเป้าหมายและแรงปฏิกิริยาที่พื้น จะเป็นตำแหน่งเดียวกัน และเมื่อหุ่นยนต์ก้าวเท้าเดินผ่านพื้นผิวที่ขรุขระ ตำแหน่ง 2 ตำแหน่งดังกล่าวจะหนีออกจากกัน ส่งผลให้เกิดความสมดุลลงแรงที่จะทำให้หุ่นยนต์หกล้มเกิดขึ้นมาทันที

แรงที่ทำให้หุ่นยนต์เกิดการหกล้มเมื่อก้าวเดิน เกิดจากความเหลื่อมล้ำในระหว่าง *ZMP* เป้าหมาย และแรงปฏิกิริยารวมที่พื้น ซึ่งเมื่อพิจารณาและวิเคราะห์แล้วพบว่า นั่นคือสาเหตุหลักที่ทำให้ความไม่สมดุลเกิดขึ้น และเมื่อหุ่นยนต์เกิดการเสียความสมดุลระบบป้องกัน 3 ระบบที่จะป้องกันการหกล้มหรือเสียหลักการทรงตัวของหุ่นยนต์ ที่สามารถทำให้หุ่นยนต์ก้าวเดินต่อไปได้อย่างต่อเนื่องคือ

- ระบบควบคุมแรงปฏิกิริยา
- ระบบควบคุม *ZMP* (Zero Moment Point)
- ระบบควบคุมการวางเท้าของหุ่นยนต์

ทฤษฎีและหลักการ

ในการศึกษางานวิจัยนี้เพื่อการออกแบบและสร้างเครื่องจำลองใจโรสโคป ฉะนั้นจึงมีความจำเป็นต้องศึกษาทฤษฎีซึ่งเกี่ยวกับการหมุนของวัตถุและศึกษาส่วนประกอบต่างๆที่ประกอบขึ้นเป็นชุดทดลองเพื่อได้มาซึ่งนำมาวิเคราะห์ เช่น มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และหรือวิธีการส่งผ่านกำลังไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไปยังอุปกรณ์ที่มีการเคลื่อนที่หมุน และแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงปรับค่าได้ ซึ่งเป็นการประยุกต์รวมของอุปกรณ์ต่างๆ

การเกิดภาวะสมดุลย์ของวัตถุขณะหมุน

หลักการสร้างเครื่องจำลองใจโรสโคปเพื่อการทดลอง เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุ โดยวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุนจากการที่ถูกแรงกระทำ แต่สภาพของวัตถุนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงทั้งขนาด ระยะ และ รูปร่างของวัตถุแต่อย่างใด เรียกว่าวัตถุที่มีลักษณะดังกล่าวว่า “วัตถุแข็งเกร็ง” การหมุนของวัตถุแข็งเกร็ง สามารถอธิบายได้ในเทอมของ ทอร์กและพลังงานจลน์ในการหมุนแต่ทอร์กสามารถเขียนอยู่ในรูปของเวกเตอร์ได้ เมื่อแรงมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้น ทอร์กก็ย่อมมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุมด้วยเช่นกัน อาศัยความคล้ายกันโดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นเราจะได้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

- 1 ทอร์กในรูปของเวกเตอร์
- 2 โมเมนตัมเชิงมุมและทอร์ก
- 3 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม
- 4 ใจโรสโคป

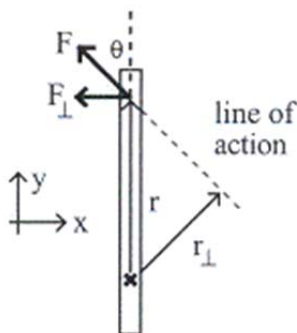
1.1 ทอร์กในรูปของเวกเตอร์

ขนาดของทอร์กคือผลคูณของแรงที่ลากไปตั้งฉาก (F_{\perp}) กับแขนหมุน (r) หรือผลคูณของแขนหมุนที่ลากไปตั้งฉาก (r_{\perp}) กับแนวแรง (F) ดังรูปที่ 2.1

$$\tau = F_{\perp} r = (F \sin \theta) r$$

สมการที่ได้จะคล้ายกับผลคูณแบบครอส สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

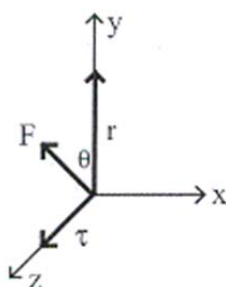
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



ภาพที่ 1 ทอร์กในรูปของเวกเตอร์

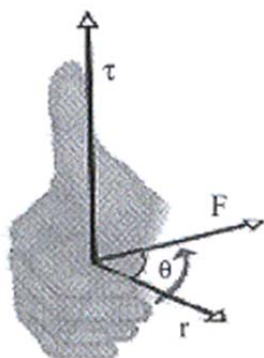
ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ผศ. เสมอ สอนประสม

หมายความว่าตามภาพที่ 1 ทิศของทอร์กจะมีทิศพุ่งออกจากระนาบของหน้ากระดาษ (ตามแกน z) ตามภาพที่ 2 เพื่อเป็นการอธิบาย เนื่องจากทิศของทอร์กจะขึ้นอยู่กับระนาบที่วัตถุหมุน ในกรณีนี้เมื่อวัตถุหมุนในระนาบ xy ปัญหาที่น่าสนใจคือทอร์กเป็นเวกเตอร์และมีค่าคงที่ จะมีทิศทางเพียงทิศเดียวเท่านั้นที่ตั้งฉากกับระนาบ xy นั่นคือแกน z แต่เนื่องจากทิศที่ตั้งฉากกับระนาบ xy มีสองทิศคือ $+z$ กับ $-z$ เพื่อให้เป็นไปในทางเดียวกันเราใช้กฎมือขวาในการกำหนดทิศทาง



ภาพที่ 2 ทอร์กเทียบกับแกนหมุน

ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ผศ. เสมอ สอนประสม



ภาพที่ 3 แสดงกฎมือขวาของทอร์ค

ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ศศ. เสมา สอนประสม

กฎมือขวา

- ให้นิ้วทั้งสี่ชี้ทิศทางของ \vec{r}
- กำนิ้วทั้งสี่เข้าหาแรง \vec{F}
- นิ้วหัวแม่มือจะแสดงทิศทางของทอร์ค $\vec{\tau}$

2.1 โมเมนตัมเชิงมุมและทอร์ค

อาศัยกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตันและนิยามของความเร่งจะได้นิยามของโมเมนตัมเชิงเส้น

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m\vec{a} \\ &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{d(m\vec{v})}{dt} \\ &= \frac{d\vec{p}}{dt} \\ \vec{p} &= m\vec{v} \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกันอาศัยกฎข้อสองของนิวตันสำหรับการหมุนและนิยามของความเร่งเชิงมุม จะได้สมการโมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง

วัตถุแข็งเกร็ง คือวัตถุที่ซึ่งไม่ว่าจะถูกแรงกระทำอย่างไรก็ตาม วัตถุก็ยังไม่มีการเปลี่ยนแปลงระยะหรือรูปร่าง

$$\begin{aligned} \sum \vec{\tau} &= I\vec{\alpha} \\ &= I \frac{d\vec{\omega}}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} \\
 &= \frac{d\vec{L}}{dt} \\
 \text{โดย } \vec{L} &= I\vec{\omega}
 \end{aligned}$$

กฎข้อสองของนิวตันสำหรับการหมุน

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

โมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมเชิงเส้นและโมเมนตัมเชิงมุม เป็นพื้นฐานสำหรับนิยามของโมเมนตัมเชิงมุม ความสัมพันธ์นี้มาจากการเปรียบเทียบนิยามของทอร์กและกฎข้อสองของนิวตันสำหรับการหมุน

$$\begin{aligned}
 \vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} \\
 \frac{d\vec{L}}{dt} &= \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \\
 &= (\vec{v} \times \vec{P}) + \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt}
 \end{aligned}$$

เทอม $(\vec{v} \times \vec{P})$ เพิ่มเข้าไปในสมการค่าจะไม่เปลี่ยนแปลงเนื่องจากความเร็วครอสกับโมเมนตัมมีค่าเป็นศูนย์ จากนั้นอาศัยนิยามของความเร็วและผลของอนุพันธ์

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} + \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \\
 &= \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{P}) \\
 &= \vec{r} \times \vec{P}
 \end{aligned}$$

นิยามโมเมนตัมเชิงมุม

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

3.1 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น และการประยุกต์ใช้กฎข้อสองสำหรับระบบอนุภาคเมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำ

$$\begin{aligned}
 \sum \vec{F} &= \frac{d\vec{P}}{dt} \\
 0 &= \frac{d\vec{P}}{dt}
 \end{aligned}$$

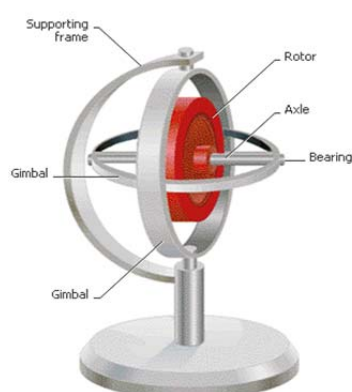
$$\Delta \vec{P} = 0$$

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น “ในระบบ โคดเดี่ยวผลรวมของ โมเมนตัมเชิงเส้นจะมีค่าคงที่” ในทำนองเดียวกันอาศัยกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุมและการประยุกต์ใช้กฎข้อสองของการหมุนเมื่อไม่มีทอร์กภายนอกมากระทำ

$$\begin{aligned} \sum \vec{\tau} &= \frac{d\vec{L}}{dt} \\ 0 &= \frac{d\vec{L}}{dt} \\ \Delta \vec{L} &= 0 \end{aligned}$$

4.1 ไจโรสโคป

ไจโรสโคป ประกอบด้วยล้อหมุนซึ่งติดตั้งไว้บนแกนในลักษณะซึ่งแกนจะหมุนเปลี่ยนทิศทางได้อย่างอิสระดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ไจโรสโคป

ที่มา: www.wara_com - Gyroscope_files

เมื่อไจโรสโคปหมุนจะเกิดทอร์กเนื่องจากน้ำหนักของไจโรสโคป ซึ่งขนาดและทิศทางของทอร์กหาได้จากสมการ

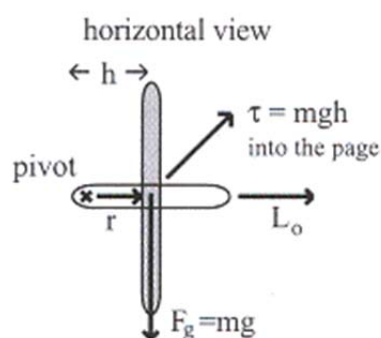
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

พิจารณาภาพที่ 5 เมื่อมองจากด้านข้าง

$$\begin{aligned} \tau &= rmg \\ &= mgh \end{aligned}$$

(เพราะว่า $r = h$)

จากกฎมือขวาทอร์กมีทิศพุ่งเข้าระนาบของกระดาษเนื่องจากทอร์ก ($\vec{\tau}$) ตั้งฉากกับโมเมนตัมเชิงมุม (\vec{L}) ทำให้การพิจารณาการหมุนมีความยุ่งยากให้คิดเปรียบเทียบความคล้ายกัน

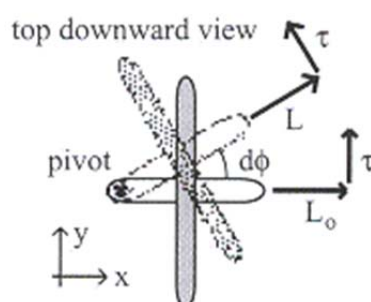


ภาพที่ 5 ทิศทางทอร์กเมื่อเกิดการหมุน

ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ศศ. เสมา สอนประสม

ระหว่างแรงที่กระทำตั้งฉากกับโมเมนตัมเชิงเส้น ซึ่งจะทำให้เกิดการหมุนเป็นวงกลม ซึ่งเราคาดว่าคงจะมีผลเช่นเดียวกันกับเมื่อทอร์กกระทำตั้งฉากกับโมเมนตัมเชิงมุมทอร์กลัพธ์จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม ถ้าให้ทอร์กมีทิศตั้งฉากกับโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น (L_0) ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมจะไม่เปลี่ยนแปลงเฉพาะทิศทางเท่านั้นดังภาพที่ 6 เมื่อมองจากด้านบนลงมาจะสังเกตเห็นว่ามุมเปลี่ยนไป $d\phi$ เมื่อหาค่าโมเมนตัมเชิงมุมของใจโรสโคป อาศัยกฎข้อสองของการหมุน

$$\begin{aligned}\sum \vec{\tau} &= \frac{d\vec{L}}{dt} \\ d\vec{L} &= \vec{\tau} dt \\ dL &= mgh dt\end{aligned}$$

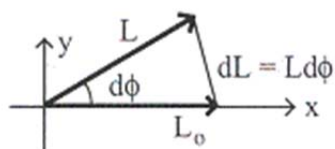


ภาพที่ 6 การเปลี่ยนไปมุม ϕ

ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ศศ. เสมา สอนประสม

เมื่อพิจารณาโดยใช้เวกเตอร์ซึ่งแสดงดังภาพที่ 7

$$\begin{aligned} dL &= Ld\phi \\ mgh dt &= Ld\phi \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{mgh}{L} \end{aligned}$$



ภาพที่ 7 ขนาดและทิศทางของโมเมนตัมเชิงมุม

ที่มา: ฟิสิกส์ 1 โดย ผศ. เสมอ สอนประสม

แต่ใจโรสโคปคือวัตถุแข็งเกร็งที่หมุนรอบแกนที่หมุนรอบแกนของความเร็วเชิงมุม ดังนั้นขนาดโมเมนตัมเชิงมุมของใจโรสโคปคือ

$$\begin{aligned} L &= I\omega \\ mgh \frac{dt}{d\phi} &= I\omega \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{mgh}{I\omega} \end{aligned}$$

การเคลื่อนที่ของแกนรอบแนวตั้งนี้เรียกว่า การหมุนควง (precession) แทนด้วยอักษรกรีก Ω จะได้

$$\Omega = \frac{mgh}{I\omega}$$

ชุดต้นแบบและชุดโครงการงานจากการออกแบบ

เครื่องจำลองการทดลองได้ทำการประกอบเครื่องและส่วนประกอบต่างๆ โดยอาศัยหลักการ และจากแนวทางของชุดทดลองต้นแบบ ดังภาพที่ 8 ดังกล่าวทำให้สามารถ ออกแบบและสร้างชุดทดลอง ได้พร้อมทั้งอุปกรณ์จริง ดังภาพที่ 9 และ 10 และรายละเอียดอุปกรณ์ ดังตารางที่ 1



ภาพที่ 8 ชุดต้นแบบไจโรสโคป [www.tq.com]

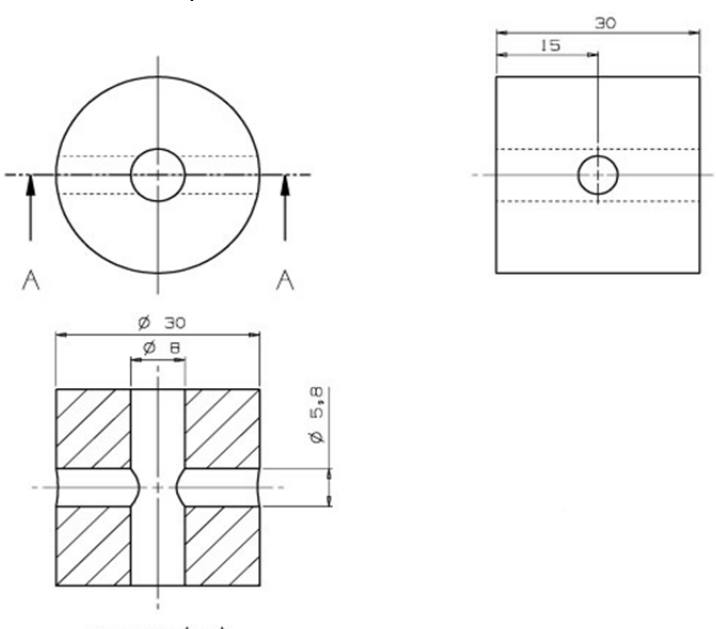
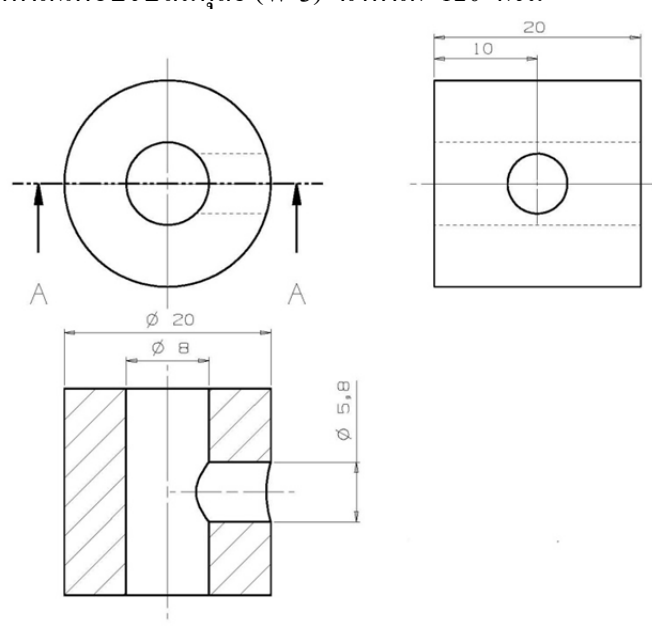


ภาพที่ 9 เครื่องมือ Gyroscope Apparatus ของภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

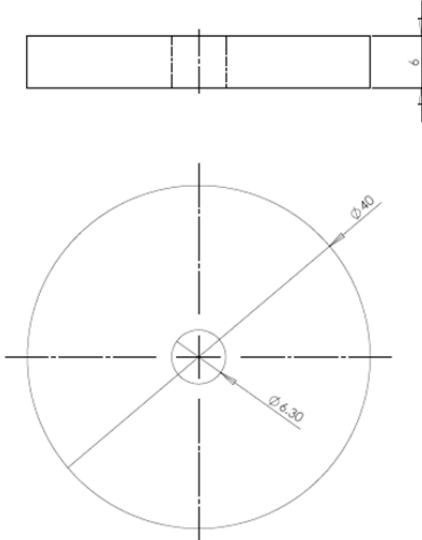

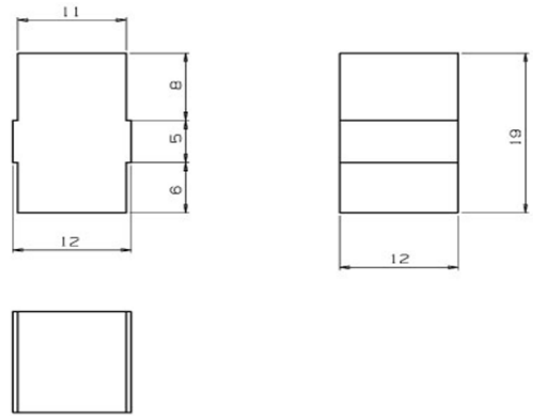
ตารางที่ 1 รายละเอียดชิ้นส่วนเพื่อสร้างใจโรสโคป

ชื่อส่วนประกอบ	ขนาด (ม.ม.)	จำนวน	วัสดุที่ใช้
1. มอเตอร์เทคโคเจน (M-1) (DC Motor) 12 volts	<p>SECTION A-A</p>	1 ตัว	เหล็ก
2. มอเตอร์ (M-2) (DC Motor) 12 volts		1 ตัว	เหล็ก
3. ตั้มน้ำหนักถ่วงสมดุลย์ (W-1) น้ำหนัก 270 กรัม	<p>SECTION A-A</p>	2 ชิ้น	เหล็ก

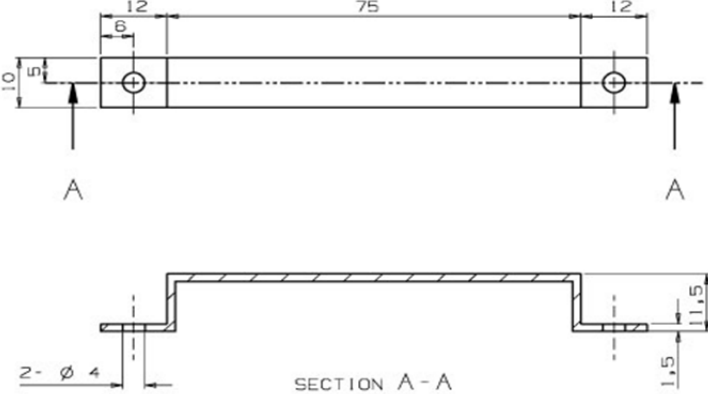
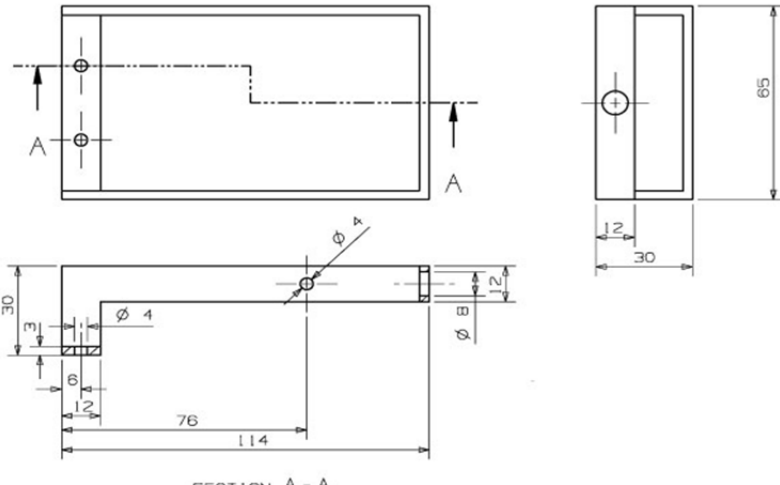
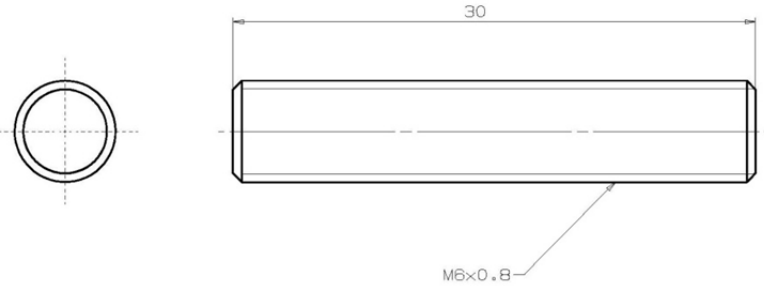
ตารางที่ 1 (ต่อ)

ชื่อส่วนประกอบ	ขนาด (ม.ม.)	จำนวน	วัสดุที่ใช้
<p>4. ตั้มน้ำหนักถ่วงสมดุลย์ (W-2) น้ำหนัก 150 กรัม</p>  <p>SECTION A - A</p>	1 ชิ้น	เหล็ก	
<p>5. ตั้มน้ำหนักเพื่อปรับสมดุลย์ (W-3) น้ำหนัก 120 กรัม</p>  <p>SECTION A - A</p>	1 ชิ้น	เหล็ก	

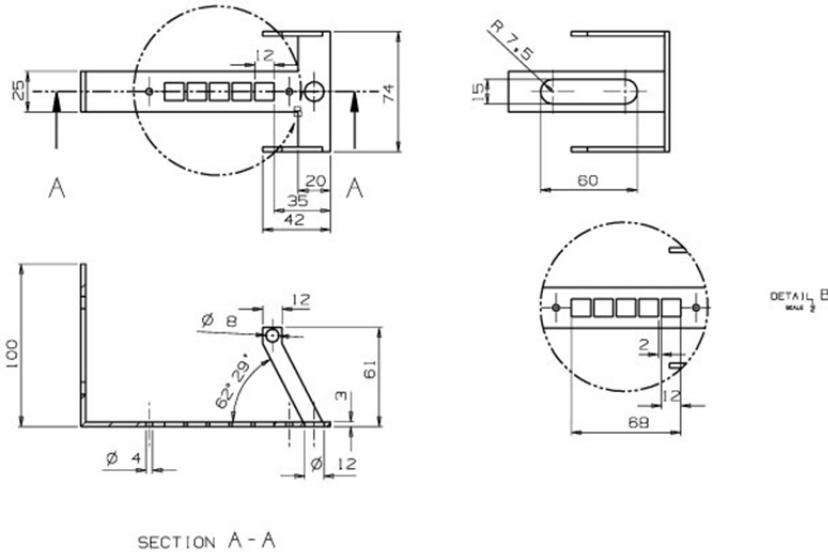
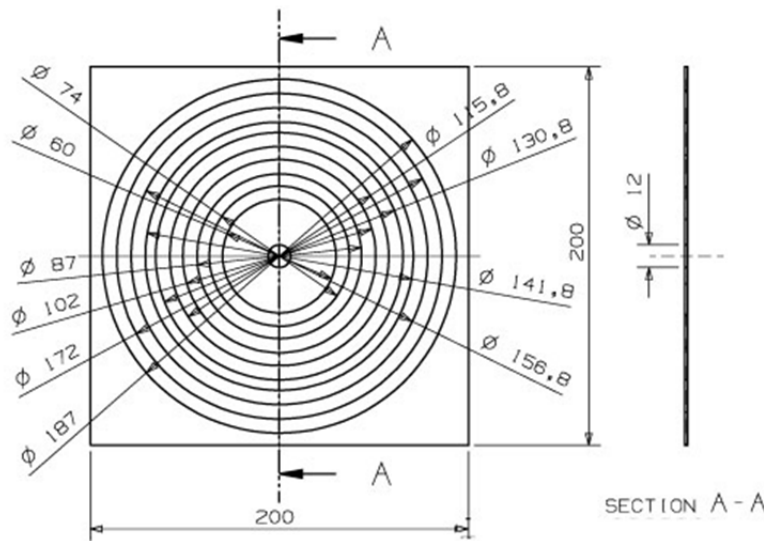
ตารางที่ 1 (ต่อ)

ชื่อส่วนประกอบ	ขนาด (ม.ม.)	จำนวน	วัสดุที่ใช้
6. ค้อนน้ำหนักเพื่อเพิ่มขนาดน้ำหนัก (W-4) น้ำหนัก 40 กรัม 	2 ชิ้น	เหล็ก	
7. ก้านเพลลา เพื่อสไลด์ปรับน้ำหนัก ทางใจโรสโคป (A-1) 	1 ชิ้น	เหล็ก	
8. ชุดสะพานไฟจ่ายโดยผ่านแปรงถ่าน (B-1) 	5 ชิ้น	พลาสติก	

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ชื่อส่วนประกอบ	ขนาด (ม.ม.)	จำนวน	วัสดุที่ใช้
<p>9. แผ่นประกบครอบยึดชุดแปรงถ่าน (C-1)</p> 	1 ชิ้น	เหล็ก	
<p>10. โครงเพื่อยึดมอเตอร์เทคโคเจน (D-1)</p> 	1 ชิ้น	เหล็ก	
<p>11. ก้านเกลียวเพื่อยึด ตั้มน้ำหนัก (E-1)</p> 	2 ชิ้น	เหล็ก	

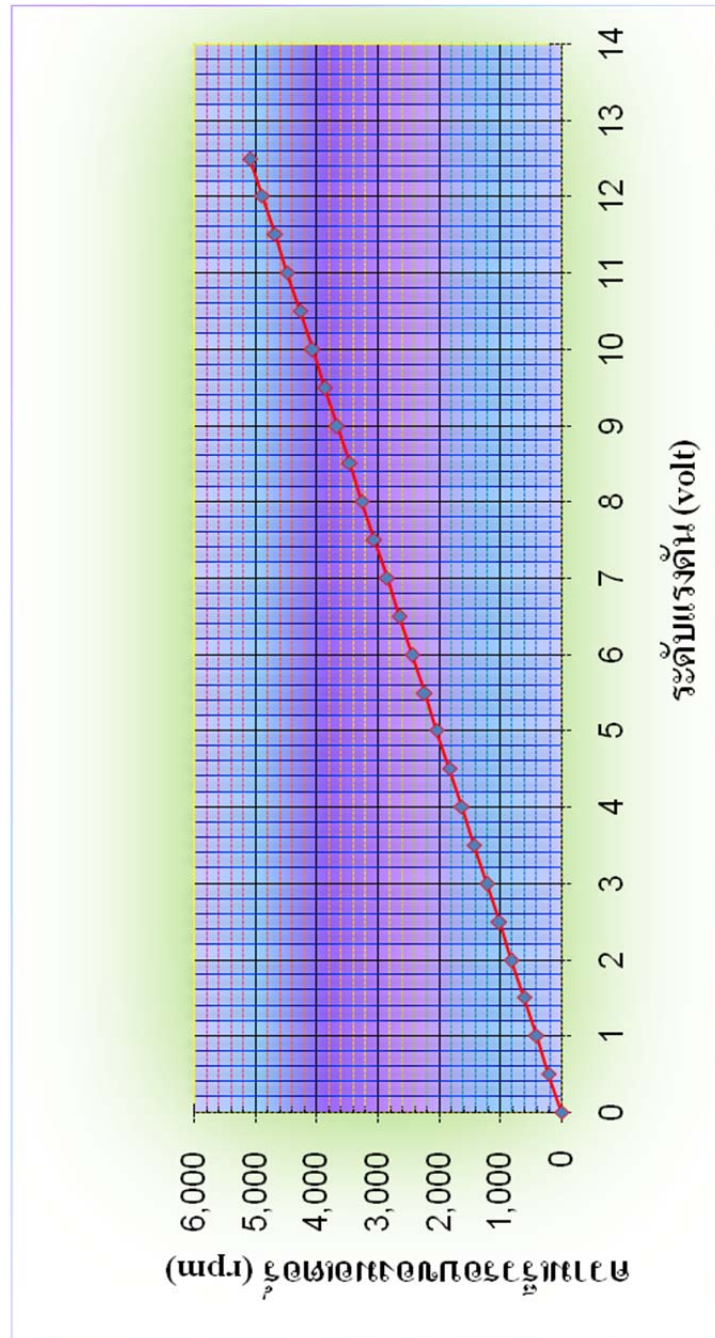
ตารางที่ 1 (ต่อ)

ชื่อส่วนประกอบ	ขนาด (ม.ม.)	จำนวน	วัสดุที่ใช้
<p>12. โครงสร้างหลักขีดยึดมอเตอร์เทคโคเจนและอุปกรณ์ใจโรสโคป (F-1)</p>  <p>SECTION A - A</p>		1 ชิ้น	เหล็ก
<p>13. แผ่นปรี้นทองแดงเพื่อแสดงลายเส้นโค้งจ่ายไฟให้กับมอเตอร์ ขณะหมุน (G-1)</p>  <p>SECTION A - A</p>		1 ชิ้น	เบกาไลท์ และ ลายเส้น ทองแดง

การทดลองหาความสัมพันธ์ของแรงดันกับความเร็วรอบของมอเตอร์

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบจำนวนรอบหมุนของมอเตอร์ กับ แรงดันที่ได้จากวัตต์ที่ท้ายมอเตอร์(M-1)

มอเตอร์(M-1)		
แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง(V1)	ความเร็วรอบที่ได้ ω (rpm)	แรงดันที่ได้(V)
0.0	0.0	0.0
0.5	0.0	0.0
1.0	0.0	0.0
1.5	450.0	0.5
2.0	700.0	1.0
2.5	940.0	1.5
3.0	1,260.0	2.0
3.5	1,500.0	3.0
4.0	1,800.0	3.5
4.5	2,050.0	4.5
5.0	2,430.0	5.0
5.5	2,700.0	6.0
6.0	2,850.0	6.5
6.5	3,330.0	7.5
7.0	3,570.0	8.0
7.5	3,700.0	9.0
8.0	4,180.0	10.0
8.5	4,500.0	10.5
9.0	4,750.0	11.0
9.5	5,050.0	12.0
10.0	5,300.0	12.5



ภาพที่ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้ากับความเร็วมอเตอร์ จากตารางที่ 2

เอกสารอ้างอิง

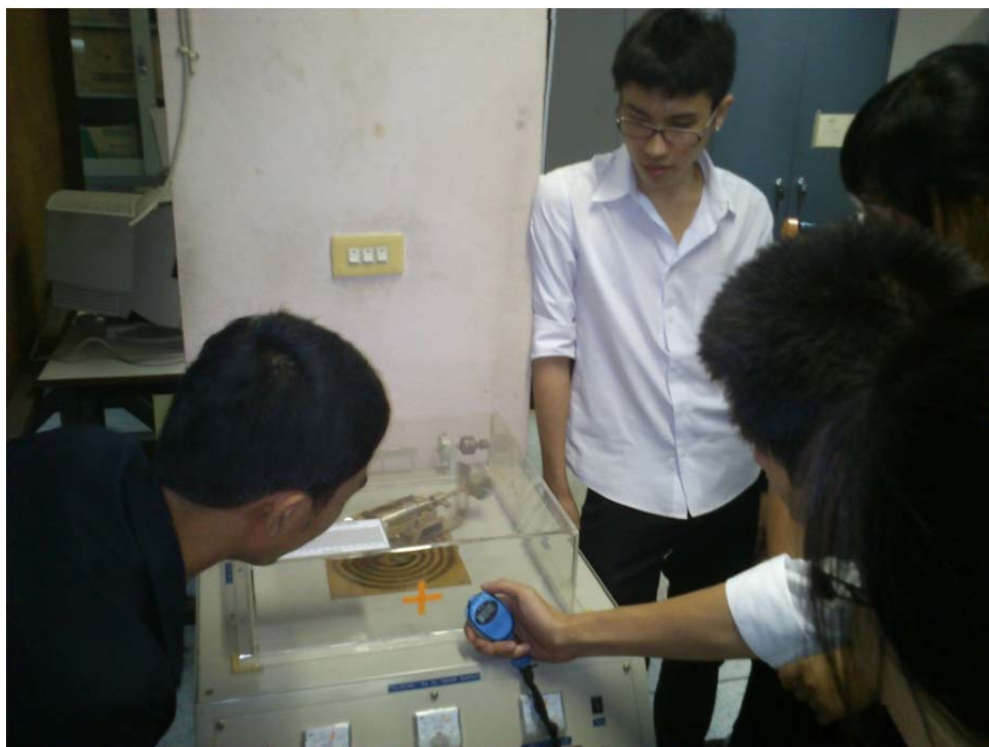
1. เอกสารประกอบวิชาปฏิบัติการเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน กรุงเทพฯ
2. Robert M. Beal : Derivation Of The Equations Of Gyroscopic Motion :Gyroscopes - Everything you needed to know, <http://www.gyroscopes.org/math2.asp>
3. **TM104** Gyroscope, TM104-0908.pdf, www.tequipment.com
4. ไชยชาญ หินเกิด. 2543. เครื่องกลไฟฟ้ากระแสตรง. พิมพ์ครั้งที่ 7. สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี
5. ไทย-ญี่ปุ่น, กรุงเทพฯ.
6. ผศ. เสมอ สอนประสม. 2550. ฟิสิกส์ 1. คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยรังสิต, กรุงเทพฯ.
7. ชัชวาล บุญปั้น. 2521. งานวิจัยการสร้างใจโรสโคปที่มีความเสียดทานน้อยที่สุด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
8. คณศ ติวสกุล. 2550. การควบคุมการเดินของหุ่นยนต์โดยการใช้ตัวตรวจสอบความเร่งและตัวตรวจสอบแรงที่เท้า. คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, สงขลา.
9. www.wara.com
10. www.tq.com
11. <http://edu.e-tech.ac.th/mdec/learning/e-web/sara01.htm>
12. <http://eclassnet.kku.ac.th/etraining/file/1069933595-elec.doc>
13. www.kbelectronics.com

ภาคผนวก

1. การเรียนการสอน ปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกลด้วยเครื่องใจโรสโคปที่สร้างขึ้น
2. คู่มือสำหรับการทำปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกลด้วยเครื่องใจโรสโคปที่สร้างขึ้น

ภาคผนวก 1. การเรียนการสอน ปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกลด้วยเครื่องมือโรสโคปที่สร้างขึ้น





ภาคผนวก 2. คู่มือสำหรับการทำปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกลด้วยเครื่องไอโรสโคปที่สร้างขึ้น

01208381 Mechanical Engineering Laboratory

Gyroscope Apparatus

การทดลองปรากฏการณ์ไจโรสโคป

วัตถุประสงค์ เพื่อทดลองให้เห็นจริงถึงกฎข้อที่สองของ Newton สำหรับการเคลื่อนที่เชิงมุม จากปรากฏการณ์ไจโรสโคป โดยการตรวจสอบทิศทางโมเมนต์จากการทดลองที่ 1 และ ตรวจสอบขนาดโมเมนต์จากการทดลองที่ 2

$$\vec{M} = \dot{\vec{H}} = \vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$$

(โมเมนต์ = อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมเชิงมุม)



รูปที่ 1 ชุดทดลองปรากฏการณ์ไจโรสโคป (Gyroscope Apparatus)

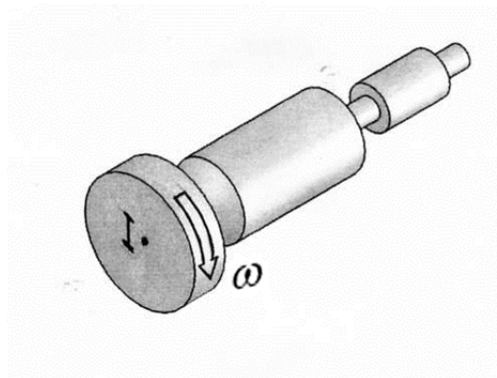
บทนำ (อธิบายรายละเอียด)

- ไจโรสโคป คือ อะไร
- ปรากฏการณ์ไจโรสโคปเป็นไปตามทฤษฎีอะไร
- ประโยชน์ของไจโรสโคปมีอะไรบ้าง

ทฤษฎี

โมเมนตัมเชิงมุม (Angular Momentum) คือ

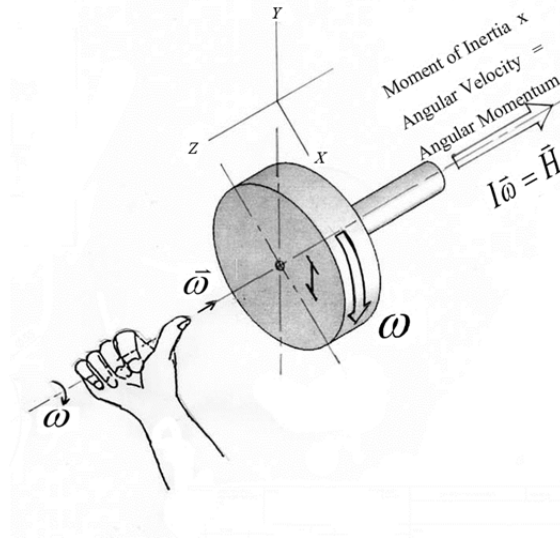
โมเมนต์ของความเฉื่อย \times ความเร็วเชิงมุม
 (Moment of Inertia) \times (Angular Velocity)



$$\vec{H} = I\vec{\omega}$$

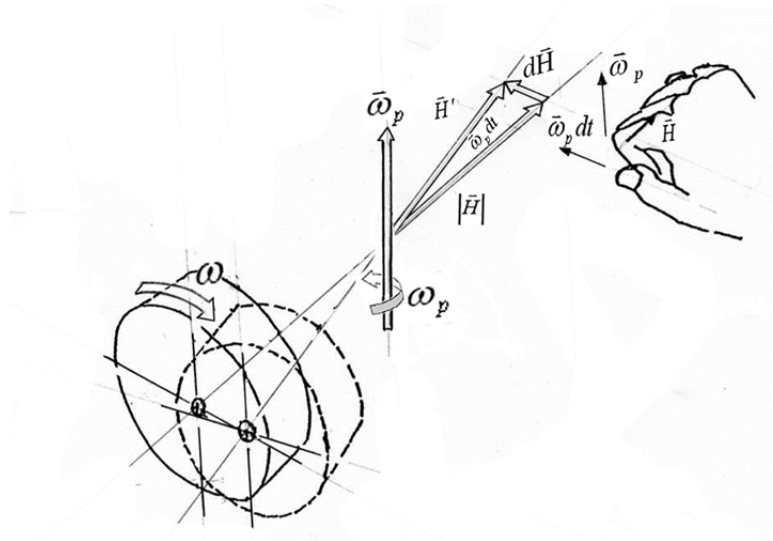
รูปที่ 2 โมเมนตัมเชิงมุม

เนื่องจาก Momentum of Inertia , เป็นปริมาณ Scalar ผลคูณของมันกับ Angular velocity $\vec{\omega}$ ซึ่งเป็น Vector จึงเป็น Vector ที่มีทิศทางตามรูปที่ 3



รูปที่ 3 ทิศทางโมเมนตัมเชิงมุม

เมื่อ Rotor แกว่งไป (ซ้ายไป) รอบแกนตั้ง (Y) ด้วยความเร็วเชิงมุม ω_p

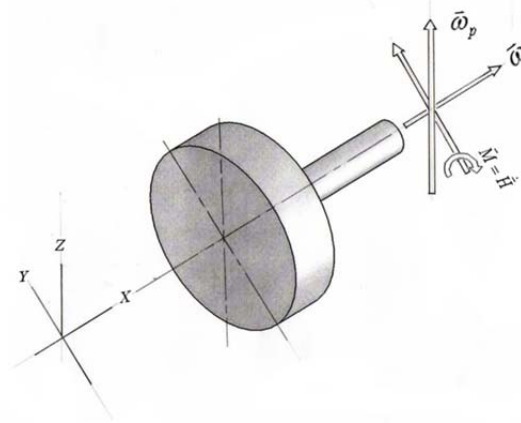


รูปที่ 4 ทิศทางเวกเตอร์ต่างๆ ขณะ Rotor แกว่ง

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \dot{\vec{H}} = \vec{\omega}_p \times \vec{H}$$

กฎของนิวตัน

$$\vec{M} = \dot{\vec{H}}$$



รูปที่ 5 ทิศทางของเวกเตอร์ตามกฎของนิวตัน

ถ้าให้ Rotor ซึ่งหมุนด้วยความเร็ว $\vec{\omega}$ และสายไปด้วยความเร็ว $\vec{\omega}_p$ จะต้องพุงมันด้วยโมเมนต์ \vec{M} โดย

$$\vec{M} = \dot{\vec{H}} = \vec{\omega}_p \times \vec{H}$$

แต่ $\vec{H} = I\vec{\omega}$

ดังนั้น $\vec{M} = \vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$

เป็นที่น่าสังเกตว่า ถ้า Rotor หมุนรอบแกนหนึ่ง สมมุติว่าแกน X แล้วแกนหมุนจะต้องเปลี่ยนทิศทางรอบแกนหนึ่งซึ่งตั้งฉากกับแกนหมุน สมมุติว่าเป็นแกน Y จะต้องมีโมเมนต์ รอบแกนอีกแกนหนึ่ง ซึ่งตั้งฉากกับแกนทั้งสองคือแกน X กับ Y เรียกแกน โมเมนต์นี้ว่า Z

$$\vec{M} = \vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$$

เครื่องมือและอุปกรณ์ ประกอบการทดลองมีดังต่อไปนี้

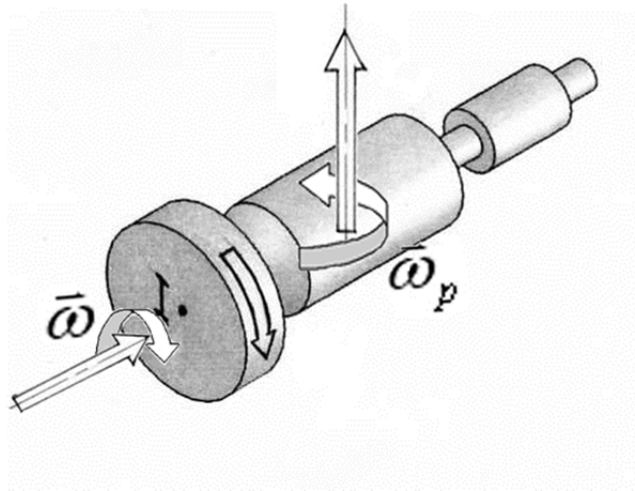
1. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง(M-1)
2. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง(M-2)
3. DC. Power Supply แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง (ซ่อนอยู่ในตัวเครื่อง) โดยแปลงไฟฟ้ากระแสสลับ 220 V AC เป็นไฟฟ้ากระแสตรง 12 V DC ซึ่งมีอยู่ 2 ชุดแต่ละชุดจะควบคุมมอเตอร์ (M-1) และมอเตอร์(M-2)
4. Tachometer วัดความเร็วรอบของมอเตอร์ Rotor
5. ชุดปรับความเร็วของมอเตอร์โดยการปรับระดับแรงดันซึ่งมีอยู่ 2 ชุดแต่ละชุดจะควบคุมมอเตอร์(M-1) และ (M-2) พร้อมสวิตช์กลับทิศทางของมอเตอร์ทั้งสองตัว

การทดลองจะแบ่งเป็น 2 การทดลองย่อย

- การตรวจสอบทิศทางโมเมนต์จากการทดลอง ที่ 1 และ
- การตรวจสอบขนาดโมเมนต์จากการทดลองที่ 2

การทดลองที่ 1

วัตถุประสงค์ เพื่อทดลองให้เห็นว่า ทิศทาง ของ Moment ที่ต้องพียง Rotor เป็นโมเมนต์ที่มีทิศทางเดียวกับ $\vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$



รูปที่ 6 แสดงทิศทางการหมุนมอเตอร์เมื่อทำการทดลอง

ลำดับขั้นการทดลอง

1. ปรับทิศทางการหมุนของมอเตอร์ 2 ตัว ให้เป็นไปตามทิศทางที่แสดง และมีความเร็วในการหมุน ไม่เกินกำหนด !
2. สังเกตว่าตัวมอเตอร์ที่แขวนอยู่อย่างสมดุลจะเปลี่ยนไปอย่างไร
3. จะเห็นว่าหางของ GYROSCOPE จะกระดกขึ้นมาใช่ไหม ?
4. ถ้าจะให้ GYROSCOPE สมดุลย์เหมือนเดิมในขณะที่ Rotor หมุนและส่ายไปพร้อมกัน จะต้องทำอะไร ? ต้องเอาน้ำหนักมาตรฐาน(แผ่นกลมๆ) มาถ่วงหาง GYROSCOPE ใช่ไหม?
5. พิจารณาน้ำหนักมาตรฐานที่นำมาใช้ถ่วงให้สมดุลย์ถือว่าเป็น Moment รอบมุมแขวนมอเตอร์ เป็นเวกเตอร์ทิศทางไปทางไหน? เป็นไปตาม $\vec{M} = \vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$ หรือไม่?

การทดลองที่ 2

วัตถุประสงค์ เพื่อทดลองให้เห็นว่า ขนาด ของ Moment ที่ต้องพยุ่ง Rotor เท่ากับ ขนาดของ Cross Product $M = \omega_p \times I\omega$ โดยการทดสอบใส่มวลด้าน โมเมนต์ที่เกิดขึ้นจำนวน 2 ครั้งเพื่อพิสูจน์ดังนี้

แนวคิด

เมื่อใส่มวล ครั้งที่ 1 $M_1 = \omega_{p1} \times I_1\omega_1$ (1)

เมื่อใส่มวล ครั้งที่ 2 $M_2 = \omega_{p2} \times I_2\omega_2$ (2)

โดย โมเมนต์ M_1 และ M_2 สามารถหาได้จากการวัดระยะแขนของการหมุนคูณกับน้ำหนักของมวลมาตรฐาน ω_{p1} และ ω_{p2} วัดได้โดยการจับเวลาที่ใช้ในการหมุนไป 5 รอบ ω_1 และ ω_2 ให้มีความเร็วการหมุนมากเท่าที่กำหนดจากไฟป้อน

สมการ (1) และ (2) แต่ละครั้งจะสามารถหาค่า I_1 และ I_2 ได้ แต่ว่าการทดลองทั้งสองครั้งนี้ใช้มอเตอร์ Rotor ตัวเดียวกัน ดังนั้นการพิสูจน์ขนาดของโมเมนต์ว่าเท่ากับขนาดของ Cross Product $M = \omega_p \times I\omega$ เป็นจริงก็เมื่อ I_1 และ I_2 มีขนาดเท่ากัน

ทำไม $M = \omega_p \times I\omega$

เนื่องจาก $\vec{\omega}_p$ และ $\vec{\omega}$ ตั้งฉากซึ่งกันและกัน ดังนั้นขนาดของ CROSS PRODUCT

$$\begin{aligned} |\vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}| &= |\vec{\omega}_p| \cdot |I\vec{\omega}| \sin 90^\circ \\ &= |\vec{\omega}_p| \cdot |I\vec{\omega}| \\ &= I \times \omega_p \times \omega \end{aligned}$$

ลำดับขั้นตอนการทดลอง

1. ตรวจสอบทิศทางการหมุนเพื่อให้เกิดโมเมนต์ เพื่อให้หาง Rotor กระดกขึ้น
2. ถ่วงน้ำหนักมาตรฐานแผ่นกลม **1 แผ่น** (มวล 40 g) ที่หาง GYROSCOPE
3. ปรับความเร็วของ Rotor (ω) ให้มากที่สุดเท่าที่กำหนด อ่านค่าความถี่ที่ได้จาก Tachometer แล้วบันทึก
4. ปรับความเร็วของการส่าย ω_p จน GYROSCOPE อยู่ในสมดุลเหมือนก่อนถ่วง
5. วัดค่า ω_p โดยการจับเวลาว่าใช้เวลาในการส่ายไป 5 รอบกี่วินาที คำนวณหา ω_p เป็น rad/s ส่วน ω เทียบได้จากการอ่านกราฟที่นำมาด้วยนี้ อย่าลืมแปลงหน่วยเป็น rad/s
6. คำนวณหาโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักถ่วง รอบหมุดแวนมอเตอร์ คิดเป็น Newton-Metre
7. คำนวณหาขนาดของโมเมนต์ความเฉื่อย จากแนวคิดที่อธิบายไว้ในขั้นตอนที่ 2
8. **เพิ่ม**น้ำหนักมาตรฐานแผ่นกลมอีก 1 แผ่น (กลายเป็นมวลรวม 80 g) ที่หาง GYROSCOPE
9. ทำการทดลองซ้ำและคำนวณค่า ตามลำดับที่ 3 ถึง 7
10. เปรียบเทียบผลลัพธ์ของข้อ 7 เพื่อตรวจสอบว่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของโรเตอร์ มีค่าเท่าไร เนื่องจากโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักถ่วงที่ใส่เข้าสองครั้ง

โดยที่มอเตอร์โรเตอร์ของระบบเป็นตัวเดิม โมเมนต์ความเฉื่อย I ที่ควรมีค่าเท่ากัน ดังนั้น คำนวณหาขนาดของโมเมนต์ความเฉื่อย จากสูตร $\vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$ เมื่อถ่วงน้ำหนักสองครั้ง (มวล 40 g. และ 80 g.) ควรจะได้ $I_1 = I_2$ ซึ่งทำให้ได้ข้อสรุปที่ว่า

$$\vec{M} = \vec{\omega}_p \times I\vec{\omega}$$

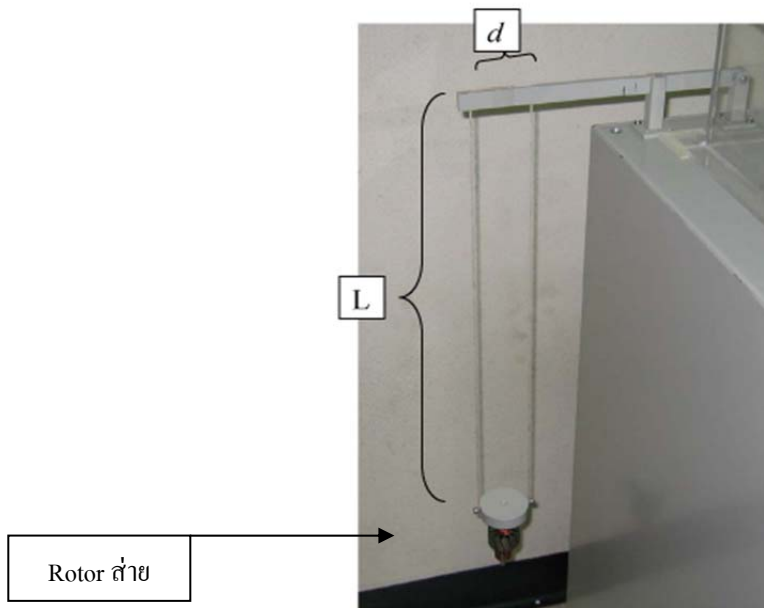
(เนื่องจาก มอเตอร์โรเตอร์เป็นมอเตอร์มือสอง ซึ่งไม่สามารถหาเพิ่มเติมได้ จึงไม่มีโรเตอร์ชนิดเดียวกันให้ทดลอง
หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยได้ในตัวอย่างนี้ จึงต้องการแสดงการคำนวณเป็นตัวอย่างเท่านั้น)***

**เราสามารถคำนวณหาค่า Moment of Inertia โดยการใส่สมการ

$$I = \frac{Mgd^2T^2}{16\pi^2L}$$

วิธีการหาค่าต่างๆให้ดูจากรูป แล้วนำไป คำนวณใน สมการ

1. M = มวล มีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg) หาได้จากการนำเอา ROTOR ที่ใช้สายไปชั่งน้ำหนัก
2. g = ค่าความเร่งจากแรงโน้มถ่วงของโลก เท่ากับ 9.81 มีหน่วยเป็น m/s^2
3. ระยะ d และระยะ L วัดระยะตามรูปมีหน่วยเป็นเมตร (m)
4. ขยับสาย Cable ให้ชุด ROTOR แกว่งรอบแกนตั้งแล้วจับเวลาหาคาบของการแกว่งเป็นวินาที เท่ากับ T ระวังอย่าแกว่งมาก ให้จับเวลาการแกว่ง 20 ครั้ง ว่าใช้เวลากี่วินาที แล้วหารระยะเวลาการแกว่ง 1 ครั้ง

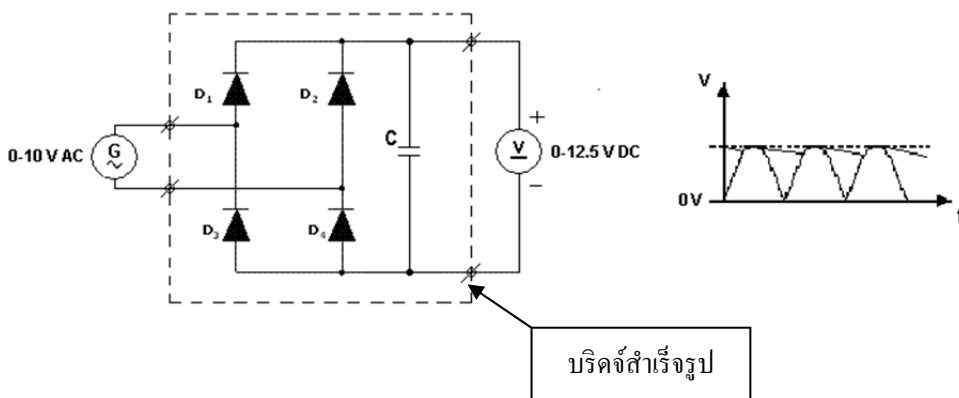


ภาคผนวก

รายละเอียดการใช้งานและข้อจำกัดของอุปกรณ์ประกอบการทดลอง

1. มอเตอร์แวน(M-1) เป็นมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ขนาด 12 V เป็นมอเตอร์ขนาดเล็ก ความเร็วสูง ถึง 6,000 รอบต่อนาที ที่ 12 V แต่ในการใช้ในการทดลองกับชุดทดลองนี้ กำหนดให้ใช้ที่ 10 V เป็นการป้องกันความเสียหายของมอเตอร์ ความเร็วรอบจะอยู่ประมาณ 5,300 รอบต่อนาที เพียงพอสำหรับการใช้กับชุดทดลองนี้

คุณสมบัติพิเศษ ของมอเตอร์(M-1) นี้ สามารถผลิตแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงได้ โดยอาศัยหลักการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง ขนาดแรงดันที่ได้ จะแปรผันโดยตรงกับ ความเร็ว และ แรงดัน ที่ป้อนให้ มอเตอร์ ซึ่งแรงดันที่ได้นี้ จะมีผลออกมาเป็น บวก-ลบ เพราะฉะนั้น ค่าที่ได้ เมื่อนำ โวลต์มิเตอร์มาตรวจวัดค่าแรงดันที่ออกมา จะมีขั้วที่เป็น บวก หรือ ลบ เป็นไปตามขั้วของแหล่งจ่ายที่ป้อนให้กับมอเตอร์ จึงได้มีการปรับปรุงและแก้ไขเป็นที่เรียบร้อยแล้ว โดยใช้วงจรบริดจ์ สำเร็จ ต่อก่อนที่ค่าแรงดันจะ โข่ว์ที่มิเตอร์ ฉะนั้นไม่ว่าแหล่งจ่ายจะต่อสลับขั้วแบบไหนค่าแรงดันก็จะ โข่ว์เป็นค่าบวกเสมอจึงสามารถอ่านค่าได้โดยตรง



รูปที่ ผนวก 1 วงจรบริดจ์สำเร็จรูป

2. มอเตอร์ควง(M-2) เป็นมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ขนาด 12 V เป็นมอเตอร์ที่ใช้ ปิดน้ำฝนหน้ากระจกรถยนต์ซึ่งเป็นมอเตอร์ความเร็วรอบต่ำ ประมาณ 60 รอบต่อนาที เพียงพอสำหรับการใช้กับชุดทดลองนี้

3. แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง จะมีอยู่ 2 ชุด คือ แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงให้แก่ มอเตอร์ แวน(M-1) และ แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงให้แก่ มอเตอร์ควง(M-2) ขนาดของแรงดันที่จ่ายเท่ากับ 12 V

4. ชุดควบคุมมอเตอร์ M-1 จากภาพที่ 2 แสดงให้เห็นว่ามีปุ่มควบคุมต่างๆเพื่อใช้ในการควบคุมการหมุนของ มอเตอร์ M-1 ซึ่งมีหน้าที่ของปุ่มต่างๆดังนี้

SW.1 มีหน้าที่ เปิด-ปิด แหล่งจ่ายไฟที่จ่ายให้กับมอเตอร์ M-1 โดยการกดสวิตช์ขึ้นไปที่เลข 1 เพื่อเปิดไฟจ่าย และกดสวิตช์มาที่ 0 เป็นการปิดไฟจ่าย

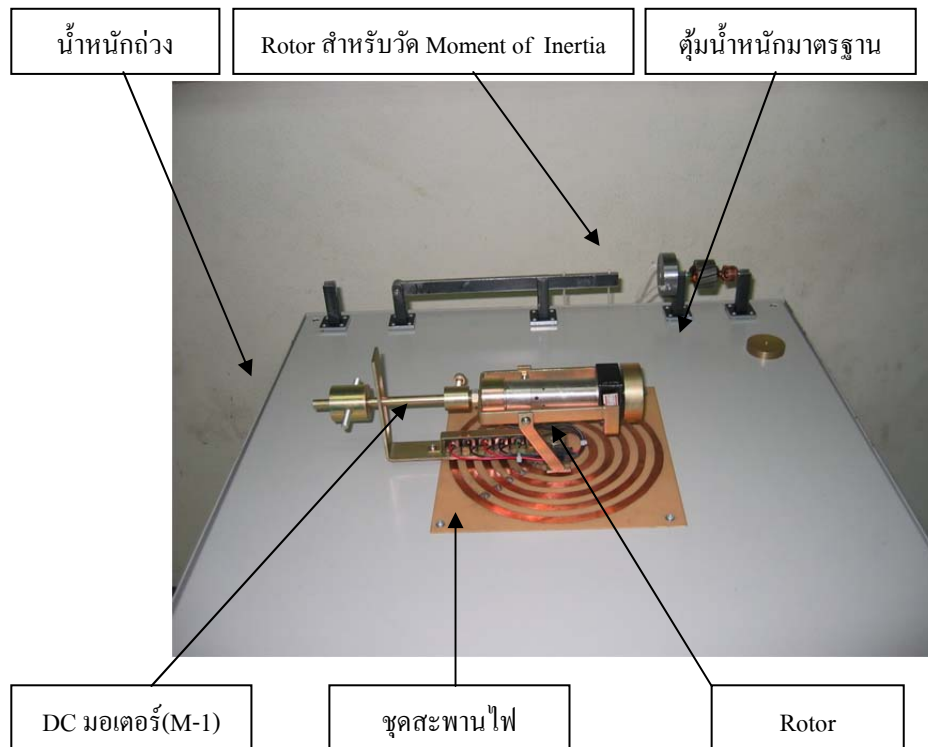
Fuse 1 มีหน้าที่ป้องกันไฟฟ้าไหลเกินขนาด เพื่อป้องกันมอเตอร์เสียหายเมื่อไฟฟ้าไหลเกินพิกัดฟิวส์จะขาด

สวิตช์กลับทางหมุน สามารถปรับทิศทางการหมุนของมอเตอร์ได้ โดยเมื่อต้องการกลับทางหมุนของมอเตอร์ให้กดลงที่ FWD. เป็นการหมุนตามเข็มนาฬิกา เมื่อต้องการให้มอเตอร์หมุนทวนเข็มนาฬิกาให้กดลงที่ REV.

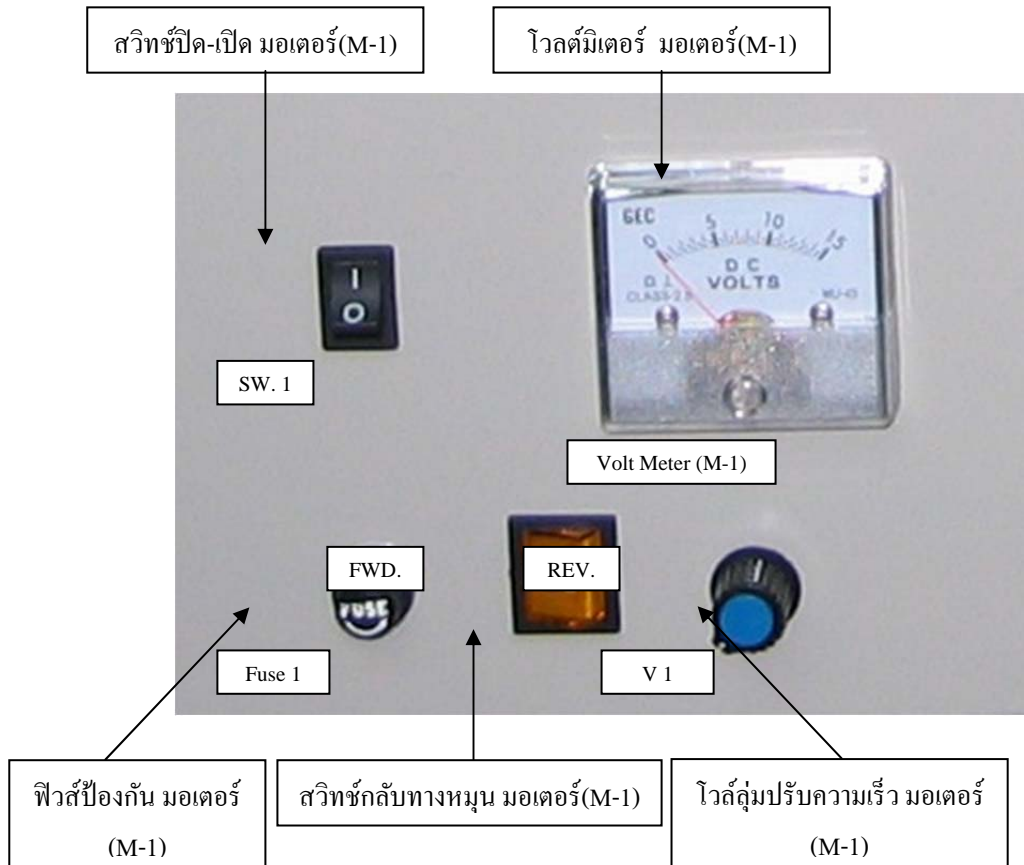
V 1 มีหน้าที่ปรับระดับแรงดันไฟฟ้าจ่ายให้กับมอเตอร์โดยเมื่อปรับตามเข็มนาฬิกา จะเป็นการเพิ่มขนาดแรงดัน และ เมื่อปรับทวนเข็มนาฬิกาจะเป็นการลดแรงดันซึ่งเสมือนเป็นการปรับความเร็วของมอเตอร์นั่นเอง

Volt Meter (M-1) มีหน้าที่แสดงค่าแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับมอเตอร์ ซึ่งแสดงค่าตามการปรับ V 1

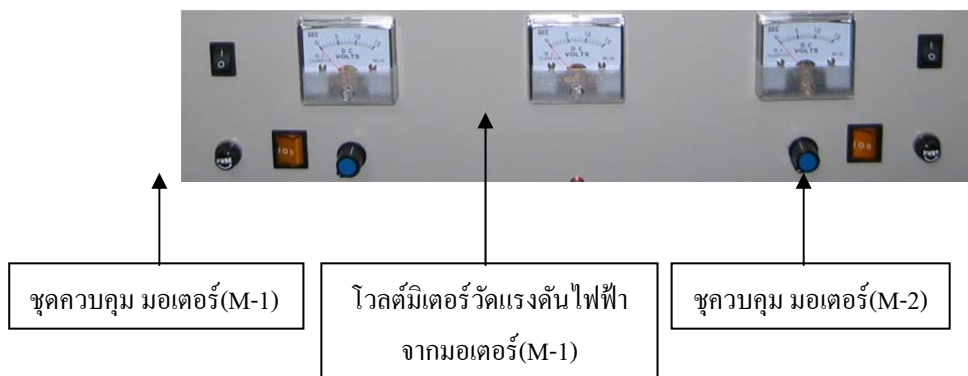
5. ชุดควบคุมมอเตอร์ M-2 จากภาพที่ 2 แสดงให้เห็นว่ามีปุ่มควบคุมต่างๆ เพื่อใช้ในการควบคุมมอเตอร์ M-2 อุปกรณ์ทุกตัวมีสัญลักษณ์เหมือนกัน ลักษณะการใช้งานก็เหมือนกันกับชุดควบคุมการหมุนมอเตอร์(M-1) แต่แตกต่างที่เลข 1 และ 2



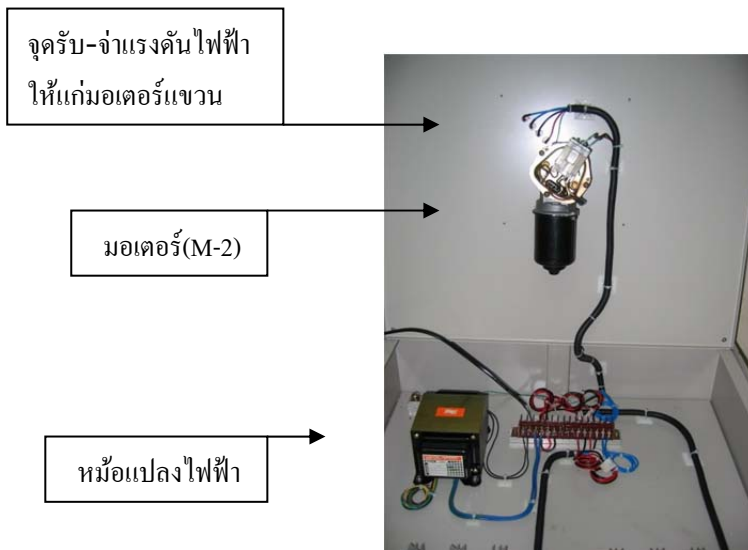
รูปที่ ผนวก 2 ส่วนประกอบของเครื่องมือชุดใจโรสโคป



รูปที่ ผนวก 3 แสดงชุดควบคุมมอเตอร์ M-1

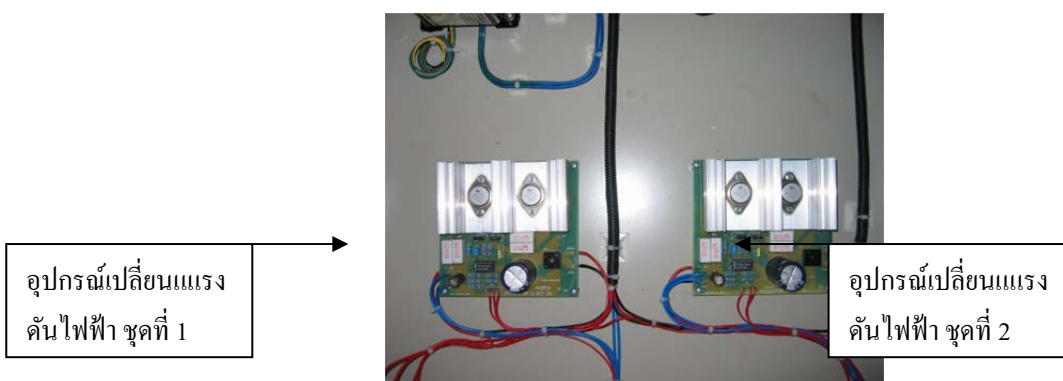


รูปที่ ผนวก 4 ชุดควบคุมหน้าตู้ควบคุม



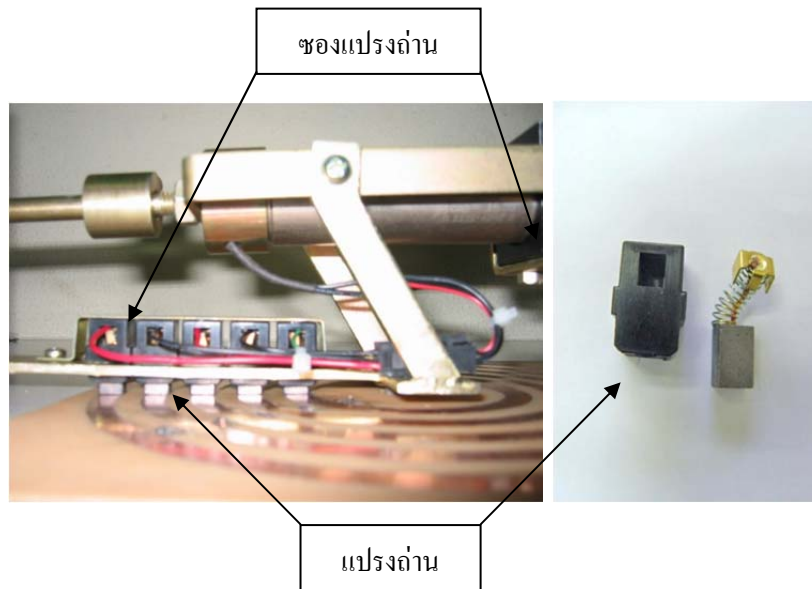
รูปที่ ๕ ผนวก ๕ แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าและมอเตอร์ M-2

6. แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง จากภาพที่ 5 เป็นอุปกรณ์ชุดทำหน้าที่เปลี่ยนแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับเป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงโดยรับไฟมาจากหม้อแปลงที่ลดระดับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับจากระดับ 220 V เป็นระดับ 12 V และระดับแรงดันนี้ ถูกต่อแยกออกเป็น 2 ชุด เพื่อไปผ่านอุปกรณ์เปลี่ยนแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับเป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง 2 ชุด โดยชุดที่ 1 ซ้ายมือ และชุดที่ 2 ขวามือ ชุดที่ 1 จะเป็นแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าให้กับมอเตอร์ M-1 ชุดที่ 2 จะเป็นแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าให้กับมอเตอร์ M-2 โดยทั้ง 2 ชุดจะสามารถปรับระดับแรงดันได้จาก 0 – 12 V และ โข้วค่าที่หน้าปัดด้านหน้าของผู้ควบคุม



รูปที่ ๖ ผนวก ๖ อุปกรณ์เปลี่ยนแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับเป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง

7. อุปกรณ์ส่งผ่านพลังงานไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไปยังอุปกรณ์ขณะที่มีการเคลื่อนที่หมุนเป็นอุปกรณ์ที่สร้างขึ้นโดยใช้แผ่นปรินทิงแดงทำเป็นเส้นวงกลมทั้งหมด 5 วง เพื่อเป็นสะพานไฟ โดยจะใช้แปรงถ่านทั้งหมด 5 ชุด เพื่อจ่ายไฟให้กับมอเตอร์ (M-1) 2 ชุด รับแรงดันไฟฟ้าที่ได้จาก มอเตอร์ (M-1) 2 ชุด และอีก 1 ชุด เพื่อต่อกับกราวด์สื่งโครงสร้างหลักดังภาพที่



รูปที่ ผนวก 7 อุปกรณ์ประกอบการส่งผ่านพลังงานไฟฟ้า

ความสัมพันธ์ระหว่างความตึงเครียดและความเร็วรอบของมอเตอร์

