บทที่ 4

วรรณกรรมปริทัศน์

การโปรแกรมเชิงเส้นสำหรับโรงกลั่นน้ำมัน (Linear Programming as used in Refinery)

4.1 ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming Models)

การโปรแกรมเชิงเส้น เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่นำไปใช้ในการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้แก่กิจกรรมต่างๆ ที่แข่งขันกันเพื่อให้บรรลุเป้าหมายเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด การโปรแกรมเชิงเส้นในปัจจุบัน ได้นำไปประยุกต์อย่างแพร่หลายในอุตสาหกรรม ธุรกิจการเงิน การเกษตร เศรษฐกิจ และการขนส่ง ปัญหาที่นำเทคนิคนี้ไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดในการผลิตสินค้าหลายชนิดของโรงงาน เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด หรือมีค่าใช้จ่ายต่ำสุด ปัญหาการใช้ส่วนผสมของวัตถุดิบในการผสมอาหารสัตว์ ตามความต้องการในการเลี้ยงสัตว์ให้เจริญเติบโตตามเป้าหมาย โดยให้ค่าใช้จ่ายของต้นทุนอาหารสัตว์ต่ำสุด ปัญหาการขนส่งทางบกหรือทางน้ำหรือทางอากาศเพื่อให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด ปัญหาการวางแผนการใช้ที่ดินให้เป็นประโยชน์ต่อการเพาะปลูกเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด ปัญหาการจัดสรรเงินในการลงทุนกิจการต่างๆ เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด

ความสำเร็จของการประยุกต์เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นที่ผ่านมา มีผู้กล่าวว่าสามารถประหยัดเงินให้กับวงการอุตสาหกรรมและธุรกิจเป็นเงินหลายพันล้านเหรียญสหรัฐฯ และเป็นความก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่สำคัญที่สุดก้าวหนึ่งที่เกิดขึ้นในช่วงกลางคริสต์ศตวรรษที่ 20

การโปรแกรมเชิงเส้น หมายถึง ตัวแบบ (Model) ทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนความสัมพันธ์ของกิจกรรมต่างๆ โดยใช้ตัวแปรทางคณิตศาสตร์แทนระดับกิจกรรมในการตัดสินใจ และพัฒนาเป็นตัวแบบคณิตศาสตร์ให้มีความสัมพันธ์ในรูปฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์ ซึ่งฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์นี้มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชั่นเชิงเส้น (Linear function) ถ้าอยู่ในรูปเรขาคณิต 2 มิติ จะเป็นเส้นตรง ถ้าอยู่ในรูปเรขาคณิต 3 มิติ จะเป็นรูประนาบ (Plane) (นิกร วัฒนพนม, 2535, น. 1)

4.2 การสร้างตัวแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้น (Formulation of Linear Programming Models)

การกำหนดโจทย์/ปัญหาซึ่งมีความสัมพันธ์จริงกับการผลิต การจัดการ ฯลฯ ให้อยู่ในรูปแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้น เพื่อให้สามารถคำนวณหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยใช้เทคนิควิธีคำนวณโปรแกรมเชิงเส้นนั้น หมายถึงการกำหนดเงื่อนไขหรือลักษณะเฉพาะหลายๆ อย่างให้กับปัญหา/โจทย์ การประยุกต์ใช้เทคนิคโปรแกรมเชิงเส้นที่ประสบผลสำเร็จคือ การประยุกต์ใช้กับโจทย์/ปัญหา ซึ่งเมื่อถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นแล้ว จะไม่เป็นโจทย์/ปัญหาซึ่งบิดเบือนแตกต่างจากโจทย์มากไป จนคำตอบจากเทคนิควิธีคำนวณโปรแกรมเชิงเส้นเป็นคำตอบที่ไม่มีความหมายกับโจทย์/ปัญหาเดิม นั่นคือสำหรับโจทย์/ปัญหาใดเมื่อถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้น (Linear relationship) แล้วอาจจะมีผลบิดเบือนให้แตกต่างไปจากโจทย์/ปัญหาเดิม อาทิเช่น ในการซื้อวัตถุดิบหรือสินค้านั้น ถ้าหากจะซื้อเพิ่มเป็น 5 เท่าตัว ก็ต้องใช้เงิน/ทรัพยากรเพิ่มอีก 5 เท่าตัว ความสัมพันธ์เชิงเส้น (ของราคาสินค้า) หมายถึง การไม่มีส่วนลดผู้ซื้อในปริมาณเพิ่มขึ้น เช่นเดียวกับการผลิต รูปแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นจะหมายถึงว่า ในการผลิตปริมาณมากขึ้นหรือน้อยลง ก็จะมีค่าต้นทุนการผลิตต่อหน่วยคงเดิม (ความสัมพันธ์เชิงเส้น) สำหรับโจทย์/ปัญหาใด ซึ่งเมื่อถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นแล้วมีผลทำให้บิดเบือนแตกต่างจากโจทย์เดิมมากจนไม่อาจยอมรับได้ โจทย์/ปัญหาเหล่านี้อาจใช้ เทคนิควิธีคำนวณเชิงปริมาณอย่างอื่น เช่น Nonlinear Programming Techniques (ไกรศร จิตธรรธรรม, 2532, น. 6)

โจทย์/ปัญหาการจัดการในตัวอย่างข้างล่างนี้ เป็นโจทย์อย่างง่ายซึ่งลอกเลียนจากโจทย์/ปัญหาการจัดการที่ใช้ในโรงกลั่นน้ำมันโดย Jean-Pierre Favennec and Denis Babusiaux, (1999) แต่มีการเปลี่ยนตัวเลขที่ใช้คำนวณให้เป็นปัจจุบันมากขึ้น ดังนี้

สมมุติให้โรงกลั่นน้ำมันมีน้ำมันดิบ 2 ชนิด คือ น้ำมันดิบชนิด A และ B (Crude A และ B) ที่แตกต่างกัน ซึ่งน้ำมันดิบแต่ละชนิดสามารถกลั่นเป็นผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูป 3 ชนิด คือ น้ำมันเบนซิน (Motor gasoline) น้ำมันดีเซล (Gas oil) และ น้ำมันเตาชนิดหนัก (Heavy fuel oil) เหมือนกัน แต่ทั้งนี้จะให้สัดส่วนผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่กลั่นได้ (Crude yields) แตกต่างกัน รายละเอียดแสดงไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1
สัดส่วนผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่ได้จากน้ำมันดิบชนิด A และ B

Crude yield	Crude Type	
	A	B
Motor gasoline	0.2	0.4
Gas oil	0.4	0.2
Heavy fuel oil	0.4	0.4

อย่างไรก็ตามตัวอย่างข้างต้นนั้นเป็นเพียงตัวอย่างอย่างง่ายเท่านั้น จึงมีผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่กลั่นได้จากน้ำมันดิบเพียงแค่ 3 ชนิด ในขณะที่ความเป็นจริงโรงกลั่นน้ำมันนั้นสามารถกลั่นได้ผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปอื่นๆ อีกด้วย เช่น ก๊าซปิโตรเลียมเหลว (LPG) น้ำมันอากาศยาน (Jet / Kerosene) และ ผลิตภัณฑ์ขั้นกลางซึ่งใช้เป็นวัตถุดิบตั้งต้นสำหรับโรงปิโตรเคมี ได้แก่ แพทฟอร์เมต เป็นต้น อีกทั้งเชื้อเพลิงที่ใช้สำหรับเผาให้ความร้อนในการกลั่นน้ำมัน (Refinery fuel) และ ผลิตภัณฑ์ที่สูญเสียไป (Loss) ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้ในกระบวนการกลั่นน้ำมันก็ไม่ได้ถูกนำมาคิดคำนวณในตัวอย่างนี้

สำหรับผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปทั้ง 3 ชนิด ข้างต้น เมื่อผลิตแล้วเสร็จจะถูกเก็บไว้ในถังเพื่อรอการจำหน่ายต่อไป ดังนั้นในการผลิตจึงทำได้ในปริมาณจำกัดตามความสามารถของถังเก็บของโรงกลั่นน้ำมันที่รองรับได้ ดังนี้

น้ำมันเบนซิน ผลิตได้มากที่สุดเท่ากับ 30,000 บาร์เรลต่อวัน

น้ำมันดีเซล ผลิตได้มากที่สุดเท่ากับ 30,000 บาร์เรลต่อวัน

น้ำมันเตาชนิดหนัก ผลิตได้มากที่สุดเท่ากับ 35,000 บาร์เรลต่อวัน

สำหรับกำไรที่ได้จากการกลั่นน้ำมันดิบชนิด A จำนวน 1 บาร์เรลต่อวัน คือ 2.2 เหรียญสหรัฐฯ สำหรับการกลั่นน้ำมันดิบชนิด B จำนวน 1 บาร์เรลต่อวัน คือ 2.7 เหรียญสหรัฐฯ (ในที่นี้ไม่ได้นำค่าใช้จ่ายในการกลั่นมาคำนวณ)

โรงกลั่นน้ำมันนั้นสามารถเลือกใช้น้ำมันดิบชนิด A เพียงชนิดเดียว จำนวน 75,000 บาร์เรลต่อวัน เพื่อเลือกกลั่นให้ได้น้ำมันดีเซลเป็นปริมาณสูงสุด (เนื่องจาก Crude yield ของน้ำมันดิบชนิด A มีสัดส่วนน้ำมันดีเซลที่สูงกว่าน้ำมันดิบชนิด B) และทำให้โรงกลั่นมีกำไร 165,000 เหรียญสหรัฐฯ ต่อวัน หรือโรงกลั่นอาจเลือกใช้น้ำมันดิบชนิด B เพียงชนิดเดียว จำนวน

75,000 บาร์เรลต่อวัน เพื่อเลือกกลั่นให้ได้น้ำมันเบนซินเป็นปริมาณสูงสุด (เนื่องจาก Crude yield ของน้ำมันดิบชนิด B มีสัดส่วนน้ำมันเบนซินที่สูงกว่าน้ำมันดิบชนิด A) และทำให้โรงกลั่นมีกำไร 202,500 เหรียญสหรัฐฯ แต่ทั้งนี้โรงกลั่นสามารถเลือกกลั่นน้ำมันดิบทั้งชนิด A และ B ในสัดส่วนที่เหมาะสมเพื่อให้ได้กำไรสูงสุดได้ ดังนั้นปัญหาของโรงกลั่นน้ำมัน คือ ต้องการใช้น้ำมันดิบแต่ละชนิดเป็นปริมาณเท่าไหร่เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด

เมื่อนำปัญหาดังกล่าวมาสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ โดยที่ ตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables) X_1 แทนปริมาณในการกลั่นน้ำมันดิบชนิด A และ X_2 แทนปริมาณในการกลั่นน้ำมันดิบชนิด B และกำหนดฟังก์ชั่นเป้าหมาย (Objective function) คือ การผลิตให้ได้กำไรสูงสุด สามารถเขียนเป็นสมการ ดังนี้

$$Z = 2.2X_1 + 2.7X_2 \quad \text{--- สมการที่ 1}$$

โดยมีข้อจำกัดดังนี้

$0.2X_1 + 0.4X_2 \leq 30{,}000$ --- สมการที่ 2 (ปริมาณการผลิตน้ำมันเบนซิน)

$0.4X_1 + 0.2X_2 \leq 30{,}000$ --- สมการที่ 3 (ปริมาณการผลิตน้ำมันดีเซล)

$0.4X_1 + 0.4X_2 \leq 35{,}000$ --- สมการที่ 4 (ปริมาณการผลิตน้ำมันเตาชนิดหนัก)

และ $X_1, X_2 \geq 0$

และจากข้อจำกัดข้างต้นจะต้องแปลงอสมการข้อจำกัดในปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นข้างต้น ให้อยู่ในรูปสมการเสียก่อน (เปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq, \geq$ ให้เป็นเครื่องหมาย =) โดยการเติมตัวแปรสแลค (Slack variables) ลงไป ซึ่งจะเขียนปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นข้างต้นได้ใหม่ดังนี้

$$\text{Maximize (Z)} = 2.2X_1 + 2.7X_2$$

โดยมีข้อจำกัดดังนี้

$0.2X_1 + 0.4X_2 + X_1' = 30{,}000$ ---- มาจากสมการที่ 2

$0.4X_1 + 0.2X_2 + X_2' = 30{,}000$ ---- มาจากสมการที่ 3

$0.4X_1 + 0.4X_2 + X_3' = 35{,}000$ ---- มาจากสมการที่ 4

และ $X_1, X_2, X_1', X_2', X_3' \geq 0$

สำหรับ X_1' , X_2', X_3' เป็นตัวแปรสแลค ซึ่งใช้แสดงถึงผลต่างระหว่างค่าทางซ้ายมือและค่าทางขวามือของสมการข้อจำกัดแต่ละสมการ โดยค่าของ X_1' คือ ผลต่างระหว่างปริมาณน้ำมันเบนซินสูงสุดที่สามารถผลิตได้ กับปริมาณน้ำมันเบนซินที่ทำให้คำตอบของโจทย์เป็นค่าที่ดีที่สุด ทำให้ผลของสมการเป้าหมายดีที่สุด (ในที่นี้คือได้กำไรสูงสุด) เช่นเดียวกับ X_2' และ X_3' ที่ใช้แทนผลต่างระหว่างปริมาณน้ำมันดีเซลและน้ำมันเตาชนิดหนักสูงสุดที่สามารถผลิตได้ กับปริมาณน้ำมันดีเซลและน้ำมันเตาชนิดหนัก ที่ทำให้คำตอบของโจทย์เป็นค่าที่ดีที่สุด ตามลำดับ

จากตัวอย่างข้างต้น สามารถแสดงเป็นรูปแบบมาตรฐานของการโปรแกรมเชิงเส้น ดังนี้

Maximize $\quad Z = c_1 X_1 + c_2 X_2$

ข้อจำกัด
$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 \le b_1$$
$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 \le b_2$$
$$a_{31} X_1 + a_{32} X_2 + a_{33} X_3 \le b_3$$

และ $X_1, X_2, X_3 \ge 0$

ในกรณีที่ปัญหามีสมการข้อจำกัดจำนวน m สมการ และมีตัวแปรตัดสินใจจำนวน n ตัวแปร จะสามารถเขียนได้ดังนี้

Maximize $\quad Z = \sum_{j=1}^{n} c_j X_j$

ข้อจำกัด $\quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \le b_i$, i = 1 to m

หรือ

Minimize $\quad Z = \sum_{j=1}^{n} c_j X_j$

ข้อจำกัด $\quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \ge b_i$, i = 1 to m

หมายเหตุ: การหาค่าสูงสุด (Maximizing) สมการ Z จะมีค่าเท่ากับการหาค่าน้อยที่สุด (Minimizing) ของสมการ –Z นั่นเอง

และจากข้อจำกัดข้างต้นจะต้องแปลงอสมการข้อจำกัดในปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นข้างต้นให้อยู่ในรูปสมการ (เปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$, $\geq$ ให้เป็นเครื่องหมาย =) โดยการเติมตัวแปรสแลค (Slack variables) ลงไป ซึ่งจะเขียนปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นข้างต้นได้เป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + X_i^{'} = b_i \text{ , } i \text{ = 1 to } m$$

4.3 <u>คำตอบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้น (Solution to the Linear Programming Problem)</u>

4.3.1 <u>การคำนวณหาคำตอบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์</u>

ขั้นตอนการใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในการคำนวณหาคำตอบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นนั้น หลังจากที่แปลงโจทย์ กำหนดในรูปแบบโปรแกรมเชิงเส้น ซึ่งเป็นรูปแบบมาตรฐานเชิงคณิตศาสตร์แล้ว จึงนำค่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวกับโจทย์ป้อนเข้าสู่คอมพิวเตอร์ ได้แก่ สมการเป้าหมาย (Objective function) ว่าต้องการหาคำตอบเพื่อค่าสูงสุดหรือต่ำสุด (Maximum หรือ Minimum) การกำหนดตัวแปร (Decision Variable) สมการข้อจำกัด (Constraint) และค่าข้อมูลของสัมประสิทธิ์ (Coefficient) ของตัวแปรต่างๆ ในสมการเป้าหมาย และสมการข้อจำกัด

เมื่อโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้รับข้อมูลเกี่ยวกับโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นและได้ทำการคำนวณประมวลผล โดยปกติทั่วไปแล้ว คำตอบของโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นซึ่งจะนำไปวิเคราะห์ประยุกต์ใช้งานนั้นมีส่วนประกอบแยกได้เป็น 4 ส่วน คือ

1. ค่าสมการเป้าหมาย (Objective Value) ค่าดังกล่าวเป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดแล้วแต่กรณีของสมการเป้าหมาย (Objective Function) และมักจะมีความหมายแสดงถึงค่าข้อมูลแสดงผลเป้าหมายที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้ ภายใต้สถานการณ์ของข้อจำกัดต่างๆ ที่มีอยู่

2. ค่าข้อมูลของตัวแปรปัญหา (Variable Value) ค่าดังกล่าวคือค่าของตัวแปร X ทั้งหลาย ค่าเหล่านี้หมายถึงค่าต่างๆ ของตัวแปรของตัวปัญหา (Decision Function) ซึ่งเป็นค่าที่จะทำให้ได้ผลเป้าหมายดีที่สุดตามสมการเป้าหมาย (Objective Function)

3. ค่าข้อมูลตัวแปรสแลค (Slack Value) ค่าข้อมูลเหล่านี้เป็นค่าที่เกี่ยวเนื่องกับข้อจำกัดต่างๆ (Constraint) ของโจทย์ ค่าข้อมูลเหล่านี้ใช้แสดงผลต่างระหว่างค่าทางซ้ายมือและค่าทางขวามือของสมการข้อจำกัดแต่ละสมการ ซึ่งเป็นค่าผลต่างสำหรับเมื่อค่าตัวแปรของตัวปัญหา หรือคำตอบของโจทย์เป็นค่าที่ดีที่สุด ทำให้ได้ผลของสมการเป้าหมายที่ดีที่สุด ค่าข้อมูลของ

ตัวแปรสแลค ซึ่งเป็นค่าในเชิงคณิตศาสตร์นี้ สามารถจะแปลงหรือสื่อให้มีความหมายกับโจทย์จริงที่ต้องการประยุกต์ได้ เช่น สำหรับโจทย์/ปัญหา การกำหนดสัดส่วนการผลิต (Product-mix) ค่าของตัวแปรสแลค หมายถึงระดับการใช้ทรัพยากร แสดงปริมาณทรัพยากร เช่น แรงงาน ที่เหลือใช้ยังไม่หมด

4. ค่าข้อมูลมาร์จินัล (Marginal value) ค่าข้อมูลเหล่านี้ บางครั้งถูกเรียกว่าราคาเงา (Shadow Price) เป็นค่าข้อมูลที่แสดงประมาณการว่า ค่าของสมการเป้าหมาย (Objective Value) จะเปลี่ยนแปลงไปเท่าไร ถ้าหากข้อจำกัดถูกลดหย่อนไป 1 หน่วย หรือเพิ่มทรัพยากรที่จำกัดอีก 1 หน่วยแล้วทรัพยากรที่เพิ่มขึ้นสามารถถูกนำไปใช้ได้อย่างเต็มที่โดยไม่ติดขัดที่ข้อจำกัดอื่นๆ

เมื่อนำตัวอย่างโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นซึ่งได้กำหนดเป็นรูปแบบโจทย์โปรแกรมเชิงเส้นในเชิงคณิตศาสตร์ไว้ในหัวข้อ 4.2 ข้างต้น มาประมวลหาคำตอบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยมีผลการประมวลเป็นดังนี้

Objective function value = 223,750

Decision variables	Value
X_1 (Crude A)	25,000
X_2 (Crude B)	62,500

Constraint	Value	Slack	Marginal Value
Constraint 1 (Motor gasoline)	30,000	0	2.50
Constraint 2 (Gas oil)	22,500	7,500	0
Constraint 3 (Heavy fuel oil)	35,000	0	4.25

คำตอบที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในข้างต้นสื่อหมายของการวางแผนของโรงกลั่นน้ำมัน ดังนี้

โรงกลั่นจะเลือกกลั่นน้ำมันดิบชนิด A ปริมาณ 25,000 บาร์เรลต่อวัน และน้ำมันดิบชนิด B ปริมาณ 62,500 บาร์เรลต่อวัน โดยที่

ค่าสมการเป้าหมาย (Objective Value) ค่ากำไรสูงสุดที่เป็นไปได้ในการกลั่นน้ำมันดิบทั้ง 2 ชนิด คือ 223,750 เหรียญสหรัฐฯ ต่อวัน

ค่าข้อมูลของตัวแปรปัญหา (Variable Value) ในการจัดการการกลั่นนั้นค่ากำไรสูงสุดตามข้างต้นเป็นกำไรที่ทางโรงกลั่นน้ำมันจะต้องทำการผลิตน้ำมันเบนซินปริมาณ 30,000 บาร์เรลต่อวัน น้ำมันดีเซลปริมาณ 22,500 บาร์เรลต่อวัน และ น้ำมันเตาชนิดหนักปริมาณ 35,000 บาร์เรลต่อวัน

ค่าข้อมูลตัวแปรสแลค (Slack Value) หมายความว่าโรงกลั่นน้ำมันจะเลือกผลิตน้ำมันเบนซิน และน้ำมันเตาชนิดหนักปริมาณสูงสุด (Maximum production) เท่าที่ความสามารถของถังเก็บจะรับได้ คือ ชนิดละ 30,000 บาร์เรลต่อวัน นั่นคือตัวแปรสแลค X_1' และ X_3' ล้วนมีค่าเป็นศูนย์ โดยที่ผลิตน้ำมันดีเซลเพียง 22,500 บาร์เรลต่อวัน เมื่อเปรียบเทียบกับปริมาณสูงสุดที่ถังเก็บรับได้นั้น ยังเหลือพื้นที่ในถังเก็บอีก 7,500 บาร์เรลต่อวัน ตัวแปรสแลค X_2' จึงมีค่าเท่ากับ 7,500

ค่าข้อมูลมาร์จินัล (Marginal Value) ค่าข้อมูลมาร์จินัลสำหรับการผลิตน้ำมันดีเซลมีค่าเป็นศูนย์ หมายความว่าการที่โรงกลั่นผลิตน้ำมันดีเซลเพิ่มขึ้นนั้นไม่ได้ทำให้โรงกลั่นมีกำไรเพิ่มขึ้นได้อีก ส่วนค่าข้อมูลมาร์จินัลสำหรับผลิตน้ำมันเบนซิน และน้ำมันเตาชนิดหนักมีค่าเท่ากับ 2.5 และ 4.25 ตามลำดับ ซึ่งหมายความว่าหากโรงกลั่นน้ำมันไม่ติดข้อจำกัดในเรื่องถังเก็บแล้วการผลิตน้ำมันเบนซิน และน้ำมันเตาชนิดหนักเพิ่มขึ้น อาจจะคุ้มค่าที่จะจ่ายเงินเพิ่มในอัตราไม่เกินค่าข้อมูลมาร์จินัลข้างต้น เพื่อให้มีกำไรเพิ่มมากขึ้นตามอัตราดังกล่าว หมายความว่า หากเพิ่มการผลิตน้ำมันเบนซินอีก 1 บาร์เรลต่อวัน โรงกลั่นน้ำมันจะมีกำไรเพิ่มขึ้น 2.5 เหรียญสหรัฐฯ และหากเพิ่มการผลิตน้ำมันเตาชนิดหนักอีก 1 บาร์เรลต่อวัน โรงกลั่นน้ำมันจะมีกำไรเพิ่มขึ้น 4.25 เหรียญสหรัฐฯ ในทางกลับกันหากการผลิตถูกลดหย่อนไป 1 หน่วย เช่น ถ้าลดการผลิตน้ำมันเบนซินลง 1 บาร์เรลต่อวัน แล้วจะทำให้กำไรลดลง 2.5 เหรียญสหรัฐฯ และถ้าลดการผลิตน้ำมันเตาชนิดหนัก ลง 1 บาร์เรลต่อวัน แล้วจะทำให้กำไรลดลง 4.25 เหรียญสหรัฐฯ ด้วยนั่นเอง

อย่างไรก็ตามการเพิ่มหรือลดการผลิตน้ำมันสำเร็จรูปนั้น สัดส่วนของน้ำมันดิบที่นำมากลั่นย่อมเปลี่ยนแปลงไป เพื่อให้สอดคล้องกับสัดส่วนของผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่ต้องการผลิตได้นั่นเอง ยกตัวอย่างคำนวณ เช่น หากลดการผลิตน้ำมันดิบ A ปริมาณ 10 บาร์เรลต่อวัน แล้วเพิ่มการผลิตน้ำมันดิบ B ปริมาณ 10 บาร์เรลต่อวัน สัดส่วนการผลิตจะเปลี่ยนไป ดังนี้

Crude A	24,990	บาร์เรล
Crude B	62,510	บาร์เรล
รวม	87,500	บาร์เรล
Motor gasoline	30,002	บาร์เรล
Gas oil	22,498	บาร์เรล
Heavy fuel oil	35,000	บาร์เรล
รวม	87,500	บาร์เรล

จะเห็นได้ว่าการเพิ่มน้ำมันดิบชนิด B ซึ่งมีสัดส่วนของน้ำมันเบนซินมากกว่าน้ำมันดิบชนิด A กำไรที่โรงกลั่นได้รับจะเปลี่ยนแปลงไปดังนี้

10 บาร์เรลที่เพิ่มขึ้นของน้ำมันดิบ B กำไรจะเพิ่ม 2.7 เหรียญสหรัฐต่อบาร์เรล = 27 เหรียญสหรัฐฯ
10 บาร์เรลที่ลดลงของน้ำมันดิบ A กำไรจะลดลง 2.2 เหรียญสหรัฐต่อบาร์เรล = 22 เหรียญสหรัฐฯ
ดังนั้น กำไรเพิ่มขึ้น =+5 เหรียญสหรัฐฯ

สามารถเขียนสัดส่วนของผลิตภัณฑ์ใหม่ที่ได้ โดยแสดงไว้ในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2
สัดส่วนของผลิตภัณฑ์ใหม่ที่ได้
จากการเพิ่มน้ำมันดิบชนิด B ปริมาณ 10 บาร์เรล และ ลดน้ำมันดิบ A ปริมาณ 10 บาร์เรล

Crude yield	Crude A	Crude B	เปลี่ยนแปลง
	- 10 บาร์เรล	+ 10 บาร์เรล	บาร์เรล
Motor gasoline	0.2 – 2	0.4 + 4	+ 2
Gas oil	0.4 - 4	0.2 + 2	- 2
Heavy fuel oil	0.4 – 4	0.4 + 4	0

นั่นหมายความว่าการมีวัตถุดิบตั้งต้นจากแหล่งที่แตกต่างกัน ย่อมกลั่นได้ผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่แตกต่างกัน รวมถึงการเลือกกลั่นวัตถุดิบแต่ละชนิดในปริมาณที่แตกต่างกัน ปริมาณผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปที่ได้ก็จะแตกต่างกันเช่นกัน นั่นหมายถึงกำไรของโรงกลั่นน้ำมันที่ได้รับจะแตกต่างกันไป โดยปกติโรงกลั่นน้ำมันอาจเลือกวัตถุดิบที่แตกต่างกัน รวมถึงเลือกนำวัตถุดิบแต่ละชนิดมากลั่นในปริมาณที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับแต่ละสถานการณ์ และข้อจำกัดต่างๆ ที่โรงกลั่นน้ำมันมีในขณะนั้น โดยโรงกลั่นน้ำมันต้องเลือกชนิดและปริมาณวัตถุดิบให้เหมาะสม เพื่อให้ได้สัดส่วนผลิตภัณฑ์ตรงความต้องการของตลาดมากที่สุด ซึ่งโรงกลั่นน้ำมันต้องพยายามจัดสรรให้ได้กำไรสูงสุด และ Linear Programming ก็เป็นเครื่องมือสำคัญที่โรงกลั่นน้ำมันนำมาช่วยในการวางแผนผลิตดังกล่าว

4.3.2 <u>การคำนวณหาคำตอบโดยวิธีกราฟ</u>

สมการเป้าหมายของโจทย์ตัวอย่างข้างต้น คือ

$Z = 2.2X_1 + 2.7X_2$ --- สมการที่ 1

โดยมีข้อจำกัดดังนี้

$0.2X_1 + 0.4X_2 \leq 30{,}000$ --- สมการที่ 2 (ปริมาณการผลิตน้ำมันเบนซิน)

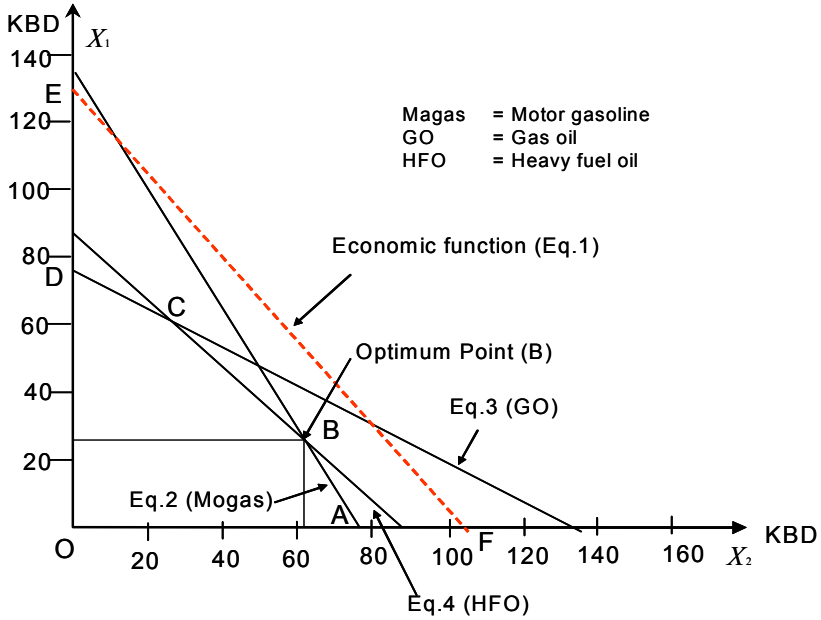
$0.4X_1 + 0.2X_2 \leq 30{,}000$ --- สมการที่ 3 (ปริมาณการผลิตน้ำมันดีเซล)

$0.4X_1 + 0.4X_2 \leq 35{,}000$ --- สมการที่ 4 (ปริมาณการผลิตน้ำมันเตาชนิดหนัก)

และ $X_1, X_2 \geq 0$

จากสมการที่ 2,3 และ 4 สามารถนำมาเขียนบนกราฟเป็นสมการเส้นตรง 3 เส้น ดังแสดงได้ดังภาพที่ 4.1

ภาพที่ 4.1
การหาจุดที่ทำให้ค่าฟังก์ชั่นเป้าหมายมีค่าสูงสุดโดยวิธีใช้กราฟ



จากภาพที่ 4.1 สมการเส้นตรงแต่ละเส้นจะแบ่งพื้นที่กราฟออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่อยู่บนพื้นที่ใต้เส้นแต่ละเส้น ซึ่งจุดทุกจุดของ X_1 และ X_2 (Co-ordinates X_1, X_2) ในพื้นที่นี้จะสอดคล้องกับข้อจำกัดแต่ละข้อ ซึ่งเรียกว่า จุดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible solution คือ คำตอบทั่วไปที่สอดคล้องกับข้อจำกัดที่ตัวแปรตัดสินใจต้องมีค่าไม่ติดลบ) และอีกส่วน คือ ส่วนที่อยู่บนพื้นที่เหนือเส้นแต่ละเส้น ซึ่งจุดทุกจุดของ X_1 และ X_2 (Co-ordinates X_1, X_2) จะไม่เป็นไปตามข้อจำกัดแต่ละข้อ ซึ่งเรียกว่า จุดของผลลัพธ์ที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible solution คือ คำตอบทั่วไปที่ค่าของตัวแปรตัดสินใจไม่เป็นไปตามข้อจำกัด หรือขัดกับข้อจำกัด ซึ่งตัวแปรตัดสินใจต้องมีค่าไม่ติดลบเช่นกัน) เมื่อพิจารณาพื้นที่ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดทุกข้อของโจทย์/ปัญหานั้นจะอยู่ภายใต้พื้นที่ OABCD ในภาพที่ 4.1 ซึ่งเรียกว่า ขอบข่ายของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible region) ดังนั้นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจะต้องอยู่บนพื้นที่ OABCD สำหรับการหาจุดที่ทำให้ค่าฟังก์ชั่นเป้าหมายมีกำไรสูงสุด และสอดคล้องกับข้อจำกัดทุกข้อ ต้องใช้สมการที่ 1 ในข้อ 4.2 มาเขียนบนกราฟเป็นสมการเส้นตรง EF เรียกว่า Economic function แสดงไว้ดังภาพที่ 4.1 แต่เนื่องจากเส้นตรง EF (Economic function) ไม่อยู่บนพื้นที่ OABCD หรือ ไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงต้องเลื่อนเส้นตรงนี้ในแนวขนานกับตำแหน่งเดิมลงมา เพื่อหาจุดที่อยู่บน

พื้นที่ OABCD ซึ่งเมื่อเลื่อนลงมาจะพบจุด B เป็นตำแหน่งแรก (จุดที่สูงที่สุดที่เป็นไปได้ซึ่งสอดคล้องกับข้อจำกัดทุกข้อ ทำให้ได้กำไรสูงสุด) ดังนั้นจุด B ซึ่งมีค่า X_1 = 25,000 และ X_2 = 62,500 เป็นจุดที่ทำให้ค่าฟังก์ชั่นเป้าหมายมีกำไรสูงสุดนั่นเอง