บทที่ 1

บทนำ

(INTRODUCTION)

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย (Background)

ปัญหาต่างๆทางวิทยาศาสตร์สามารถอธิบายได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ก็เพื่อนำไปอธิบายพฤติกรรม แนวโน้ม หรือผลเฉลยของปัญหานั้นๆ และเมื่อเข้าใจปัญหาต่างๆแล้วก็จะสามารถดำเนินการในส่วนที่เกี่ยวข้องได้ ในทางคณิตศาสตร์จึงมีการศึกษาเพื่อหาผลเฉลยของสมการในรูปแบบต่างๆ เช่น สมการเชิงอนุพันธ์ (differential equations) สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equations) และสมการไดโอแฟนไทน์ (Diophantine Equations) เป็นต้น

สมการไดโอแฟนไทน์ ตั้งขึ้นตามชื่อของนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก ชื่อ ดีฟานโตส แห่งอะเล็กซานเดรีย และชื่อสมการไดโอแฟนไทน์นี้ถูกนำไปใช้เรียกสมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัวหรือมากกว่าหนึ่งตัว และผลเฉลยเป็นจำนวนเต็มนั่นเอง

สมการไดโอแฟนไทน์จึงมีมากมายหลายรูปแบบ ตัวอย่างสมการไดโอแฟนไทน์ที่เป็นที่รู้จักอย่างแพร่หลาย คือ $x^n + y^n = z^n$ เมื่อ *n* เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 2 นั่นเป็น สมการไดโอแฟนไทน์จาก ทฤษฎีบทสุดท้ายของแฟร์มาต์ (อังกฤษ: Fermat's last theorem) เป็นหนึ่งในทฤษฎีบทที่โด่งดังในประวัติศาสตร์ของคณิตศาสตร์ ซึ่งปิแยร์ เดอ แฟร์มาต์ นักคณิตศาสตร์ในคริสต์ศตวรรษที่ 17 ได้เขียนทฤษฎีบทนี้ลงในหน้ากระดาษหนังสือ *Arithmetica* ของไดโอแฟนตัส ฉบับแปลเป็นภาษาละตินโดย Claude-Gaspar Bachet เขาเขียนว่า "ฉันมีบทพิสูจน์ที่น่าอัศจรรย์สำหรับบทสรุปนี้ แต่พื้นที่กระดาษเหลือน้อยเกินไปที่จะอธิบายได้" (เขียนเป็นภาษาละตินว่า "Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.") อย่างไรก็ตาม ตลอดระยะเวลา 357 ปี ไม่มีใครสามารถพิสูจน์ได้ถูกต้องเลย ข้อความนี้มีความสำคัญ

มาก เพราะว่าข้อความอื่นๆ ที่แฟร์มาต์เขียนนั้น ได้รับการพิสูจน์หมดแล้ว ไม่ว่าจะพิสูจน์ด้วยตัวเขาเอง หรือว่ามีคนให้บทพิสูจน์ในภายหลัง ทฤษฎีบทนี้ไม่ได้เป็นข้อความคาดการณ์สุดท้ายที่แฟร์มาต์เขียน แต่เป็นข้อสุดท้ายที่จะต้องพิสูจน์ นักคณิตศาสตร์ได้พยายามพิสูจน์หรือไม่ก็หักล้างทฤษฎีบทนี้มาโดยตลอด และต้องพบกับความล้มเหลวทุกครั้งไป ทำให้ทฤษฎีนี้เป็นทฤษฎีที่สร้างบทพิสูจน์ที่ผิดๆ มากที่สุดในวงการคณิตศาสตร์ก็ว่าได้ อาจเป็นเพราะทฤษฎีบทนี้ดูแล้วไม่มีอะไรซับซ้อนนั่นเอง

ดังนั้น จึงมีการศึกษาการหาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ในรูปแบบต่างๆ อย่างกว้างขวาง และในปี ค.ศ. 2007 Dumitru Acu ได้มีผลงานวิจัยเรื่อง “On a Diophantine equation” ที่ตีพิมพ์ใน General Mathematics Vol. 15 No. 4 (2007) ซึ่งเป็นการศึกษาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ซึ่งอยู่ในรูป $2^x + 5^y = z^2$ มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบเพียง 2 ผลเฉลย คือ $(x, y, z) \in \{(3,0,3),(2,1,3)\}$

จากผลงานที่ส่งเข้าประกวดในโครงการประกวดโครงงาน สิ่งประดิษฐ์ และนวัตกรรม ในงานวันสถาปนามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ประจำปี 2553 และโครงการวิจัย เรื่องสมการไดโอแฟนไทน์ที่อยู่ในรูป $2^x + 7^y = z^2$ และ $2^x + 17^y = z^2$ ซึ่งได้งบประมาณเงินรายได้ ประจำปี 2554 ของ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การศึกษาการหาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ในครั้งนี้ เราสนใจสมการไดโอแฟนไทน์ที่อยู่ในรูป สมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = c^z$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b, c บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ และ สมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = z^2$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ ทั้งนี้จะเป็นตัวอย่างการสร้างงานวิจัยจากการศึกษางานของผู้อื่นแก่นักศึกษา เพื่อให้เกิดแนวคิดในการสร้างสรรค์งานวิจัยใหม่ๆต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย (Objectives of the Study)

1 ศึกษาความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน และสมการไดโอแฟนไทน์

2 ศึกษาทฤษฎีจำนวน และสมการไดโอแฟนไทน์จากผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์เผยแพร่ใน

วารสารต่างๆ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการศึกษาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์

3 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = c^z$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b, c บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

4 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = z^2$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย (Scope of the Study)

1 ศึกษาความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน และสมการไดโอแฟนไทน์จากเอกสารอ้างอิง

2 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = c^z$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b, c บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

3 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = z^2$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

1.4 วิธีการดำเนินการวิจัย (Research Procedure)

1 ศึกษาความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน และสมการไดโอแฟนไทน์จากเอกสารอ้างอิง และจากผลงานวิจัยใหม่ที่ตีพิมพ์เผยแผ่ในวารสารต่างๆ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัย

2 เข้าร่วมประชุมสัมมนาวิชาการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อมูลแนวคิดทฤษฎีใหม่ๆ และได้แลกเปลี่ยนความรู้กับผู้เชี่ยวชาญในแขนงต่างๆ

3 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = c^z$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b, c บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

4 ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ ซึ่งอยู่ในรูป $a^x + b^y = z^2$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b บางจำนวน โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ

5 เข้าร่วมและเสนอผลงานวิจัยในการประชุมสัมมนาวิชาการทางคณิตศาสตร์ และส่งผลงานวิจัยไปเสนอตีพิมพ์ในวารสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเผยแผ่ความรู้

6 สรุปผลการศึกษาวิจัยและจัดทำรายงานฉบับสมบูรณ์