ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

1. ชื่อ นายมานัส ทิพย์สัมฤทธิ์กุล

สถานที่ทำงาน โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี เบอร์โทรศัพท์ 081-8099654

วุฒิการศึกษา

ปริญญาตรี บริหารการศึกษา (ศษ.บ) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ปริญญาโท ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (ศษ.ม) แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ประสบการณ์หรือความชำนาญ

1. ตำแหน่ง ครูเชี่ยวชาญ
2. ประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ 30 ปี
3. รองประธานคณะกรรมการเครือข่ายครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีของ (สสวท)
4. คณะกรรมการเครือข่ายครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีของ (สสวท) พิจารณาทุนวิจัยให้ครูที่มีผลงานทั่วประเทศ ติดตามการทำวิจัย
5. จัดประชุมวิชาการในภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคเหนือ
6. วิทยากรอบรมครูคณิตศาสตร์ในเขตเศรษฐกิจพิเศษ 5 จังหวัดชายแดนภาคใต้
7. ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจผลงาน คศ.3 ของจังหวัดสุพรรณบุรี

2. ชื่อ นางต้องจิตร โสมะภีร์

สถานที่ทำงาน โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย จังหวัดสุพรรณบุรี เบอร์โทรศัพท์ 081-3846903

วุฒิการศึกษา

ปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต (คบ.) เอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูพระนคร

ปริญญาโท การศึกษามหาบัณฑิต (ก.ศ.ม.) สาขาบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ประสบการณ์หรือความชำนาญ

1. ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
2. ประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ 37 ปี
3. ครูแกนนำ เครือข่ายครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีของ (สสวท) คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
4. ผู้เชี่ยวชาญการตรวจผลงาน ค.ศ.3 ของสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา สุพรรณบุรี เขต 2 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา สุพรรณบุรี เขต 1 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา กาญจนบุรี เขต 1 และ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1

3. ชื่อ นางสาวบุญสม ศรีศักดา

สถานที่ทำงาน โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี เบอร์โทรศัพท์ 081-8188642

วุฒิการศึกษา

ปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต (คบ.) เอกคณิตศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร

ปริญญาโท ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (ศษ.ม) สาขาการวัดและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง

ปริญญาเอก กำลังศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประสบการณ์หรือความชำนาญ

1. ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
2. ประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ 14 ปี
3. วิทยากรอบรมโครงงานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
4. วิทยากรอบรมค่ายคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

ภาคผนวก ข

วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์
การเรียนรู้ เวลาที่ใช้สอน และน้ำหนักคะแนน เรื่องพาราโบลา

ตารางที่ 3.1 วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เวลาที่ใช้สอน และน้ำหนักคะแนน เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
อธิบายส่วนประกอบที่สำคัญของพาราโบลาและลักษณะของพาราโบลาได้	1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา	1.อธิบายบทนิยามของพาราโบลาส่วนประกอบและลักษณะของพาราโบลาได้ 2.ระบุส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) มีแกนขนานกับแกน X ของพาราโบลาได้ 3.อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของพาราโบลาได้	1 คาบ	1
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	2. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน X	1. อธิบายส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้ 3. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้	2 คาบ	2
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	3. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน Y	1. อธิบายส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y ได้	2 คาบ	2

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
		2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y ได้ 3. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y ได้		
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	4. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) แกนสมมาตรขนานกับแกน X	1. อธิบายสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 4. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้	2 คาบ	2

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	5.สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) แกนสมมาตรขนานกับแกน Y	1. อธิบายสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 3. ระบุส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 4.เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y ได้	2 คาบ	3
นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้	6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพาโบลา	1. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับพาราโบลาได้	2 คาบ	5

ตารางที่ 3.2 วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ เวลาที่ใช้สอน น้ำหนักคะแนน เรื่องวงรี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
อธิบายคุณสมบัติของวงรีและระบุส่วนประกอบที่สำคัญของวงรีได้	1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี	1. อธิบายบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีได้ 2. อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของวงรีได้ 3. ระบุส่วนประกอบของวงรีได้	1 คาบ	1
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงรี เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงรีให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	2.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน X	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้ 3. ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน x ได้	2 คาบ	2
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงรี เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงรีให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	3. วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y	1.อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้ 2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้	2 คาบ	2

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
		3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้		
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงรีเมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงรีให้และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	4.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน X	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกตามแกน X ได้	2 คาบ	2

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาที่ใช้สอน	น้ำหนักคะแนน
เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงรี เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงรีให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	5.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน Y	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกตามแกน Y ได้	2 คาบ	3
นำความรู้เรื่องวงรีไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้	6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวงรี	1. นำความรู้เรื่องวงรีไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับวงรีได้	2 คาบ	5

ตารางที่ 3.3 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อกำหนดจำนวนแบบทดสอบ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา	1. อธิบายบทนิยามของพาราโบลาส่วนประกอบและลักษณะของพาราโบลาได้ 2.ระบุส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) มีแกนขนานกับแกน X ของพาราโบลาได้ 3.อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของพาราโบลาได้	1	2	-	1	-
2. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน X	1. อธิบายส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้ 3. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้	2	3	-	2	-

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

<table>
<tr><th rowspan="3">สาระการเรียนรู้</th><th rowspan="3">จุดประสงค์การเรียนรู้</th><th rowspan="3">น้ำหนัก
คะแนน</th><th colspan="4">จำนวนแบบทดสอบ</th></tr>
<tr><th colspan="2">แบบทดสอบ
ที่สร้าง</th><th colspan="2">แบบทดสอบ
ที่ใช้จริง</th></tr>
<tr><th>ปรนัย</th><th>อัตนัย</th><th>ปรนัย</th><th>อัตนัย</th></tr>
<tr><td>3. สมการรูปแบบ
มาตรฐานของ
พาราโบลามีจุด
ยอดที่ (0, 0)
แกนสมมาตร
ขนานกับแกน Y</td><td>1. อธิบายส่วนต่าง ๆ ของ
พาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0)
มีแกนสมมาตรขนานกับ
แกน Y ได้
2. ยกตัวอย่างสมการของ
พาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0)
มีแกนสมมาตรขนานกับ
แกน Y ได้
3. เขียนกราฟของพาราโบลา
มีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกน
สมมาตรขนานกับแกน Y ได้</td><td>2</td><td>3</td><td>-</td><td>2</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4. สมการรูปแบบ
มาตรฐานของ
พาราโบลามีจุด
ยอดที่ (h, k)
แกนสมมาตร
ขนานกับแกน X</td><td>1. อธิบายสมการของ
พาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลาง
ที่จุด (h, k) และแกนเอก
ขนานกับแกน X ได้
2. ยกตัวอย่างสมการของ
พาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลาง
ที่จุด (h, k) และแกนเอก
ขนานกับแกน X ได้
3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของ
พาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลาง
ที่จุด (h, k) และแกนเอก
ขนานกับแกน X ได้</td><td>2</td><td>3</td><td>-</td><td>2</td><td>-</td></tr>
</table>

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
	4. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้					
5.สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) แกนสมมาตรขนานกับแกน Y	1. อธิบายสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 3. ระบุส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 4.เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y ได้	3	4	-	3	-

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพาโบลา	1. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับพาราโบลาได้	2	-	5	-	3
รวม		12	15	5	10	3

ตารางที่ 3.4 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อกำหนดจำนวนแบบทดสอบ เรื่องวงรี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี	1. อธิบายบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีได้ 2. อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของวงรีได้ 3. ระบุส่วนประกอบของวงรีได้	1	2	-	1	-
2.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน X	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้ 2. ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้ 3. ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน X ได้	2	3	-	2	-
3. วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y	1.อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้ 2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้	2	3	-	2	-

ตารางที่ 3.4 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
	4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้					
4.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน X	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกตามแกน X ได้	2	3	-	2	-
5.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน Y	1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้	3	4	-	3	-

ตารางที่ 3.4 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	น้ำหนักคะแนน	จำนวนแบบทดสอบ			
			แบบทดสอบที่สร้าง		แบบทดสอบที่ใช้จริง	
			ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
	2.ยกตัวอย่างสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 3.ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y ได้ 4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (h, k) และแกนเอกตามแกน Y ได้					
6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวงรี	1. นำความรู้เรื่องวงรีไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับวงรีได้	2	-	5	-	3
รวม		12	15	5	10	3

ตารางที่ 3.5 วิเคราะห์ข้อสอบปรนัยและแบบอัตนัย เรื่อง พาราโบลา ตามลำดับขั้นของความคิด

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม(จำนวนข้อ)	
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้			
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา	2	-	-	-	-	-	2	-
2. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน X	1	-	2	-	-	-	3	-
3. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน Y	1	-	2	-	-	-	3	-
4. สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) แกนสมมาตรขนานกับแกน X	1	-	2	-	-	-	3	-
5.สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (h, k) แกนสมมาตรขนานกับแกน Y	1	-	2	-	1	-	4	-

ตารางที่ 3.5 (ต่อ)

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม(จำนวนข้อ)	
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้			
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพาโบลา	-	-	-	-	-	5	-	5
	6	-	8	-	1	5	15	5

ตารางที่ 3.6 วิเคราะห์ข้อสอบปรนัยและแบบอัตนัย เรื่องวงรี ตามลำดับขั้นของความคิด

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม(จำนวนข้อ)	
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้			
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
1.บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี	2	-	-	-	-	-	2	-
2.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน X	1	-	2	-	-	-	3	-
3. วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y	1	-	2	-	-	-	3	-
4.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน X	1	-	2	-	-	-	3	-
5.วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) แกนเอกขนานกับแกน Y	1	-	2	-	1	-	4	-

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม(จำนวนข้อ)	
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้			
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย
6. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวงรี	-	-	-	-	-	5	-	5
	6	-	8	-	1	5	15	5

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่องพาราโบลา

คำชี้แจง 1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อละ 1 คะแนน เวลา 20 นาที

2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วตอบลงในกระดาษคำตอบ

1. เซตของจุดทุก ๆ จุดบนระนาบที่อยู่ห่างจากเส้นตรงที่คงที่เส้นหนึ่งและจุดที่คงที่จุดหนึ่งบนระนาบเป็นระยะทางเท่ากันเสมอ” กรณีที่คำกล่าวข้างต้นทำให้เกิดพาราโบลาแล้วจุดคงที่จะเรียกว่าอะไร

ก. จุดยอด

ข. จุดโฟกัส

ค. จุดศูนย์กลาง

ง. ไดเรกตริกซ์

2. ข้อใดเป็นส่วนประกอบของพาราโบลา ที่มีสมการเป็น $x^2 + 10y = 0$

ก. จุดยอดอยู่ที่ V(0, 0) และ จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(-\frac{5}{2}, 0)$

ข. จุดยอดอยู่ที่ V(0,0) และจุดโฟกัสอยู่ที่ $F(0, -\frac{5}{2})$

ค. จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(0, \frac{5}{2})$ และสมการไดเรกตริกซ์ คือ $y = -\frac{5}{2}$

ง. จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(-\frac{5}{2}, 0)$ และ สมการไดเรกตริกซ์ คือ $y = \frac{5}{2}$

3. ข้อใดเป็นสมการของพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดที่จุดกำเนิดและมีจุดโฟกัสอยู่ที่ (0,– 5)

ก. $x^2 - 20y = 0$

ข. $x^2 + 20x = 0$

ค. $x^2 - 20x = 0$

ง. $x^2 + 20y= 0$

4. ข้อใดถูกต้อง เมื่อสมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 12x$

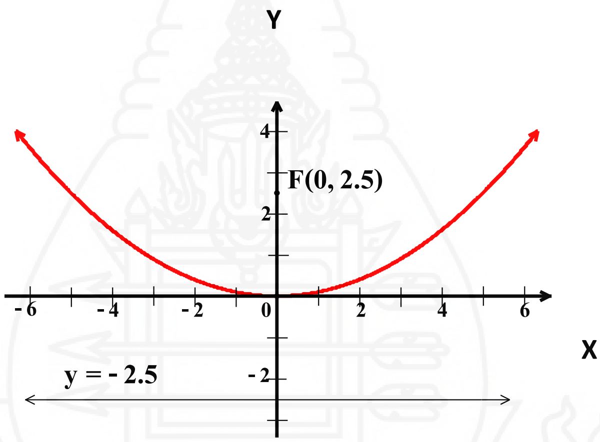
ก. จุดโฟกัสอยู่ที่ F(0,3) และ สมการไดเรกตริกซ์ คือ $y + 3 = 0$

ข. จุดโฟกัสอยู่ที่ F(3, 0) และสมการไดเรกตริกซ์ คือ $x + 3 = 0$

ค. จุดโฟกัสอยู่ที่ F(– 3 ,0) และสมการไดเรกตริกซ์ คือ $x – 3 = 0$

ง. จุดโฟกัสอยู่ที่ F(0, – 3) และ สมการไดเรกตริกซ์ คือ $y – 3 = 0$

5. จากรูปที่กำหนดให้ สมการของพาราโบลา คือข้อใด



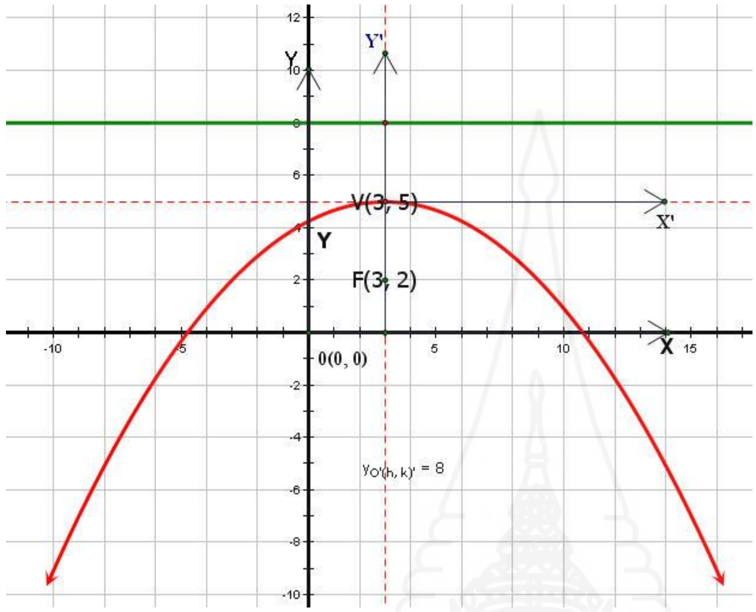
ก. $x^2 = 10y$

ข. $y^2 = 10x$

ค. $x^2 = -10y$

ง. $y^2 = -10x$

6. จากรูปที่กำหนดให้ สมการของพาราโบลา คือข้อใด



ก. $x^2 - 8x - 12y + 52 = 0$

ข. $y^2 - 8y + 12x - 52 = 0$

ค. $x^2 - 6x + 12y - 51 = 0$

ง. $y^2 - 6y + 12x - 51 = 0$

7. สมการของพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ V(–3, –4) และจุดโฟกัสอยู่ที่ F(–3, –1) คือข้อใด

ก. $(y+4)^2 = 12(x+3)$

ข. $(x-3)^2 = 12(y-4)$

ค. $(x+3)^2 = 12(y+4)$

ง. $(y-4)^2 = 12(x-3)$

8. สมการของพาราโบลา คือ $y^2 - 2y - 12x - 35 = 0$ มีจุดยอดและจุดโฟกัส คือข้อใด

ก. จุดยอดอยู่ที่ V(– 3, 1) และ จุดโฟกัสอยู่ที่ F(– 3, – 2)

ข. จุดยอดอยู่ที่ V(– 3, 1) และ จุดโฟกัสอยู่ที่ F(– 7, 1)

ค. จุดยอดอยู่ที่ V(– 3, 1) และ จุดโฟกัสอยู่ที่ F(0, 1)

ง. จุดยอดอยู่ที่ V(– 3, 1) และ จุดโฟกัสอยู่ที่ F(3, 4)

9. สมการของพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ V(3,1) และจุดโฟกัสอยู่ที่ F(5,1) คือข้อใด

ก. $(x - 1)^2 = -8(y - 3)$

ข. $(y - 1)^2 = -8(x - 3)$

ค. $(x - 1)^2 = 8(y - 3)$

ง. $(y - 1)^2 = 8(x - 3)$

10. จากสถิติการกระโดดน้ำที่ชูชาตินักกระโดดน้ำทีมชาติไทย ผลการกระโดดน้ำได้สูงกว่าจุดกระโดดคือ $x^2 - 6x + 12y - 51 = 0$ เมื่อ x คือระยะห่างจากจุดกระโดดในแนวราบ (ฟุต) จุดใดคือจุดสุดของการกระโดดน้ำของชูชาติ

ก. (3, 2)

ข. (3, 5)

ค. (5, 2)

ง. (5, 3)

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน เรื่องพาราโบลา

สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

****

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน

2. แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการทำทั้งหมด 20 นาที

---

1. งานอภินิหารมังกรสวรรค์ของจังหวัดสุพรรณบุรี ชุดพลุ จำนวนสองชุดชุดที่ 1 มีสมการเคลื่อนที่คือ $(x-3)^2 = -24(y-15)$ชุดที่สองมีสมการเคลื่อนที่คือ $x^2 - 6x + 24y - 207 = 0$ นายสมชาย บอกว่าชุดที่ 1 มีความสูงมากกว่าชุดที่ 2 สมชายพูดจริงหรือไม่

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

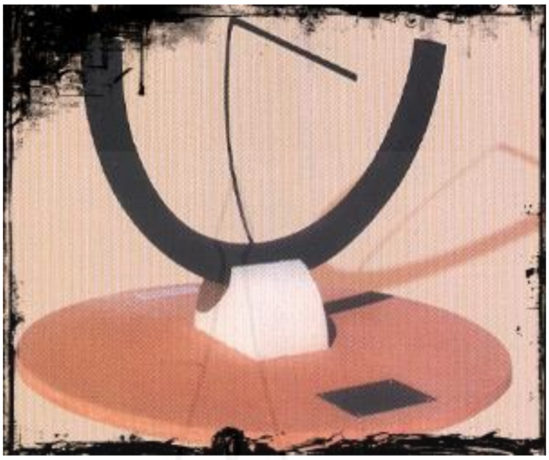
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2. วิศวกรออกแบบสวนหย่อม ออกแบบสิ่งก่อสร้างรูปพาราโบลามีจุดยอดของพาราโบลาอยู่สูงจากพื้น 5 ฟุต และตั้งฉากกับพื้นในแนวราบวิศวกรคนนี้จะเขียนสมการพาราโบลานี้ได้อย่างไร



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3.สะพานแขวนรูปพาราโบลา แกนสมมาตรขนานกับแกน Y โดยมีฐานห่างกัน 24 เมตร และสูง 18 เมตร จงหาว่าจุดบนสะพาน ที่ห่างจากตรงกลางสะพานออกไปทางขวา 4 เมตร จะอยู่สูงจากพื้นดินเท่าไร

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่องวงรี

คำชี้แจง 1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อละ 1 คะแนน เวลา 30 นาที

2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วตอบลงในกระดาษคำตอบ

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วตอบลงในกระดาษคำตอบ

1. “เซตของจุดทุก ๆ จุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุด 2 จุด ที่คงที่บนระนาบ มีค่าคงที่” กรณีที่เซตของจุดดังกล่าวทำให้เกิดวงรีแล้วจุดคงที่ทั้งสองเรียกว่าอะไร

ก. จุดโฟกัส

ข. จุดสมมาตร

ค. จุดศูนย์กลาง

ง. จุดยอด

2. สมการของวงรีซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีไปยังจุดโฟกัส $F_1(-4, 0)$ และ $F_2(4, 0)$ เท่ากับ 10 หน่วย คือข้อใด

ก. $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$

ข. $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$

ค. $16x^2 + 9y^2 - 144 = 0$

ง. $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$

3. กำหนดสมการของวงรี $3x^2 + 2y^2 = 6$ ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

ก. แกนเอกยาว $2\sqrt{3}$ หน่วย

ข. จุดโฟกัส คือ $F_1(0, -1)$ และ $F_2(0, 1)$

ค. จุดยอด คือ $V_1(0, -\sqrt{3})$ และ $V_2(0, \sqrt{3})$

ง. จุดปลายของแกนโท คือ $(0, -\sqrt{2})$ และ $(0, \sqrt{2})$

4. สมการของวงรีซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีไปยังจุดโฟกัส $F_1(0, -8)$ และ $F_2(0, 8)$ เท่ากับ 20 หน่วย คือข้อใด

ก. $100x^2 + 64y^2 - 6400 = 0$

ข. $100x^2 + 36y^2 - 3600 = 0$

ค. $36x^2 + 100y^2 - 3600 = 0$

ง. $64x^2 + 100y^2 - 6400 = 0$

5. สมการวงรีที่มีจุดโฟกัสที่ (0, 5) และ (0, -5) มีแกนเอกยาว 16 หน่วย คือ สมการใด

ก. $\frac{y^2}{39} + \frac{x^2}{64} = 1$

ข. $\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$

ค. $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$

ง. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{89} = 1$

6. สมการ $x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 18 = 0$ จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของวงรี คือข้อใด

ก. $\frac{(x-4)^2}{6^2} + \frac{(y+1)^2}{(\sqrt{18})^2} = 1$

ข. $\frac{(x+4)^2}{(\sqrt{18})^2} + \frac{(y+1)^2}{6^2} = 1$

ค. $\frac{(x+4)^2}{18^2} + \frac{(y+1)^2}{6^2} = 1$

ง. $\frac{(x-4)^2}{6^2} + \frac{(y+1)^2}{18^2} = 1$

7. สมการของวงรีซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $V_1(-4, 3)$ และ $V_2(6, 3)$ และมีแกนโทยาว 8 หน่วย คือข้อใด

ก. $\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$

ข. $\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$

ค. $\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$

ง. $\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$

8. สมการของวงรีมีจุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(2, -4)$ และ $F_2(2, 4)$ และแกนเอกยาว 10 หน่วย คือข้อใด

ก. $9(x-2)^2+25y^2-225=0$

ข. $25(x-2)^2+9y^2-225=0$

ค. $25(x-2)^2+16y^2-400=0$

ง. $16(x-2)^2+25y^2-400=0$

9. สะพานโค้งในสนามเด็กเล่นแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปครึ่งวงรีปลายสะพานทั้งสอง ห่างกัน 4 เมตรจุดสูงสุดของสะพานโค้งนี้อยู่ห่างจากพื้นดินเป็นระยะ 1 เมตร ณเดชกำลังปีนข้าง สะพาน ขณะที่เขาอยู่ห่างจากปลายสะพานข้างหนึ่งโดยวัดระยะในแนวราบได้ 80 ซม.อยากทราบว่าณ เดชอยู่สูงจากพื้นดินกี่ซม.

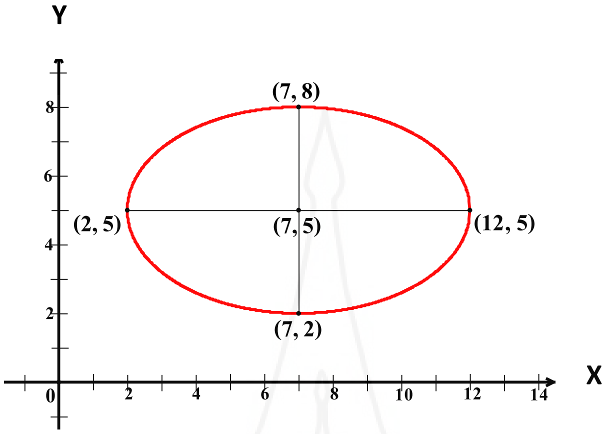
ก. 30

ข. 50

ค. 91

ง. 104

10. จากรูป สมการของวงรีในรูปแบบมาตรฐานคือข้อใด



ก. $\frac{(x-7)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{25}=1$

ข. $\frac{(x-7)^2}{25}+\frac{(y-5)^2}{9}=1$

ค. $\frac{(x-7)^2}{16}+\frac{(y-5)^2}{25}=1$

ง. $\frac{(x-7)^2}{25}+\frac{(y-5)^2}{16}=1$

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน เรื่องวงรี

สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

****

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน

2. แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการทำทั้งหมด 30 นาที

---

1. บริษัทแห่งหนึ่งออกแบบจานสำหรับใส่ผลไม้ เป็นรูปวงรี มีความยาว 20 เซนติเมตร ความกว้าง 12 เซนติเมตร โดยการออกแบบทำธุรกิจเพื่อดึงดูดความสนใจของลูกค้า ดังรูป จงเขียนสมการวงรีของจานใบนี้

....

....

....

....

....

....

....

2. ผู้ผลิตสินค้า OTOP ออกแบบนาฬิกาเป็นรูปวงรี เพื่อทำการจำหน่ายไปต่างประเทศ ซึ่งผู้ออกแบบบอกว่าการออกแบบนาฬิกานี้ใช้สมการ $9x^2+4y^2-36x-16y+16 = 0$ จงหาจุดศูนย์กลางของวงรี จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนโท และสมการของวงรีในรูปมาตรฐาน

....

....

....

....

....

....

....

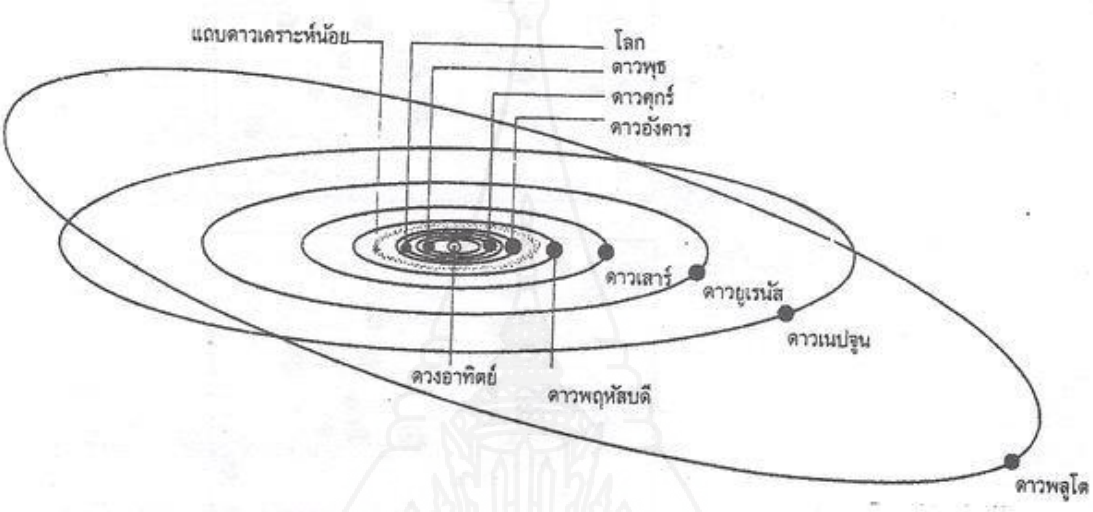
....

....

....

....

3. ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์โดยที่ดวงอาทิตย์อยู่ที่โฟกัสจุดหนึ่ง จุดที่ดาวเคราะห์อยู่ใกล้ดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า perihelion และจุดที่ดาวเคราะห์อยู่ไกลดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า aphelion จุดทั้งสองนี้เป็นจุดยอดของวงโคจร โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ 147,000,000 กิโลเมตร ที่ perihelion และ 153,000,000 กิโลเมตร ที่ aphelion จงหาสมการของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ (ให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงโคจร)



ที่มาของภาพwww.wt.ac.th

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ภาคผนวก ง

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad

เรื่องพาราโบลาและวงรี

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

รายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง พาราโบลา

เรื่อง สมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกนสมมาตรขนานกับแกน X

เวลา 2 คาบ

---

1. ผลการเรียนรู้

เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลาและเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้
2. ยกตัวอย่างสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้

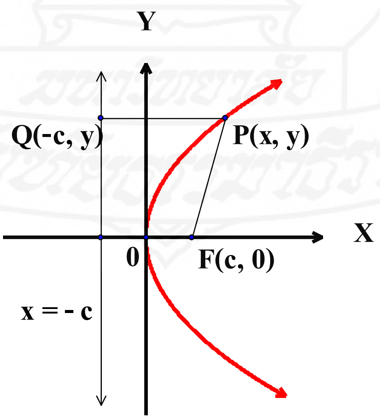
ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

3. เขียนกราฟของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X ได้

3. สาระการเรียนรู้

สมการในรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (0, 0) มีแกนสมมาตรขนานกับแกน X

1. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และมีโฟกัสอยู่ที่จุด F(c, 0) และเส้นตรง $x = -c$ คือเส้นไดเรกตริกซ์ ดังรูป



เมื่อ $c > 0$

ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา

ลาก $\overline{PQ}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $x = -c$ ที่จุด $Q(-c, y)$

จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

$$\text{จะได้} \left|PQ\right| = \left|PF\right|$$

$$\left|x+c\right| = \sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง $\left|x+c\right|^2 = \left(\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$

$$(x+c)^2 = (x-c)^2+y^2$$

$$x^2+2cx+c^2 = x^2-2cx+c^2+y^2$$

$$y^2 = 4cx$$

ดังนั้น พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และมีโฟกัสอยู่ที่จุด $F(c, 0)$

และเส้นตรง $x = -c$ คือเส้นไดเรกตริกซ์ คือ $y^2 = 4cx$

สรุปลักษณะต่าง ๆ ของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (0, 0) จุดโฟกัสที่ $F(c, 0)$

$y^2 = 4cx$, $c < 0$	สมการในรูปแบบมาตรฐาน	$y^2 = 4cx$, $c > 0$
พาราโบลาเปิดซ้าย	ลักษณะกราฟ	พาราโบลาเปิดขวา
(0, 0)	จุดยอด	(0, 0)
F(c, 0)	จุดโฟกัส	F(c, 0)
$x = -c$	สมการไดเรกตริกซ์	$x = -c$
$\|4c\|$	ความยาวเลตัสเรกตัม	$\|4c\|$

การหาสมการของพาราโบลา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ร่างรูปกราฟของพาราโบลาอย่างง่าย
2. กำหนดจุด (x, y) ใด ๆ ลงบนกราฟ
3. หาความสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขของกราฟกับตัวแปร (x, y) ตามบทนิยาม
4. ทำรูปสมการให้สมบูรณ์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนสร้างความสนใจ

1. ครูทบทวนส่วนประกอบของพาราโบลา และทบทวนสมการพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร

2. ครูเปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์พาราโบลาแผนที่ 2 หน้าที่ 2 นักเรียนสังเกตการเปลี่ยนค่า c แล้วโฟกัสและสมการไดเรกตริกซ์ เพื่อให้นักเรียนบอกส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกน X เป็นแกนสมมาตร

ขั้นสำรวจและค้นหา

3. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 6 คน นักเรียนแต่ละกลุ่มรับใบกิจกรรมที่ 1 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร โดยใช้โปรแกรม Geometer' Sketchpad หน้าที่ 2 เมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสให้นักเรียนหาสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกน X เป็นแกนสมมาตรได้

5. นักเรียนซึ่งเป็นตัวแทนกลุ่มเฉลยใบกิจกรรมที่ 1สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร โดยใช้โปรแกรม Geometer' Sketchpad เพื่อให้นักเรียนหาสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) มี) แกน X เป็นแกนสมมาตร ครูและนักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง

6. นักเรียนแต่ละกลุ่มรับใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน y เป็นแกนสมมาตรเมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(0, C)โดยใช้โปรแกรม Geometer' Sketchpad หน้าที่ 3 เพื่อให้นักเรียนหาสมการของพาราโบลาในรูปแบบมาตรฐานได้

ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

7. นักเรียนตัวแทนกลุ่มเฉลยใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตรโดยใช้โปรแกรม Geometer' Sketchpad ครูและนักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนและครูช่วยกันอภิปรายและสรุปสมการรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกน X เป็นแกนสมมาตร

ขั้นขยายความรู้

9. นักเรียนทุกคนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา แล้วสุ่มนักเรียนเฉลยเอกสารฝึกหัดบางข้อ

10. นักเรียนทุกคนทำเอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

ขั้นประเมินผล

12. นักเรียนทำโครงงานอย่างง่ายโดยให้การเขียนสมการของพาราโบลามีจุดยอดที่ (0, 0) แกน X เป็นแกนสมมาตร

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร
2. ใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตรเมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(C, 0)
3. เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา
4. เอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา
5. โปรแกรม Geometer' Sketchpad

6. การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดผลและประเมินผล

1.1 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 1สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร

1.2 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตรเมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(C, 0)

1.3 ตรวจสอบความถูกต้องจากเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

1.4 ตรวจสอบความถูกต้องจากเอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

2. เครื่องมือวัดผลและประเมินผล

2.1 ใบกิจกรรมที่ 1สมการของพาราโบลาที่มีแกน Xเป็นแกนสมมาตร

2.2 ใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน Xเป็นแกนสมมาตรเมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(C, 0)

2.3 เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

2.4 เอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 1สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

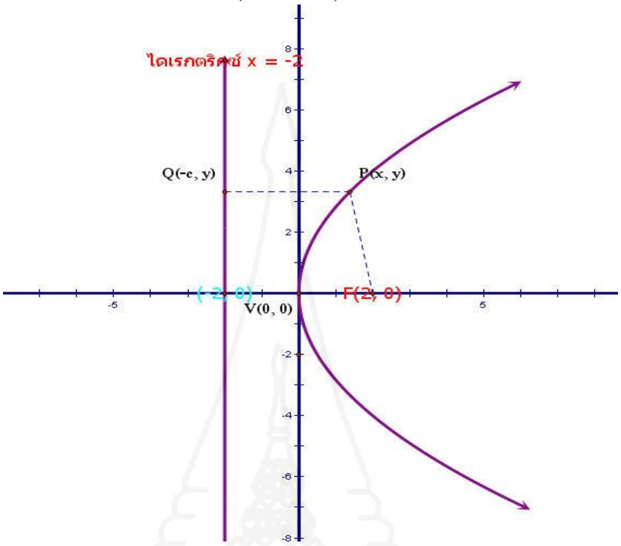
3.2 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร เมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(C, 0) ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

3.3 ผลการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

3.4 ผลการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

ใบกิจกรรมที่ 1 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร

1. คำชี้แจง นักเรียนเปิดไฟล์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 2)



1. จุดยอดของพาราโบลามีพิกัดเท่าใด..
2. จุดโฟกัสมีพิกัดเท่าใด...
3. เส้นตรงที่ลากจากจุด P(x, y) มาตั้งฉากกับเส้นไดเรกตริกซ์ มีพิกัดเท่าใด

   ....
4. สมการไดเรกตริกซ์คือ

   ....
5. ระยะระหว่างจุด P กับจุด F เท่ากับระยะระหว่างจุด P กับจุด Q หรือไม่

   ....
6. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดนี้ หาได้อย่างไร

   ....
7. นักเรียนแสดงการหาสมการของพาราโบลาได้ดังนี้

   ....

   ....

   ....

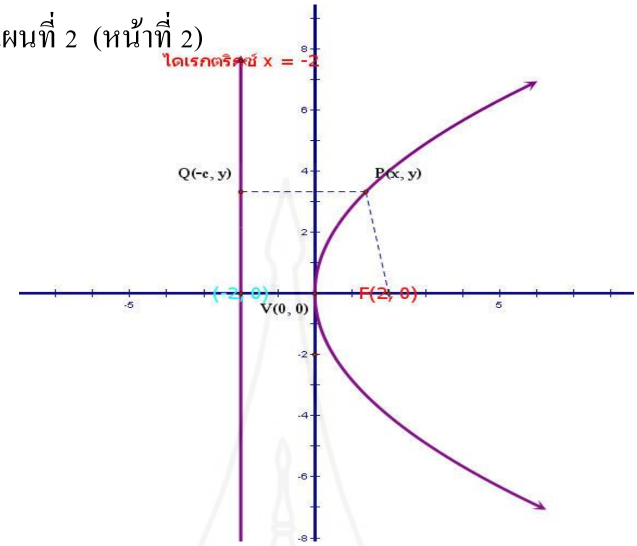
   ....

   ....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร

คำชี้แจง นักเรียนเปิดไฟล์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 2)



1. จุดยอดของพาราโบลามีพิกัดเท่าใด............(0, 0)...
2. จุดโฟกัสมีพิกัดเท่าใด.................................(2, 0)...
3. เส้นตรงที่ลากจากจุด P(x, y) มาตั้งฉากกับเส้นไดเรกตริกซ์ มีพิกัดเท่าใด[Q(-2, y)]
4. สมการไดเรกตริกซ์คือ x = -2
5. ระยะระหว่างจุด P กับจุด F เท่ากับระยะระหว่างจุด P กับจุด Q หรือไม่ [เท่ากัน]
6. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดนี้ หาได้อย่างไร
   ....[ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุด คือ $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$..........................
7. นักเรียนแสดงการหาสมการของพาราโบลาได้ดังนี้

$$|PF| = |PQ|$$

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2} = \sqrt{(x-(-2))^2+(y-y)^2}$$

$$\sqrt{(x-2)^2+(y)^2} = \sqrt{(x+2)^2+0}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$(\sqrt{(x-2)^2+(y)^2})^2 = \left(\sqrt{(x+2)^2}\right)^2$$

$$\mathrm{x}^2-4\mathrm{x}+4+\mathrm{y}^2 = \mathrm{x}^2+4\mathrm{x}+4$$

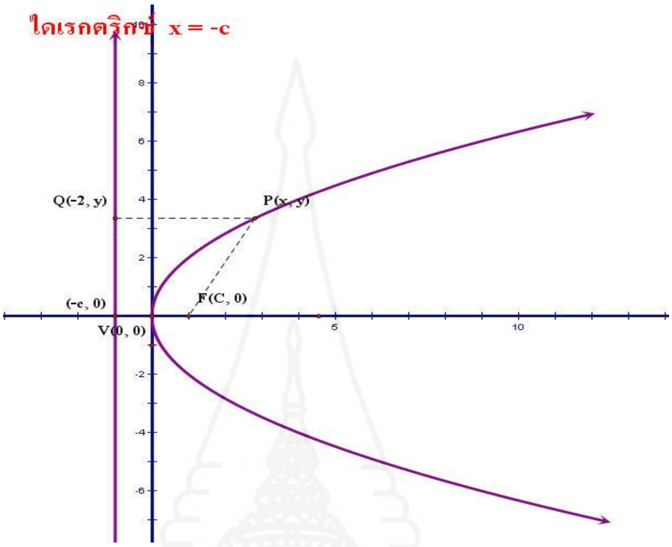
$$\mathrm{y}^2 = \mathrm{x}^2+4\mathrm{x}+4-\mathrm{x}^2+4\mathrm{x}-4$$

$$\mathrm{y}^2 = 8\mathrm{x}$$

ดังนั้น พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และมีโฟกัสอยู่ที่จุด F(2, 0) และเส้นตรง x = -2 คือเส้นไดเรกตริกซ์ สมการของพาราโบลา คือ $\mathrm{y}^2 = 8\mathrm{x}$

ใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร
เมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(C, 0)

คำชี้แจง นักเรียนเปิดไฟล์โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 3)



1. จุดยอดของพาราโบลามีพิกัดเท่าใด

   ....

2. จุดโฟกัสมีพิกัดเท่าใด

   ....

3. เส้นตรงที่ลากจากจุด P(x, y) มาตั้งฉากกับเส้นไดเรกตริกซ์ มีพิกัดเท่าใด

   ....

4. สมการไดเรกตริกซ์คือ

   ....

5. ระยะระหว่างจุด P กับจุด F เท่ากับระยะระหว่างจุด P กับจุด Q หรือไม่

   ....

6. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดนี้ หาได้อย่างไร

   ....

7. นักเรียนแสดงการหาสมการของพาราโบลาได้ดังนี้

   ....

   ....

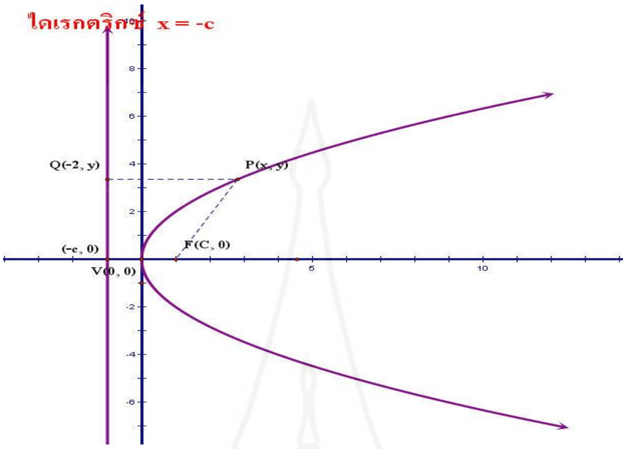
   ....

   ....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 สมการของพาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร

เมื่อกำหนดพิกัดของจุดโฟกัสเป็นจุด F(0, C)

คำชี้แจง นักเรียนเปิดไฟล์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 3)



1. จุดยอดของพาราโบลามีพิกัดเท่าใด........................(0, 0)..
2. จุดโฟกัสมีพิกัดเท่าใด..F(C ,0)...
3. เส้นตรงที่ลากจากจุด P(x, y) มาตั้งฉากกับเส้นไดเรกตริกซ์ มีพิกัดเท่าใด.......Q(-C, Y)........
4. สมการไดเรกตริกซ์คือ x = -c
5. ระยะระหว่างจุด P กับจุด F เท่ากับระยะระหว่างจุด P กับจุด Q หรือไม่......[เท่ากัน]........
6. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดนี้ หาได้อย่างไร

   ....[ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุด คือ $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$...............
7. นักเรียนแสดงการหาสมการของพาราโบลาได้ดังนี้

$$|PQ| = |PF|$$

$$|x+c| = \sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$|x+c|^2 = \left(\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$(x+c)^2 = (x-c)^2+y^2$$

$$x^2+2cx+c^2 = x^2-2cx+c^2+y^2$$

$$y^2 = 4cx$$

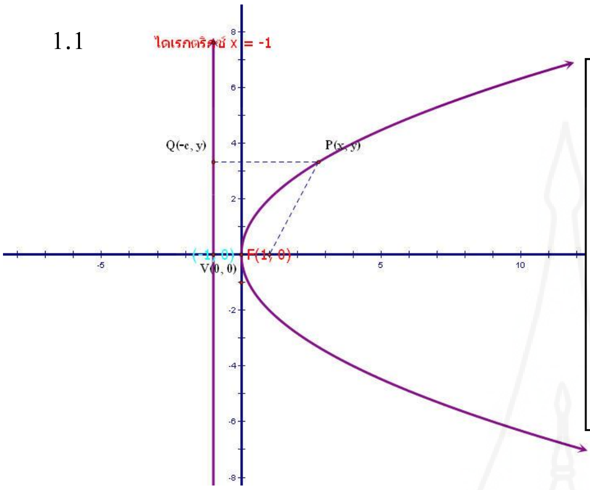
ดังนั้น พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และมีโฟกัสอยู่ที่จุด F(c, 0) และเส้นตรง

$x = -c$ คือเส้นไดเรกตริกซ์ คือ $y^2 = 4cx$

เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

คำชี้แจง จากกราฟจงเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 5)

1.1



จุดยอด คือ.......................................

จุดโฟกัส คือ.......................................

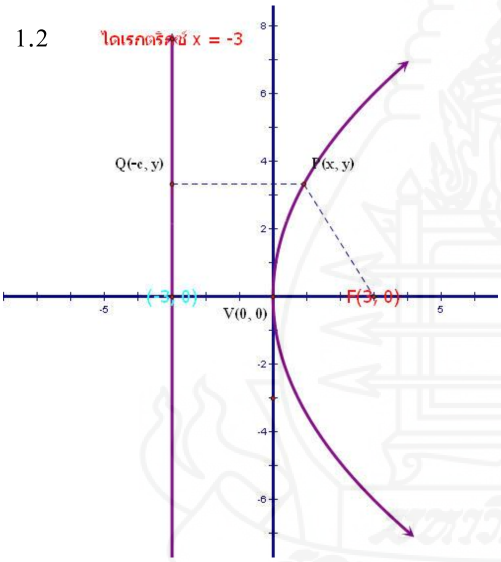
สมการความสัมพันธ์ คือ.................................

....

....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ...................................

1.2



จุดยอด คือ.......................................

จุดโฟกัส คือ.......................................

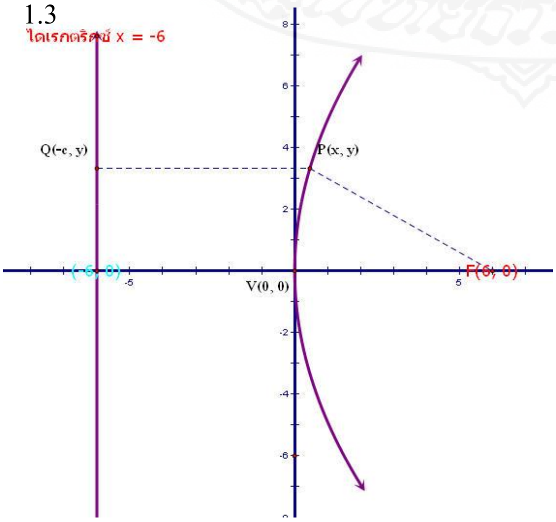
สมการความสัมพันธ์ คือ.................................

....

....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ...................................

1.3



จุดยอด คือ.......................................

จุดโฟกัส คือ.......................................

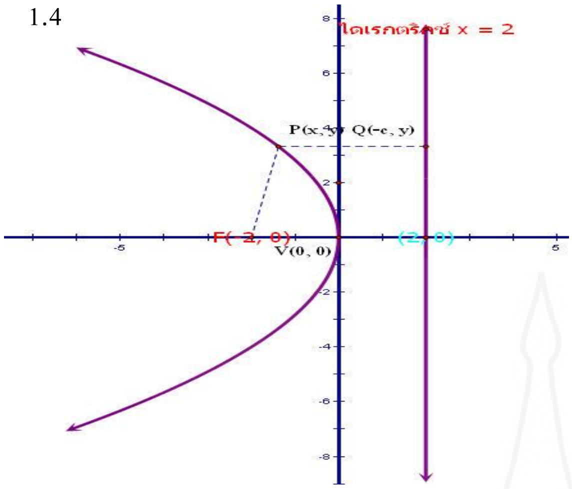
สมการความสัมพันธ์ คือ.................................

....

....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ...................................

1.4



จุดยอด คือ……………………………………..

จุดโฟกัส คือ…………………………………

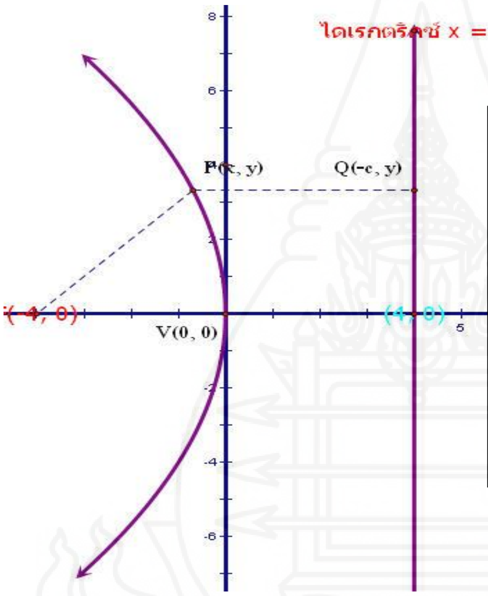
สมการความสัมพันธ์ คือ.................................

....

....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ...................................

1.5



จุดยอด คือ……………………………………..

จุดโฟกัส คือ…………………………………

สมการความสัมพันธ์ คือ.................................

....

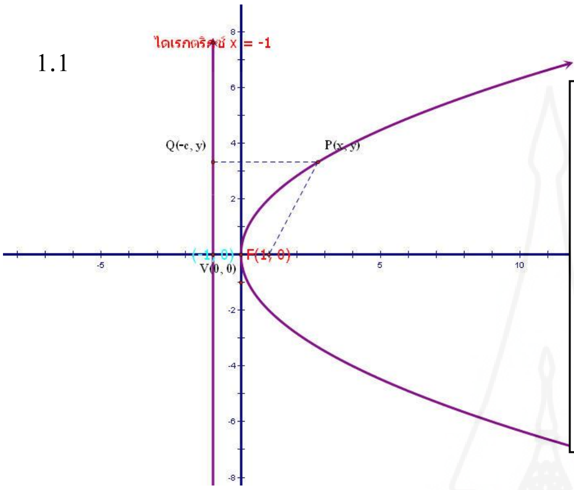
....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ...................................

เฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

คำชี้แจง จากกราฟจงเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา ชื่อไฟล์ พาราโบลาแผนที่ 2 (หน้าที่ 5)

1.1



จุดยอด คือ............(0, 0).......................

จุดโฟกัส คือ.........(1, 0).........................

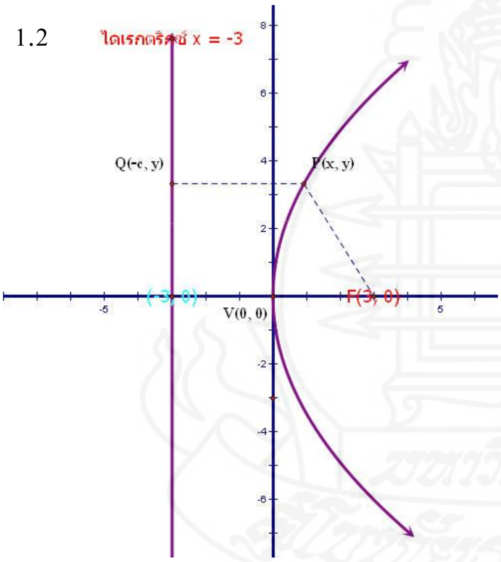
สมการความสัมพันธ์ คือ... $y^2 = 4cx$

.... $y^2 = 4(1)x$ ....

.... $y^2 = 4x$ ....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = -1$

1.2



จุดยอด คือ............(0, 0).......................

จุดโฟกัส คือ.........(3, 0).........................

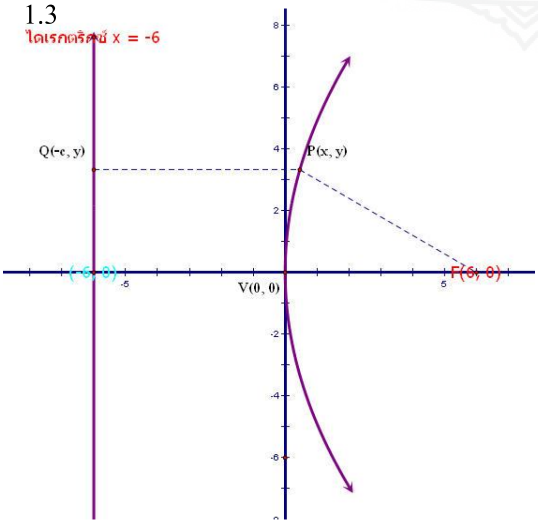
สมการความสัมพันธ์ คือ... $y^2 = 4cx$

.... $y^2 = 4(3)x$ ....

.... $y^2 = 12x$ ....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = -3$

1.3



จุดยอด คือ............(0, 0).......................

จุดโฟกัส คือ.........(6, 0).........................

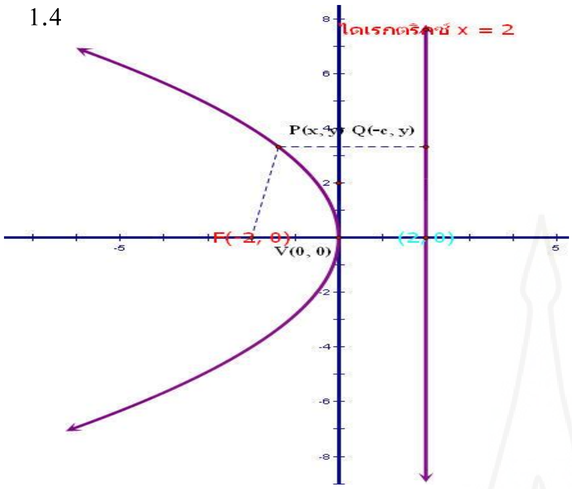
สมการความสัมพันธ์ คือ... $y^2 = 4cx$

.... $y^2 = 4(6)x$ ....

.... $y^2 = 24x$ ....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = -6$

1.4



จุดยอด คือ…………(0, 0)…………………..

จุดโฟกัส คือ………(-2, 0)……………………

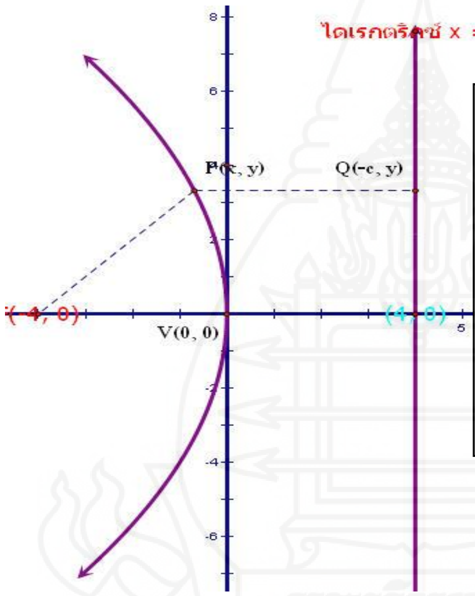
สมการความสัมพันธ์ คือ... $y^2 = 4cx$

.... $y^2 = 4(-2)x$ ....

.... $y^2 = -8x$ ....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = 2$

1.5



จุดยอด คือ…………(0, 0)…………………..

จุดโฟกัส คือ………(-4, 0)……………………

สมการความสัมพันธ์ คือ... $y^2 = 4cx$

.... $y^2 = 4(-4)x$ ....

.... $y^2 = -16x$ ....

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = 4$

เอกสารฝึกหัดที่ 2 เรื่องการเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

1. จงหาสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) มีแกน X เป็นแกนของพาราโบลา และพาราโบลาผ่านจุด (– 3, 6)

วิธีทำ **ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

เนื่องจากจุดยอดอยู่ที่ ....และแกน X เป็นแกนของพาราโบลา

และพาราโบลาผ่านจุด ....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

เนื่องจาก จุดยอดอยู่ที่ (0, 0) และแกน X เป็นแกนของพาราโบลาและ ผ่านจุด (– 3, 6)

นักเรียนวาดรูปของกราฟพาราโบลามีลักษณะเป็นอย่างไร ....

ซึ่งมีสมการของพาราโบลา คือ ……………………………………………….

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

พาราโบลาผ่านจุด (– 3, 6)

แทนค่า x = …….. และ y = ……… ในสมการที่ (1)

จะได้ .... = ...

.... = ...

.... = ...

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

แทนค่า c = …….. ในสมการที่ (1)

จะได้ .... = ...

.... = ...

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ ....

2. จงหาสมการของพาราโบลา เมื่อกำหนดจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและโฟกัสที่ F$\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$

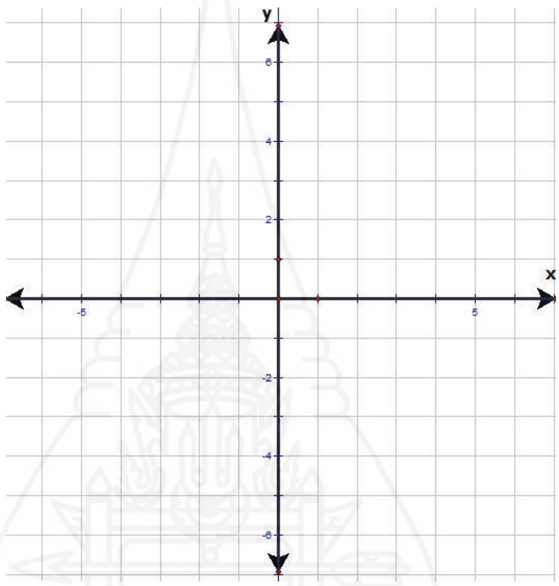
วิธีทำ 1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

เนื่องจากจุดยอดอยู่ที่..................และโฟกัสคือ…………………………..

จะได้ว่า c = ………………………………………………………………

ไดเรกตริกซ์ คือ x = ...

นำจุดยอด จุดโฟกัส ไดเรกตริกซ์มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูป



2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา

และลาก $\overline{PQ}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง ....ที่จุด ……………

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

จะได้ $|PF| = |PQ|$

จะได้ ……………………….. = ……………………….……..

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ .... = ………………………………

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ ....

4. ขั้นตรวจสอบผล

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

ดังนั้น จุดยอดอยู่ที่จุด ……….และโฟกัสคือ ....

ได้ว่า c = ……………...……

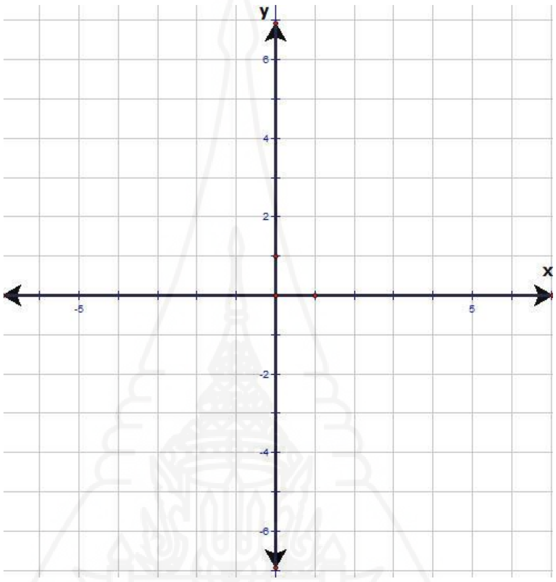
ไดเรกตริกซ์ คือ x = …………………………………………………..

สมการของพาราโบลา คือ y^2 = …………………………..…………………….

3. จงหาสมการของพาราโบลา เมื่อกำหนดจุดโฟกัสอยู่ที่ $F(3, 0)$ และไดเรกตริกซ์ คือ $x = -3$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลา

วิธีทำ 1.ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

จุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่ ....จุดโฟกัสอยู่ที่.......... และไดเรกตริกซ์ คือ $x =$ ……… นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูป



2.ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา และลาก $\overline{PQ}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง ....ที่จุด ……………..

3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

จะได้ $|PF| = |PQ|$ รูปสมการให้สมบูรณ์

จะได้ ……………………….. = ……………………….……..

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ .... = ………………………………

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ ....

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ $y^2 =$ ……………………………….

4. ขั้นตรวจสอบผล

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………….

ดังนั้น จุดยอดอยู่ที่จุด ……….และโฟกัสคือ ....

ได้ว่า c = ……………...……

ไดเรกตริกซ์ คือ x = ………………………………………………..

สมการของพาราโบลา คือ y^2 = …………………………..…………………….

4. พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการ $y^2 - 6x = 0$ จงหาจุดยอด จุดโฟกัส สมการไดเรกตริกซ์ และความยาวของเลตัสเรกตัมของพาราโบลา พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลา

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

....

....

....

....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องเขียนกราฟและหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา

1. จงหาสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) มีแกน X เป็นแกนของพาราโบลา และพาราโบลาผ่านจุด (– 3, 6)

วิธีทำ **1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา**

เนื่องจากจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) และแกน X เป็นแกนของพาราโบลาและพาราโบลาผ่านจุด (– 3, 6)

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

เนื่องจาก จุดยอดอยู่ที่ (0, 0) และแกน X เป็นแกนของพาราโบลาและผ่านจุด (– 3, 6)

นักเรียนวาดรูปของกราฟพาราโบลามีลักษณะเป็นอย่างไร [เป็นกราฟเปิดซ้าย]

ซึ่งมีสมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4cx$ ....(1)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

พาราโบลาผ่านจุด (– 3, 6) แทนค่า $x = -3$ และ $y = 6$ ในสมการที่ (1)

จะได้ $6^2 = 4c(-3)$

$36 = -12c$

$c = -3$

สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4(-3)x$

$y^2 = -12x$

4. ขั้นตรวจสอบผล

แทนค่า $x = -3$, $y = 6$ และ $c = -3$

ในสมการ $y^2 = 4cx$

$6^2 = 4(-3)(-3)$

$36 = 36$

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = -12x$

2. จงหาสมการของพาราโบลา เมื่อกำหนดจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและโฟกัสที่ $F\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$

วิธีทำ 1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

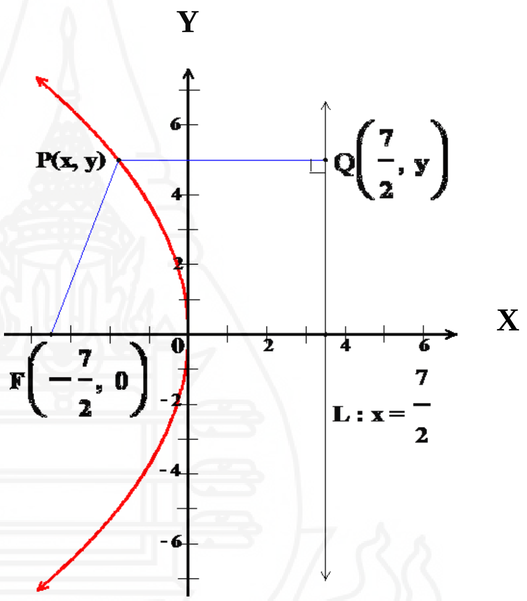
เนื่องจากจุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) และโฟกัสคือ $F\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$

จะได้ว่า $c = -\frac{7}{2}$

ไดเรกตริกซ์ คือ $x = -\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{2}$

นำจุดยอด จุดโฟกัส ไดเรกตริกซ์มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำ

ได้ดังรูป



2. **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา

และลาก $\overline{PQ}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $x = \frac{7}{2}$ ที่จุด $Q\left(\frac{7}{2}, y\right)$

3. **ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา** จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

จะได้ $|PF| = |PQ|$

จะได้ $$\sqrt{\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+(y-0)^2} = \sqrt{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+(y-y)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ $$\left(\sqrt{\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+y^2}\right)^2 = \left(\sqrt{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+y^2 = \left(x-\frac{7}{2}\right)^2$$

$$x^2+7x+\frac{49}{4}+y^2 = x^2-7x+\frac{49}{4}$$

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = -14x$

4. ขั้นตรวจสอบผล

$$y^2 = 4cx$$

$$y^2 = -14x$$

$$4c = -14$$

$$c = \frac{-14}{4}$$

$$c = \frac{-7}{2}$$

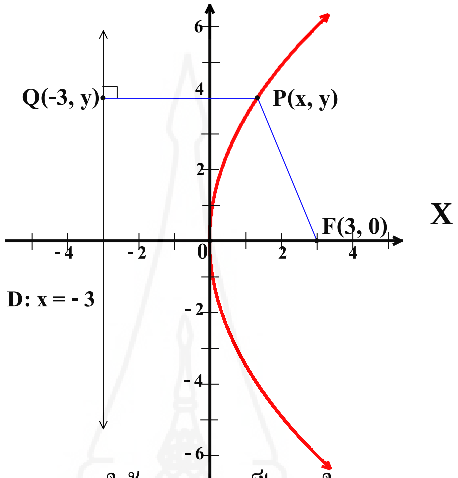
ดังนั้น จุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) และโฟกัสคือ $F\left(-\frac{7}{2},\ 0\right)$ ได้ว่า $c = -\frac{7}{2}$

ไดเรกตริกซ์ คือ $x = -\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{2}$

สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = -14x$

3. จงหาสมการของพาราโบลา เมื่อกำหนดจุดโฟกัสอยู่ที่ F(3, 0) และไดเรกตริกซ์ คือ $x = -3$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลา

วิธีทำ **1.ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา** จุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่ (0, 0)จุดโฟกัสอยู่ที่ F(3, 0) และไดเรกตริกซ์ คือ $x = -3$ นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูป



2.ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา และลาก $\overline{PQ}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $x = -3$ ที่จุด $Q(-3, y)$

3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

จะได้ $|PF| = |PQ|$ รูปสมการให้สมบูรณ์

จะได้ $\sqrt{(x-3)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + (y-y)^2}$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ $\left(\sqrt{(x-3)^2 + y^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x+3)^2}\right)^2$

$$(x-3)^2 + y^2 = (x+3)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = x^2 + 6x + 9$$

ดังนั้น สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 12x$

4. ขั้นตรวจสอบผล $y^2 = 4cx$

$$y^2 = 12x$$

$$4c = 12$$

$$c = 4$$

ดังนั้น จุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) และโฟกัสคือ $F(3, 0)$ได้ว่า $c = 3$

ไดเรกตริกซ์ คือ $x = -(3) = -3$ สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 12x$

4. พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการ $y^2 - 6x = 0$ จงหาจุดยอด จุดโฟกัส สมการไดเรกตริกซ์ และความยาวของเลตัสเรกตัมของพาราโบลา พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลา

วิธีทำ

1.ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

ปัญหาคือ พาราโบลามีสมการเป็น $y^2 - 6x = 0$

สามารถจัดรูปของสมการ $y^2 = 6x$ ....(1)

2.ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากสมการ $y^2 = 6x$ ให้ทราบว่า กราฟเป็นพาราโบลาเปิดขวา ซึ่งมีค่าของ $c > 0$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการในรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา

ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) จะได้สมการ $y^2 = 4cx$ ....(2)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จะได้ $4c = 6$

$c = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ เนื่องจาก $c > 0$

ดังนั้น กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาเปิดขวา มีแกนของพาราโบลา คือ แกน X

มีรายละเอียดของส่วนต่าง ๆ ดังนี้

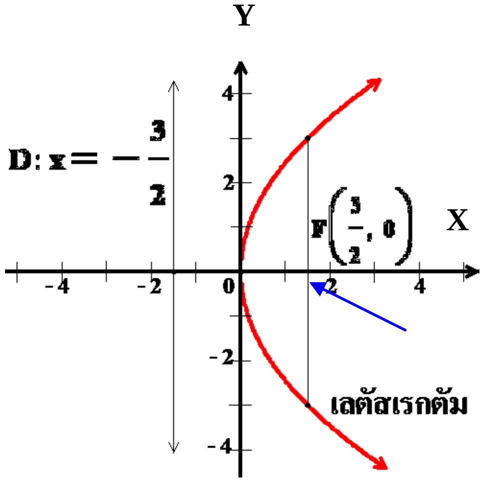
จุดยอดอยู่ที่ (0, 0)

จุดโฟกัสอยู่ที่ F(c, 0) คือ $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = -c$ จะได้ $x = -\frac{3}{2}$

ความยาวของเลตัสเรกตัม เท่ากับ $|4c| = \left|4\left(\frac{3}{2}\right)\right| = |6| = 6$ หน่วย

4. ขั้นตรวจสอบผล กราฟของพาราโบลานี้มีลักษณะดังรูป



ตรวจสอบโดยการพิจารณา

จุดยอดอยู่ที่ (0, 0)

จุดโฟกัสอยู่ที่ F(c, 0) คือ $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x = -c$

จะได้ $x = -\frac{3}{2}$

ชื่อโครงงาน ....

ผู้จัดทำ... **ครูที่ปรึกษา นางมนต์ทิพย์ แก้วเจริญ**

จุดประสงค์ ....

....

สาระคณิตศาสตร์ ....

....

....

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

รายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง วงรี

เรื่อง นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ เวลา 2 คาบ

---

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นำความรู้เรื่องวงรีไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

2.จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. นำความรู้เรื่องวงรีไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับวงรีได้

3.สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวงรี

ตัวอย่างในธรรมชาติหรือเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่ประยุกต์ใช้สมบัติวงรี

1. การโคจรของดาวเคราะห์
2. เครื่องสลายนิ่ว
3. การออกแบบเป็นเครื่องใช้ เช่น จานเปล นาฬิกา อาคาร
4. สนามกีฬาที่มีลู่แข่งขันกันก็มีลักษณะเกือบเป็นวงรี

4.กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนสร้างความสนใจ

1. นักเรียนช่วยกันค้นหาสิ่งประดิษฐ์ในชีวิตประจำวันของเราที่สามารถสร้างจากวงรีได้ โดยสืบค้นจากอินเทอร์เน็ต หรือหนังสือเรียน

2. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 1 เรื่องการโคจรของดาวเคราะห์กับความเยื้องสู่ศูนย์กลางของวงรี และใบความรู้ที่ 2 สมบัติการสะท้อนที่น่าสนใจของวงรีและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายถึงประโยชน์และความสำคัญของวงรีในชีวิตจริง และสิ่งที่กลุ่มสนใจใคร่รู้เกี่ยวกับวงรี

ขั้นสำรวจและค้นหา

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 วงโคจรของดาวเคราะห์และสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูและนักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง

4. นักเรียนรวมกลุ่มร่วมกันสืบเสาะเรื่องวงรีหรือประเด็นสนใจใคร่รู้ของกลุ่มเกี่ยวกับวงรี

ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

5. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอเรื่องที่นักเรียนสืบเสาะในประเด็นสนใจใคร่รู้ของกลุ่มเกี่ยวกับวงรี และแต่ละกลุ่มสรุปการนำวงรีไปใช้ในชีวิตประจำวัน

6. นักเรียนร่วมสรุปการแก้โจทย์ปัญหาวงรีในชีวิตประจำวัน

ขั้นขยายความรู้

7. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดโจทย์ปัญหาวงรีในชีวิตประจำวัน หรือกำหนดประเด็นสิ่งที่ใคร่รู้ หรือสิ่งที่นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยมีการอธิปรายเกี่ยวกับปัญหา กำหนดสมมติฐานเพื่อสืบเสาะความรู้ การเก็บรวบรวมข้อมูล การประเมิน และสรุปผล กลุ่มละ 1 ข้อ และส่งตัวแทนออกนำเสนอหน้าห้องเรียน

ขั้นประเมินผล

8. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี และสุ่มตัวแทนกลุ่มเฉลยออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูและนักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง

5. สื่อการเรียนรู้

4.1 ใบความรู้ที่ 1 การโคจรของดาวเคราะห์กับความเยื้องสู่ศูนย์กลางของวงรี

4.2 ใบความรู้ที่ 2 สมบัติการสะท้อนที่น่าสนใจของวงรี

4.3 ใบกิจกรรมที่ 1วงโคจรของดาวเคราะห์

4.4 เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี

6. การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดผลและประเมินผล

1.1 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 1วงโคจรของดาวเคราะห์

1.2 ตรวจสอบความถูกต้องจากเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี

2. เครื่องมือวัดผลและประเมินผล

2.1 ใบกิจกรรมที่ 1 วงโคจรของดาวเคราะห์

2.2 เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี

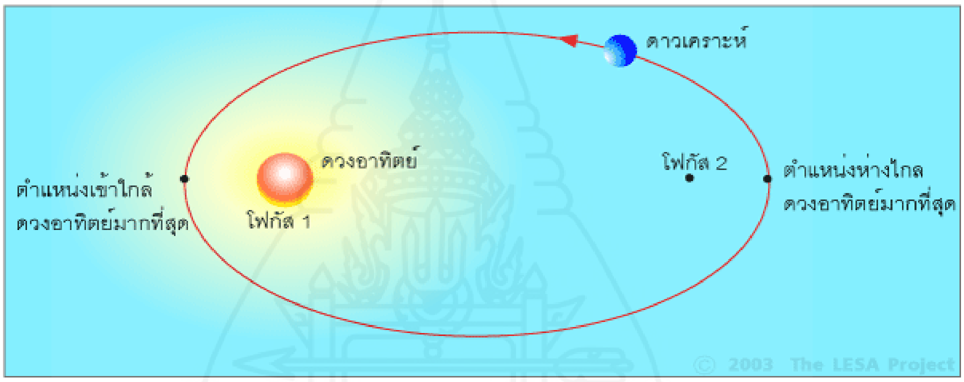
3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 1วงโคจรของดาวเคราะห์ ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

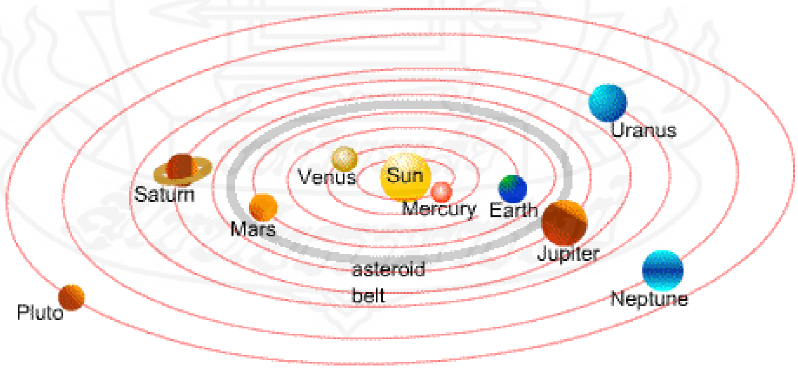
3.2 ผลการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานีผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

ใบความรู้ที่ 1 การโคจรของดาวเคราะห์กับความเยื้องสู่ศูนย์กลางของวงรี

นักปราชญ์ในยุคก่อนเชื่อว่าวงโคจรของดาวเคราะห์เป็นรูปวงกลมที่สมบูรณ์ จนกระทั่งโจฮานเนสเคปเลอร์ (Johannes Kepler) นักดาราศาสตร์ชาวเยอรมันซึ่งมีชีวิตอยู่ในระหว่าง ค.ศ.1571 – 1630 ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลตำแหน่งของดาวเคราะห์ที่ได้จากการตรวจวัดจากการสังเกตการณ์อย่างละเอียด แล้วทำการคำนวณย้อนกลับพบว่าผลของการคำนวณซึ่งถือเอาวงโคจรเป็นรูปวงกลมนั้นไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการสังเกตการณ์ แต่กลับสอดคล้องกับผลของการคำนวณซึ่งถือเอาวงโคจรเป็นรูปวงรี ในปีค.ศ.1609 เคปเลอร์ได้ประกาศว่า **"ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรีโดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่โฟกัสจุดหนึ่ง"**
(กฎข้อที่ 1 กฎของวงรี)



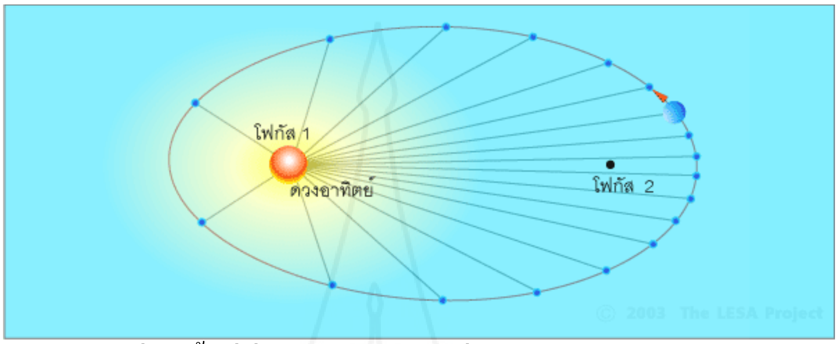
ภาพที่ 1วงโคจรของดาวเคราะห์เป็นวงรี



ภาพที่ 2 แสดงการโคจรของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์เป็นรูปวงรี

ที่มาของภาพ http://www.skooolthai.net/id733.htm

ในปีเดียวกัน เคปเลอร์พบว่าความเร็วในวงโคจรของดาวเคราะห์มิใช่ค่าคงที่ แต่จะเคลื่อนที่เร็วเมื่อเข้าใกล้ดวงอาทิตย์ และเคลื่อนที่ช้าลงเมื่อออกห่างจากดวงอาทิตย์ เคปเลอร์พบว่า “เมื่อดาวเคราะห์เคลื่อนที่ตามวงโคจรไปในแต่ละช่วงเวลา 1 หน่วย เส้นสมมติที่ลากโยงระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์จะกวาดพื้นที่ในอวกาศไปได้เท่าๆกัน” **(กฎข้อที่ 2 กฎของพื้นที่เท่ากัน)**



ภาพที่ 5 พื้นที่ที่กวาดไปช่วงเวลาที่เท่ากันย่อมมีขนาดเท่ากัน

ความเยื้องสู่ศูนย์กลางของวงรี

แรงดึงดูดระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์ทำให้ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ วงโคจรของดาวเคราะห์เกือบจะเป็นวงรีลักษณะของวงโคจรของดาวเคราะห์จะมีความรีมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดโฟกัส และความยาวแกนเอกของวงรี ซึ่งเราเรียกอัตราส่วนนี้ว่า “ความเยื้องสู่ศูนย์กลาง” (Eccentricity) ดาวเคราะห์ส่วนมากมีวงโคจรเกือบวงกลม ดังตารางแสดง ความเยื้องสู่ศูนย์กลาง ดังนี้

ดาวเคราะห์	**ความเยื้องสู่ศูนย์กลาง**
ดาวพุธ	0.194
ดาวศุกร์	0.007
โลก	0.017
ดาวอังคาร	0.093
ดาวพฤหัส	0.048

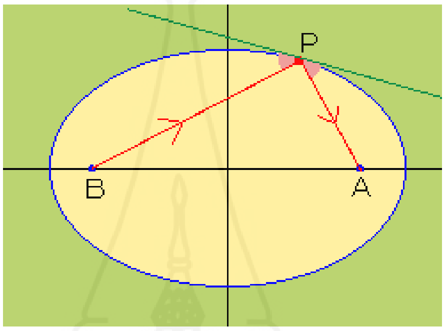
ดาวเสาร์	0.056
ดาวยูเรนัส	0.047
ดาวเนปจูน	0.009
ดาวพลูโต	0.249

ที่มา

http://portal.edu.chula.ac.th/lesa_cd/assets/document/LESA212/2/law_orbit/kepler/kepler.html

ใบความรู้ที่ 2 สมบัติการสะท้อนที่น่าสนใจของวงรี

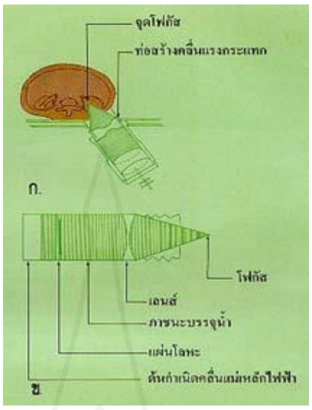
วงรีบางลักษณะนำมาใช้เป็นตัวสะท้อนของเสียง แสงและคลื่นอื่น ๆ ได้ ซึ่งถ้านำวงรีมาหมุนในระนาบสามมิติ จะได้รูปที่มีลักษณะที่เรียกว่า ทรงรี (Ellipsoid) และถ้านำตัวส่งสัญญาณวางไว้ที่โฟกัสจุดหนึ่งของรูป แล้วส่งสัญญาณออกไป สัญญาณจะไปกระทบกับพื้นผิวของวงรีแล้วสะท้อนกลับไปที่โฟกัสอีกจุดหนึ่งเสมอดังรูป



ที่มา http://www.ies-math.com/math/java/conics/focus_ellipse/focus_ellipse.html

เครื่องสลายนิ่วโรคนิ่วเป็นโรคที่พบบ่อย โดยเฉพาะโรคนิ่วของทางเดินปัสสาวะ ในอดีตนั้น การรักษาโรคนิ่วใช้วิธีการผ่าตัดเป็นส่วนใหญ่ แต่ในปัจจุบันนี้ได้มีเครื่องที่ออกแบบมาเพื่อใช้สำหรับสลายนิ่ว ดังนั้น การรักษาโรคนิ่วในปัจจุบันส่วนใหญ่จึงสามารถใช้เครื่องสลายนิ่วได้ การสลายนิ่วโดยการปล่อยพลังงานของแรงกระแทก จากภายนอกร่างกายได้ออกแบบ เพื่อปล่อยพลังงานของคลื่นแรงกระแทก (shock wave) ช่วงสั้นมาก เพียง ๑๐ วินาที ปล่อยจากภายนอกร่างกายส่งผ่านผิวหนังเข้าไป เพื่อสลายนิ่ว แต่เนื่องจากคลื่นดังกล่าวมีความถี่ต่ำ ดังนั้นจึงผ่านเนื้อเยื่อเข้าไปได้โดยไม่สูญเสียพลังงานไป เครื่องสลายนิ่วคือสปาร์คแกปลิโธทริพเตอร์ (spark gap lithotripter)

ผังแสดงการทำงานของเครื่อง Spark gap lithotripter



ที่มาของภาพ http://guru.sanook.com

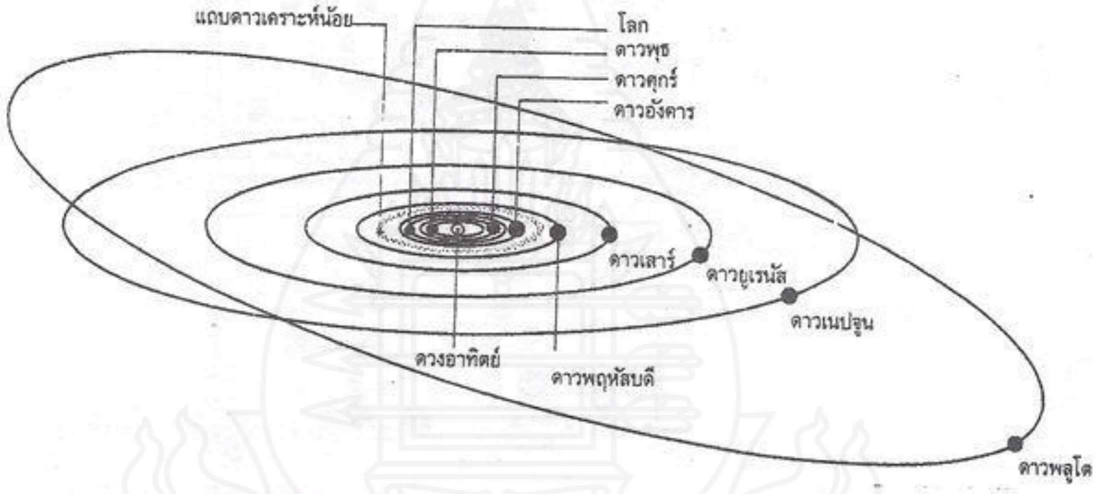
เครื่องสลายนิ่วประเภทนี้ทำงานโดยการปล่อยไฟฟ้าแรงสูงให้เกิดแรง กระแทกผ่านตัวกลาง ซึ่งเป็นน้ำเข้าไปกระทบก้อนนิ่ว โดยอาศัยอิเล็กโทรดซึ่งวางอยู่บริเวณกึ่งกลางของตัว**สะท้อนที่เป็นรูปรี (semiellipsoid reflector)**เมื่ออิเล็กโทรดปล่อยไฟฟ้าที่มีศักย์ไฟฟ้าประมาณ ๑๖-๓๐ กิโลโวลต์ทำให้มีสปาร์คเกิดขึ้น ระหว่างอิเล็กโทรด ๒ อัน อยู่นานประมาณ ๑มิลลิวินาที ทำให้เกิดความร้อนขึ้นมาก เป็นผลให้ฟลูอิดซึ่งอยู่โดยรอบระเหยเป็นไอ จึงทำให้เกิดคลื่นของความดันไปกระทบกับก้อนนิ่วทำให้ก้อนนิ่วซึ่งอยู่ทางด้านหน้าได้รับแรงกด (compressive force) มากกว่าที่อยู่ด้านหลัง และ เมื่อทำการปล่อยแรงกระแทกซ้ำๆ กันหลายครั้งจึงทำให้นิ่วแตกสลายได้

ที่มาhttp://kanchanapisek.or.th/kp6/sub/book/book.php?book=19&chap=6&page=t19-6-infodetail09.html

ใบกิจกรรมที่ 1 วงโคจรของดาวเคราะห์

คำชี้แจง ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์โดยที่ดวงอาทิตย์อยู่ที่โฟกัสจุดหนึ่ง จุดที่ดาวเคราะห์อยู่ใกล้ดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า perihelion และจุดที่ดาวเคราะห์อยู่ไกลดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า aphelion จุดทั้งสองนี้เป็นจุดยอดของวงโคจร โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ 147,000,000 กิโลเมตร ที่ perihelion และ 153,000,000 กิโลเมตร ที่ aphelion จงหาสมการของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ (ให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงโคจร)



ที่มาของภาพ www.wt.ac.th

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

....

....

....

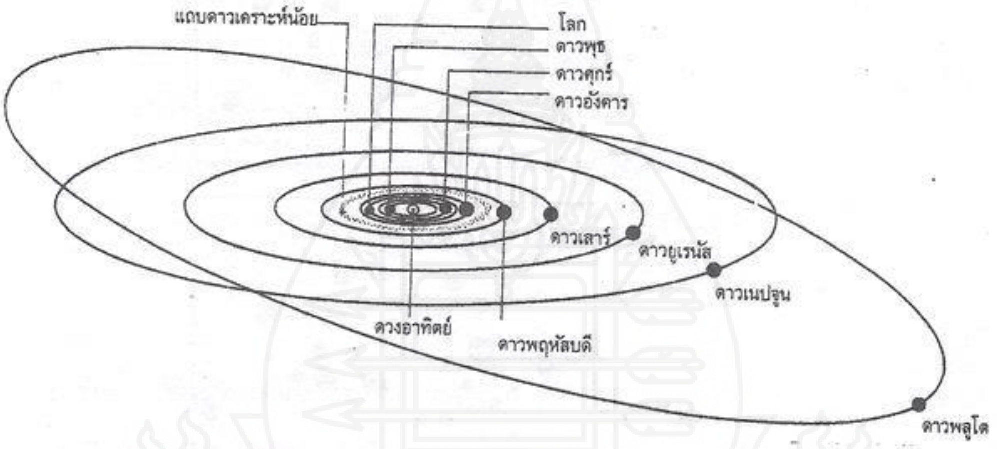
....

....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 วงโคจรของดาวเคราะห์

คำชี้แจง ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

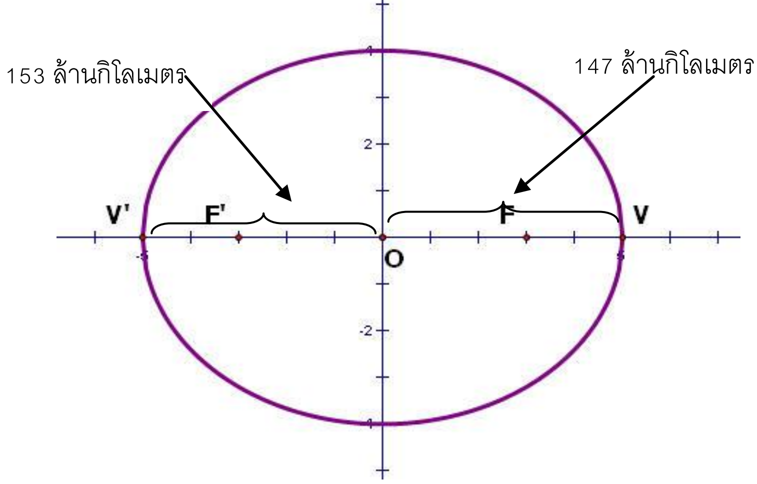
ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์โดยที่ดวงอาทิตย์อยู่ที่โฟกัสจุดหนึ่ง จุดที่ดาวเคราะห์อยู่ใกล้ดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า perihelion และจุดที่ดาวเคราะห์อยู่ไกลดวงอาทิตย์มากที่สุด เรียกว่า aphelion จุดทั้งสองนี้เป็นจุดยอดของวงโคจร โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ 147,000,000 กิโลเมตร ที่ perihelion และ 153,000,000 กิโลเมตร ที่ aphelion จงหาสมการของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ (ให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงโคจร)



ที่มาของภาพwww.wt.ac.th

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โจทย์ให้หาสมการของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ 147,000,000 กิโลเมตร ที่ perihelion และ 153,000,000 กิโลเมตรที่ aphelion จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0)

ดังภาพ



ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ต้องหาค่า a, b และ c เพื่อหาความสัมพันธ์ของวงรี

$$2a = 153 + 147 = 300$$

$$a = \frac{300}{2} = 150$$

$$2c = 153 - 147 = 6$$

$$c = 3$$

หาค่า b จาก $b^2 = a^2 - c^2$

$$b^2 = 150^2 - 3^2$$

$$b^2 = 22{,}491$$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ถ้าเป็นวงรีแนวนอน แกนเอกขนานแกน x

คือ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

จะได้ $\frac{x^2}{150^2} + \frac{y^2}{22{,}491} = 1$

นั่นคือ $\frac{x^2}{22{,}500} + \frac{y^2}{22{,}491} = 1$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล แทนค่า ค่า a, b และ c เพื่อหาความสัมพันธ์ของวงรี

เมื่อ $a = 150$, $c = 3$ และ $b^2 = 22{,}491$

ความสัมพันธ์ของวงรีคือ $a^2 = b^2 + c^2$

$$150^2 = 22{,}491 + 3^2$$

$$22{,}500 = 22{,}500$$

ตอบ สมการของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์คือ $\frac{x^2}{22{,}500} + \frac{y^2}{22{,}491} = 1$

เอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี

จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

แหล่งท่องเที่ยวที่จะแนะนำให้รู้จักในเขตจังหวัดปทุมธานี เป็นวัดที่อยู่ริมคลองบางหลวง จังหวัดปทุมธานีวัดบางหลวง เป็นวัดสำคัญวัดหนึ่งในประวัติศาสตร์อยู่ในเขตจังหวัดปทุมธานี เป็นวัดเก่าแก่สร้างขึ้นในสมัยกรุงศรีอยุธยา มีเจดีย์รามัญ และภาพจิตกรรมฝาผนังในโบสถ์เป็นศิลปะสมัยอยุธยา ตั้งอยู่ริมคลองบางหลวง และอยู่ริมฝั่งแม่น้ำเจ้าพระยาฝั่งตะวันตก ในเขตตำบลบางหลวง อำเภอเมือง จังหวัดปทุมธานี ห่างจากศาลากลางจังหวัดหลังเก่าไปตามถนนปทุมธานีสายใน ประมาณ 3 กม. พอข้ามคลองบางหลวงก็ถึงประตูวัดอยู่ซ้ายมือพอดี

สะพานโค้งแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปครึ่งวงรี ปลายสะพานทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะ 40 เมตร จุดสูงสุดของสะพานโค้งนี้อยู่ห่างจากผิวน้ำ เป็นระยะ 4 เมตร จงหาว่าเมื่อเดินข้ามสะพานซึ่งห่างจากปลายสะพานข้างหนึ่งเป็นระยะ 2 เมตร ตรงจุดนั้นสะพานสูงจากผิวน้ำเท่าใด

ที่มา www.oknation.net

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

....

....

....

....

....

เฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องสะพานโค้งข้ามคลองวัดบางหลวง จังหวัดปทุมธานี

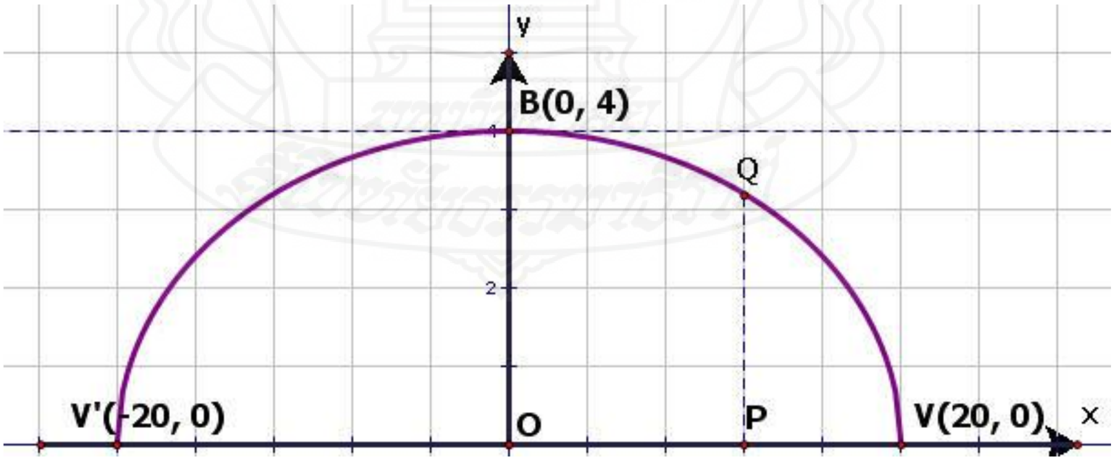
จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

แหล่งท่องเที่ยวที่จะแนะนำให้รู้จักในเขตจังหวัดปทุมธานี เป็นวัดที่อยู่ริมคลองบางหลวง จังหวัดปทุมธานีวัดบางหลวง เป็นวัดสำคัญวัดหนึ่งในประวัติศาสตร์อยู่ในเขตจังหวัดปทุมธานี เป็นวัดเก่าแก่สร้างขึ้นในสมัยกรุงศรีอยุธยา มีเจดีย์รามัญ และภาพจิตกรรมฝาผนังในโบสถ์เป็นศิลปะสมัยอยุธยา ตั้งอยู่ริมคลองบางหลวง และอยู่ริมฝั่งแม่น้ำเจ้าพระยาฝั่งตะวันตก ในเขตตำบลบางหลวง อำเภอเมือง จังหวัดปทุมธานี ห่างจากศาลากลางจังหวัดหลังเก่าไปตามถนนปทุมธานีสายใน ประมาณ 3 กม. พอข้ามคลองบางหลวงก็ถึงประตูวัดอยู่ซ้ายมือพอดี

สะพานโค้งแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปครึ่งวงรี ปลายสะพานทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะ 40 เมตร จุดสูงสุดของสะพานโค้งนี้อยู่ห่างจากผิวน้ำ เป็นระยะ 4 เมตร จงหาว่าเมื่อเดินข้ามสะพานซึ่งห่างจากปลายสะพานข้างหนึ่งเป็นระยะ 2 เมตร ตรงจุดนั้นสะพานสูงจากผิวน้ำเท่าใด

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โจทย์กำหนดสะพานโค้งลักษณะเป็นรูปครึ่งวงรี ปลายสะพานทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะ 40 เมตร จุดสูงสุดของสะพานโค้งนี้อยู่ห่างจากผิวน้ำ เป็นระยะ 4 เมตร โจทย์ให้หาเมื่อเดินข้ามสะพานซึ่งห่างจากปลายสะพานข้างหนึ่งเป็นระยะ 2 เมตร ตรงจุดนั้นสะพานสูงจากผิวน้ำเท่าใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



จากรูป สะพานรูปครึ่งวงกลมที่มีจุดยอดอยู่ที่ $V'(-40, 0)$ และ $V(40, 0)$

และจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $O(0, 0)$ พิกัดจุด B คือ (0, 4)

ดังนั้น $V'V = 2a = 40$

$a = 20$

$OB = b = 4$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

สมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด คือ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$

แทนค่า $a = 20$ และ $b = 4$ ในสมการ

นั่นคือ $\frac{x^2}{20^2}+\frac{y^2}{4^2} = 1$

$$\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{16} = 1$$

ให้ P เป็นจุดบนผิวน้ำ ซึ่งอยู่ห่างจากปลายสะพาน 2 เมตร

ดังนั้น OP = 20 – 2 = 18 เมตร

แทน $x = 18$ ในสมการ

$$\frac{18^2}{400}+\frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{324}{400}+\frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{y^2}{16} = 1-\frac{324}{400}$$

$$\frac{y^2}{16} = \frac{76}{400}$$

$$y^2 = \frac{76}{400}\times 16$$

$$y^2 = 3.04$$

$$y = \sqrt{3.04}$$

$$y = 1.74$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล แทนค่า $x = 18$ และ $y = 1.74$ ในสมการ

$$\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{(18)^2}{400}+\frac{(1.74)^2}{16} = 1$$

$$\frac{324}{400}+\frac{3.03}{16} = 1$$

$$1 = 1$$

ตอบ สะพานสูงจากผิวน้ำ 1.74 เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

รายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง วงรี

เรื่อง วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y เวลา 2 คาบ

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงรีเมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงรีให้และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้

2.จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้
2. ยกตัวอย่างหาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้

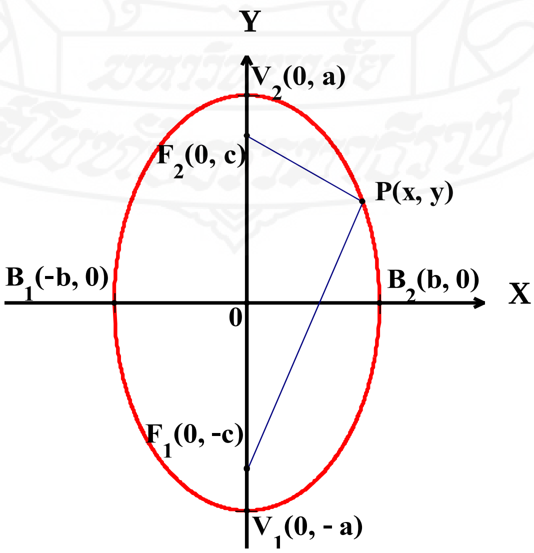
ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

3. ระบุส่วนต่าง ๆ ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้
4. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวงรีที่มีศูนย์กลางที่จุด (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y ได้

3.สาระการเรียนรู้

2. สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี ซึ่งมีจุดศูนย์กลาง (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y

กำหนดวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) โฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -c)$ และ $F_2(0, c)$ เมื่อ $c > 0$ ดังรูป



ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ระยะทางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ $F_1F_2 = 2c$ จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี จะได้ $\left|PF_1\right| + \left|PF_2\right|$ เท่ากับค่าคงตัว ซึ่งมากกว่า 2c

สมมติให้ $\left|PF_1\right| + \left|PF_2\right| = 2a$ เมื่อ $a > 0$ และ $2a > 2c$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2} + \sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2} = 2a$$

$$\sqrt{x^2+(y+c)^2} = 2a - \sqrt{x^2+(y-c)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$\left(\sqrt{x^2+(y+c)^2}\right)^2 = \left(2a-\sqrt{x^2+(y-c)^2}\right)^2$$

$$x^2+(y+c)^2 = 4a^2-4a\sqrt{x^2+(y-c)^2}+x^2+(y-c)^2$$

$$x^2+y^2+2cy+c^2 = 4a^2-4a\sqrt{x^2+(y-c)^2}+x^2+y^2-2cy+c^2$$

$$4a\sqrt{x^2+(y-c)^2} = 4a^2-4cy$$

นำ 4 หารทั้งสองข้าง ได้

$$a\sqrt{x^2+(y-c)^2} = a^2-cy$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$\left(a\sqrt{x^2+(y-c)^2}\right)^2 = (a^2-cy)^2$$

$$a^2\left(x^2+(y-c)^2\right) = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2(y-c)^2 = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2(y^2-2cy+c^2) = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^2cy+a^2c^2 = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2c^2+a^2y^2 = a^4+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2y^2-c^2y^2 = a^4-a^2c^2$$

$$a^2x^2+(a^2-c^2)y^2 = a^2(a^2-c^2)$$

นำ $a^2(a^2-c^2)$ หารทั้งสองข้าง

$$\frac{x^2}{a^2-c^2}+\frac{y^2}{a^2} = 1$$

สมมติให้ $a^2-c^2 = b^2$ เมื่อ $b > 0$

จะได้สมการวงรี คือ $\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2} = 1$

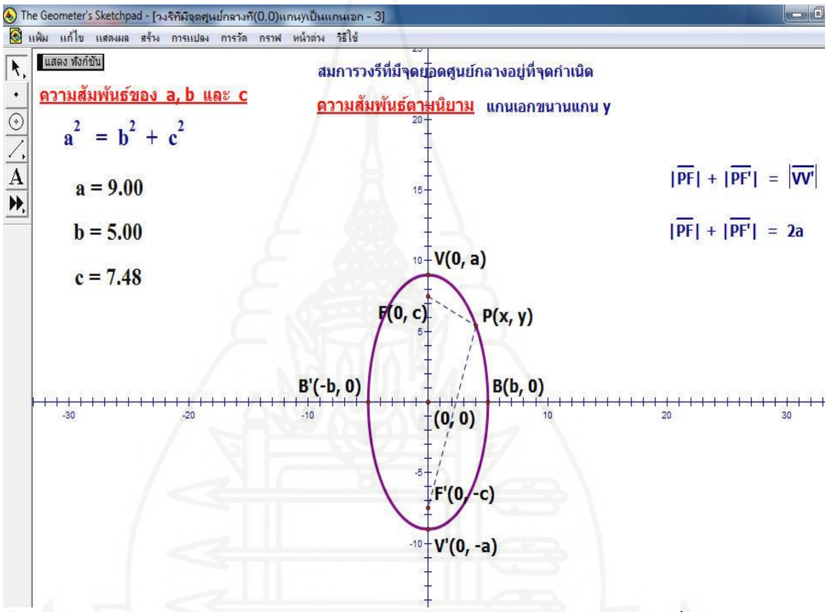
นั่นคือ สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) ซึ่งมีผลบวกของระยะ จากจุดใด P(x, y) ใด ๆ บนวงรีไปยังจุด $F_1(0, -c)$ และ $F_2(0, c)$ เท่ากับ 2a หน่วย

คือ $$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนสร้างความสนใจ

1. นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 3 จากรูป นักเรียนเห็นว่าส่วนประกอบของวงรีอะไรบ้าง



แนวทางในการตอบส่วนประกอบของวงรีของนักเรียนมีดังนี้

แกนเอกอยู่บนแกน...................[Y]

จุดศูนย์กลาง............................(0, 0)

จุดยอด....................................V(0, a) และ $V'(0, -a)$

จุดปลายแกนโท........................B(b, 0) และ $B'(-b, 0)$

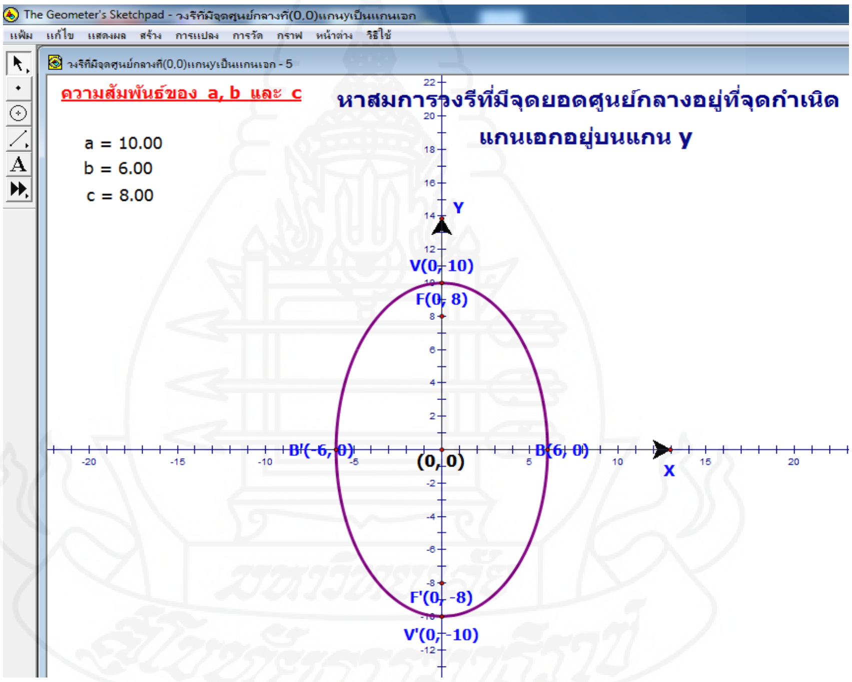
จุดโฟกัส................................ F(0, c) และ $C'(0, -c)$

2. นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เมนูการวัด ในการสำรวจวัดระยะทางจุดใด ๆ ของมายังจุดโฟกัสของวงรี และระยะทางระหว่างจุดยอดที่อยู่บนแกนเอกของวงรี นักเรียนจะพบว่ามีระยะทางสัมพันธ์กันอย่างไร

ขั้นสำรวจและค้นหา

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 3 โดยนักเรียนพิสูจน์บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีที่ว่า ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ระยะทางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ $FF' = 2c$ จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี จะได้ $|\overline{PF'}|+|\overline{PF}|$ เท่ากับค่าคงตัว ซึ่งมากกว่า 2c โดยสมมติให้ $|\overline{PF'}|+|\overline{PF}| = 2a$ เมื่อ $a > 0$ และ $2a > 2c$ และนักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้อง โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 4

4. นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 5 เพื่ออธิบายส่วนต่าง ๆ ของวงรี ซึ่งประกอบด้วยแกนเอก จุดศูนย์กลางของวงรี จุดยอด จุดปลายแกนโท และจุดโฟกัส ดังรูปภาพต่อไปนี้



5. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรีแล้ว ตอบคำถามตามที่ครูกำหนดให้

6. นักเรียนแต่ละกลุ่มหาสมการวงรีในชีวิตประจำวัน โดยใช้สิ่งแวดล้อมภายในโรงเรียนที่เป็นรูปวงรี พร้อมทั้งเขียน กราฟของวงรี และบอกส่วนประกอบของวงรี จำนวน 1 ข้อ เมื่อแต่ละกลุ่มทำเสร็จให้ส่งตัวแทนออกนำเสนอผลงาน

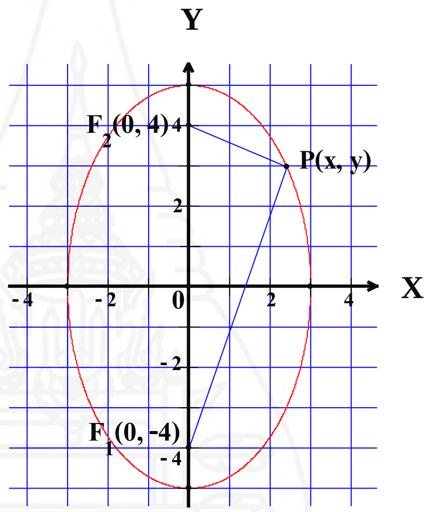
ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

7. ครูอธิบายเรื่องการหาสมการรูปมาตรฐานของวงรี พร้อมยกตัวอย่างประกอบและซักถามความเข้าใจของนักเรียน

ตัวอย่าง จงหาสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี เมื่อกำหนดจุดโฟกัส อยู่ที่ $F_1(0, -4)$ และ $F_2(0, 4)$ และความยาวของแกนโท เท่ากับ 6 หน่วย

คำถาม : นักเรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาประกอบการเขียนรูปได้อย่างไร

แนวตอบ : จุดศูนย์กลางของวงรี อยู่กึ่งกลางระหว่างจุด $F_1(0, -4)$ และ จุด $F_2(0, 4)$ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูปที่ 15



รูปที่ 15

คำถาม : จากรูปนักเรียนจะต้องหาความยาวอะไรบ้าง

แนวตอบ : c คือ ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลาง (0, 0) ถึงจุดโฟกัส $F_2(0, 4)$

ดังนั้น $c = 4$

ความยาวของแกนโท เท่ากับ 6 หน่วย

จะได้ $2b = 6$ ดังนั้น $b = 3$

ความยาวของแกนเอก

เนื่องจาก $a^2 = c^2 + b^2$

จะได้ $a^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

ดังนั้น $a = 5$

คำถาม : บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีคืออะไร

แนวตอบ : บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี จะได้ $\left|PF_1\right| + \left|PF_2\right|$ = ค่าคงตัว = 2a

คำถาม : ทำรูปสมการให้สมบูรณ์ได้อย่างไร

แนวตอบ : จาก $\left|PF_1\right| + \left|PF_2\right| = 2a$

จะได้ $\sqrt{x^2 + (y+4)^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 2 \times 5$

$$\sqrt{x^2 + (y+4)^2} = 10 - \sqrt{x^2 + (y-4)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$\left(\sqrt{x^2 + (y+4)^2}\right)^2 = \left(10 - \sqrt{x^2 + (y-4)^2}\right)^2$$

$$x^2 + (y+4)^2 = 100 - 20\sqrt{x^2 + (y-4)^2} + x^2 + (y-4)^2$$

$$y^2 + 8y + 16 = 100 - 20\sqrt{x^2 + (y-4)^2} + y^2 - y + 16$$

$$16y = 100 - 20\sqrt{x^2 + (y-4)^2}$$

$$20\sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 100 - 16y$$

นำ 4 หารทั้งสองข้าง

จะได้ $5\sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 25 - 4y$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ $\left(5\sqrt{x^2 + (y-4)^2}\right)^2 = (25 - 4y)^2$

$$25\left(x^2 + (y-4)^2\right) = 625 - 200y + 16y^2$$

$$25\left(x^2 + y^2 - 8y + 16\right) = 625 - 200y + 16y^2$$

$$25x^2 + 25y^2 - 200y + 400 = 625 - 200y + 16y^2$$

$$25x^2 + 9y^2 = 225$$

นำ 225 หารตลอด

จะได้ $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$

ดังนั้น สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี คือ $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$

8. ครูและนักเรียนอภิปรายความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 10

ขั้นขยายความรู้

9. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรีเมื่อแต่ละกลุ่มเสร็จให้ส่งตัวแทนออกเฉลยใบกิจกรรมที่ 3 นักเรียนและครูตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประเมินผล

10. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอกอยู่บนแกน Y แล้วครูประเมินผลตามเกณฑ์การประเมินผล

11. นักเรียนทำโครงงานอย่างง่ายสำรวจใช้สิ่งของในชีวิตประจำวันที่เป็นรูปวงรี พร้อมหาสมการของรูปวงรี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

5. สื่อการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y
2. ใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี
3. ใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรี
4. เอกสารฝึกหัดที่ 1 ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอกอยู่บนแกน Y
5. โปรแกรม Geometer' Sketchpad

6. การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดผลและประเมินผล

1.1 ตรวจสอบความถูกต้องจากกิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y

1.2 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี

1.3 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรี

1.4 ตรวจสอบความถูกต้องจากเอกสารฝึกหัดที่ 1 ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอกอยู่บนแกน Y

2. เครื่องมือวัดผลและประเมินผล

2.1 กิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y

2.2 ใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี

2.3 ใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรี

2.4 เอกสารฝึกหัดที่ 1ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอก อยู่บนแกน Y

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ผลการตรวจกิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

3.2 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

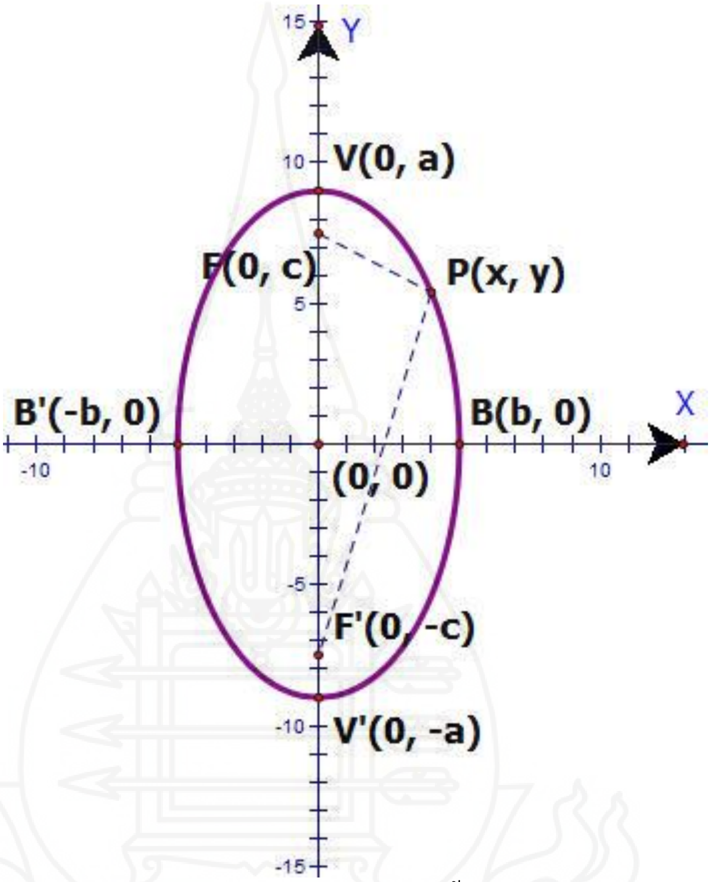
3.3 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรี ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

3.4 ผลการตรวจ เอกสารฝึกหัดที่ 1ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอก อยู่บนแกน Y ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 80 %

กิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถบอกสมการวงรี อธิบายกราฟของวงรีได้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 3

กำหนดวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) โฟกัสอยู่ที่ ....และ ....เมื่อ ....



ให้ P(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ระยะทางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ ....

จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี จะได้ $|\overline{PF'}|+|\overline{PF}|$ เท่ากับค่าคงตัว ซึ่งมากกว่า ....

สมมติให้ $|\overline{PF'}|+|\overline{PF}| = 2a$ เมื่อ $a > 0$ และ $2a > 2c$

....

....

....

....

....

....

เฉลยกิจกรรมที่ 1 วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) แกนเอกตามแกน Y

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถบอกสมการวงรี อธิบายกราฟของวงรีได้โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ไฟล์วงรีแผนที่ 3 หน้าที่ 3

สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี ซึ่งมีจุดศูนย์กลาง (0, 0) และแกนเอกตามแกน Y

กำหนดวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) โฟกัสอยู่ที่ $F'(0, -c)$ และ $F(0, c)$ เมื่อ $c > 0$ ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ระยะทางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ $FF' = 2c$

จากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี จะได้ $|\overline{PF'}| + |\overline{PF}|$ เท่ากับค่าคงตัว ซึ่งมากกว่า 2c

สมมติให้ $|\overline{PF'}| + |\overline{PF}| = 2a$ เมื่อ $a > 0$ และ $2a > 2c$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2} + \sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2} = 2a$$

$$\sqrt{x^2+(y+c)^2} = 2a - \sqrt{x^2+(y-c)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$\left(\sqrt{x^2+(y+c)^2}\right)^2 = \left(2a-\sqrt{x^2+(y-c)^2}\right)^2$$

$$x^2+(y+c)^2 = 4a^2-4a\sqrt{x^2+(y-c)^2}+x^2+(y-c)^2$$

$$y^2+2cy+c^2 = 4a^2-4a\sqrt{x^2+(y-c)^2}+y^2-2cy+c^2$$

$$4a\sqrt{x^2+(y-c)^2} = 4a^2-4cy$$

นำ 4 หารทั้งสองข้าง ได้

$$a\sqrt{x^2+(y-c)^2} = a^2-cy$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$\left(a\sqrt{x^2+(y-c)^2}\right)^2 = (a^2-cy)^2$$

$$a^2\left(x^2+(y-c)^2\right) = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2(y-c)^2 = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2(y^2-2cy+c^2) = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^2cy+a^2c^2 = a^4-2a^2cy+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2c^2+a^2y^2 = a^4+c^2y^2$$

$$a^2x^2+a^2y^2-c^2y^2 = a^4-a^2c^2$$

$$a^2x^2+(a^2-c^2)y^2 = a^2(a^2-c^2)$$

นำ $a^2(a^2 - c^2)$ หารทั้งสองข้าง

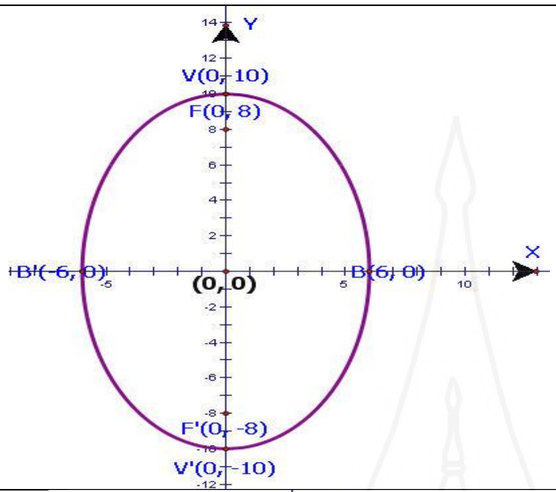
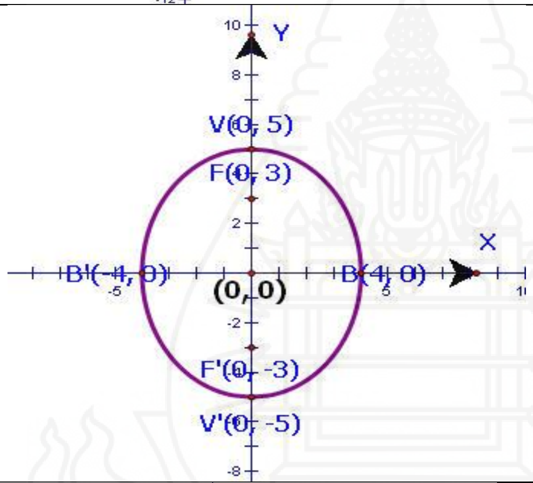
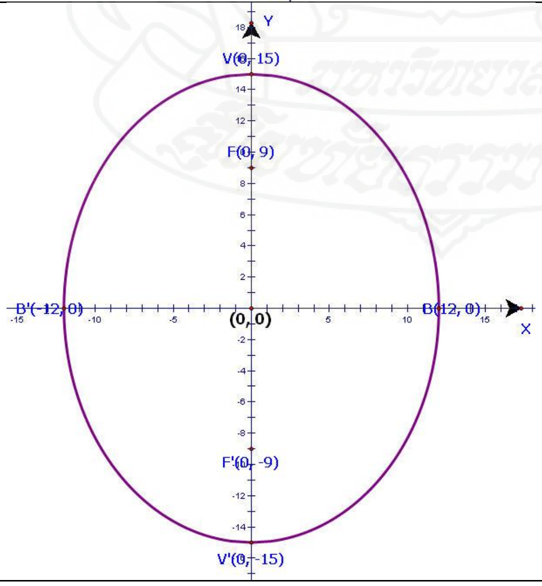
$$\frac{x^2}{a^2 - c^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

สมมติให้ $a^2 - c^2 = b^2$ เมื่อ $b > 0$

จะได้สมการวงรี คือ $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

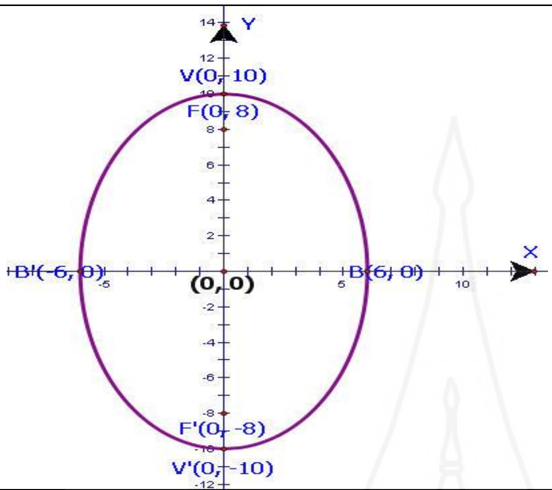
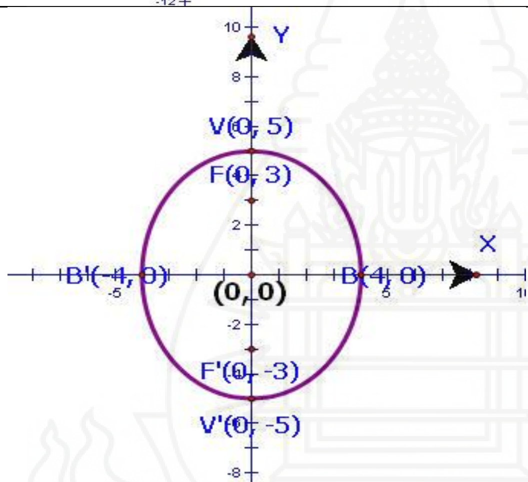
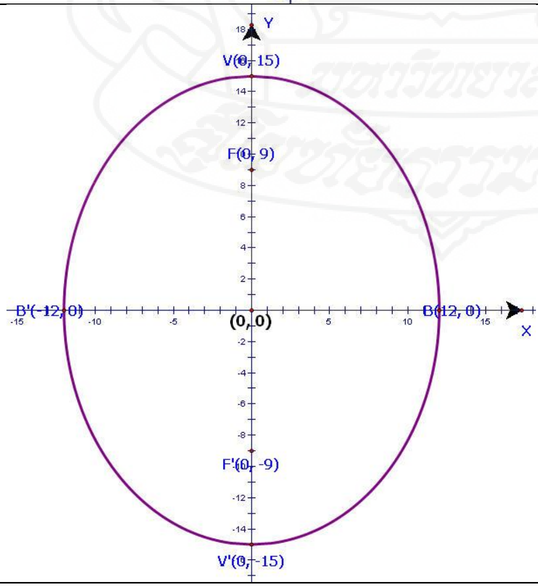
ใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี

1. จงเติมคำตอบในตารางต่อไปนี้

ข้อ	กราฟของวงรี	ตอบคำถาม
1		แกนเอกอยู่บนแกน.................. จุดศูนย์กลาง............................ จุดยอด.................................... จุดปลายแกนโท....................... จุดโฟกัส................................. สมการมาตรฐาน ....
2		แกนเอกอยู่บนแกน.................. จุดศูนย์กลาง............................ จุดยอด.................................... จุดปลายแกนโท....................... จุดโฟกัส................................. สมการมาตรฐาน ....
3		แกนเอกอยู่บนแกน.................. จุดศูนย์กลาง............................ จุดยอด.................................... จุดปลายแกนโท....................... จุดโฟกัส................................. สมการมาตรฐาน ....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนประกอบของวงรีและสมการมาตรฐานของวงรี

1. จงเติมคำตอบในตารางต่อไปนี้

ข้อ	กราฟของวงรี	ตอบคำถาม
1		แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง............(0, 0)................. จุดยอด....V(0, 10) และ V′(0, -10) จุดปลายแกนโท B(6,0) และ B′(-6, 0) จุดโฟกัส F(0, 8) และ V′(0, -8) สมการมาตรฐาน $\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{10^2} = 1$
		แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง............(0, 0)................. จุดยอด....V(0, 5) และ V′(0, -5) จุดปลายแกนโท B(4,0) และ B′(-4, 0) จุดโฟกัส F(0, 3) และ V′(0, -3) สมการมาตรฐาน $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{5^2} = 1$
3		แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง............(0, 0)................. จุดยอด....V(0, 15) และ V′(0, -15) จุดปลายแกนโท B(12,0) และ B′(-12, 0) จุดโฟกัส F(0, 9) และ V′(0, -9) สมการมาตรฐาน $\frac{x^2}{12^2}+\frac{y^2}{15^2} = 1$

ใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟของวงรี

1. สมการของวงรี $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{13^2}=1$

ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน......Y............ จุดศูนย์กลาง............(0, 0)............. จุดยอด .... จุดปลายแกนโท .... จุดโฟกัส	

2. สมการของวงรี $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{225}=1$

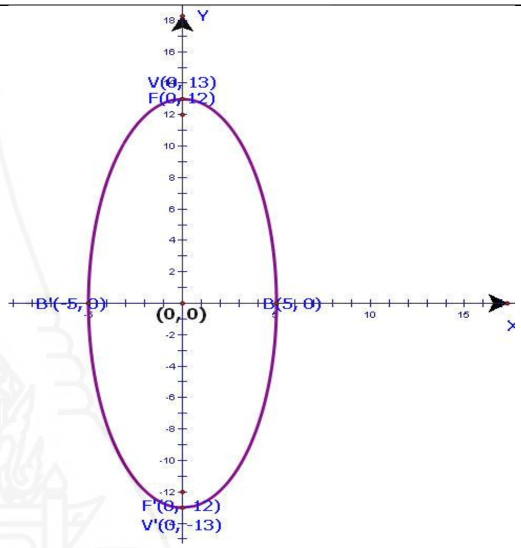
ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน......Y............ จุดศูนย์กลาง............(0, 0)............. จุดยอด .... จุดปลายแกนโท .... จุดโฟกัส	

3. สมการของวงรี $6x^2+5y^2=30$

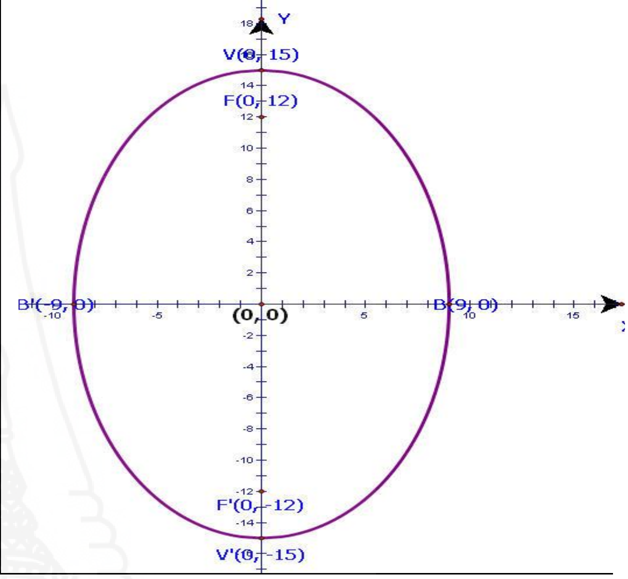
ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน......Y............ จุดศูนย์กลาง............(0, 0)............. จุดยอด .... จุดปลายแกนโท .... จุดโฟกัส	

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 เขียนกราฟวงรี

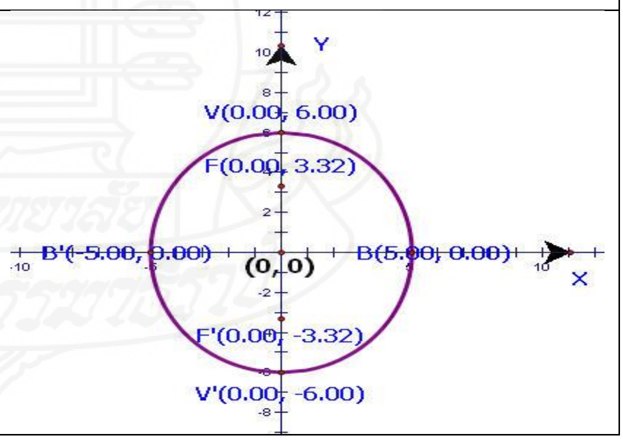
1. สมการของวงรี $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{13^2}=1$

ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง...........(0, 0)................ จุดยอด....V(0, 13) และ V'(0, -13) จุดปลายแกนโท B(5,0) และ B'(-5, 0) จุดโฟกัส F(0, 12) และ F'(0, -12)	

2. สมการของวงรี $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{225}=1$

ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง............(0, 0)................. จุดยอด....V(0, 15) และ V'(0, -15) จุดปลายแกนโท …B(9,0) และ B'(-9, 0) จุดโฟกัส... F(0, 12) และ F'(0, -12)	

3. สมการของวงรี $6x^2+5y^2=30$

ส่วนประกอบของวงรี	กราฟของวงรี
แกนเอกอยู่บนแกน..........Y......... จุดศูนย์กลาง............(0, 0)................. จุดยอด....V(0, 6) และ V'(0, -6) จุดปลายแกนโท B(5, 0) และ B'(-5, 0) จุดโฟกัส F(0, 3.32) และ F'(0, -3.32)	

เอกสารประกอบการเรียนที่ 1 ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอกอยู่บนแกน Y

1. วงรีที่มีสมการ $25x^2 + 16y^2 = 400$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายงแกนโท ความยาวของแกนเอก ความยาวของแกนโท ความยาวของเส้นเลตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีพร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

2. จงหาสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี จุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -5)$ และ $F_2(0, 5)$ และมีผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีถึงจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 14 หน่วย

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3. จงหาสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี เมื่อกำหนดจุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -4)$ และ $F_2(0, 4)$ และความยาวของแกนเอก เท่ากับ 12 หน่วย

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

....

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

....

....

....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

....

....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

....

....

....

....

เฉลยเอกสารประกอบการเรียนที่ 1 ความสัมพันธ์ของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) และแกนเอกอยู่บนแกน Y

1. วงรีที่มีสมการ $25x^2 + 16y^2 = 400$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนโท ความยาวของแกนเอก ความยาวของแกนโท ความยาวของเส้นเลตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีพร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

วิธีทำ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

จากสมการที่กำหนดให้ เขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้ ดังนี้

$$25x^2 + 16y^2 = 400$$

$$\frac{25x^2}{400} + \frac{16y^2}{400} = \frac{400}{400}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$

หรือ $$\frac{y^2}{5^2} + \frac{x^2}{4^2} = 1 \qquad \text{........... (1)}$$

เนื่องจากสมการ (1) ตัวหารของ y^2 มากกว่าตัวหารของ x^2

ดังนั้น วงรีมีแกนเอกอยู่บนแกน Y

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

มีสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี คือ $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$........... (2)

สมการ (1) เทียบกับสมการ (2) จะได้ $a = 5$ และ $b = 4$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจาก $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9$

จะได้ $c = 3$

สมการของวงรีนี้มีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0)

จุดยอดอยู่ที่ $V_1(0, -a)$ และ $V_2(0, a)$ คือ $V_1(0, -5)$ และ $V_2(0, 5)$

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -c)$ และ $F_2(0, c)$ คือ $F_1(0, -3)$ และ $F_2(0, 3)$

จุดปลายแกนโทอยู่ที่ $(-b, 0)$ และ $(b, 0)$ คือ $(-4, 0)$ และ $(4, 0)$

ความยาวของแกนเอก เท่ากับ $2a = 2(5) = 10$ หน่วย

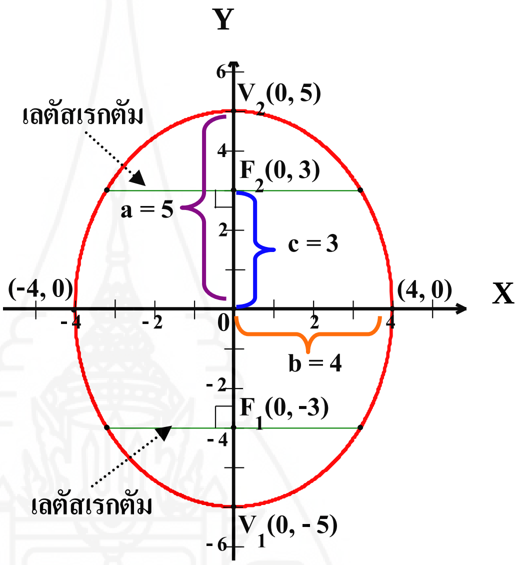
ความยาวของแกนโท เท่ากับ $2b = 2(4) = 8$ หน่วย

ความยาวของเลตัสเรกตัม เท่ากับ $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(16)}{5} = \frac{36}{5}$ หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

กราฟของวงรีมีลักษณะดังรูปที่ 16



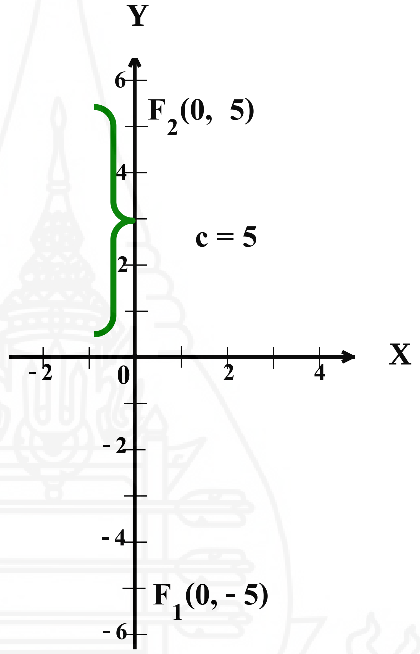
รูปที่ 16

2. จงหาสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี มีจุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -5)$ และ $F_2(0, 5)$ และมีผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีถึงจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ 14 หน่วย

วิธีทำ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -5)$ และ $F_2(0, 5)$ และมีผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีถึงจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ 14 หน่วย

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูปที่ 30



รูปที่ 17

จากรูปที่ 17 จุดศูนย์กลางของวงรี อยู่กึ่งกลางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง

ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่ (0, 0)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

c คือ ระยะทางจากจุดศูนย์กลาง (0, 0) ถึงจุดโฟกัสที่จุด (0, 5) ดังนั้น $c = 5$

ผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรีถึงจุดโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ 14หน่วย

ดังนั้น $2a = 14$ จะได้ $a = 7$

เนื่องจาก $b^2 = a^2 - c^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

จากรูปที่ 30 สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน Y

และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) คือ $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ ....(1)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

แทนค่า $a = 7$ และ $b^2 = 24$ ในสมการ (1)

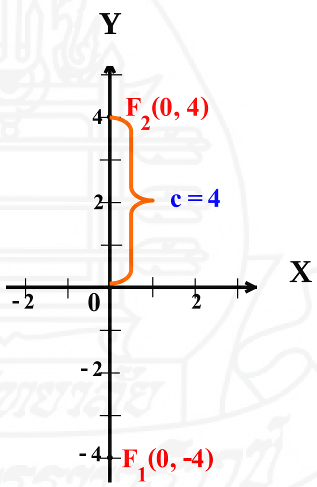
จะได้ $$\frac{y^2}{7^2} + \frac{x^2}{(\sqrt{24})^2} = 1$$

ดังนั้น สมการในรูปแบบมาตรฐานของของวงรี คือ $\frac{y^2}{49} + \frac{x^2}{24} = 1$

3. จงหาสมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี เมื่อกำหนดจุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -4)$ และ $F_2(0, 4)$ และความยาวของแกนเอก เท่ากับ 12 หน่วย

วิธีทำ **ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา** สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือจุดโฟกัสอยู่ที่ $F_1(0, -4)$ และ $F_2(0, 4)$ และความยาวของแกนเอก เท่ากับ 12 หน่วย

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหานำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเขียนรูปประกอบแสดงวิธีทำได้ดังรูปที่ 18



รูปที่ 18

จากรูปที่ 18 จุดศูนย์กลางของวงรี อยู่กึ่งกลางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่ (0, 0)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

c คือ ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลาง (0, 0) ถึงจุดโฟกัส $F_2(0, 4)$ ดังนั้น $c = 4$

ความยาวของแกนเอก เท่ากับ 12 หน่วย

ดังนั้น $2a = 12$ จะได้ $a = 6$

เนื่องจาก $b^2 = a^2 - c^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

ดังนั้น $b = \sqrt{20}$

จากรูปที่ 18 สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน Y

และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) คือ $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ ….(1)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

แทนค่า $a = 6$ และ $b = \sqrt{20}$ ในสมการที่ (1)

จะได้ $\frac{y^2}{6^2} + \frac{x^2}{(\sqrt{20})^2} = 1$

ดังนั้น สมการในรูปแบบมาตรฐานของวงรี คือ $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{20} = 1$

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

รายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง พาราโบลา

เรื่อง นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ เวลา 2 คาบ

---

1. ผลการเรียนรู้

นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับพาราโบลาได้

3. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพาโบลา

ตัวอย่างในธรรมชาติหรือเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับพาราโบลา

1. การเคลื่อนที่ของวัตถุเช่น การจุดพลุ บั้งไฟ
2. การออกแบบเป็นเครื่องใช้ เช่น โคมไฟ ไฟฉาย อาคาร สัญลักษณ์ต่าง ๆ
3. สะพานแขวน
4. จานดาวเทียม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนสร้างความสนใจ

1. ครูตั้งคำถามว่า ในชีวิตประจำวันของนักเรียนมีสิ่งประดิษฐ์ใดที่สร้างจากพาราโบลา [การเคลื่อนที่ของวัตถุเช่น การจุดพลุ บั้งไฟ, การออกแบบเป็นเครื่องใช้ เช่น โคมไฟ ไฟฉาย อาคาร สัญลักษณ์ต่าง ๆ, สะพานแขวน, จานดาวเทียม ฯลฯ]
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟือง

เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบกิจกรรมเสร็จ ครูใช้คำถามดังนี้

คำถามที่ 1 ทำไมกระทะซึ่งเป็นอุปกรณ์การทำกับข้าว ถึงกลายมาเป็นอุปกรณ์ชิ้นสำคัญในการสร้างจานรับสัญญาณดาวเทียมของลุงเหลือได้ [กะทะที่เราใช้ทำกับข้าว เป็นลักษณะของพาราโบลาหงาย ซึ่งสามารถสะท้อนคลื่น เมื่อคลื่นมากระทบที่ผิวของกระทะ และสามารถที่จะสะท้อนคลื่นมารวมกันที่จุดโฟกัส]

คำถามที่ 2 นักเรียนคิดว่าพาราโบลามีประโยชน์ในชีวิตประจำวันอย่างไร

[พาราโบลา มีประโยชน์ในชีวิตประจำวันของมนุษย์ เราใช้สมบัติของการสะท้อนของพาราโบลามาสร้างอุปกรณ์เพื่ออำนวยประโยชน์ในชีวิตของเราอย่างมากมาย เช่น โคมไฟฟ้า หลังคา การสร้างสะพานแขวน การถนอมอาหารโดยสร้างหลังคาเป็นพาราโบลา เช่นโรงตากกล้วย เป็นต้น]

คำถามที่ 3 นักเรียนสามารถสรุปสมบัติการสะท้อนของพาราโบลาได้อย่างไร

[หลักการตามกฎการสะท้อนของแสง มุมตกระทบย่อมเท่ากับมุมสะท้อน จุดที่รวมกันบนผิวระนาบโค้งนี้เรียกว่าจุดโฟกัส ผิวโค้งที่ทำให้มุมตกกระทบและสะท้อนมารวมกันที่จุดโฟกัสเรียกว่า ผิวโค้งพาราโบลา]

ขั้นสำรวจและค้นหา

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา “บุญบั้งไฟ” และสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยแต่ละกลุ่มตอบคำถามดังนี้

คำถามที่ 4 ถ้าในการยิงบั้งไฟแสน ลำหนึ่ง กำหนดด้วย

สมการ $x^2 - 8x + 12y - 150 = 0$ เมื่อ h แทน เวลาที่ผ่านไปเป็นวินาที k แทน ความสูงที่อยู่เหนือพื้นดินเป็นเมตร จงหาสมการที่อยู่ในรูป $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

[**แนวตอบ** สามารถจัดรูปสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 12y - 140 &= 0 \\ x^2 - 8x &= -12y + 140 \\ x^2 - 8x + 4^2 &= -12y + 140 + 4^2 \\ (x-4)^2 &= -12y + 140 + 16 \\ (x-4)^2 &= -12y + 156 \\ (x-4)^2 &= 4(-3)(y-13) \end{aligned}$$

จุดยอดอยู่ที่ (4, 13) และ $c < 0$ เป็นพาราโบลาคว่ำ

คำถามที่ 5 บั้งไฟขึ้นไปได้สูงที่สุดเท่าใด

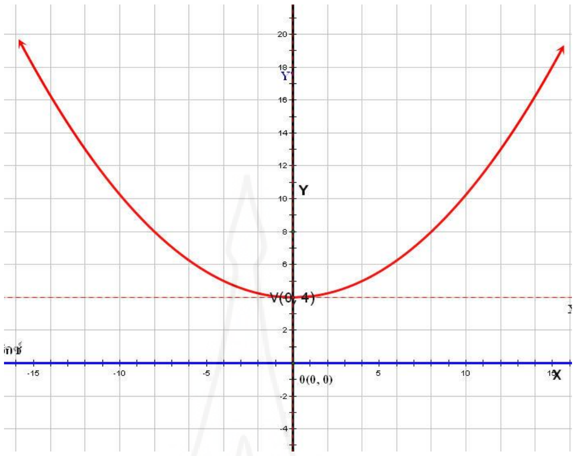
[**แนวตอบ** สมการของบั้งไฟคือ $(x-4)^2 = 4(-3)(y - 13)$ จะพบว่า

จุดยอด (h, k) = (4, 13) k แทน ความสูงที่อยู่เหนือพื้นดินเป็นเมตร นั่นคือ บั้งไฟขึ้นไปได้สูงที่สุด เท่ากับ 13 เมตร]

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา “การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ”และสุ่มตัวแทนกลุ่มเฉลยใบกิจกรรมที่ 3 โดยครูตั้งคำถามดังนี้

คำถามที่ 6 วิศวกรผู้ทำการผลิตจานรับสัญญาณดาวเทียมต้องการหาตำแหน่งที่จะติดตั้งโฟกัสเพื่อรับสัญญาณของจานดังกล่าว เขาจึงได้ทำการวัดระยะจากฐานของจานพาราโบลาไปตั้งฉากกับพื้นเป็นระยะ 4 เมตรให้นักเรียนช่วยวิศวกรคนนี้หาตำแหน่งเพื่อติดตั้งโฟกัสของจานดาวเทียม จงหาโฟกัสของจานดาวเทียม

แนวตอบ นำสิ่งที่โจทย์กำหนดคือ การวัดระยะจากฐานของจานพาราโบลาไปตั้งฉากกับพื้นเป็นระยะ 4 เมตรนำมาสร้างรูป



จากรูป จะเห็นได้ว่า จุดยอด (0, 4) อยู่บนพาราโบลา

เราใช้จุดนี้หาค่าของ c ได้จุดยอดอยู่ห่างจากเส้นไดเรกตริกซ์เป็นระยะทาง 4 เมตร

นั่นคือ c = 4 ดังนั้น โฟกัส F(h, k+c) จะได้ F(0, 4+4) = F(0, 8)

คำถามที่ 7 จงหาสมการของพาราโบลาของจานดาวเทียมนี้

แนวตอบ จุดยอด จุดยอด (0, 4) และ c = 4 กราฟของพาราโบลาหงาย ซึ่ง c > 0

นั่นคือ สมการพาราโบลา $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

แทนค่า h = 0 และ k = 4 ในสมการของพาราโบลา

$$(x-0)^2 = 4(4)(y-4)$$
$$(x)^2 = 16(y-4)$$
$$x^2 - 16y + 64 = 0$$

เราจะได้สมการของพาราโบลา คือ $x^2 - 16y + 64 = 0$

ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

5. นักเรียนสรุปการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลาในชีวิตประจำวัน

ขั้นขยายความรู้

6. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดโจทย์ปัญหาพาราโบลาในชีวิตประจำวันกลุ่มละ 3 ข้อและส่งตัวแทนออกนำเสนอหน้าห้องเรียน

ขั้นประเมินผล

7. นักเรียนทุกคนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

5. สื่อการเรียนรู้

5.1 ใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง

5.2 ใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา "บุญบั้งไฟ"

5.3 ใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ"

5.4 เอกสารฝึกหัดที่ 1เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

5.5 โปรแกรม The Geometer's sketchpad

6. การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดผล

1.1 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง

1.2 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา "บุญบั้งไฟ"

1.3 ตรวจสอบความถูกต้องจากใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ"

1.4 ตรวจสอบความถูกต้องจากเอกสารฝึกหัดที่ 1เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

2. เครื่องมือวัดผล

2.1 ใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง

2.2 ใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา "บุญบั้งไฟ"

2.3 ใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ"

2.4 เอกสารฝึกหัดที่ 1เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง อย่างน้อยร้อยละ 80 ขึ้นไป

3.2 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา "บุญบั้งไฟ" อย่างน้อยร้อยละ 80 ขึ้นไป

3.3 ผลการตรวจใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ" อย่างน้อยร้อยละ 80 ขึ้นไป

3.4 ผลการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 1เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา อย่างน้อยร้อยละ 80 ขึ้นไป

ใบกิจกรรมที่ 1ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง

ถ้าพูดถึงงานอดิเรกในช่วงบั้นปลายชีวิตของคนชราทั่วไปส่วนใหญ่ คงจะหนีไม่พ้นการปลูกต้นไม้ นั่งเล่นหมากรุก อยู่กับบ้านเลี้ยงลูกเลี้ยงหลาน หรือเข้าวัดฟังเทศน์ฟังธรรม หากแต่มีชายชราคนหนึ่งที่วันๆ หนึ่งเกือบตลอด 24 ชั่วโมงใช้วันเวลาหมดไปกับการนั่งคิด สร้างสรรค์ประดิษฐ์คิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ตามหัวคิดแบบชาวบ้านๆนักประดิษฐ์ชาวบ้าน นักวิทยาศาสตร์ ป.4 หรือใครจะให้นิยามอะไรก็ตาม แต่คนในแถบอำเภอแม่แตง จังหวัดเชียงใหม่ จะคุ้นตากันดีกับชายชราร่างสูงใหญ่วัยเกือบ 80 ปี ที่ผมเพล้ามีแต่จะลดน้อยถอยลง ฟันฟางก็หักหมดปาก ที่วันๆ ง่วนอยู่กับกองเศษวัสดุเหลือใช้มากมายที่คนนำไปทิ้งขว้าง เศษขยะต่างๆ เหล่านี้ ชายชราคนเดียวกันกลับมองว่าของทุกอย่างล้วนมีประโยชน์ทุกชิ้นไม่ควรจะทิ้งอย่างไร้ค่า ฉะนั้นบ้านไม้สองชั้นทั้งหลังจึงเต็มไปด้วยเศษวัสดุสิ่งของมากมายหลากหลายชนิดที่แออัดยัดเยียดอยู่ในทุกพื้นที่ของบริเวณบ้านชายชราที่กำลังเอ่ยถึงคนนี้มีชื่อว่า ลุงเหลือ เปรมปราคิน อดีตลูกจ้างประจำของกรมชลประทาน ที่เริ่มต้นทำงานตั้งแต่อายุ 22 ปี จนกระทั่งถึงวัยปลดเกษียณ “ตอนเด็กๆ ผมชอบแกะนู้นแกะนี่ ชอบสงสัยว่าเครื่องยนต์กลไกมันเป็นอย่างไร และผมก็เรียนรู้ทุกอย่างด้วยตัวเองตลอด ตั้งแต่เครื่องใช้ไฟฟ้าทุกชนิด คอมพิวเตอร์ เครื่องยลกลไก การออกแบบ โครงสร้างต่างๆ รีโมตส์คอนโทรล เครื่องไฮโดรริก ช่างเชื่อม ช่างไฟฟ้า ช่างก่อสร้าง และอื่นๆ อีกทุกชนิด ทุกวันนี้ผมก็ยังศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่ผมยังไม่รู้อีกมากมาย ผมว่าการเรียนรู้ไม่มีที่สิ้นสุด ตราบใดที่เรายังมีลมหายใจอยู่” สิ่งประดิษฐ์มากมายหลายชนิด ไม่ว่าจะเป็น หมวกกันน๊อคที่สามารถฟังเพลงได้ เครื่องตัดหญ้าแบบใช้รีโมตส์คอนโทรล เครื่องใช้ไฟฟ้าพลังงานแสงอาทิตย์ เครื่องบินบังคับวิทยุ แม้กระทั่งเครื่องบินเล็กที่ใช้ขับได้จริง สิ่งประดิษฐ์เหล่านี้ล้วนเกิดจากเศษวัสดุเหลือใช้ทั้งนั้นแต่ในจำนวนสิ่งประดิษฐ์มากมายหลากหลายที่ผ่านมันสมอง ผ่านหัวคิดสร้างสรรค์ จินตนาการของนักประดิษฐ์ชาวบ้านๆ แบบลุงเหลือ ก็คงไม่มีสิ่งประดิษฐ์ชิ้นไหนน่าทึ่งเท่ากับสิ่งประดิษฐ์ชิ้นนี้ นั่นก็คือ จานดาวเทียมกะทะเหล็ก ของลุงเหลือนั่นเอง “ช่วงที่มีจานดาวเทียมเข้ามาเมืองไทยใหม่ๆ ที่สร้างขึ้นมาที่สถานีจานดาวเทียมที่ศรีราชา กว้าง 29 เมตร หนัก 200 กว่าตัน ลงทุนไปทั้งหมด

141 ล้านบาท ผมก็สนใจและพยายามศึกษาค้นคว้ามาตลอด โดยหาความรู้จากหนังสือทั่วไป ทั้งอเมริกาและอังกฤษ ภาษาอังกฤษผมอ่านไม่ออกหรอก แต่เราก็ใช้ตัวช่วยให้คอมพิวเตอร์ทำการแปลให้ ผมก็ศึกษาค้นคว้ามาเรื่อยๆ จนจานดาวเทียมเป็นที่แพร่หลายมากขึ้นราคาก็เริ่มลดลงประมาณ 38,000 บาท แต่เงินเดือนของผมไม่กี่บาท ผมจึงรวบรวมเงินเก็บเท่าที่มีไปขอซื้อจานดาวเทียม แต่ขอซื้อเฉพาะจานอย่างเดียวเขาไม่ให้ ผมก็เลยคิดค้นทำเองเลย

โดยทดลองเอาสิ่งของใกล้ตัว อย่างเช่น เหล็กอะลูมิเนียมตู้กับข้าว กะทะที่เราใช้ทำกับข้าว โดยคิดว่าอะไรที่มันสะท้อนคลื่นได้นั้นก็สามารถทำได้หมด” จานดาวเทียมกระทะเหล็กของลุงเหลือจึงถูกนำไปติดตั้งตามโรงเรียนต่างๆ ทั้งใกล้และไกล เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ระบบการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียมจากจานกะทะเหล็กของลุงเหลือ ด้วยความคิดที่ว่าความรู้ไม่ควรถูกปิดกั้น แต่ควรจะกระจายไปทุกที่ทุกตำบลเพราะเป็นคนที่เรียนรู้ทุกอย่างอยู่ตลอดเวลา ในบั้นปลายชีวิตของลุงเหลือจึงคิดว่าทำอย่างไรจึงจะให้ได้งานมากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และเวลาที่เหลืออยู่ก็มีแต่ถดถอยลงไปทุกขณะ ลุงเหลือจึงใช้เวลาอย่างคุ้มค่าและเป็นประโยชน์มากที่สุดวันเวลาในช่วงกลางวันในแต่ละวัน ถ้าไม่หมดไปกับการประดิษฐ์คิดค้นสิ่งต่างๆ ก็จะมีคนที่สนใจเรื่องจานดาวเทียมทั้งใกล้และไกลเดินทางมาขอคำแนะนำบ้าง หรือบางวันลุงเหลือก็จะเดินทางไปตามโรงเรียนต่างๆ ที่เชิญมา ให้ไปสอนให้กับครู อาจารย์ นักเรียน ไม่เว้นแม้แต่สอนนักการภารโรงเกี่ยวกับการบำรุงรักษา ส่วนในช่วงกลางคืนลุงเหลือก็ไม่ได้ทิ้งเวลาให้เปล่าประโยชน์ศึกษาค้นคว้าในอินเตอร์เน็ต บางทีก็เขียนโปรแกรมออโต้แวร์ เพื่อนำมาสร้างสื่อการเรียนการสอนบันทึกลงแผ่นซีดีแจกจ่ายไปตามโรงเรียนต่างๆ อีกด้วย “ผมไม่คิดที่จะทำขายหรือจดลิขสิทธิ์ ผมอยากให้ความรู้กระจายไปในทุกพื้นที่ ดังนั้นผมถือว่ามันเป็นกุศลที่ผมได้มอบให้กับคนอื่น อันดับแรกคือร่างกายผมไม่ป่วยยังแข็งแรงดี สองผมความจำยังดียังทำประโยชน์ได้ และสามคือผมพออยู่พอกินไม่ได้อยากร่ำรวยอะไร เพราะฉะนั้นเรื่องเงินเรื่องเล็กถ้าตัวเราอยู่สุขสบายแล้วล่ะก็ วิธีคิดเหล่านี้ผมได้มาจาก**พระราชดำรัสของในหลวง คือคิดอะไรให้มันง่ายๆ เข้าไว้อย่าสลับซับซ้อน คนอื่นเขาจะได้ทำตามได้”**

เพราะเหตุใดชายชราวัยใกล้ 80 ปี และเป็นนักประดิษฐ์ฝีมือชาวบ้าน จึงสามารถเรียนรู้สร้างสรรค์ คิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ไว้อย่างมากมาย ถ้าหากไม่มีความเชื่อเกี่ยวกับเรื่องของการเรียนรู้ตลอดเวลา ที่สำคัญก็คือว่าเมื่อเรียนรู้แล้วลุงเหลือเอาความรู้ของตนเองไปทำคุณประโยชน์ให้กับสังคมต่อไปอีก ในยุคสมัยที่คนส่วนใหญ่มักจะเป็นผู้รับมากกว่าการเป็นผู้ให้ ลุงเหลืออาจจะมีคำตอบให้กับการนำความรู้เพื่อไปสร้างสรรค์สิ่งต่างๆ ให้กับผู้อื่นอีกมากมาย เพราะการเป็นผู้ให้ย่อมมีความหมายต่อการเป็นผู้รับอย่างแน่นอน ติดตามเรื่องราวของนักประดิษฐ์ชาวบ้านๆ กับการทำงานที่ทุ่มเททั้งความคิดและจิตวิญญาณ ได้ใน ‘ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง’ ในรายการ ‘คนค้นฅน’ ในวันอังคารที่ 26 กุมภาพันธ์นี้ เวลา 4 ทุ่ม ทาง Modernine TV

ที่มา http://www.tvburabha.com/tvb/home/program_detail.asp?id=534&cate=1

จากข่าวนักเรียนจงให้เหตุผลว่า ทำไมกระทะซึ่งเป็นอุปกรณ์การทำกับข้าว ถึงกลายมาเป็นอุปกรณ์ชิ้นสำคัญในการสร้างจานรับสัญญาณดาวเทียมของลุงเหลือได้

....

....

....

....

....

....

....

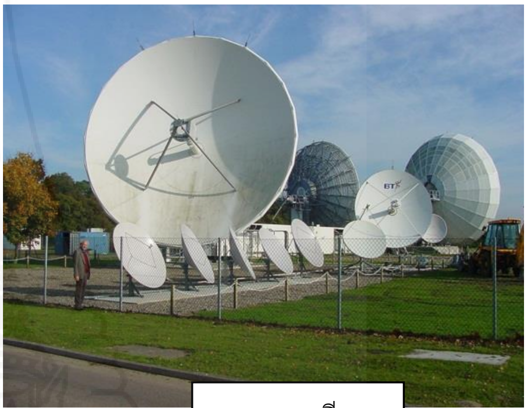
....

....

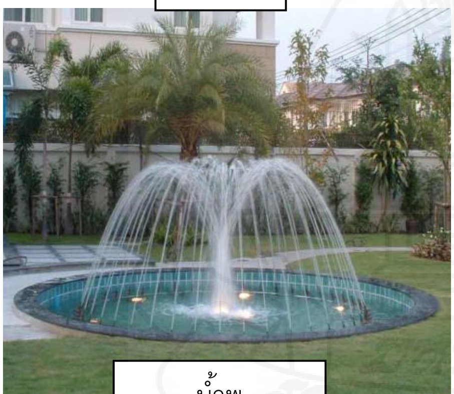
เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง

เทคโนโลยีการสื่อสารดาวเทียมประกอบด้วยจานรับสัญญาณ ตัวจานรับสัญญาณมีผิวโค้ง เพื่อรับสัญญาณที่ส่งตรงมาจากดาวเทียม และสะท้อนรวมกันที่จุดรับสัญญาณ เพื่อให้มีสัญญาณที่แรงขึ้น น้ำพุที่มนุษย์ประดิษฐ์ขึ้น เป็นเส้นโค้งพาราโบลา หรือเมื่อเราใช้ไฟฉายส่องเดินทาง สังเกตว่ามีกระจกสะท้อนแสงเพื่อรวมลำแสงให้พุ่งเป็นลำตรง โดยหลักการตามกฎการสะท้อนของแสง มุมตกกระทบย่อมเท่ากับมุมสะท้อน จุดที่รวมกันบนผิวระนาบโค้งนี้เรียกว่า จุดโฟกัส ผิวโค้งที่ทำให้มุมตกกระทบและสะท้อนมารวมกันที่จุดโฟกัส เรียกว่า ผิวโค้งพาราโบลา

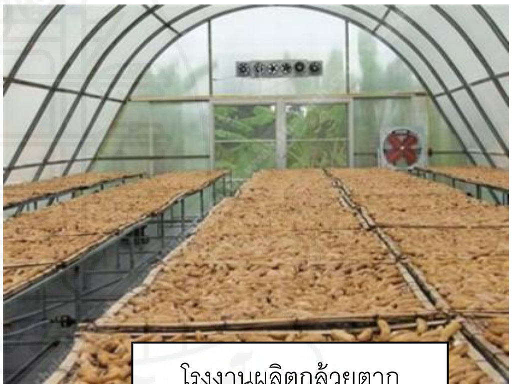
ไฟฉาย



จานดาวเทียม



น้ำพุ



โรงงานผลิตกล้วยตาก

สะพานแขวน

พญานาคพ่นน้ำ
หาดทรายขาว
จังหวัดสงขลา

สะพานแขวน

โคมไฟ

รุ้งกินน้ำ

บั้งไฟ

การจุดพลุ
ดอกไม้ไฟ

ใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา "บุญบั้งไฟ"

จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

บุญบั้งไฟ เป็นหนึ่งในฮีตสิบสองเดือนของชาวอีสาน นิยมทำกันในเดือน 6 หรือ เดือน 7 อันเป็นช่วงฤดูฝนเข้าสู่การทำนา ตกกล้า หว่าน ไถ เพื่อเป็นการบูชาพระยาแถนขอฝนให้ตกต้องตามฤดูกาล เหมือนกับการแห่นางแมวของคนภาคกลางนั่นเอง

ในงานบั้งไฟจะมีการแข่งขันบั้งไฟที่ขึ้นสูงที่สุด เรียกว่า บั้งไฟแสน

ถ้าในการยิงบั้งไฟแสน ลำหนึ่ง กำหนดด้วยสมการ $x^2 - 8x + 12y - 140 = 0$

เมื่อ h แทน เวลาที่ผ่านไปเป็นวินาที

k แทน ความสูงที่อยู่เหนือพื้นดินเป็นเมตร

จงหา   1.1 สมการที่อยู่ในรูป $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

1.2 บั้งไฟขึ้นไปได้สูงที่สุดเท่าใด

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ปัญหา “บุญบั้งไฟ”

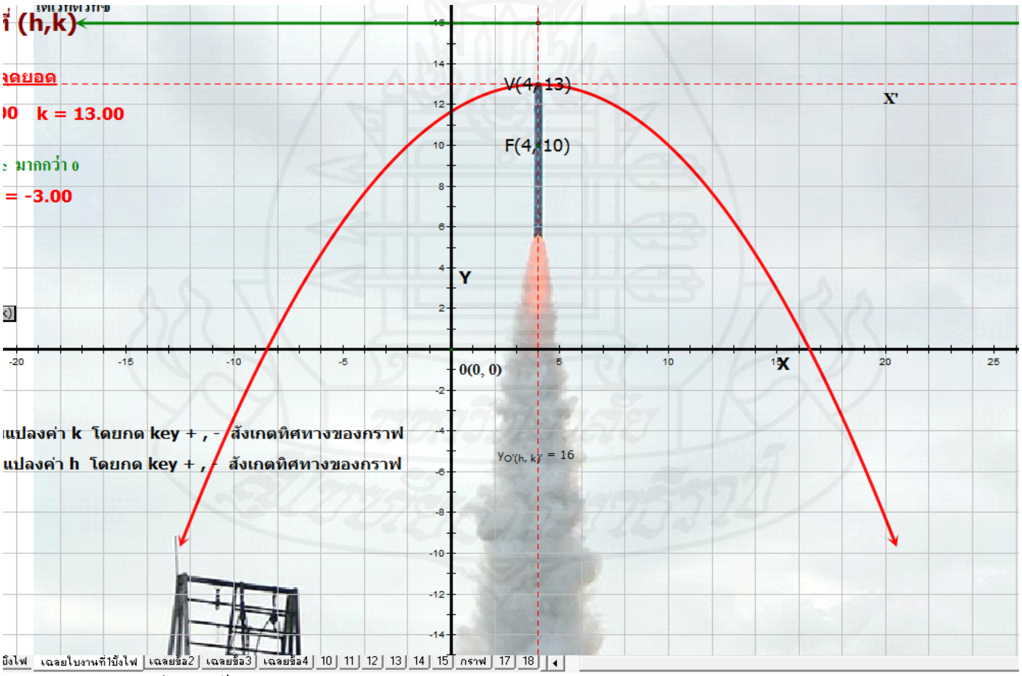
จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดสมการ $x^2-8x+12y-140=0$
   เมื่อ h แทน เวลาที่ผ่านไปเป็นวินาที
   k แทน ความสูงที่อยู่เหนือพื้นดินเป็นเมตร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา สมการที่อยู่ในรูป $(x-h)^2 = 4c(y-k)$
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$\begin{aligned}
x^2-8x+12y-140 &= 0\\
x^2-8x &= -12y+140\\
x^2-8x+4^2 &= -12y+140+4^2\\
(x-4)^2 &= -12y+140+16\\
(x-4)^2 &= -12y+156\\
(x-4)^2 &= 4(-3)(y-13)
\end{aligned}$$

จุดยอดอยู่ที่ (4, 13) และ $c<0$ เป็นพาราโบลาคว่ำ

4. ขั้นตรวจสอบผล เขียนกราฟของพาราโบลา



1.2 บั้งไฟขึ้นไปได้สูงที่สุดเท่าใด

จากสมการ จุดยอด (h, k) = (4, 13)

k แทน ความสูงที่อยู่เหนือพื้นดินเป็นเมตร

ดังนั้น บั้งไฟขึ้นไปได้สูงที่สุด เท่ากับ 13 เมตร

ใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ"

จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

วิศวกรผู้ทำการผลิตจานรับสัญญาณดาวเทียมต้องการหาตำแหน่งที่จะติดตั้งโฟกัสเพื่อรับสัญญาณของจานดังกล่าว

เขาจึงได้ทำการวัดระยะจากฐานของจานพาราโบลาไปตั้งฉากกับพื้นเป็นระยะ 4 เมตรให้นักเรียนช่วยวิศวกรคนนี้หาตำแหน่งเพื่อติดตั้งโฟกัสของจานดาวเทียม

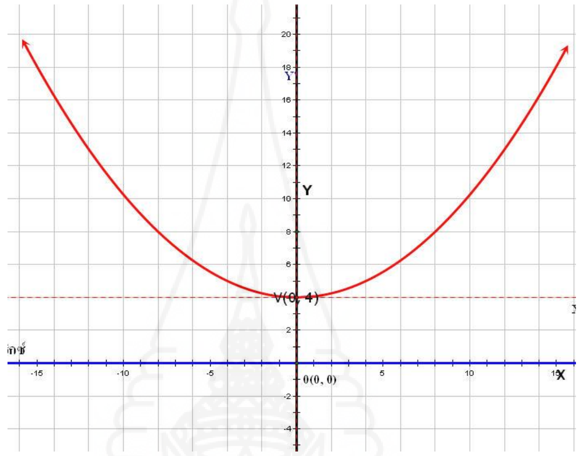
1.1 จงหาโฟกัสของจานดาวเทียม

1.2 จงหาสมการของพาราโบลาของจานดาวเทียมนี้

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ปัญหา "การหาตำแหน่งโฟกัสของจานรับสัญญาณ"

จุดประสงค์ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดการวัดระยะจากฐานของจานพาราโบลาไปตั้งฉากกับพื้นเป็นระยะ 4 เมตรนำมาสร้างรูป



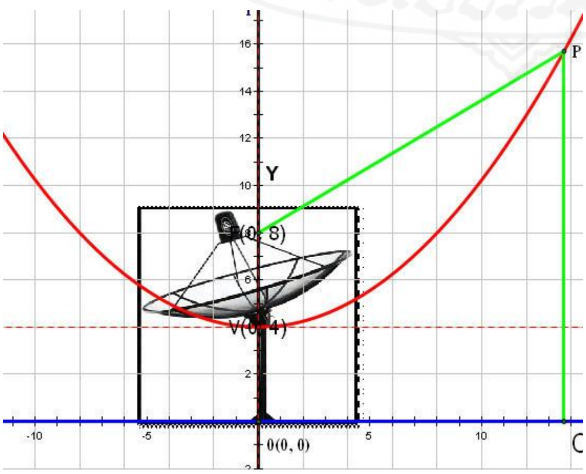
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา จากรูป จะเห็นได้ว่า จุดยอด (0, 4) อยู่บนพาราโบลา เราใช้จุดนี้หาค่าของ C ได้จุดยอดอยู่ห่างจากเส้นไดเรกตริกซ์เป็นระยะทาง 4 เมตร นั่นคือ c = 4 ดังนั้น โฟกัส F(h, k+c) จะได้ F(0, 4+4) = F(0, 8)
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จุดยอด (0, 4) และ c = 4

สมการของ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

$$(x-0)^2 = 4(4)(y-4)$$
$$(x)^2 = 16(y-4)$$
$$x^2 - 16y + 64 = 0$$

4. ขั้นตรวจสอบผล เขียนกราฟของพาราโบลา



ตรวจสอบโดยพิจารณาจากกราฟพาราโบลา

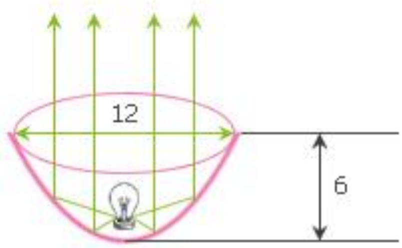
จุดยอด...........(0 , 4)................................

จุดโฟกัสอยู่ที่ .. ..(0, 8)............................

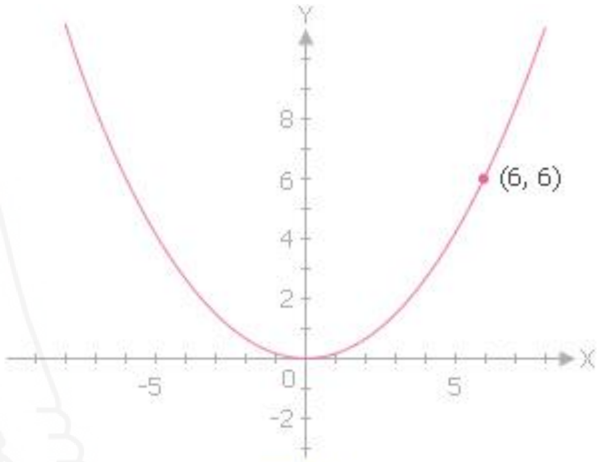
เส้นไดเรกตริกซ์คือ.........y = 0.................

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

1.การหาจุดโฟกัสของอุปกรณ์ส่องหาวัตถุ อุปกรณ์ส่องหาวัตถุมีโคมสะท้อนแสงทรงพาราโบลา รูปร่างคล้ายชาม กว้าง 12 นิ้วและ ลึก 6นิ้ว ดังแสดงในรูปที่ 10 ถ้าต้องการให้ใส่หลอดไฟอยู่ที่โฟกัสของโคม เพื่อให้ผิวโคมไฟสะท้อนแสงเป็นลำขนานกับแกนของโคม ควรให้ใส่หลอดไฟอยู่ห่างจากจุดยอดของโคมสะท้อนแสงเท่าใด



รูปที่ 10



รูปที่ 11

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. จากสถิติการกระโดดน้ำที่ณัฐฐานันท์นักกระโดดน้ำทีมชาติไทย ผลการกระโดดน้ำได้สูงกว่าจุดกระโดดคือ $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$ เมื่อ x คือระยะห่างจากจุดกระโดดในแนวราบ (ฟุต) จุดใดคือจุดสุดของการกระโดดน้ำของณัฐฐานันท์

3. เชือกเส้นหนึ่งแขวนอยู่บนเสา 2 ต้น ในระดับเดียวกัน กำหนดด้วย

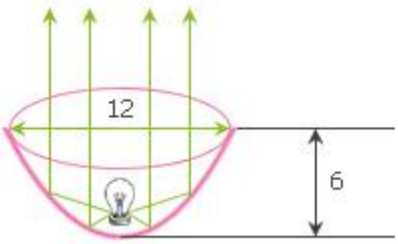
สมการ $x^2 - 16x - 32y + 128 = 0$ จงหาจุดต่ำสุดของเชือก

4. โคมไฟฟ้ารูปพาราโบลามีจุดยอด (4, 5) จากจุดยอดถึงปลายของด้ามยาว 2 เมตร จงหาจุดของโฟกัสที่จะใส่หลอดไฟฟ้าและสมการพาราโบลา

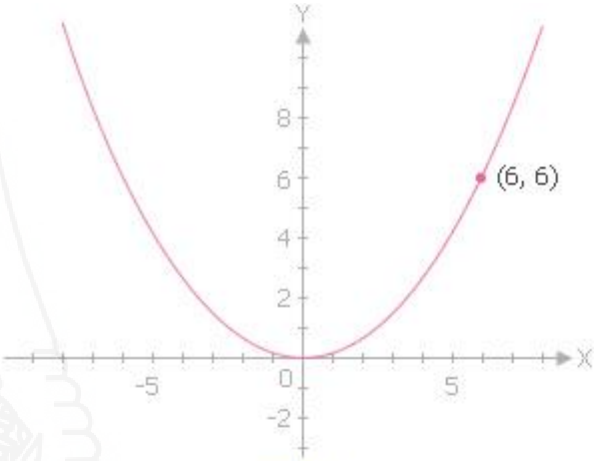
เฉลยเอกสารแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพาราโบลา

1.การหาจุดโฟกัสของอุปกรณ์ส่องหาวัตถุ อุปกรณ์ส่องหาวัตถุมีโคมสะท้อนแสงทรงพาราโบลา รูปร่างคล้ายชาม กว้าง 12 นิ้วและ ลึก 6นิ้ว ดังแสดงในรูปที่ 10 ถ้าต้องการให้ใส่หลอดไฟอยู่ที่โฟกัสของโคม เพื่อให้ผิวโคมไฟสะท้อนแสงเป็นลำขนานกับแกนของโคม ควรให้ใส่หลอดไฟอยู่ห่างจากจุดยอดของโคมสะท้อนแสงเท่าใด

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเขียนภาพ



รูปที่ 10



รูปที่ 11

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วางภาคตัดขวางรูปพาราโบลาของโคมบนระนาบพิกัดฉากให้จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและ

แกนของพาราโบลาขนานกับแกน y

จะได้ว่า สมการของพาราโบลาอยู่ในรูปแบบ $x^2 = 4cy$

3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากรูปที่ 11 จะเห็นได้ว่า จุด (6, 6) อยู่บนพาราโบลา เราใช้จุดนี้หาค่าของ c ได้

$6^2 = 4c(6)$ สอดคล้องกับสมการ $x^2 = 4cy$

$36 = 24c$

$c = \frac{3}{2}$

โฟกัสอยู่ที่ $(0, \frac{3}{2})$ นั่นคือ ระยะระหว่างจุดยอดกับจุดโฟกัสเท่ากับ $\frac{3}{2}$ หรือ 1.50 นิ้ว

4. ขั้นตรวจสอบผล

สมการของพาราโบลาอยู่ในรูปแบบ $x^2 = 4cy$

$6^2 = 4(1.5)(6)$

$36 = 36$

ตอบ ดังนั้น ควรให้ใส่หลอดไฟอยู่ห่างจากจุดยอดของโคมสะท้อนแสง 1.50 นิ้ว

2. จากสถิติการกระโดดน้ำที่ณัฐฐานันท์นักกระโดดน้ำทีมชาติไทย ผลการกระโดดน้ำได้สูงกว่าจุดกระโดดคือ $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$ เมื่อ *x* คือระยะห่างจากจุดกระโดดในแนวราบ (ฟุต) จุดใดคือจุดสุดของการกระโดดน้ำของณัฐฐานันท์

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นำสิ่งที่โจทย์มาให้ คือ $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$
เมื่อ *x* คือระยะห่างจากจุดกระโดดในแนวราบ (ฟุต)

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จัดสมการของพาราโบลาอยู่ในรูปแบบ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

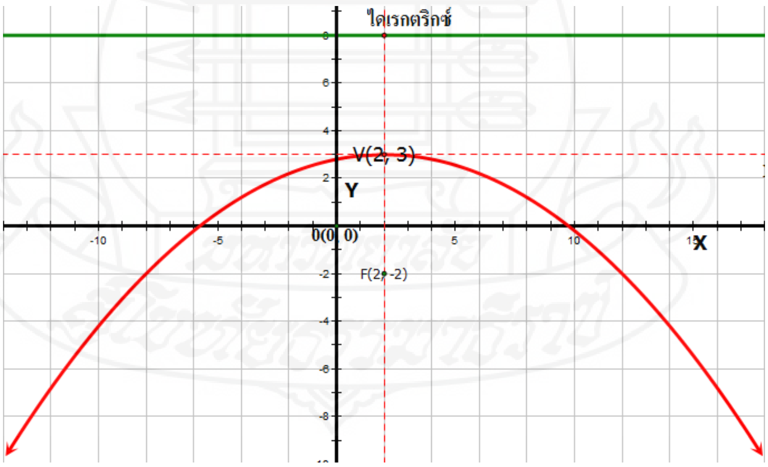
3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$$
$$x^2 - 4x = -20y + 56$$
$$x^2 - 4x + 4 = -20y + 56 + 4$$
$$(x-2)^2 = -20y + 60$$
$$(x-2)^2 = -20(y-3)$$
$$(x-2)^2 = 4(-5)(y-3)$$

จากสมการจะได้จุดยอด (h, k) = (2, 3)

นั่นคือ จุดสุดของการกระโดดน้ำของณัฐฐานันท์ คือ (2, 3)

4. ขั้นตรวจสอบผลนำมาสร้างรูป



โดยการตรวจสอบ

จุดยอด (h, k) = (2, 3)

จุดโฟกัส F(2, -2)

3. เชือกเส้นหนึ่งแขวนอยู่บนเสา 2 ต้น ในระดับเดียวกัน กำหนดด้วยสมการ $x^2 - 16x - 32y + 128 = 0$ จงหาจุดต่ำสุดของเชือก

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นำสิ่งที่โจทย์มาให้ สมการ $x^2 - 16x - 32y + 128 = 0$
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหาจัดสมการของพาราโบลาอยู่ในรูปแบบ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$x^2 - 16x - 32y + 128 = 0$$

$$x^2 - 16x = 32y - 128$$

$$x^2 - 16x + 8^2 = 32y - 128 + 8^2$$

$$(x-8)^2 = 32y - 64$$

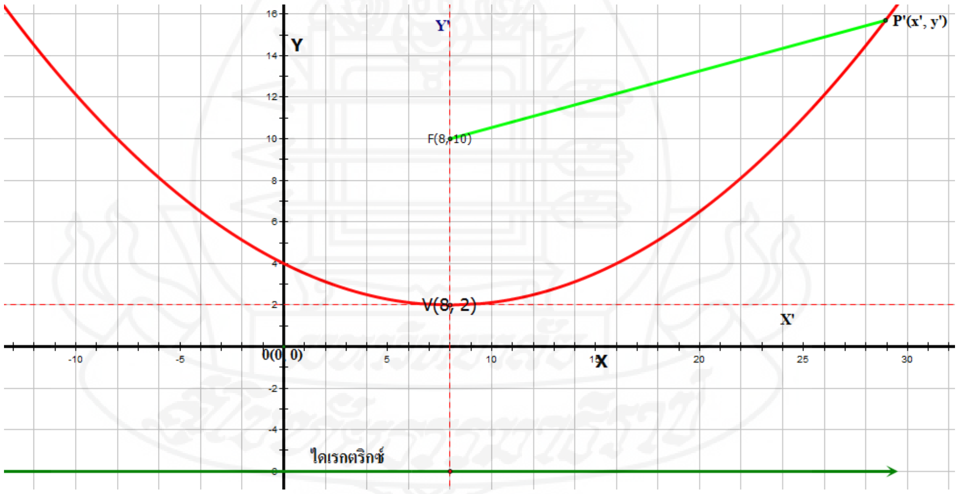
$$(x-8)^2 = 32(y - 2)$$

$$(x-8)^2 = 4(8)(y-2)$$

จากสมการจะได้จุดยอด (h, k) = (8, 2)

นั่นคือ จุดต่ำสุดของเชือก คือ (8, 2)

4. ขั้นตรวจสอบผลนำมาสร้างรูป



โดยการตรวจสอบ

จุดยอด (h, k) = (8, 2)

จุดโฟกัส F(8, 10)

4. โคมไฟฟ้ารูปพาราโบลามีจุดยอด (4, 5) จากจุดยอดถึงปลายของด้ามยาว 2 เมตร จงหาจุดของโฟกัสที่จะใส่หลอดไฟฟ้าและสมการพาราโบลา

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นำสิ่งที่โจทย์มาให้โคมไฟฟ้ารูปพาราโบลามีจุดยอด (4, 5) จากจุดยอดถึงปลายของด้ามยาว 2 เมตร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จัดสมการของพาราโบลาอยู่ในรูปแบบ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

จุดยอด $(h, k) = (4, 5)$

จุดยอดถึงปลายของด้ามยาว 2 เมตร คือระยะทางของจุดยอดถึงไดเรกตริกซ์

คือ c เป็นระยะ 2 เมตร

โฟกัส $(h, k + c) = (4, 5+2) = (4, 7)$

3.ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

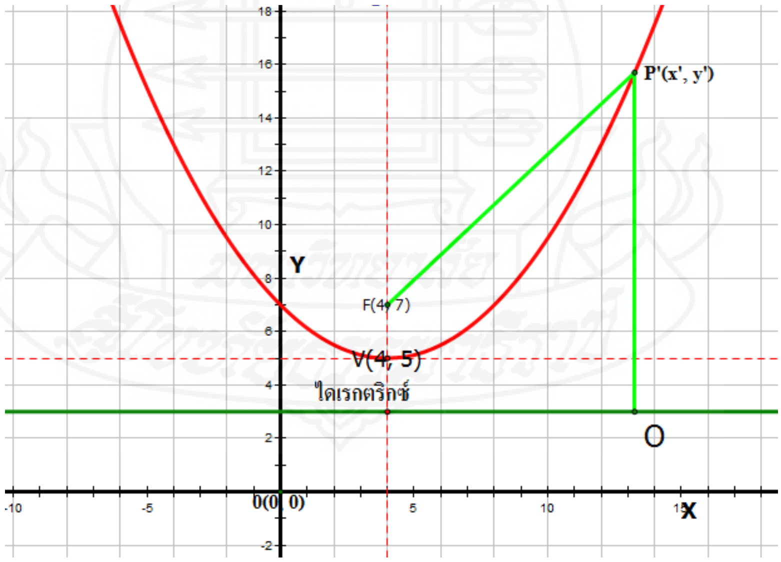
สมการของพาราโบลาคือ $(x-4)^2 = 4(2)(y-5)$

$$(x-4)^2 = 8(y-5)$$

$$x^2 - 8x + 16 = 8y - 40$$

$$x^2 - 8x - 8y + 16 + 40 = 0$$

4. ขั้นตรวจสอบผลเขียนกราฟได้ดังนี้



โดยการตรวจสอบ

จุดยอด $(h, k) = (4, 5)$

จุดโฟกัส $F(4, 7)$