



บทที่ 3

เสถียรภาพของตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัว

บทที่ 3 นี้จะกล่าวถึงประเด็นสำคัญของงานวิจัยคือเงื่อนไขเสถียรภาพของตัวสังเกตแบบปรับตัวและรูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับที่ทำให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพตลอดย่านการทำงาน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 สมการค่าความผิดพลาดของการประมาณ

จากสมการที่ (2.5) และ (2.9) สามารถคำนวณหาสมการค่าความผิดพลาดของการประมาณได้โดยสามารถแสดงได้เป็นสองรูปแบบคือ แบบปริภูมิสถานะและแบบฟังก์ชันโอนย้ายดังต่อไปนี้

สมการค่าความผิดพลาดในปริภูมิสถานะ:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} \triangleq \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i} - i \\ \hat{\lambda} - \lambda \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \left(-\frac{R}{L} + G_1\right)I + G_2J & -J\frac{\omega}{L} \\ H_1I + H_2J & J\omega \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} I/L \\ -I \end{bmatrix}}_B (-J\hat{\lambda})(\hat{\omega} - \omega) \quad (3.1)$$

$$\text{Output error: } \bar{e}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

เมื่อ $\bar{e}_i = \hat{i} - i$ และ $\bar{e}_\lambda = \hat{\lambda} - \lambda$

สมการค่าความผิดพลาดในปริภูมิฟังก์ชันโอนย้าย:

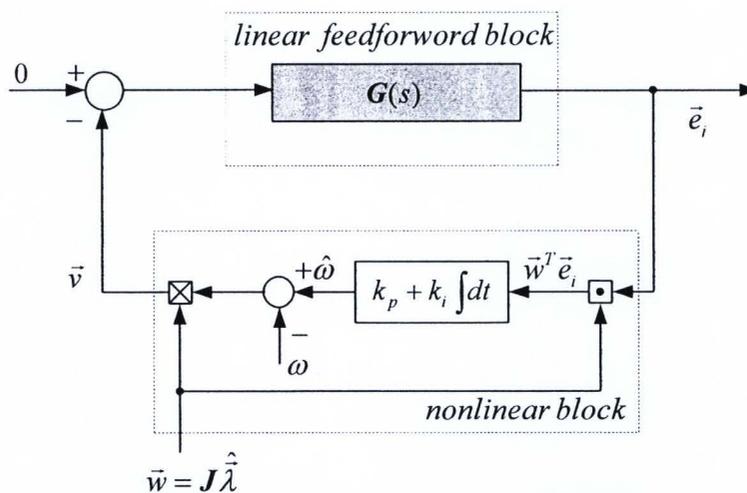
$$\bar{e}_i = \hat{i} - i = G(s) \left(-J\hat{\lambda}\right) (\hat{\omega} - \omega) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} G(s) &= C[sI - A]^{-1} B \\ &= s \left[s^2 I + (xI + yJ)s + mI + nJ \right]^{-1} / L \end{aligned} \quad (3.4)$$

โดยที่

$$\left. \begin{aligned} x &= -G_1 + \frac{R}{L} \\ y &= -G_2 - \omega \\ m &= -\omega \left[G_2 + \frac{H_2}{L} \right] \\ n &= \omega \left(G_1 + \frac{H_1}{L} - \frac{R}{L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ในการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับเพื่อให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพนั้นสามารถวิเคราะห์ได้ทั้งในปริภูมิสถานะดังสมการที่ (3.1) และ (3.2) หรือในอาณาจักรของความถี่ (Frequency domain) โดยการใช้ฟังก์ชันโอนย้ายในสมการที่ (3.3) และ (3.4) อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะใช้สมการค่าผิดพลาดในปริภูมิสถานะในการออกแบบให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพโดยใช้วิธีการของเลียปูนอฟ (Lyapunov) ในการพิสูจน์การมีเสถียรภาพของตัวสังเกต ซึ่งจะกล่าวในลำดับต่อไป จากสมการค่าผิดพลาดและสมการประมาณค่าความเร็วสามารถเขียนแผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์ได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์

สมการที่ (3.3) และ (3.4) รวมทั้งแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 สามารถแสดงบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณได้ดังสมการที่ (3.6)-(3.9) และรูปที่ 3.2 ตามลำดับ

ค่าความผิดพลาดของกระแสบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณ:

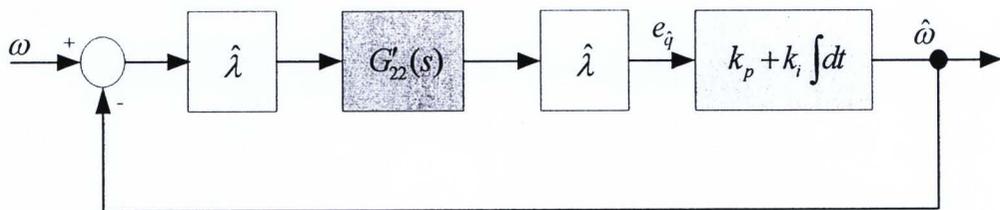
$$\vec{e}'_i = \begin{bmatrix} e_{\hat{d}} \\ e_{\hat{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{i}_{\hat{d}} - i_d \\ \hat{i}_{\hat{q}} - i_q \end{bmatrix} = \mathbf{G}'(s) \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda} \end{bmatrix} (\hat{\omega} - \omega) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{G}'(s) = e^{-J\hat{p}} \mathbf{G}(s) e^{-J\hat{p}} = \begin{bmatrix} G'_{22}(s) & G'_{12}(s) \\ -G'_{12}(s) & G'_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

ค่าความผิดพลาดของกระแสสร้างแรงบิด:

$$e_{\hat{q}} = [\vec{e}'_i]_{\hat{q}} = G'_{22}(s) \hat{\lambda} (\hat{\omega} - \omega) \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} G'_{22}(s) &= \frac{1}{L} \frac{z(s)}{p(s)} \\ z(s) &= s^3 + xs^2 + (\omega_0^2 + m)s + \omega_0^2 x + \omega_0 n \\ p(s) &= (s^2 + xs - \omega_0^2 - \omega_0 y + m)^2 + ((2\omega_0 + y)s + \omega_0 x + n)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$



รูปที่ 3.2 แผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณ

3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยทฤษฎี Hyperstability

แผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 แสดงให้เห็นว่าวงรอบปิดของค่าผิดพลาดมีองค์ประกอบสองส่วนคือ ส่วนเชิงเส้นป้อนไปหน้า (linear feedforward block) และส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับ (nonlinear feedback block) ระบบในลักษณะนี้โดยส่วนมากมักจะใช้ทฤษฎี Hyperstability ในการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบประมาณ [18][21][25] โดยที่ทฤษฎี Hyperstability มีเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอในการลู่เข้าของค่าผิดพลาดของกระแสและความเร็ว ดังนี้

ทฤษฎี Hyperstability :

1. ส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับของระบบในรูปที่ 3.1 ต้องสอดคล้องตาม อสมการของ Popov (Popov' Inequality) ดังนี้คือ

$$\int_0^{t_0} [\vec{e}_i^T \vec{v}] dt \geq -\gamma_1 \quad ; \exists \gamma_1 > 0, \forall t_0 \geq 0 \quad (3.10)$$

2. ฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ จะต้องมีคุณสมบัติจริงบวกโดยแท้ (Strictly positive real : SPR)
3. ระบบประมาณในรูปที่ 3.1 ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง (Persistence of Excitation (PE) Condition)

ในลำดับต่อไปนี้จะแสดงในรายละเอียดถึงเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอในการพิสูจน์เสถียรภาพโดยใช้ ทฤษฎี Hyperstability โดยอันดับแรกจะกล่าวถึงเงื่อนไขการประมาณค่าได้ซึ่งก็คือเงื่อนไข PE หลังจากนั้นจะพิจารณาในส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับและคุณสมบัติของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ เป็นลำดับถัดไป

3.2.1 เงื่อนไขการประมาณค่าได้ (Identifiability Condition)

เราสามารถใช้อัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแส \vec{e}_i ในการประมาณค่าความเร็ว (สมการที่ (2.10)) ได้ เพราะค่าผิดพลาดของกระแสจะสะท้อนถึงค่าผิดพลาดของความเร็วตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.3) ซึ่งนำมาเขียนใหม่เป็นสมการเชิงเวลาได้ดังสมการที่ (3.11)[30]

$$\vec{e}_i(t) = w'(t)(\hat{\omega} - \omega) = w'(t)\Delta\omega \quad (3.11)$$

โดยที่

$$w' = G(s) \left(-J \hat{\lambda} \right) \quad (3.12)$$

อย่างไรก็ตามถึงแม้ในกรณีที่ระบบวงรอบปิดในรูปที่ 3.1 มีเสถียรภาพและสัญญาณ \vec{e}_i ได้เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเท่ากับศูนย์ ($\vec{e}_i = 0$) แล้ว ก็ยังไม่สามารถที่จะสรุปได้ว่าค่าความผิดพลาดของความเร็วประมาณจะเข้าสู่ศูนย์ ($\Delta\omega = 0$) เราสามารถยืนยันการเข้าสู่ค่าจริงของความเร็วประมาณได้ก็ต่อเมื่อได้ทำการตรวจสอบเงื่อนไขของการประมาณค่าได้ก่อน ในการทดสอบเงื่อนไข

ของการประมาณค่าได้ จะต้องพิสูจน์ว่าเวกเตอร์ $w'(t)$ ในสมการที่ (3.10) นั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง ดังแสดงในสมการที่ (3.12)

เงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง (PE Condition) สำหรับเวกเตอร์ $w'(t)$:

$$\exists \alpha_1, \alpha_2, \delta, \forall t_0 > 0 \quad \alpha_1 \mathbf{I} \leq \int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt \leq \alpha_2 \mathbf{I} \quad (3.13)$$

ถึงแม้ว่าเมทริกซ์ $w'(t)w'(t)^T$ จะมีคุณสมบัติซิงกูลาร์ (Singular matrix) สำหรับทุกค่า t แต่เงื่อนไข PE ต้องการเพียงแต่ให้เวกเตอร์ $w'(t)$ มีการเคลื่อนที่ในปริภูมิอย่างเพียงพอ ทั้งนี้เพื่อให้อินทิกรัลของเมทริกซ์ $w'(t)w'(t)^T$ มีคุณสมบัติบวกแน่นอน (Positive definite) สำหรับทุกช่วงเวลา δ ซึ่งหมายความว่าค่าพลังงานของเวกเตอร์ $w'(t)$ ในทุกทิศทางในปริภูมิต้องมีค่ามากเพียงพอ เพื่อให้ข้อมูลค่าผิดพลาดของความเร็วประมาณ $\Delta\omega$ สามารถส่งผ่านไปเป็นค่าผิดพลาดของกระแส \hat{e} , ได้อย่างต่อเนื่องและเพียงพอในการประมาณค่าความเร็ว (S.Sastry [28])

สัญญาณ $w'(t)$ ในสมการที่ (3.11) จะขึ้นอยู่กับพลาซิม่าที่ความถี่ ω_0 ซึ่งโดยปกติจะมีรูปคลื่นของสัญญาณเป็นฟังก์ชันไซน์ที่ความถี่ ω_0 ดังนั้นเราจึงสามารถพิจารณาฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่ค่าความถี่ ω_0 ได้ดังนี้คือ

$$G(s)|_{s \rightarrow j\omega_0} = \omega_0 \mathbf{J} [(-\omega_0 y + m) \mathbf{I} + (-\omega_0^2 + \omega_0 x + n) \mathbf{J}]^{-1} / L \quad (3.14)$$

จากสมการที่ (3.11) และ (3.13) จะเห็นได้ว่าที่ความถี่ ω_0 ที่ไม่เท่ากับศูนย์ รีเกรสเซอร์เวกเตอร์ $\hat{J}\hat{\lambda}$ จะสามารถส่งผ่านสัญญาณผ่านฟังก์ชันโอนย้าย $G(j\omega_0)$ ไปเป็นเวกเตอร์ $w'(t)$ ที่มีรูปคลื่นเป็นฟังก์ชันไซน์ได้ เราจึงสามารถเขียนผลลัพธ์ของเวกเตอร์ $w'(t)$ สำหรับกรณีนี้ได้เป็น

$$w'(t) = A \begin{bmatrix} \sin \omega_0 t \\ \cos \omega_0 t \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

โดยที่ A คือขนาดของเวกเตอร์ $w'(t)$ ที่มีค่าคงที่สำหรับจุดทำงานหนึ่ง ๆ

สำหรับในกรณีที่ $\omega_0 = 0$ นั้น โดยการแทนค่า $G(j\omega_0)|_{\omega_0=0}$ ในสมการที่ (3.14) จะพบว่า ฟังก์ชันโอนย้ายมีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้รีเกรสเซอร์เวกเตอร์ $\hat{J}\hat{\lambda}$ ไม่สามารถส่งผ่านสัญญาณ

ไปยังเวกเตอร์ $w'(t)$ ได้ และจะได้ $w'(t) = 0$ ยังผลให้เงื่อนไข PE (3.14) ไม่สอดคล้อง โดยการทำงานที่ $\omega_0 = 0$ (ไฟฟ้ากระแสตรง) นี้จะเป็นจุดทำงานที่แรงเคลื่อนเหนี่ยวนำมีค่าเป็นศูนย์ทำให้เราไม่สามารถสังเกตข้อมูลของความเร็วผ่านข้อมูลของกระแสได้

ในลำดับถัดมา เราจะตรวจสอบดูว่าเวกเตอร์ $w'(t)$ ณ ความถี่ใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ จะสอดคล้องตามเงื่อนไข PE หรือไม่ โดยการแทน $w'(t)$ ในสมการที่ (3.14) ลงใน (3.12) จะได้

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt = A^2 \int_{t_0}^{t_0+\delta} \begin{bmatrix} \sin^2(\omega_0 t) & \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) \\ \cos(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t) & \cos^2(\omega_0 t) \end{bmatrix} dt \quad (3.16)$$

ในกรณีที่เราเลือกให้ $\delta = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt = \frac{A^2}{2} \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\omega_0} & 0 \\ 0 & \frac{2\pi}{\omega_0} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.17)$$

จะเห็นได้ว่าเมทริกซ์ในสมการที่ (3.17) มีคุณสมบัติบวกแน่นอน ดังนั้นที่ความถี่ $\omega_0 \neq 0$ เวกเตอร์ $w'(t)$ จะสอดคล้องตามเงื่อนไข PE

จากที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าระบบประมาณค่าความเร็วในรูปที่ 3.1 มีคุณสมบัติของการประมาณค่าได้ ตลอดย่านการทำงาน ยกเว้น ณ จุดทำงานที่ความถี่เท่ากับศูนย์ เท่านั้น

3.2.2 คุณสมบัติของส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับ

จากแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 จะได้

$$\bar{v} = J\hat{\lambda}(\hat{\omega} - \omega) \quad (3.18)$$

แทนค่าสมการที่ (2.10) ลงใน (3.18) จะได้

$$\bar{v} = J\hat{\lambda} \left[k_p(e_i^T J\hat{\lambda}) + k_i \int_0^i e_i^T(\tau) J\hat{\lambda}(\tau) d\tau - \frac{\omega}{k_i} \right] \quad (3.19)$$

ดังนั้นสมการของ Popov สามารถหาได้โดยการแทนสมการที่ (3.19) ลงใน (3.17) จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^{t_0} [\bar{e}_i^T \dot{v}] dt &= \int_0^{t_0} \bar{e}_i^T J \hat{\lambda} \left[k_p (e_i^T J \hat{\lambda}) dt + k_i \int_0^t \left[e_i^T(\tau) J \hat{\lambda}(\tau) \right] d\tau - \frac{\omega}{k_i} \right] dt \\ &= k_p \int_0^{t_0} (\bar{e}_i^T J \hat{\lambda})^2 dt + k_i \int_0^{t_0} (\bar{e}_i^T J \hat{\lambda}) \int_0^t \left[e_i^T(\tau) J \hat{\lambda}(\tau) \right] d\tau - \frac{\omega}{k_i} dt \end{aligned} \quad (3.20)$$

จากสมการที่ (3.20) จะเห็นว่าผลอินทิเกรตเทอมแรกนั้นจะมีค่าเป็นบวกเสมอ สำหรับผลอินทิเกรตเทอมหลังนั้น สามารถหาได้โดยอาศัยคุณสมบัติดังนี้คือ

$$\begin{aligned} k_i \int_0^{t_0} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] f(t) dt &= \frac{k_i}{2} [f^2(t_0) - f^2(0)] \\ &\geq -\frac{k_i}{2} f^2(0) \end{aligned} \quad (3.21)$$

โดยที่

$$f(t) = k_i \int_0^t \left[e_i^T(\tau) J \hat{\lambda}(\tau) \right] d\tau - \frac{\omega}{k_i} \quad (3.22)$$

$$\therefore f(0) = -\frac{\omega}{k_i} \quad (3.23)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.20) และความสัมพันธ์ (3.21)-(3.23) จะได้

$$\int_0^{t_0} [\bar{e}_i^T \dot{v}] dt \geq -\frac{\omega^2}{2k_i} \quad (3.24)$$

จากอสมการ (3.24) สามารถกล่าวได้ว่าส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับของระบบประมาณในรูปที่ 3.1 สอดคล้องตามสมการของ Popov (3.17)

3.2.3 คุณสมบัติจริงบวกโดยแท้ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$

เงื่อนไขจริงบวกแท้จริงของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ สามารถแสดงได้ดังสมการที่

$$(3.25)$$

เงื่อนไขจริงบวกโดยแท้ (SPR Conditions):

$$\begin{aligned} A^T P + PA = Q < 0 \quad \exists P = P^T > 0 \\ PB = C^T \end{aligned} \quad (3.25)$$

ซึ่งเงื่อนไขนี้ต้องการเมทริกซ์ P ที่ทำให้เมทริกซ์ Q มีคุณสมบัติลบแน่นอน (Negative definite) อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถหา Q ที่สอดคล้องตามเงื่อนไขนี้ได้ (รายละเอียดการพิสูจน์แสดงในภาคผนวก ข) ซึ่งจะตรงกับการวิเคราะห์ในงานวิจัย [23][29][30] กล่าวคือฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ขาดคุณสมบัติ SPR ดังนั้นเราจึงไม่สามารถสรุปความมีเสถียรภาพของระบบประมาณโดยอาศัยทฤษฎี Hyperstability ได้

3.3 วิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบประมาณโดยใช้วิธีการของเลียปูนอฟ

จากข้อจำกัดของทฤษฎี Hyperstability ที่กล่าวมานี้ วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบประมาณค่าความเร็วโดยใช้วิธีการของเลียปูนอฟ โดยมีรายละเอียดต่อไปนี้

3.3.1 คุณสมบัติจริงบวกของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$

จากแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 ระบบประมาณจะมีเสถียรภาพสำหรับทุก ๆ ค่าของอัตราขยายการปรับตัว ถ้าฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ มีคุณสมบัติเป็นค่าจริงบวก (Positive real) ซึ่งเงื่อนไขนี้แสดงได้ดังสมการที่ (3.25) [23]-[25], [30]

เงื่อนไขจริงบวก (PR Conditions):

$$\begin{aligned} A^T P + PA = Q \leq 0 \quad \exists P = P^T > 0 \\ PB = C^T \end{aligned} \quad (3.25)$$

จากเมทริกซ์ของระบบ (A, B, C) ในสมการที่ (3.1) กับ (3.2) คำตอบทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับ G_1, G_2, H_1, H_2 ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขค่าจริงบวก (สมการที่ (3.25)) คือ (รายละเอียดการพิสูจน์แสดงในภาคผนวก ข)

รูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับที่สอดคล้องเงื่อนไขเสถียรภาพ:

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= -x + \frac{R}{L} \\ G_2 &= -y - \omega \\ H_1 &= -LG_1 + R \\ H_2 &= -LG_2 - k_2\omega \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

เมื่อ x, y, k_2 คือพารามิเตอร์อิสระที่สอดคล้องตามเงื่อนไข

$$x > 0, k_2 > 0 \quad (3.27)$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเราสามารถออกแบบให้ตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวมีเสถียรภาพได้โดยการออกแบบค่าพารามิเตอร์ x, y, k_2 ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ (3.27) (สำหรับค่าพารามิเตอร์ y นั้นไม่มีเงื่อนไขบังคับ) ซึ่งจะทำให้ฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ มีคุณสมบัติค่าจริงบวกนั่นเอง อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่า Yang [18] ได้นำเสนอตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวเป็นครั้งแรกซึ่งมีสมการค่าผิดพลาดเหมือนกับสมการที่ (3.1) และได้ใช้ทฤษฎี Hyperstability ในการวิเคราะห์เสถียรภาพแต่ไม่ได้นำเสนอเงื่อนไขการมีเสถียรภาพเหมือนดังสมการที่ (3.26) นอกจากนั้นแล้ว การพิสูจน์และวิเคราะห์เสถียรภาพนั้นยังมีข้อผิดพลาดอยู่ทั้งนี้เพราะได้ใช้ข้อสมมุติฐาน $\bar{e}_\lambda = M * \bar{e}_i$ (เมื่อ M คือค่าคงที่) ซึ่งในความเป็นจริงนั้นค่าความผิดพลาดของฟลักซ์และกระแสสัมพันธ์กันในเชิงพลวัตที่ซับซ้อนที่ไม่อาจประมาณด้วยสมการง่าย ๆ ได้ (ดูสมการที่ (5.2)-(5.4))

เมื่อแทนค่าสมการที่ (3.26) และ (3.27) ลงในสมการที่ (3.5) จะพบว่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่ทำให้ $G(s)$ มีคุณสมบัติค่าจริงบวกได้เช่นกันคือ

เงื่อนไขของสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่สอดคล้องเงื่อนไขเสถียรภาพ:

$$n = 0, x > 0, m = \frac{k_2}{L} \omega^2 > 0 \quad (3.28)$$

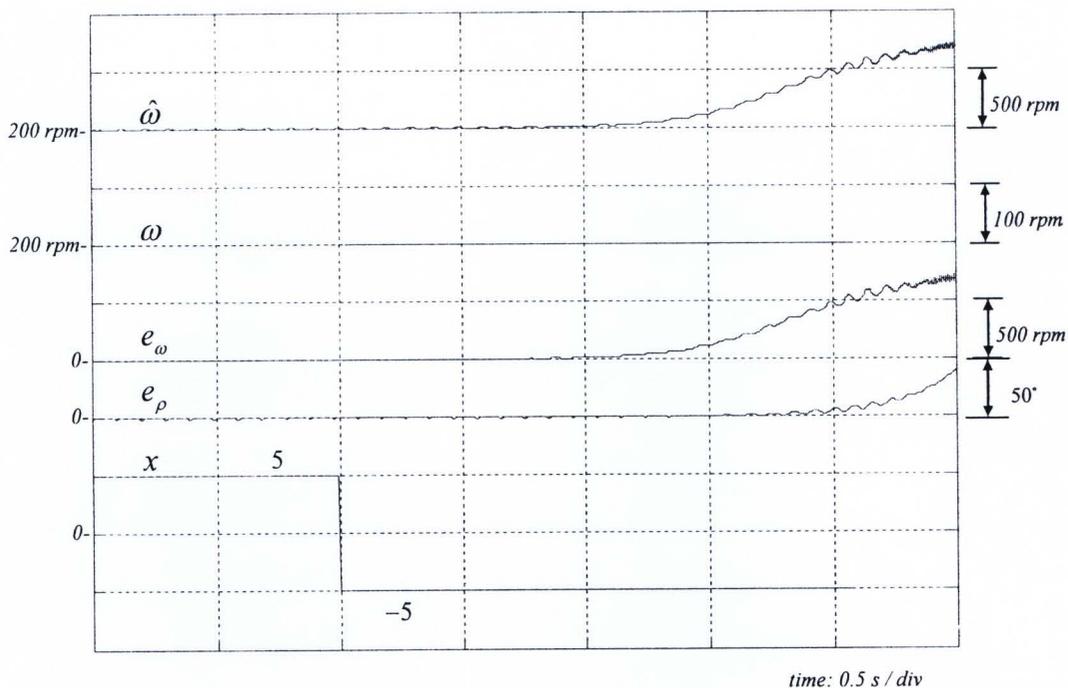
ถึงแม้ว่าจะมีการนำเอาวิธีการของเลียปูนอฟมาใช้ในการพิสูจน์ความมีเสถียรภาพของระบบประมาณอยู่ในหลายงานวิจัย แต่งานวิจัยเหล่านั้นยังไม่มี การนำเสนอในรูปแบบคำตอบทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับเหมือนกับสมการที่ (3.26) รูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับในสมการ

ที่ (3.26) นั้น มีความสำคัญมากเพราะเป็นการวางกรอบว่า ถ้าออกแบบตามเงื่อนไขความมีเสถียรภาพแล้วระบบประมาณจะมีเสถียรภาพอย่างแน่นอนสำหรับทุก ๆ ค่าของอัตราขยายการปรับตัวและสามารถคำนวณค่าอัตราขยายป้อนกลับได้ในเวลาจริง(real time) เมื่อรู้ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์อีกด้วย รูปสมการทั่วไปที่แสดงในรูปของพารามิเตอร์อิสระ x, y, k_2 ยังมีความจำเป็นอย่างมากเมื่อต้องการออกแบบให้ตัวสังเกตมีคุณสมบัติบางอย่างเพิ่มเติม อาทิเช่น การวางตำแหน่งชั่วของตัวสังเกต การให้ผลตอบสนองในสภาวะชั่วครู่ที่ดี เป็นต้น ทั้งนี้เพราะเราสามารถออกแบบผ่านการเลือกตัวแปรอิสระ x, y, k_2 ให้ระบบประมาณมีคุณสมบัติเหล่านี้ได้ในขณะที่ระบบประมาณยังคงมีเสถียรภาพเสมอ ซึ่งถ้าหากไม่มีสมการที่เป็นคำตอบทั่วไปแล้ว ในการออกแบบเพื่อให้ได้คุณสมบัติเพิ่มเติมเหล่านี้ จะต้องกลับมาตรวจสอบความมีเสถียรภาพอีกจะเป็นงานที่ยุ่งยาก

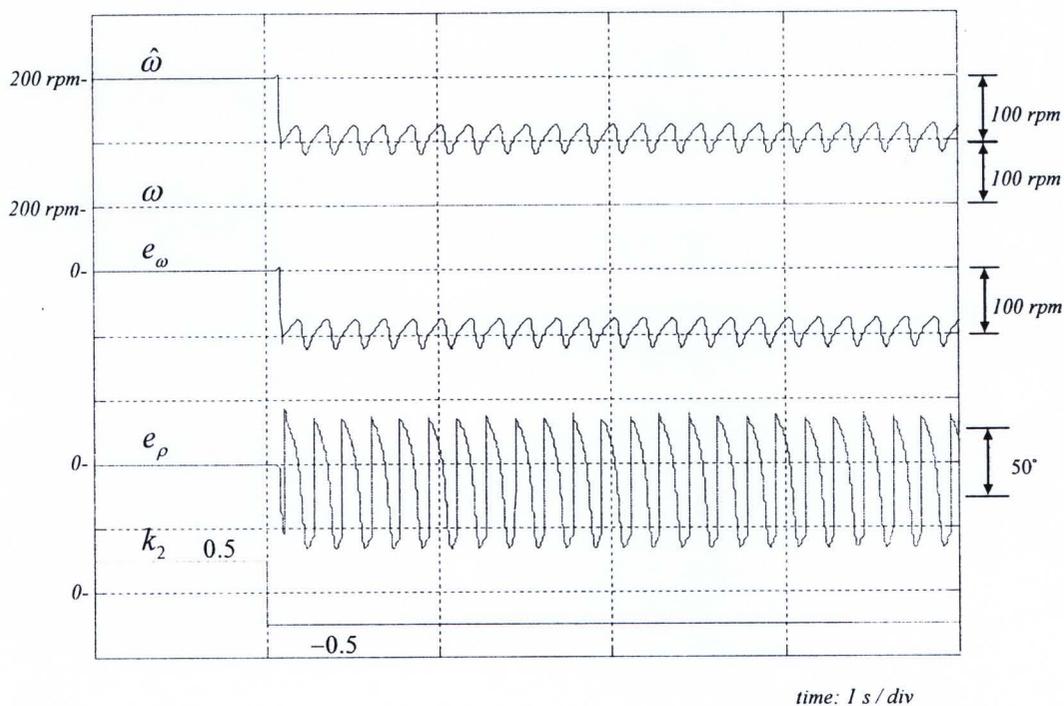
เพื่อเป็นการยืนยันถึงความถูกต้องของรูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับที่ได้นำเสนอในสมการที่ (3.11) เราจะใช้โปรแกรม MATLAB จำลองการทำงาน โดยมีเงื่อนไขในการจำลองการทำงานดังนี้คือ กำหนดให้ตัวสังเกตใช้อัตราขยายป้อนกลับในรูปแบบทั่วไปตามสมการที่ (3.26) และ (3.27) ในช่วงต้นของการทำงาน หลังจากนั้นแล้วเราจะปรับเปลี่ยนให้อัตราขยายป้อนกลับไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขการมีเสถียรภาพตามสมการที่ (3.27) เพื่อทดสอบดูว่าระบบจะขาดเสถียรภาพจริงหรือไม่ โดยในที่นี้เราจะใช้ระบบควบคุมแบบเวกเตอร์ที่ใช้ข้อมูลและตำแหน่งจริงในการควบคุมการทำงานของ PMSM และจะใช้ตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวเพียงแคในการประมาณค่าตำแหน่งและความเร็วแต่ไม่นำมาใช้ในการควบคุม ทั้งนี้ก็เพื่อตรวจสอบปัญหาเสถียรภาพของการประมาณที่ไม่รวมถึงปัญหาเสถียรภาพที่อาจจะเกิดจากการควบคุม

จากผลการจำลองการทำงานในรูปที่ 3.3 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวจะมีเสถียรภาพในช่วง $x > 0$ และจะเริ่มขาดเสถียรภาพเมื่อ $x < 0$ โดยค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและความเร็วจะลู่ออก เช่นเดียวกับผลการจำลองการทำงานในรูปที่ 3.4 ก็แสดงถึงการขาดเสถียรภาพของตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวเมื่อ $k_2 < 0$

ดังนั้นจากผลการจำลองการทำงานแสดงให้เห็นว่า สมการที่เป็นคำตอบทั่วไปสำหรับการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับและเงื่อนไขในการมีเสถียรภาพของตัวสังเกตนั้นมีความถูกต้อง



รูปที่ 3.3 ผลการจำลองการทำงานในกรณีที่อัตราขยายป้อนกลับสอดคล้องกับไม่สอดคล้องกับ
เงื่อนไขการมีเสถียรภาพที่ความเร็วคำสั่ง 200 rpm ในกรณี $y = 0, k_2 = 0.001$
(x เปลี่ยนจาก +5 เป็น -5)



รูปที่ 3.4 ผลการจำลองการทำงานในกรณีที่อัตราขยายป้อนกลับสอดคล้องกับไม่สอดคล้องกับ
เงื่อนไขการมีเสถียรภาพที่ความเร็วคำสั่ง 200 rpm ในกรณี $y = 0, x = \frac{R}{L}$
(k_2 เปลี่ยนจาก +0.5 เป็น -0.5)