

## รายการอ้างอิง

- [1] Winter G. Lateral bracing of columns and beams. Proc. ASCE 84(ST2) (1958) : 1561-1-1561-22.
- [2] Yura J.A. Winter's bracing approach revisited. Engineering Structure 18(10) (1996): 821-825.
- [3] พรรณนภา เหวาบัตย์ และ ประกิจ เปรมธรรมกร. การทดลองวัดแรงในค้ำยันด้านข้างของคาน เหล็กสำเร็จรูป. การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 5 (2542) : 63-68.
- [4] American Institute of Steel Construction (AISC). Specification for Structural Steel Building. USA, 2005.
- [5] Iwicki P. Comparison of classical Winter's bracing requirements of compressed truss chord with stability analysis of 3D truss-model. Proc. Appl. Math. Mech 9(1) (2009) : 247-248.
- [6] ยศ มีอนันต์ และคณะ. การวิเคราะห์โครงขอมุมสามมิติแบบไร้เชิงเส้น. โครงการระดับปริญญาตรี. ภาควิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี, 2542.
- [7] Ahmed B. Arc-Length Technique for Nonlinear Finite Element Analysis. Journal of Zhejiang University SCIENCE 5 (2004) : 618-628.
- [8] Ivanco.V. Nonlinear Finite Element Analysis. University of Kosice's, 2006.
- [9] Smittakorn W. JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Application. The 13th National Convention on Civil Engineering (2008).
- [10] McGuire W., Gallagher R.H. and Ziemian R.D. Matrix Structural Analysis 2<sup>nd</sup> Edition. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [11] ปณิธาน ลักคุณประสิทธิ์. การวิเคราะห์โครงสร้าง. กรุงเทพมหานคร : ภาควิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- [12] Connor J. Structural Analysis and Control. Massachusetts Institute of Technology : Free Graduate Level MIT Course on Structural Systems Analysis, 2009.

- [13] Levy R. Analysis of Geometrically Nonlinear Structures. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [14] Ghali A., Neville A.M. and Brown T.G. Structural Analysis A Unified Classical and Matrix Approach 5<sup>th</sup>. New York: Spon Press, 2003.
- [15] Ghassemieh and Kukreti A.R. An algorithm for the analysis of problem with combined material and geometric nonlinearities. Computers & Structures 35(5) (1990) : 579-591.
- [16] Glenn A.H. Geometrically Nonlinear Static Analysis of 3D Trusses Using Arc-Length Method. USA : NASA Langley Research Center, 2000.
- [17] Weaver W. and Paul R.J. Finite Elements for Structural Analysis. Prentice-Hall, 1983.
- [18] Chapra S.C. and Canale R.P. Numerical Method for Enngineer 5<sup>th</sup> Edition. New York: McGraw Hill, 2006.
- [19] Bathe K.J. and Dvorkin E.N. On The Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations. Computers & Structures 17(5-6) (1983) : 871-879.
- [20] Grecoa M., Gesualdoa F.A.R., Venturinib W.S. and Codab H.B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. Finite Elements in Analysis and Design (2006) : 1079–1086.
- [21] George E.B. Large Deformation Analysis of Inelastic Space Truss Structures. Journal of Structural Engineering 122(4) (April 1996) : 407-415.
- [22] Elishakoff I. Probabilistic Theory of Structures 2<sup>nd</sup> Edition. Mineola: Dover Publication, 1999.

ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก**  
**การหาค่าจีโอเมตริกซ์สตีเฟนส**

สมการสมมูลที่จุดต่อในการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น  $[N]^T \{F\} = \{P\}$  เมื่อน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอก มีการเปลี่ยนแปลง จะสามารถหาแรงที่เปลี่ยนแปลงได้จากอนุพันธ์ของสมการโดยใช้กฎลูกโซ่ จะได้ว่า

$$d[N]^T \{F\} + [N]^T d\{F\} = d\{P\} \quad (\text{ก.1})$$

โดยพจน์  $[N]^T d\{F\}$  เป็นเทอมการเปลี่ยนแปลงแรงภายในชิ้นส่วนและ  $[N]$  มีค่าคงที่ ดังนั้น

$$[N]^T d\{F\} = [K_E] \{\delta\} \quad (\text{ก.2})$$

พจน์  $d[N]^T \{F\}$  นั้น  $\{F\}$  จะมีค่าคงที่ ส่วนเทอมของ  $[N]$  มีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะแสดงถึงจีโอเมตริกซ์สตีเฟนส ดังนั้น

$$d[N]^T \{F\} = [K_G] \{\delta\} \quad (\text{ก.3})$$

สมการที่(ก.3) สามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์เกรเดียนได้ คือ

$$\nabla f = \frac{df}{dx}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$f = N^T F$$

$$\nabla f = (\nabla N^T)_F = K_G \quad (\text{ก.4})$$

เนื่องจาก  $N^T$  เป็นฟังก์ชันของพิกัด  $x_A, y_A, z_A$  และ  $x_C, y_C, z_C$  จากกฎของลูกโซ่จะได้ว่า

$$\left( dN^T \right)_F = \left[ \nabla \left( N^T \right) \cdot dx \right]_F = \left[ \frac{\partial N^T}{\partial x_A} (dx_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A} (dy_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A} (dz_A) + \frac{\partial N^T}{\partial x_C} (dx_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C} (dy_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C} (dz_C) \right]_F$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} dx_A &= \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_x; dx_C = \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_x \\ dy_A &= \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_y; dy_C = \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_y \\ dz_A &= \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_z; dz_C = \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix}_z \end{aligned} \quad (\text{ก.5})$$

เป็นการเปลี่ยนพิกัดโดยหมายถึงการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดต่อ จะได้ว่า

$$\left(dN^T\right)_F = \left[\nabla\left(N^T\right) \cdot (\delta)\right]_F = \left[\frac{\partial N^T}{\partial x_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial x_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C}(\delta_C)\right]_F$$

(ก.6)

เพราะฉะนั้นจีโอเมตริกซ์สตีเฟนส สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\left(K_G\right) = \nabla\left(N^T\right)_F = F \begin{array}{cc} \text{colA} & \text{colC} \\ \left[ \begin{array}{cc} \nabla\left(N^T\right)^{AA} & -\nabla\left(N^T\right)^{AC} \\ -\nabla\left(N^T\right)^{CA} & \nabla\left(N^T\right)^{CC} \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{rowA} \\ \text{rowC} \end{array} \end{array} \quad (\text{ก.7})$$

โดยที่เมตริกซ์ย่อยของแต่ละเทอม เป็นการหาค่าแรงภายในของแต่ละจุดต่อ โดยการพิจารณาให้อีกจุดหนึ่งของชิ้นส่วนเดียวกันเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งหนึ่งหน่วย ดังนั้นค่าที่ได้จากเมตริกซ์เกรเดียนท์ของสมการสมดุลของจุดต่อแต่ละจุดของสมการที่(ก.7) แสดงดังต่อไปนี้

$$\begin{array}{l} \nabla\left(N^T\right)^{AA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \end{bmatrix}, \quad \nabla\left(N^T\right)^{AC} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \end{bmatrix} \\ \nabla\left(N^T\right)^{CC} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)}{\partial z_C} \end{bmatrix}, \quad \nabla\left(N^T\right)^{CA} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)}{\partial z_A} \end{bmatrix} \end{array} \quad (\text{ก.8})$$

พจน์ต่างๆในสมการที่ (ก.8) สามารถหาได้ดังนี้

พิจารณาพจน์  $(n)_x$

$$(n)_x = (x_A - x_C)^n \left[ (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 \right]^{1/2} \quad (ก.9)$$

ทำการหาอนุพันธ์ย่อยของสมการที่ (ก.9) เทียบกับ  $x_A, y_A$  และ  $z_A$  ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial (n)_x}{\partial x_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[ \frac{(x_A - x_C)}{L^3} \right] 2(x_A - x_C) \\ \frac{\partial (n)_x}{\partial x_A} &= \left[ \frac{1 - (n)_x^2}{L} \right] \end{aligned} \quad (ก.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (n)_x}{\partial y_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[ \frac{(x_A - x_C)}{L^3} \right] 2(y_A - y_C) \\ \frac{\partial (n)_x}{\partial y_A} &= \left[ \frac{(n)_x (n)_y}{L} \right] \end{aligned} \quad (ก.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (n)_x}{\partial z_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[ \frac{(x_A - x_C)}{L^3} \right] 2(z_A - z_C) \\ \frac{\partial (n)_x}{\partial z_A} &= \left[ \frac{(n)_x (n)_z}{L} \right] \end{aligned} \quad (ก.12)$$

พจน์  $(n)_y$  และ  $(n)_z$  ทำเหมือนกับพจน์  $(n)_x$  ดังนั้น นำสมการ (ก.8)-(ก.12) แทนลงสมการ (ก.7) จะสามารถหาค่าจีโอมेटริกซ์สติเฟเนสขององค์อาคารในระบบพิกัดหลัก ดังสมการ (ก.13) และ(ก.14)

$$[K_G] = \begin{bmatrix} [K_G]^{AA} & -[K_G]^{AA} \\ -[K_G]^{AA} & [K_G]^{AA} \end{bmatrix} \quad (ก.13)$$

$$[K_G]^{AA} = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1 - (n)_x^2 & -(n)_x (n)_y & -(n)_x (n)_z \\ -(n)_y (n)_x & 1 - (n)_y^2 & -(n)_y (n)_z \\ -(n)_z (n)_x & -(n)_z (n)_y & 1 - (n)_z^2 \end{bmatrix} \quad (ก.14)$$

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาว ศศิธร บรรจงกุลลิขิต เกิดวันที่ 9 ตุลาคม พ.ศ. 2528 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียนรุจิเรวีวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา จากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ในปีการศึกษา พ.ศ.2549 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2550



