

บทที่ 3

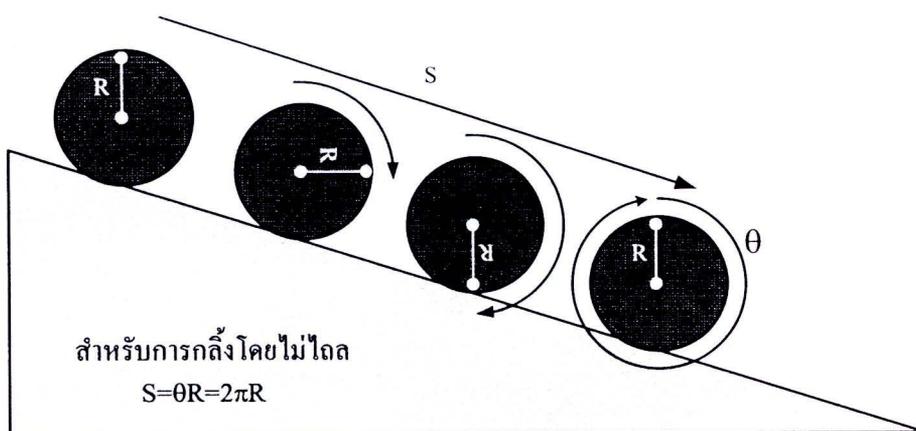
การทดลองการกลิ้งของทรงกระบอก

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกตันและกลวง รวมถึง วัตถุประสงค์การทดลอง อุปกรณ์และโปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง ความคลาดเคลื่อนจากการใช้กล้องถ่ายภาพความเร็วสูง ความคลาดเคลื่อนจากการใช้โปรแกรม Tracker VDO Analysis ผลการทดลอง และสรุปผลการทดลอง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

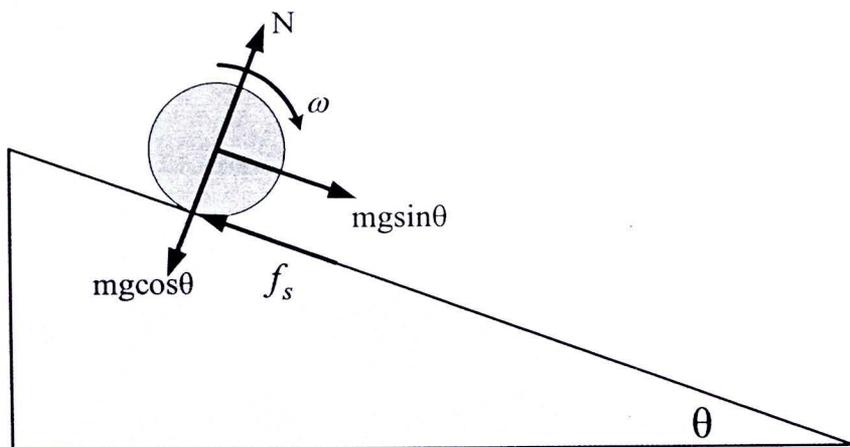
3.1 ทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยไม่ไถล

3.1.1 การเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกตัน

การเคลื่อนที่แบบกลิ้ง คือ การเคลื่อนที่โดยวัตถุจะมีการหมุน (Rotation) และการเคลื่อนที่ (translation) ไปพร้อมกัน ส่วนในกรณีการกลิ้งโดยไม่ไถลอยู่ภายใต้เงื่อนไขสำคัญคือถ้าวัตถุกลิ้งครบหนึ่งรอบวัตถุจะเคลื่อนที่ได้การกระจัดเชิงเส้นเท่ากับเส้นรอบวงของวัตถุพอดีแสดงดัง ภาพ 3.1 และเงื่อนไขที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง คือ งานเนื่องจากแรงเสียดทานสถิตมีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากงานเนื่องจากแรงเสียดทานสถิตและงานเนื่องจากทอร์คซึ่งเกิดจากแรงเสียดทานสถิตมีขนาดเท่ากัน แต่มีเครื่องหมายตรงข้าม มีผลทำให้พลังงานกลรวมของวัตถุมีค่าคงที่ [10]



ภาพ 3.1 แสดงการกลิ้งของทรงกระบอกตันครบ 1 รอบ



ภาพ 3.2 แสดงแผนภาพแรงที่กระทำต่อทรงกระบอกตันขณะกลิ้งโดยไม่ไถลลงตามพื้นเอียง

ในกรณีที่ทรงกระบอกตันกลิ้งลงมาจากพื้นเอียง แรงที่กระทำต่อทรงกระบอกตันประกอบด้วย แรงโน้มถ่วงซึ่งแสดงในลักษณะส่วนประกอบของแรงในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง ($mg \cos \theta$) และแรงในแนวขนานกับพื้นเอียง ($mg \sin \theta$) แรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส (N) และแรงเสียดทานสถิต (f_s) ดังแสดงในภาพ 3.2 สำหรับสมการที่ใช้ในการอธิบายลักษณะของการเคลื่อนที่ของทรงกระบอกตันที่กลิ้งลงตามพื้นเอียง จะเป็นไปตามความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ mg \sin \theta - f_s &= ma \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma \\ N &= mg \cos \theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

สำหรับการหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวล สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างทอร์ก (τ) และโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกตัน (I) และความเร่งเชิงมุม (α) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I\alpha \\ f_s R &= I\alpha \end{aligned} \quad (3.3)$$

แทนค่าความสัมพันธ์ของแรงเสียดทานสถิตและแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก ($f_s = \mu_s N$) ลงในสมการที่ (3.1) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (3.2) จะสามารถหาค่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกตันได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 mg \sin \theta - \mu_s N &= ma \\
 mg \sin \theta - \mu_s mg \cos \theta &= ma \\
 a &= g(\sin \theta - \mu_s \cos \theta)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

แทนค่าความสัมพันธ์ของแรงเสียดทานสถิตและแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก ($f_s = \mu_s N$) ค่า N ในสมการที่ (3.2) โมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกตันมวล m ซึ่งมีรัศมี R ($I = \frac{1}{2}mR^2$) และความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งเชิงมุมกับความเร่งเชิงเส้นในกรณีที่กลิ้งโดยไม่ไถล ($a = \alpha R$) ลงในสมการที่ (3.3) จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 f_s R &= I\alpha \\
 \mu_s mg \cos \theta R &= \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\frac{a}{R} \\
 \mu_s \cos \theta &= \frac{a}{2g}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

แทนค่าสมการที่ (3.5) ลงในสมการที่ (3.4) สามารถหาความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกได้ดังนี้

$$a = \frac{2}{3}g \sin \theta \tag{3.6}$$

แทนค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกตัน ($I = \frac{1}{2}mR^2$) ความเร่งเชิงมุม ($\alpha = \frac{a}{R}$) และค่า a จากสมการที่ (3.6) ลงในสมการที่ (3.3)

$$\begin{aligned}
 f_s R &= I\alpha \\
 f_s &= \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{\frac{2}{3}g \sin \theta}{R^2}\right) \\
 f_s &= \frac{1}{3}mg \sin \theta
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

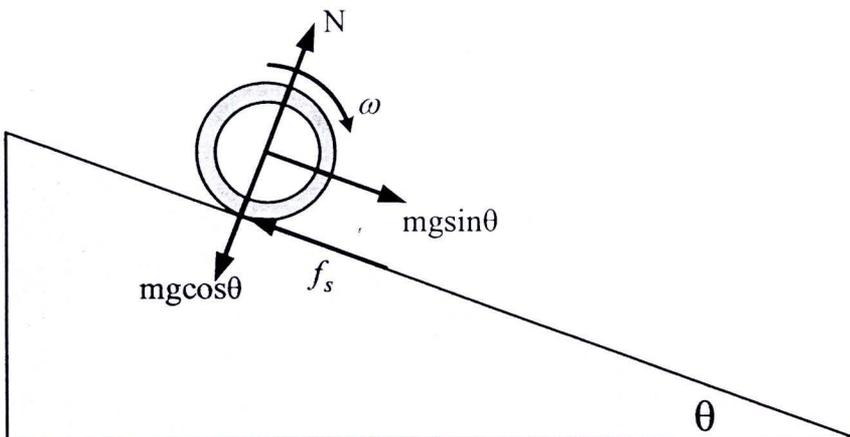
สำหรับการกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกตันมุมของพื้นเอียงต้องมีค่าน้อยกว่ามุมวิกฤต (θ_c) เนื่องจากมุมวิกฤต คือมุมมากที่สุดที่ทำให้ทรงกระบอกตันกลิ้งโดยไม่ไถลและที่สำคัญแรงเสียดทานสถิต (f_s) ที่พยายามต้านการไถลของทรงกระบอกตันต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\begin{aligned} f_s &\leq \mu_s N \\ \mu_s &\geq \frac{1}{3} \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta} \\ \mu_s &\geq \frac{1}{3} \tan \theta \\ \theta_c &= \tan^{-1}(3\mu_s) \end{aligned} \quad (3.8)$$

จากหลักการอนุรักษ์พลังงานสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานกลรวมในตอนเริ่มปล่อยทรงกระบอกตันจากยอดพื้นเอียงซึ่งสูงจากพื้นเป็นระยะ h ซึ่งมีเฉพาะพลังงานศักย์โน้มถ่วง ($PE = mgh$) เมื่อ $h = s \sin \theta$ และพลังงานกลรวมขณะทรงกระบอกตันเคลื่อนที่ถึงปลายล่างของพื้นเอียงซึ่งประกอบด้วยพลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ ($KE_T = \frac{1}{2}mv^2$) และพลังงานจลน์ในการหมุน ($KE_r = \frac{1}{2}I\omega^2$) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} mgs \sin \theta &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\ v^2 &= 2\left(\frac{2}{3}g \sin \theta\right)s \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.1.2 การเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกกลวง



ภาพ 3.3 แสดงแรงที่กระทำต่อทรงกระบอกกลวงขณะกลิ้งลงมาตามพื้นเอียง

ในกรณีที่ทรงกระบอกกลวงกลิ้งลงมาจากพื้นเอียง แรงที่กระทำต่อทรงกระบอกกลวงประกอบด้วย แรงโน้มถ่วงซึ่งแสดงในลักษณะส่วนประกอบของแรงในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง ($mg \cos \theta$) และแรงในแนวขนานกับพื้นเอียง ($mg \sin \theta$) แรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส (N) และแรงเสียดทานสถิต (f_s) ดังแสดงในภาพ 3.3 สำหรับสมการที่ใช้ในการอธิบายลักษณะของการเคลื่อนที่ ของทรงกระบอกกลวงที่มีรัศมีภายใน R_1 และรัศมีภายนอก R_2 ที่กลิ้งลงมาตามพื้นเอียง สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ mg \sin \theta - f_s &= ma \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma \\ N &= mg \cos \theta \end{aligned} \quad (3.11)$$

สำหรับการหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวล สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างทอร์ก (τ) และโมเมนต์ความเฉื่อย (I) และความเร่งเชิงมุม (α) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I\alpha \\ f_s R_2 &= I\alpha \end{aligned} \quad (3.12)$$

แทนค่าความสัมพันธ์ของแรงเสียดทานและแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก ($f_s = \mu_s N$) ลงในสมการที่ (3.10) จากนั้นแทนค่า N จากสมการที่ (3.11) จะสามารถหาค่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกตันได้ดังนี้

$$\begin{aligned} mg \sin \theta - \mu_s N &= ma \\ mg \sin \theta - \mu_s mg \cos \theta &= ma \\ a &= g(\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \end{aligned} \quad (3.13)$$

แทนค่า ความสัมพันธ์ของแรงเสียดทานสถิตและแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก ($f_s = \mu_s N$) ค่า N ในสมการที่ (3.11) โมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกกลวงมวล m รัศมีภายใน และ รัศมีภายนอก เท่ากับ R_1 และ R_2 ตามลำดับ ($I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$) และความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งเชิงมุมกับความเร่งเชิงเส้น ($a = \alpha R_2$) ลงในสมการที่ (3.12)

$$\begin{aligned} f_s R_2 &= I\alpha \\ \mu_s \cos \theta &= \left(\frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2) \right) \frac{a}{R_2^2 g} \end{aligned} \quad (3.14)$$

แทนค่าสมการที่ (3.14) ลงในสมการที่ (3.13) สามารถหาความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกกลางได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} a &= g(\sin\theta - \mu_s \cos\theta) \\ a &= g \sin\theta - \left(\frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2)\right) \frac{a}{R_2^2} \\ a &= \frac{2g \sin\theta}{3 + (R_1/R_2)^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

แทนค่า $I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$, $\alpha = \frac{a}{R_2}$ และค่า a จากสมการที่ (3.15) ลงในสมการที่ (3.12)

$$\begin{aligned} f_s &= \left(\frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)\right) \left(\frac{2g \sin\theta (3 + (R_1/R_2)^2)^{-1}}{R_2^2}\right) \\ f_s &= \left(m((R_1/R_2)^2 + 1)\right) \left(g \sin\theta (3 + (R_1/R_2)^2)^{-1}\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

สำหรับการกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกกลางมุมของพื้นเอียงต้องมีค่าน้อยกว่ามุมวิกฤต (θ_c) เนื่องจากมุมวิกฤต คือมุมมากที่สุดที่ทำให้ทรงกระบอกกลิ้งโดยไม่ไถลและที่สำคัญแรงเสียดทานสถิต (f_s) ที่พยายามต้านการไถลของทรงกระบอกต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\begin{aligned} f_s &\leq \mu_s N \\ \mu_s &\geq \frac{\left(\left((R_1/R_2)^2 + 1\right)\right)}{\left(3 + (R_1/R_2)^2\right)} \times \tan\theta \\ \theta_c &= \tan^{-1} \left[\left(\frac{3 + (R_1/R_2)^2}{(R_1/R_2)^2 + 1} \right) \mu_s \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

จากหลักการอนุรักษ์พลังงานสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง พลังงานกลรวมในตอนเริ่มปล่อยทรงกระบอกกลางจากยอดพื้นเอียงซึ่งสูงจากพื้นเป็นระยะ h ซึ่งมีเฉพาะพลังงานศักย์โน้มถ่วง ($PE = mgh$) เมื่อ $h = s \sin\theta$ และพลังงานกลรวมขณะทรงกระบอกกลางเคลื่อนที่ถึงปลายล่างของพื้นเอียงซึ่งประกอบด้วยพลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ ($KE_T = \frac{1}{2}mv^2$) และพลังงานจลน์ในการหมุน ($KE_R = \frac{1}{2}I\omega^2$) ได้ดังนี้

$$mgs \sin \theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$v^2 = \frac{4gs \sin \theta}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} + 3\right)}$$



$$v^2 = 2 \left(\frac{2gs \sin \theta}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} + 3\right)} \right) s \quad (3.18)$$

จากทฤษฎีการกลิ้งโดยไม่ไถลพบว่า ความเร่งและมุมวิกฤตของทรงกระบอกตันและกลวงไม่ขึ้นอยู่กับมวลของทรงกระบอก แต่จะขึ้นอยู่กับ โมเมนต์ความเฉื่อยหรือการกระจายมวลของทรงกระบอก และในการกลิ้งโดยไม่ไถลพลังงานกลรวมของทรงกระบอกจะมีค่าคงที่เนื่องจากการของแรงเสียดทานมีค่าเป็นศูนย์

จากข้อมูลที่ได้จากการศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการกลิ้งโดยไม่ไถล ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้มาออกแบบการทดลองเรื่องการกลิ้งของทรงกระบอกเพื่อนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับทฤษฎี ตามลำดับ

3.2 วัตถุประสงค์การทดลอง

- 1) เพื่อศึกษาการกลิ้งโดยไม่ไถลโดยใช้เทคนิคภาพถ่ายวีดิโอความเร็วสูง
- 2) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตระหว่างไม้และเหล็ก
- 3) เพื่อเปรียบเทียบค่าความเร่งระหว่างทฤษฎีและความเร่งที่ได้จากการทดลอง
- 4) เพื่อวิเคราะห์พลังงานกลรวมของการกลิ้งโดยไม่ไถล

3.3 อุปกรณ์และโปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง

- 1) ทรงกระบอกตันมวล 2 อัน (มวล 294.50 กรัม และ 163.50 กรัม)
- 2) ทรงกระบอกกลวงมวล 2 อัน (มวล 294.50 กรัม และ 163.50 กรัม)
- 3) พื้นเอียงปรับมุมได้ 1 อัน
- 4) กล้อง CASIO EXILIM FX-1 1 ตัว
- 5) โปรแกรม Tracker

3.4 แหล่งของความคลาดเคลื่อนในการทดลอง

3.4.1 เทคนิคการถ่ายภาพความเร็วสูง

เนื่องจากการถ่ายภาพวีดิโออาศัยหลักการทางแสง เมื่อภาพมีขนาดกว้างมากการนำตำแหน่งบนภาพทั้งหมดมาวิเคราะห์อาจเกิดความคลาดเคลื่อนทรงกลม ทำให้เกิดการโค้งเว้าของภาพ แต่มีวิธีลดความคลาดเคลื่อนนี้โดยการให้วัตถุที่ต้องการถ่ายอยู่ในแนวเดียวกับกล้องแล้วพยายามถ่ายภาพในมุมกว้างและให้ตำแหน่งที่ต้องการวิเคราะห์อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางภาพน้อยที่สุด ถ้าตำแหน่งบนภาพยิ่งห่างจากจุดศูนย์กลางภาพมากจะทำให้มีการโค้งเว้ามากตามลำดับ

3.4.2 การวัดมุมพื้นเอียง

นอกจากนี้ยังมีความคลาดเคลื่อนเชิงระบบจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง มุมของพื้นเอียง(θ) ที่ใช้ในการถ่ายวีดิโอมีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1 องศา เนื่องมาจากความโค้งงอของไม้ที่ใช้ทำพื้นเอียง ในการหาความคลาดเคลื่อนของมุมพื้นเอียง ผู้วิจัยได้นำข้อมูลตำแหน่ง (x,y) ที่ได้จากการโปรแกรม Tracker ไปหาความสัมพันธ์เชิงเส้นในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความชันของกราฟแล้วนำค่าความชันที่ได้มาคำนวณค่ามุมของพื้นเอียงซึ่งพบว่ามีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1 องศา ความคลาดเคลื่อนนี้มีผลทำให้ความเร่งของวัตถุในภาพวีดิโอเกิดความคลาดเคลื่อน ในกรณีการกลิ้งโดยไม่ไถลความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลแปรผันตามค่า $\sin \theta$ ทำให้ค่าความเร่งที่ได้จากการทดลองมีความคลาดเคลื่อนแล้วนำไปสู่ความคลาดเคลื่อนของค่ามุมวิกฤตของการกลิ้งตามลำดับ

3.4.3 โปรแกรม Tracker

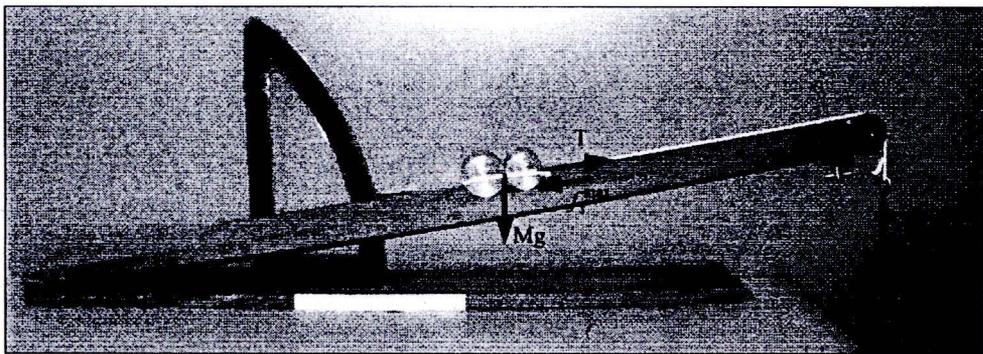
ความคลาดเคลื่อนจากการใช้โปรแกรม Tracker สามารถแบ่งออกเป็นหลายกรณีซึ่งประกอบด้วย

- 1) การกำหนดตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกในโปรแกรม ซึ่งเป็นข้อจำกัดในการใช้โปรแกรมที่อาศัยเทคนิคการวิเคราะห์ภาพถ่าย
- 2) การวิเคราะห์ความเร็วของวัตถุซึ่งใช้ข้อมูลตำแหน่งหรือ พิกัด (x,y) จากการ Track เนื่องจากค่าตำแหน่งที่ได้มีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการนำข้อมูลตำแหน่งมาคำนวณจึงส่งผลให้ค่าความเร็วและความเร่งที่คำนวณได้มีค่าความคลาดเคลื่อน

3.5 วิธีการทดลอง

ตอนที่ 1 การหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตระหว่างผิวของทรงกระบอกตันที่ทำจากเหล็กและผิวของพื้นเอียงที่ทำจากไม้

- 1) ติดทรงกระบอกตัน 2 ก้อนด้วยเทปกาวใสเนื่องจากต้องการให้ทรงกระบอกไถลโดยไม่เกิดการกลิ้งพร้อมผูกเชือก แล้วนำไปชั่งเพื่อหามวลรวม(จากภาพ 3.4 มวลรวมเท่ากับ 519.7 กรัม) ต่อจากนั้นวางทรงกระบอกทั้งสองลงบนพื้นเอียงแล้วนำเชือกคล้องผ่านรอกเลื่อนพร้อมนำจานวางตุ้มน้ำหนักมวล 50 กรัมแขวนไว้ที่ปลายเชือก ดังแสดงในภาพ 3.4



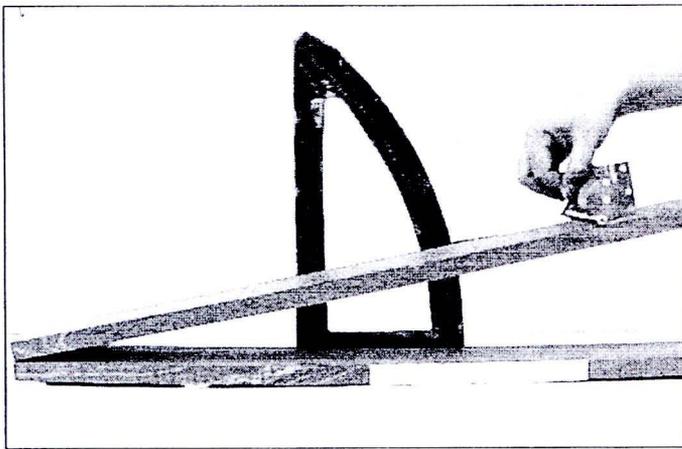
ภาพ 3.4 แสดงอุปกรณ์เพื่อทำการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต

- 2) เติมนวลที่จานวางตุ้มน้ำหนักจนกระทั่งทรงกระบอกตันทั้งสองเริ่มไถลขึ้นไปตามพื้นเอียงพร้อมบันทึกค่ามวลที่เติมนวมกับมวลของจานวางตุ้มน้ำหนัก
- 3) นำมวลที่เติมออกแล้วทำซ้ำตามข้อที่ 2 ประมาณ 10 ครั้ง

- 4) หาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานแรงเสียดสถิตสูงสุด (μ_s) จากสมการ $\mu_s = \frac{m - M \sin \theta}{M \cos \theta}$
 เมื่อ M คือมวลรวมของทรงกระบอกตันทั้งสอง, m คือ มวลที่เติมรวมกับมวลของจานวางค้ำน้ำหนัก และ θ คือ มุมของพื้นเอียง

ตอนที่ 2 การกลิ้งของทรงกระบอกตันและกลวง

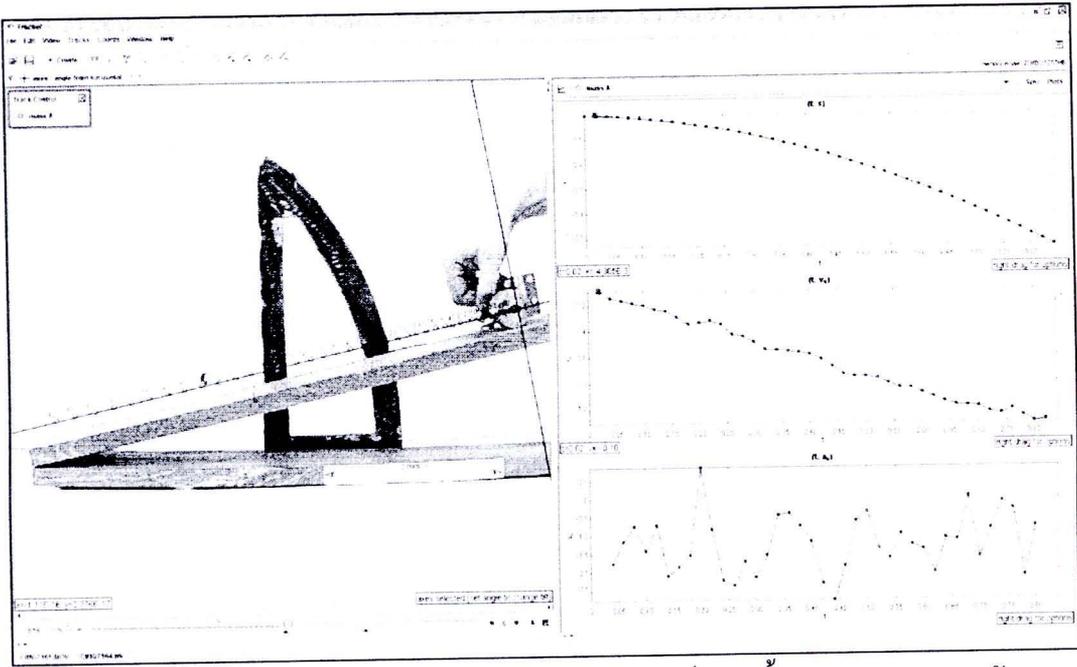
- 1) วางพื้นเอียงบนโต๊ะซึ่งสูงจากพื้นประมาณ 1 เมตร และตั้งกล้องถ่ายภาพวิดีโอความเร็วสูง โดยให้แนวกล้องขนานกับพื้นเอียงพร้อมปรับขาตั้งกล้องให้ภาพของพื้นเอียงอยู่ตรงกลางพอดีแสดงดังภาพ 3.5



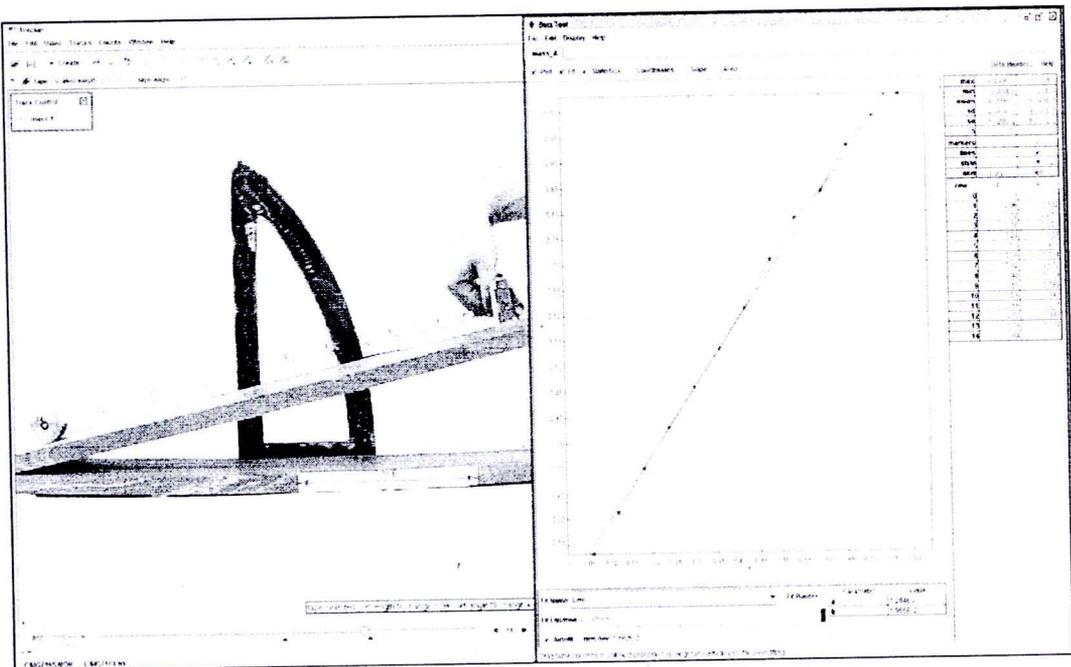
ภาพ 3.5 แสดงการเตรียมอุปกรณ์เพื่อทำการทดลองการกลิ้งของทรงกระบอกตัน

- 2) ตัดเทปกาวยาวความยาว 20 เซนติเมตรตรงฐานของพื้นเอียงพร้อมปรับมุมของพื้นเอียงให้มีค่าเท่ากับ 6 องศา
- 3) ปล่อยทรงกระบอกตันมวล 294.50 กรัม ให้กลิ้งลงมาตามพื้นเอียง พร้อมถ่ายภาพวิดีโอความเร็วสูงที่ความเร็วภาพ 300 เฟรมต่อวินาที
- 4) เพิ่มมุมของพื้นเอียงทีละ 2 องศาไปจนถึงมุม 40 องศา
- 5) เปลี่ยนเป็นทรงกระบอกตันมวล 163.50 กรัม , ทรงกระบอกกลวงมวล 294.50 กรัมแล้วทำซ้ำตามข้อที่ 3) และ 4) ตามลำดับ
- 6) นำไฟล์วิดีโอที่ได้มาวิเคราะห์ในโปรแกรม Tracker โดยใช้เมาส์คลิกไปที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกในแต่ละเฟรมของภาพถ่ายวิดีโอ แสดงตามรูป 3.6 เพื่อตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลและค่าความเร็วของทรงกระบอก และใช้ “Data tool” ใน

โปรแกรม Tracker หาค่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอก ซึ่งแสดงในภาพ 3.7



ภาพ 3.6 การใช้โปรแกรม Tracker ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของทรงกระบอกตัน



ภาพ 3.7 การใช้ "data tool" ในโปรแกรม Tracker เพื่อหาค่าความเร่งของทรงกระบอกตัน

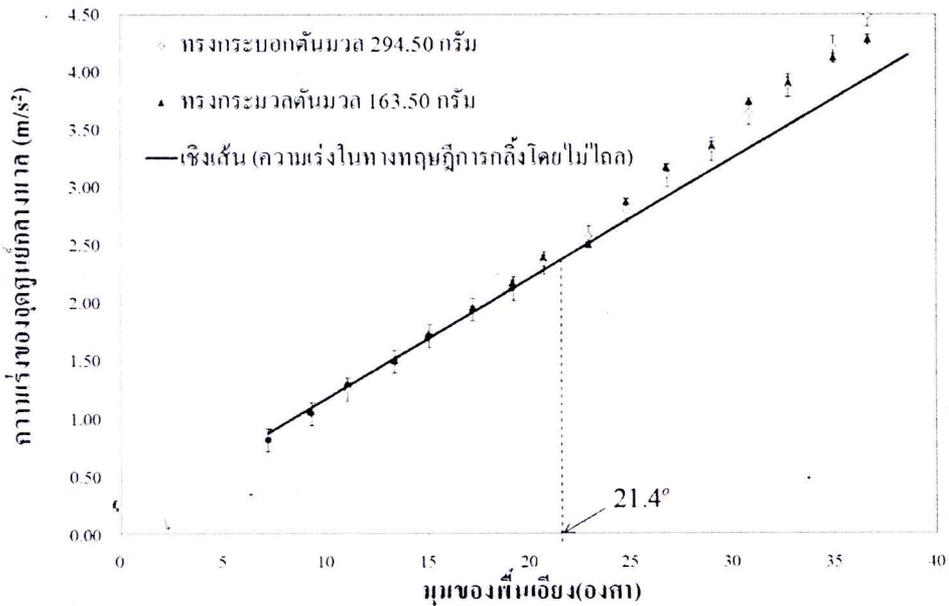
3.6 ผลการทดลอง

ในการทดลองตอนที่ 1 ใช้มุมของพื้นเอียงเท่ากับ 10 องศา และจากภาพ 3.4 และแผนภาพแรงทั้งหมด สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตได้จากสมการ $\mu_s = \frac{m - M \sin \theta}{M \cos \theta}$ ซึ่งจากการทดลองสามารถหาค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.131 ± 0.029 ซึ่งถือว่าความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงมากและไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้เนื่องจากพื้นเอียงที่ใช้มีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1 องศาซึ่งส่งผลโดยตรงต่อความคลาดเคลื่อนของค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต สำหรับการทดลองเรื่องนี้ เมื่อนำค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตสูงสุดที่คำนวณได้ไปแทนในสมการที่ (3.8) และ (3.17) สามารถหาค่ามุมวิกฤตของทรงกระบอกตันและกลวงได้เท่ากับ 21.4 และ 15.6 องศา ตามลำดับ

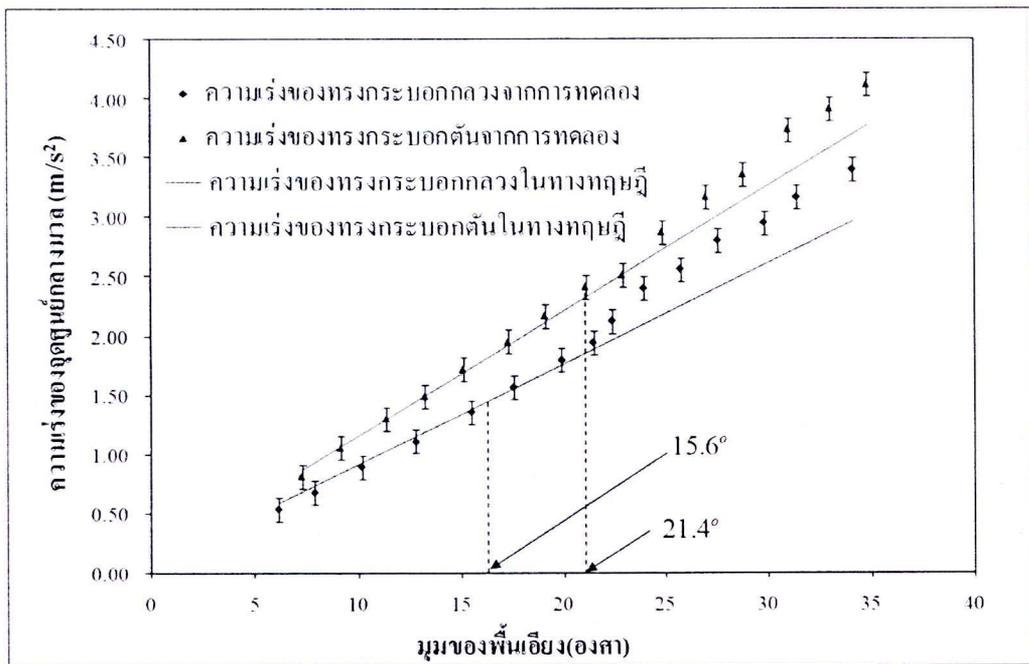
ในการทดลองตอนที่ 2 เมื่อนำภาพวิดีโอไปวิเคราะห์โดยโปรแกรม Tracker พบว่าความเร่งของทรงกระบอกตันมวล 294.50 กรัมและมวล 163.50 กรัม ในกรณีที่มุมของพื้นเอียงมีค่ามากกว่า 21.4 องศา ค่าความเร่งที่ได้จากการทดลองเริ่มไม่สอดคล้องกับทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยไม่ไถล ซึ่งแสดงในภาพ 3.8 กล่าวคือทรงกระบอกตันจะเริ่มกลิ้งโดยเกิดการไถล และพบว่าทรงกระบอกตันที่มีมวลต่างกันเริ่มไถลที่มุมเดียวกันคือที่มุมประมาณ 21.4 องศา แสดงในภาพ 3.8 ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่ามุมวิกฤตของทรงกระบอกตันไม่ขึ้นอยู่กับมวลซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (3.8)

เมื่อสังเกตค่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกตันในภาพ 3.8 พบว่า ในกรณีที่มุมของพื้นเอียงมีค่าน้อยกว่ามุมวิกฤต (θ_c) คือ 21.4 องศา ทรงกระบอกตันจะกลิ้งโดยไม่ไถลและยังพบว่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกตันที่มีมวลต่างกันจะมีค่าเท่ากันดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าความเร่งของทรงกระบอกตันไม่ขึ้นอยู่กับมวลซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (3.6)

จากการทดลองที่ 1 พบว่ามุมวิกฤตของทรงกระบอกตันและกลวงมีค่าเท่ากับ 21.4 และ 15.6 องศาตามลำดับ ซึ่งจากการทดลองที่ 2 พบว่าข้อมูลที่ได้สอดคล้องกับการทดลองที่ 1 ซึ่งแสดงในภาพ 3.8 ซึ่งทรงกระบอกตันและกลวงจะเริ่มไถลเมื่อมุมของพื้นเอียงมากกว่า 21.4 และ 15.6 องศาตามลำดับ

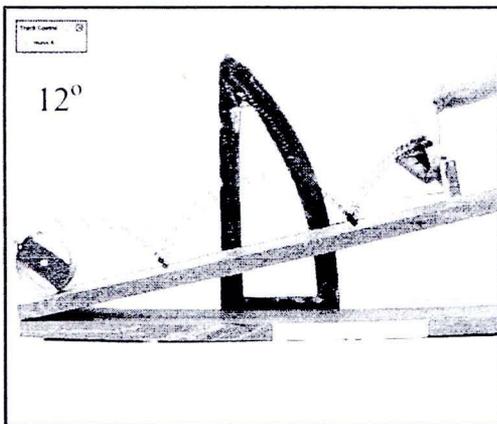


ภาพ 3.8 เปรียบเทียบค่าความเร่งที่ได้จากการทดลองกับค่าตามทฤษฎีทรงกระบอกตันมวล 294.50 กรัม และ 163.50 กรัม พบว่ามีมุมวิกฤตเท่ากัน คือ 21.4 องศา

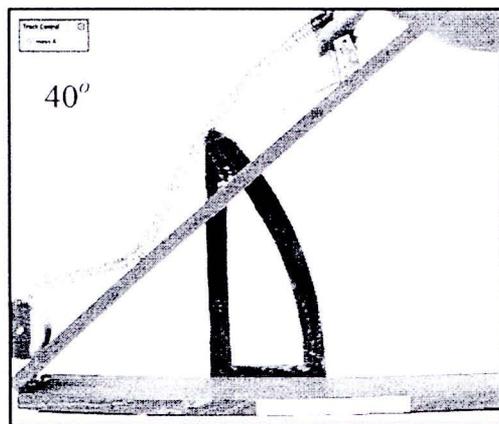


ภาพ 3.9 เปรียบเทียบค่าความเร่งที่ได้จากการทดลองกับค่าตามทฤษฎีของทรงกระบอกตันและกลวงมวล 294.5 กรัม เท่ากัน ที่มีมุมวิกฤตในทางทฤษฎีคือ 21.4 และ 15.6 องศาตามลำดับ

จากภาพ 3.1 การกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกมีเงื่อนไขสำคัญ คือ การหมุนครบ 1 รอบ ทรงกระบอกต้องกลิ้งได้ระยะทางเชิงเส้นเท่ากับความยาวของเส้นรอบวงของทรงกระบอกพอดี ในกรณีมุมของพื้นเอียงเท่ากับ 12 องศาแสดงในภาพ 3.10 (ก) ถ้ารัศมีวงนอกของทรงกระบอกกลวงเท่ากับ 4.0 เซนติเมตรเส้นรอบวงมีค่าเท่ากับ 25.13 เซนติเมตร เมื่อใช้โปรแกรม Tracker วัดการกระจัดเชิงเส้นของทรงกระบอกกลวงได้ค่าเท่ากับ 24.32 เซนติเมตร ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับความยาวเส้นรอบวงของทรงกระบอกกลวง(เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 3.22%) และในกรณีที่มุมของพื้นเอียงเท่ากับ 40 องศาแสดงในภาพ 3.10 (ข) เมื่อใช้โปรแกรม Tracker วัดการกระจัดเชิงเส้นของทรงกระบอกกลวงได้ค่าเท่ากับ 52.64 เซนติเมตร(เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 109.47%) จากการทดลองสามารถสรุปได้ว่าการกลิ้งลงจากพื้นเอียงของทรงกระบอกทั้งต้นและกลวงจะเป็นการกลิ้งแบบไม่ไถลเมื่อมุมของพื้นเอียงมีค่าน้อยกว่ามุมวิกฤตแสดงและเป็นการกลิ้งโดยเกิดการไถลเมื่อมุมของพื้นเอียงมีค่ามากกว่ามุมวิกฤต



(a)

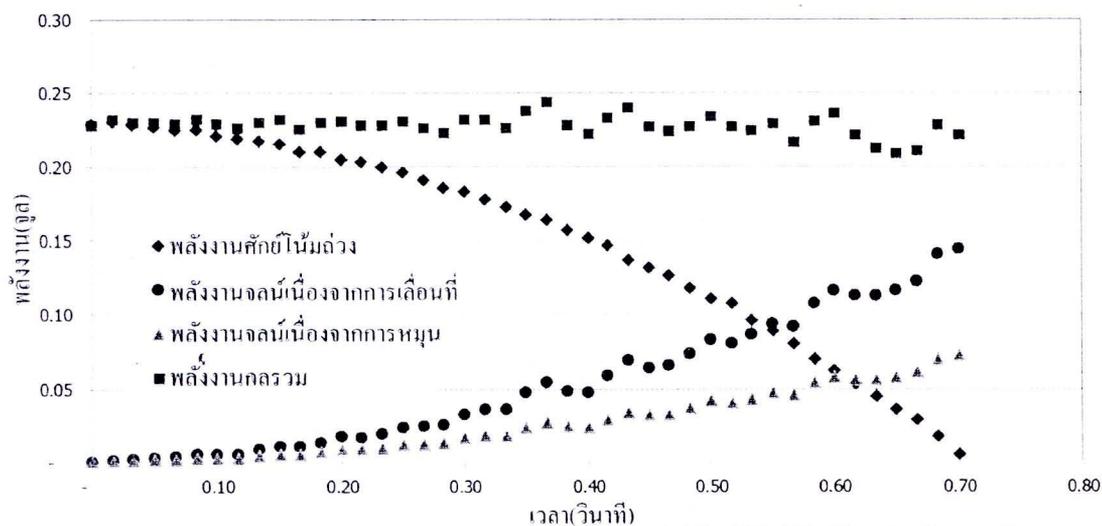


(b)

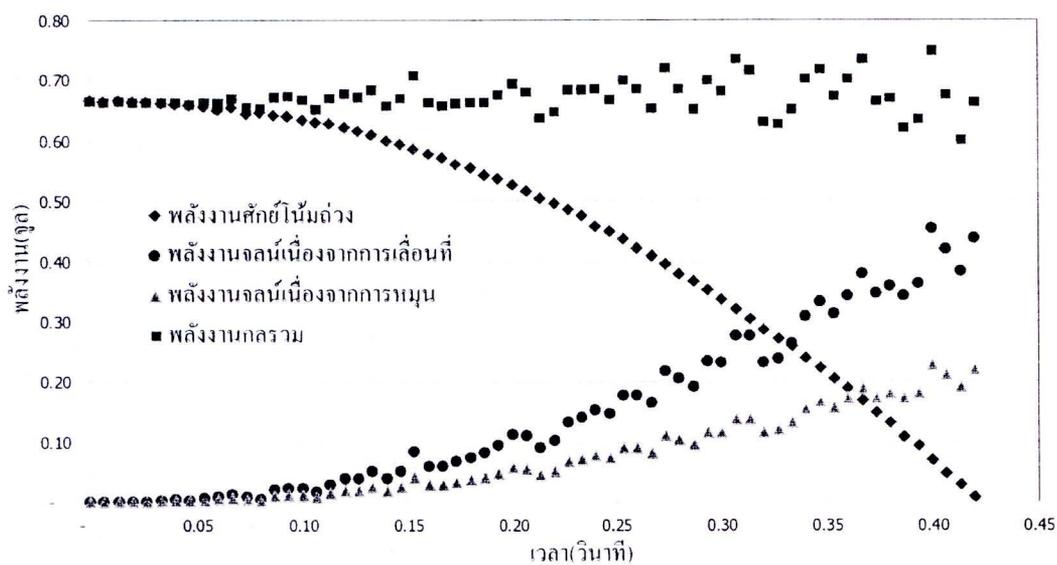
ภาพ 3.10 การกลิ้งของทรงกระบอกกลวง(มวล 294.50 กรัม, รัศมีวงในและวงนอกเท่ากับ 3.5 และ 4.0 เซนติเมตร ตามลำดับ) ลงจากพื้นเอียง (a) มุม 12 องศา (การกลิ้งแบบไม่ไถล) และ (b) มุม 40 องศา (การกลิ้งแบบเกิดการไถล)

นอกจากการวิเคราะห์ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกต้นแล้วข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม Tracker ยังสามารถนำวิเคราะห์ พลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานจลน์เนื่องจากการเลื่อนที่ พลังงานจลน์เนื่องจากการหมุน และพลังงานกลรวมของการเคลื่อนที่แบบกลิ้งขณะลงมาตามพื้นเอียงของทรงกระบอกต้น ในกรณีที่มุมของพื้นเอียงเท่ากับ 12 และ 42 องศา เมื่อนำค่าพลังงานกลทั้งหมดมาเขียนกราฟพลังงานแสดงในภาพ 3.11 และ 3.12 พบว่าพลังงานกลรวมของระบบใน

กรณีการกลิ้งโดยไม่ไถลจะมีค่าคงที่ ดังนั้นจากข้อมูลที่ได้สามารถยืนยันได้ว่างานเนื่องจากแรงเสียดทานในกรณีวัตถุกลิ้งโดยไม่ไถลมีค่าเป็นศูนย์



ภาพ 3.11 เปรียบเทียบพลังงานของทรงกระบอกตันมวล 294.50 กรัม รัศมี 4.00 เซนติเมตร ที่มุมของพื้นเอียงเท่ากับ 12 องศา



ภาพ 3.12 เปรียบเทียบพลังงานของทรงกระบอกตันมวล 294.50 กรัม รัศมี 4.00 เซนติเมตร ที่มุมของพื้นเอียงเท่ากับ 42 องศา

3.7 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองเรื่องการกลิ้งของทรงกระบอกตันและกลวง โดยการใช้เทคนิคภาพถ่ายวีดิโอ ความเร็วสูงในการวิเคราะห์การกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอก ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเงื่อนไขของการกลิ้งโดยไม่ไถล หลักการอนุรักษ์พลังงานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง พบว่าจากการวิเคราะห์ภาพถ่ายวีดิโอสามารถพิสูจน์ได้อย่างชัดเจนว่าการกลิ้งโดยไม่ไถลต้องเป็นไปตามเงื่อนไขสำคัญ 2 เงื่อนไข คือ $s = \theta R$ และ งานเนื่องจากแรงเสียดทานต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ จากการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีสามารถทำนายได้ว่าความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกไม่ขึ้นอยู่กับมวลของทรงกระบอกแต่จะขึ้นอยู่กับโมเมนต์ความเฉื่อย หรือรูปทรงและการกระจายมวลของทรงกระบอก ถ้าทรงกระบอกที่มีการกระจายมวลน้อยจะส่งผลให้โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าน้อยซึ่งทำให้วัตถุหมุนได้เร็ว ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบระหว่างทรงกระบอกตันและกลวงที่มีมวลเท่ากัน ซึ่งทรงกระบอกกลวงมีการกระจายมวลมากกว่ามีผลทำให้การกลิ้งลงจากพื้นเอียงของทรงกระบอกกลวงจะกลิ้งได้ช้ากว่าทรงกระบอกตันเนื่องจากทรงกระบอกตันมีการกระจายมวลน้อยกว่า และยังพบว่าในกรณีการกลิ้งโดยไม่ไถลของทรงกระบอกตันในกรณีที่มีมวลต่างกัน ความเร่งมีค่าเท่ากัน ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการกลิ้งโดยไม่ไถลกล่าว คือ ความเร่งไม่ขึ้นอยู่กับมวล อีกทั้งยังพบในกรณีการกลิ้งโดยไม่ไถล พลังงานกลรวมของทรงกระบอกกลวงและตันมีค่าคงที่ ซึ่งแสดงว่างานเนื่องจากแรงเสียดทานในกรณีการกลิ้งโดยไม่ไถลมีค่าเท่ากับศูนย์ สุดท้ายผู้วิจัยได้นำข้อมูลและผลการศึกษาของเรื่องการกลิ้งโดยไม่ไถลนี้ ไปออกแบบบทสัมภาษณ์เพื่อสำรวจความเข้าใจหลังเรียนของนักศึกษาเพื่อหาความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษา และนำข้อมูลที่ได้ไปออกแบบสื่อสาธิตเพื่อใช้ช่วยสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องรวมถึงเพิ่มประสิทธิภาพของการเรียนการสอนและทำให้นักศึกษาสามารถเชื่อมโยงความรู้ในทางทฤษฎีกับการเคลื่อนที่จริงได้อย่างสอดคล้องต้องกัน