



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
The Study of Problem Solving Ability and Learning Achievement of Mathayomsuksa
Two Students on “Pythagoras’ Theorem” by Using Open-Ended Problems
at Sarawittaya School, Bangkok

นามผู้วิจัย นางสาวจิณดา อุดมเลิศปรีชา

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ทรงชัย อักษรคิด, กศ.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ _____ เดือน _____ พ.ศ. _____

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร

The Study of Problem Solving Ability and Learning Achievement
of Mathayomsuksa Two Students on “Pythagoras’ Theorem” by Using Open-Ended Problems
at Sarawittaya School, Bangkok

โดย

นางสาวจิตูดา อุดมเลิศปรีชา

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2557

จิณาดา อุดมเลิศปรีชา 2557: การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ทรงชัย อักษรคิด, กศ.ด. 151 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 11 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” จำนวน 11 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติทดสอบค่าที และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตารางและการบรรยาย

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ลายมือชื่อนิติ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Jiyada Udomlertpreecha 2014: The Study of Problem Solving Ability and Learning Achievement of Mathayomsuksa Two Students on “Pythagoras’ Theorem” by Using Open-Ended Problems at Sarawittaya School, Bangkok. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Assistant Professor Songchai Ugsonkid, Ed.D. 151 pages.

The purposes of this research were to study of problem solving ability and learning achievement of mathayomsuksa two students on “Pythagoras’ Theorem” by using open-ended problems at Sarawittaya school, Bangkok.

The sample was 40 mathayomsuksa two students of one classroom at Sarawittaya School, Bangkok in the second semester of the academic year 2013 that was selected by cluster random sampling from 11 classrooms. The instruments in data collection consisted of 11 lesson plans on “Pythagoras’ Theorem”, the problems solving ability test on “Pythagoras’ Theorem”, and the learning achievement test on “Pythagoras’ Theorem”. Percentage, mean, standard deviation, and t-test were used for analyzing data and presented by tables with their corresponding description.

The research findings revealed that the students had the problems solving ability on “Pythagoras’ Theorem” with the average at the “good” level and the learning achievement on “Pythagoras’ Theorem” with the average of students after learning was higher than before learning and higher than 60% at the .05 level of significance.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์และให้คำปรึกษา ตลอดจนตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ต้นบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก และ ดร. ต้องดา สมใจเพ็ง ประธานการสอบ ที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อคิดที่เป็นประโยชน์ต่อ ผู้วิจัย ส่งผลให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์พรรณอุษา พัฒนาวิวัฒน์พร และอาจารย์ทิพพาวดี จันทรคำ ที่ให้ความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งให้คำแนะนำ คำปรึกษาและข้อคิดดี ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยด้วยความปรารถนาดีตลอดมา รวมถึงผู้เขียนตำราและเอกสารต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำมา อ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครู โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี นอกจากนี้ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อจินดา อุคมเลิศปรีชา คุณแม่จรรยา อุคมเลิศปรีชา และพี่สาว ที่คอยสนับสนุนผู้วิจัยในทุก ๆ เรื่อง คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยมอบแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่มีส่วนในการวางรากฐานการศึกษาให้แก่ผู้วิจัย

จิฎาดา อุคมเลิศปรีชา

เมษายน 2557

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

(3)

บทที่ 1 บทนำ

1

ความสำคัญของปัญหา

1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

4

ขอบเขตของการวิจัย

4

ประโยชน์ที่ได้รับ

5

นิยามศัพท์

6

บทที่ 2 การตรวจเอกสาร

7

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

8

ปัญหาปลายเปิด

12

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

18

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

29

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

39

สมมติฐานการวิจัย

43

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

44

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

44

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

44

การเก็บรวบรวมข้อมูล

50

การวิเคราะห์ข้อมูล

50

บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

53

ผลการวิจัย

53

ข้อวิจารณ์

56

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

61

สรุปผลการวิจัย

61

ข้อเสนอแนะ

65

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	69
ภาคผนวก	74
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	75
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	77
ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	137
ภาคผนวก ง ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	144
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	151

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	38
2.2	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	39
3.1	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	47
4.1	คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”	54
4.2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ก่อนเรียนและหลังเรียน	55
4.3	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60	56
ตารางผนวกที่		
ง1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	145

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในการชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ซึ่งสอดคล้องกับ ยุพิน พิพิธกุล (2539) ที่ได้ให้ความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการให้เหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น วิชาคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนามนุษย์ให้เป็นผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รักการเรียนรู้ มีเหตุผลและสามารถแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2536) ที่ได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังคำกล่าวที่ว่าคณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ (Mathematics is the queen of science) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เพราะคณิตศาสตร์ช่วยสร้างเสริมความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่อการงานที่ได้รับมอบหมาย

จากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการที่ดำเนินการโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) เพื่อหาตัวชี้วัดคุณภาพการศึกษา สำหรับประเทศสมาชิก และประเทศร่วมโครงการทั้งหมดประมาณ 90 % ของเขตเศรษฐกิจโลก มีการประเมินผลครอบคลุมความรู้และทักษะในวิชาหลักสามวิชา ได้แก่

การรู้เรื่องการอ่าน การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ โดยมีการประเมินทุก ๆ สามปี ขอบเขตของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่ สถานการณ์หรือบริบทที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ (Situation on context) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ควรได้รับการกระตุ้นเร้าให้สามารถเชื่อมต่อกับโลกจริง ๆ ที่ปัญหานั้น ๆ เกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์ และให้สามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้คณิตศาสตร์นั้น ๆ ผลการประเมิน PISA 2009 ปรากฏว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) มากกว่าหนึ่งระดับ และมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 48 - 52 จากทั้งหมด 65 ประเทศ และห่างไกลจากประเทศในทวีปเอเชียอื่น ๆ ซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มคะแนนสูง นักเรียนไทยเกินครึ่งรู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน และที่รู้เรื่องสูงกว่าระดับพื้นฐานมีเพียงหนึ่งในห้าเท่านั้น ผลการประเมิน ใน PISA 2009 ไม่เปลี่ยนแปลงมากนักนับจาก PISA 2006 แต่ถ้าดูแนวโน้ม ตั้งแต่ PISA 2003 เป็นต้นมา พบว่ายังมีแนวโน้มต่ำลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554)

จากผลการประเมินดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยจำเป็นที่จะต้องได้รับการปรับปรุงแก้ไขอย่างจริงจัง ซึ่งจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 6 สาระ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระที่ 6 ได้กล่าวถึง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เมื่อพิจารณาจากทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดแล้ว พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญมาก เนื่องจากความเจริญก้าวหน้าและเทคโนโลยีต่าง ๆ เกิดจากการที่มนุษย์รู้จักแก้ปัญหาในอดีต ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวไว้ว่า กิจกรรมทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญกับอนาคต และจำเป็นสำหรับคนเราในทุกอาชีพ เช่น ธุรกิจ วิทยาศาสตร์ สถาปัตยกรรม วิศวกรรม การพยากรณ์อากาศ การแพทย์ เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น และทุกคนจำเป็นต้องมีความรู้คณิตศาสตร์เพื่อการเป็นพลเมืองที่ดีของสังคม ดังนั้นหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะต้องเน้นการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ที่นักเรียนไม่เคยพบมาก่อน และบทบาทของครูคณิตศาสตร์ก็ต้องเปลี่ยนไปจากเดิม ในปัจจุบันมีเครื่องคิดเลข นักเรียนไม่จำเป็นต้องคำนวณอย่างซับซ้อน แต่สิ่งสำคัญที่นักเรียนยังคงต้องมีความสามารถในการคิด วิเคราะห์ปัญหาและ

แก้ปัญหาได้ และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2543) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาคือได้ว่าเป็นวิธีหนึ่งของวิธีการสอนสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมเพื่อแนะนำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงพื้นฐาน มโนคติ และกระบวนการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านบทเรียนการแก้ปัญหา ซึ่งใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางให้นักเรียนได้สำรวจ ศึกษาและค้นพบด้วยตนเอง ปัญหาที่มีความเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะนี้คือ ปัญหาปลายเปิด (Open – ended problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีหาคำตอบ หรือมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี สอดคล้องกับ สุรชัย อินทสังข์ (2545) ซึ่งกล่าวไว้ว่า ในการตอบปัญหาแบบปลายเปิด นักเรียนจะต้องอธิบายการได้มาของคำตอบว่าคิดด้วยวิธีการใด และต้องบอกได้ว่าทำไมต้องใช้วิธีการที่นักเรียนเลือกแทนที่จะใช้อีกวิธีหนึ่ง คล้ายกับว่า ปัญหาแบบปลายเปิดเป็นสถานการณ์เชิงชวนเกมบังคับให้นักเรียนต้องแสดงเหตุผลและแนวคิดไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตัวเอง และด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนเป็นการเรียนรู้ร่วมกัน และจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสารการยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ หรือเกิดการอภิปรายในชั้นเรียนซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และปัญหาใหม่ด้วย เมื่อมีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกันเองและครูเกิดขึ้น การเรียนรู้ก็จะไม่น่าเบื่อ คู่มือชีวิตชีวา และนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเรามีเสรีภาพในการคิด นอกจากนี้ได้มีงานวิจัยเกี่ยวกับการนำปัญหาปลายเปิดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น (ปานจิต รัตนพล, 2547) และงานวิจัยเกี่ยวกับการนำปัญหาปลายเปิดเรื่อง ลำดับและอนุกรม ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แล้วพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น (สาลิณี เรืองชัย, 2554)

จากเหตุผลและความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้น จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนมีโอกาส

แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายอย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีอิสระในการคิด การแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียน ได้ฝึกทักษะการคิด การแก้ปัญหาด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้เล็งเห็นคุณค่าความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ทั้งนี้ผู้วิจัยเลือก เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากเป็นทฤษฎีบทที่มีความสำคัญมากทฤษฎีบทหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์และเอื้อต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวน 11 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 495 คน

3. สารที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย

3.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3.4 การนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ใช้ในการทดสอบก่อนเรียน 60 นาที ใช้เวลาในการสอน 11 คาบ คาบละ 50 นาที และการทดสอบหลังเรียน 60 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

5. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด

5.2 ตัวแปรตาม คือ

5.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

5.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครุคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด

2. เป็นแนวทางสำหรับครุคณิตศาสตร์ในการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ หรือในระดับชั้นอื่น ๆ

นิยามศัพท์

ผู้วิจัยได้ให้นิยามศัพท์ที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง หรือมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่สอดแทรกปัญหาปลายเปิด ซึ่งลักษณะของปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ โดยคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดบางปัญหาอาจมีคำตอบเป็นจำนวนจำกัดและบางปัญหาอาจมีคำตอบเป็นจำนวนไม่จำกัด ทั้งนี้ลักษณะกิจกรรมที่ให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาปลายเปิดมีทั้งที่ให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง แบบจับคู่ และแบบกลุ่ม 3 คน ตามความเหมาะสม ระยะเวลา และความซับซ้อนของแต่ละปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หมายถึง ความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และการใช้ความรู้ ความคิดรวบยอด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยนักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนเขียนตอบและแสดงวิธีการหาคำตอบโดยแบ่งการทดสอบให้อยู่ท้ายคาบเรียนที่ 5, 8 และ 11 คาบเรียนละ 2 ข้อ 1 ข้อและ 2 ข้อ ตามลำดับ และใช้เวลาในการทดสอบครั้งละ 15 – 30 นาที มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดโดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแบบองค์รวม

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หมายถึง คะแนนสอบของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยทำการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งใช้แบบทดสอบชุดเดียวกัน ข้อสอบเป็นแบบเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ และใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตรวจเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งประกอบด้วย

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ปัญหาปลายเปิด
 - 2.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 2.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
 - 2.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด
3. การแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 กระบวนการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 เกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Anderson and Pingry (1973) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำให้ได้ต้องมีวิธีที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ

พิชากร แปลงประสพโชค (2540) ได้กล่าวว่า ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เราต้องแก้หรือหาทางออกของปัญหา แต่ยังมีสิ่งที่เป็ทางออกหรือคำตอบของสถานการณ์ไม่ได้เนื่องจากมีอุปสรรคบังคับปัญหาเราอยู่ ผู้แก้ปัญหาคือ บุคคลที่มีปัญหาและรู้เป้าหมายที่ต้องบรรลุเพื่อแก้ปัญหานั้น ๆ แต่ยังไม่มืเครื่องมือหรือวิธีการใด ๆ อันจะนำไปสู่เป้าหมายนั้น

ยุพิน พิพิธกุล (2542) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ให้ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนหรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญห

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายว่า โดยทั่วไป “ปัญหา” หมายถึง สถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าสถานการณ์นั้นง่ายเกินไปจนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันทีแล้วสถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป อย่างไรก็ตามปัญหาสำหรับคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ สำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง

สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหา还不知道วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Charles and Lester (1982) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ
5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ

เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผล และแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะกระบวนการนิรนัยและผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

Reys *et al.* (1992 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหามักต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

Baroody (1993 อ้างในปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีเพียงคำตอบเดียว

2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้างและมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่แตกต่าง กัน ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้ผู้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหา มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550) แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามลักษณะของ ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้ใช้วิธีการและการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึก ทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทาง คณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่า ปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหามองไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหามองต้องใช้ ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัย วิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ

การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้และกฎเกณฑ์ในการจำแนก เช่น แบ่งตามประเภทของปัญหา ผู้แก้ปัญหา จุดประสงค์ของปัญหา ลักษณะของปัญหา หรือเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา เป็นต้น

ปัญหาปลายเปิด

ความหมายของปัญหาปลายเปิด

The National Council of Teachers of Mathematics (1995) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างระดับกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาได้ด้วยความสามารถของตนเอง โดยการตั้งสมมติฐาน คำตอบ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตนเอง

Becker and Shimada (1997) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่แตกต่างจากปัญหาที่พบทั่วไปในห้องเรียนที่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ และมีความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2549) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันในระดับชั้นเรียนสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้เรียน

เกิดการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันวิธีหนึ่งและจากการที่ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน ผู้เรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่น ๆ ได้จากเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เหตุผลที่แตกต่างจากแนวคิดของตนเอง ทำให้เอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน โดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหา นั้น ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือมีวิธีการหาคำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

ประเภทของปัญหาปลายเปิด

Becker and Shimada (1997) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิด ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์
2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (Measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจ โดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา

ลัดดา ศิลาน้อย (2549) ได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในกระบวนการเรียนการสอนไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิดเป็นวิธีการที่ครูต้องใช้ความคิดหาวิธีการที่จะให้นักเรียนได้เปิดความคิดให้หลากหลายจะอยู่ในเรื่องของการนำเสนอความคิดเห็นหรือการกำหนดปัญหาขึ้นมาเพื่อ

กระตุ้นการคิดของนักเรียน ในส่วนนี้นักเรียนจะมีคำตอบประเด็นปัญหาอย่างกว้างขวาง รวมทั้งมีแนวทางแก้ปัญหาคำถามตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อค้นหาความชัดเจนของคำตอบ สำหรับกิจกรรมที่จะทำให้ได้คำตอบจะอยู่ในลักษณะของประเด็นปัญหาเหตุการณ์ สื่ออุปกรณ์อื่น ๆ คำถามซึ่งเป็นหัวใจของการเปิดความคิดได้ดีสำหรับการเรียนการสอนเมื่อนักเรียนเกิดการเปิดความคิดแล้วจะเกิดความหลากหลายในคำตอบแนวทางแก้ปัญหาก็มีแต่การสร้างปัญหาที่หลากหลายเพื่อให้เกิดความชัดเจนในกระบวนการเปิด

2. ผลลัพธ์ของการเปิด ผลของการเปิดประเด็นนั้นจะมีคำตอบเกินหนึ่งคำตอบจากกลุ่มคน 1 กลุ่มหรือจากคน ๆ เดียวและคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ไม่ผิด เป็นคำตอบที่ให้ข้อมูลเพิ่มขึ้นให้เกิดความชัดเจนขึ้นเรื่อย ๆ ในเนื้อหาสาระที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ หรือบางครั้งอาจเกิดการตั้งประเด็นปัญหาเพิ่มขึ้นเพื่อไปสู่คำตอบใหม่ที่เกิดความชัดเจนของคำตอบที่มีแต่เดิมในกิจกรรมการเปิดช่วงแรก

3. แนวทางในการพัฒนาปัญหาปลายเปิด หลังจากทีนักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยการวิเคราะห์และตอบประเด็นปัญหาหรือแก้ปัญหามาจากสถานการณ์ผ่านไปแล้ว นักเรียนสามารถที่จะพัฒนาปัญหาใหม่ด้วยการสร้างปัญหา กำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อหาความชัดเจนของสาระจากคำตอบด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรืออาศัยกรอบปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้เรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” จะเห็นได้ว่านักการศึกษาส่วนใหญ่แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดโดยยึดตามจุดประสงค์ของปัญหานั้น ๆ เป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนมีแนวทางในการแก้ปัญหของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละคน

ทรงชัย อักษรคิด (2555) ได้แบ่งประเภทของปัญหาที่มีโครงสร้างแบบปลายเปิดเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

การแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันมักเริ่มต้นจากสถานการณ์ของโลกแห่งความเป็นจริงของแต่ละบุคคล แล้วมองหาความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันภายใต้แนวคิดทางคณิตศาสตร์

2. ปัญหาที่เน้นการสำรวจ

โดยทั่วไปแล้วเรามักจะนำกิจกรรมต่าง ๆ ที่มีลักษณะแบบปลายเปิดมาให้นักเรียนได้สำรวจและขยายความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ บางครั้งการสำรวจก็เป็นส่วนขยายของการแก้ปัญหาได้เมื่อกระบวนการเป็นแบบปลายเปิด ซึ่งครูผู้สอนอาจพัฒนาการสำรวจทางคณิตศาสตร์ออกไปได้ในแนวทางต่าง ๆ ที่หลากหลายสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน ปัญหาประเภทนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาระบบของการสร้างผลลัพธ์จากการสำรวจด้วยตนเอง สร้างตารางข้อมูลเพื่อมองหาคำความสัมพันธ์และแบบรูปด้วยตนเอง สร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบตัดสินใจ และนำเสนอในรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่ค้นพบได้ด้วยตนเอง นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้คิดด้วยยุทธวิธีแบบอื่น ๆ โดยใช้การถามคำถาม “จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า...” แล้วให้นักเรียนสังเกตการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น

3. คำถามปลายเปิดแบบสั้น

ครูผู้สอนสามารถใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้นได้ในบทบาทของการสอนที่ควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เพื่อพัฒนาความเข้าใจเชิงลึกของแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารระหว่างกลุ่มนักเรียน ลักษณะพิเศษของคำถามปลายเปิดแบบนี้คือเป็นคำถามที่มีคำตอบได้มากมายและสามารถแก้ปัญหาได้หลาย ๆ แนวทาง คำคำถามไม่สลับซับซ้อนและยุ่งยากมากจนเกินไป แต่มีโครงสร้างเชิงเดียวที่เข้าใจได้ง่าย

การสร้างปัญหาปลายเปิด

ปริชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิดซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา โดยทั่ว ๆ ไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมสำหรับนักเรียนในระดับชั้นที่แตกต่างกัน มีข้อเสนอแนะบางประการสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P แล้ว Q ” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง” ทั้งนี้ต้องกำหนดขอบเขตของคำว่า “สิ่งต่าง ๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ รูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่งให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่น ๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi-mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุดเพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำคณิตศาสตร์มาใช้อธิบาย

นอกจากนี้ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ยังกล่าวอีกว่า ในการสร้างแผนการสอนและการพัฒนาให้เป็นแผนการสอนที่ดี ครูควรดำเนินการในประเด็นต่อไปนี้

1. ทำรายการสิ่งที่คาดหวังว่านักเรียนจะตอบสนองต่อปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีพื้นฐานความรู้และประสบการณ์แตกต่างกัน เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาก็จะนำความรู้และ

ประสบการณ์ที่ตนเองมีอยู่มาใช้ทำความเข้าใจปัญหาและกำหนดวิธีการแก้ปัญหาที่มีความหมายในแนวทางของแต่ละคน ดังนั้นครูจะต้องจัดทำรายการเกี่ยวกับวิธีการคิดหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คาดว่านักเรียนจะนำมาใช้เตรียมพร้อมไว้ด้วย การสอนของครูที่อยู่บนพื้นฐานความคิดของนักเรียนเป็นการส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจที่มีอยู่ก่อนแล้วย่อมเป็นแรงผลักดันให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งมั่นคง แม้ว่าวิธีการของนักเรียนอาจดูไม่เป็นแบบแผนสวยงามแต่ครูสามารถสอนต่อและคอยประทับประคองให้อยู่ในแนวทางที่ชัดเจนรัดกุมยิ่งขึ้น

2. ทำจุดประสงค์ของการนำปัญหามาใช้ให้ชัดเจน ครูควรเข้าใจบทบาทของปัญหาในแผนการสอนโดยตลอด ปัญหาสามารถใช้เป็นประเด็นอิสระ ใช้แนะนำโน้มนำใหม่ ๆ หรือใช้เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนแสดงการใช้ผลรวมของการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิดมักใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในการแนะนำหรือใช้เป็นบทสรุป โน้มนำและประมวลความรู้ สิ่งที่มีคุณค่าอีกประการหนึ่งของปัญหาปลายเปิดคือ การเปิดโอกาสให้มีวิธีคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังนั้นครูสามารถใช้เป็นสื่อในการแนะนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาดัง ๆ ได้ ซึ่งจะต้องกำหนดไว้ในจุดประสงค์ให้ชัดเจน

3. ศึกษาวิธีการเสนอปัญหาเพื่อที่จะได้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายของปัญหา หรือเข้าใจในสิ่งที่คาดหวังได้อย่างง่าย ๆ ปัญหาจำต้องแบ่งและขยายออกเพื่อที่นักเรียนจะได้เข้าใจได้ง่ายขึ้นและมองเห็น แนวทางที่จะแก้ปัญหา ปัญหาบางปัญหามีความซับซ้อนแม้ว่าครูต้องการให้นักเรียนได้คิด แก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างอิสระแต่นักเรียนอาจมีประสบการณ์น้อยไม่เพียงพอที่จะแก้ปัญหาก็ได้ นักเรียนอาจสับสนและเลิกแก้ปัญหาก็ได้ ซึ่งครูจะต้องหาวิธีนำเสนอปัญหาให้ง่ายขึ้นเพื่อเป็นแนวทางให้กับนักเรียน

4. ทำปัญหาให้ดึงดูดความสนใจเท่าที่จะทำได้ ปัญหาจะต้องทำให้เห็นได้ชัด ๆ และเป็นที่น่าสนใจของนักเรียน ควรสร้างแง่มุมที่กระตุ้น ความอยากรู้อยากเห็นอยากลองคิด เพราะว่า การแก้ปัญหาลายเปิดต้องใช้เวลาในการคิดและไตร่ตรอง ปัญหาต้องดึงดูดความสนใจเพียงพอที่จะทำให้ นักเรียนเอาใจจดจ่ออยู่กับการแก้ปัญหา วัสดุอุปกรณ์ รูปแบบ แผนภาพ และสื่ออื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันนี้สามารถใช้เป็นสื่อช่วยเพียงทำความเข้าใจปัญหาและช่วยให้การแก้ปัญหานั้นไป ด้วยความถูกต้อง

5. ต้องยอมให้ใช้เวลาเพียงพอที่จะสำรวจศึกษาปัญหาอย่างเต็มที่ในกลุ่มของนักเรียน บางครั้งต้องใช้เวลามากตั้งแต่การเสนอปัญหา การอภิปรายเพื่อหาทางแก้ปัญหา การได้คำตอบ และการสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ครูต้องใช้เวลาอย่างเพียงพอกับนักเรียน บทเรียนหนึ่ง ๆ ควรใช้เวลาประมาณ 2 คาบ คาบละ 40 - 50 นาที เพราะนักเรียนต้องใช้เวลาในการศึกษาทำความเข้าใจปัญหา ร่วมกันอภิปรายเพื่อค้นหาสาระสำคัญ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้เวลาไม่น้อยกว่า 1 คาบภายในกลุ่ม เวลาที่เหลือเป็นการนำเสนอข้อความรู้หรือข้อค้นพบของกลุ่มและการอภิปรายระหว่างกลุ่มร่วมกันทั้งชั้นและการให้ข้อเสนอแนะของครู ในกรณีทั่วไปเมื่อเป็นการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ครูจะต้องจัดการและจัดสรรเวลาอย่างระมัดระวัง เพราะนักเรียนอาจนำเสนอหรืออภิปรายกันในสิ่งที่ทั้งคาดหวังและไม่คาดหวัง ควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหาอย่างเพียงพอ ปัญหาบางปัญหาอาจต้องใช้ความรู้อื่นที่ นอกเหนือไปจากบทเรียนที่กำลังเรียน บางปัญหาต้องใช้เวลามากสำหรับการไตร่ตรอง

6. เลือกปัญหาให้เหมาะสมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำ สิ่งหนึ่งที่นักเรียนต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา ครูต้องเลือกสถานการณ์ปัญหาให้เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและให้เหมาะสมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำ ครูสามารถแนะนำยุทธวิธีแต่ละอย่างและช่วยนักเรียนในการเรียนรู้เมื่อนักเรียนมีความพร้อมมากขึ้น เมื่อเผชิญกับปัญหานักเรียนจะเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมด้วยตนเอง

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Bell (1978) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหามีช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติและหลักการต่าง ๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหเป็นทั้งทักษะซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการหรือกระบวนการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้เพื่อค้นหาคำตอบ

กระบวนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

Polya (1985) ได้นำเสนอเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาคด้วยถ้อยคำของตนเอง

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา พิจารณามีคำตอบหรือมีวิธีแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

Bell (1978 อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบหรือชุดคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบรวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำ กฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

ทิสนา เขมมณี (2548) ได้กล่าวถึง วิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ว่ามีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกต โดยให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจน สามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น ๆ

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ โดยให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็น ปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างทางเลือก โดยให้นักเรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นหา ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมี การกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่กันนักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก โดยนักเรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

ขั้นที่ 5 สรุป โดยนักเรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเองซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนด แล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการคาดเดาครั้งแรก
2. ยุทธวิธีการวาดภาพ เป็นการแสดงสถานการณ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ออกมาเป็นภาพเพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการแจงแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสถานการณ์ที่ปัญหากำหนดโดยนำมาเขียนในรูปตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น
5. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นแบบรูปหรือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ
6. ยุทธวิธีแบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณีทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา
7. ยุทธวิธีการใช้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9. ยุทธวิธีสร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงการใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขได้ง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน ยุทธวิธีมองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

สิริพร ทิพย์คง (2544) ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาไว้ดังนี้

1. การหาแบบรูป เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นแบบรูปทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นแบบรูปของจำนวน หรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือแผนภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ
3. สร้างแบบรูป
4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบแบบรูป และข้อชี้แนะอื่น ๆ
5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ
6. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่จำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกกรณี

7. การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ และเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไร ในการแก้ปัญหานักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้กับการแก้ปัญหที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. การระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหาบางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาเล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ ไปตอบปัญหาที่กำหนดหรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2550) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามathematics ดังนี้

1. การหาแบบรูป เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาคิดแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหามustวิเคราะห์ และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการใช้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาคใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาคคล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์ หากความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหา นั้น ๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีกรณีที่จำนวนกรณีที่น่าจะเกิดขึ้น มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ทางปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการเรื่องของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8. แบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่

โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้วในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมกว่าคือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำ
คร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เป็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่
ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่
กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครอบคลุมเป็น
หมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จาก
ข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครอบคลุมทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่าง ๆ
ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบ
ของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียน
ลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้
ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหามathศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาแนวโน้มทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็น
สาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่าง
กว้างขวางในการแก้ปัญหามathศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จาก

การร้อยลูกปัด การเล่นเกมไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8,... ; 30, 27, 24, 21,... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนจะเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (Breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธหามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาคควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วน of ปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาคต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาคดูเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาคที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาได้ง่าย คือการแบ่งปัญหาคออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาคที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาคด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคกำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาคจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาคสามารถสร้างความสัมพันธ์

ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหามathematics เป็นการใช้อย่างข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาคำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ก่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่าเป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามathematics ที่พบได้บ่อย ๆ ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การเดาและตรวจสอบ การสร้างตารางหรือกราฟ การทำย้อนกลับ การกำหนดตัวแปร การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การให้เหตุผล การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ และการเปลี่ยนมุมมองปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

The National Council of Teachers of Mathematics (1991) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามathematics สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงหรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการส่งเสริมประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ซึ่งบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติแรงจูงใจ สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

5. ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิดคือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหาโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหา ระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่ง

สำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดีจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่าแบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้การจัดสภาพแวดล้อมก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนเช่นกัน

แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่าไว้ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปราย การถกเถียงและการให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการปฏิสัมพันธ์ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้

สิริพร ทิพย์คง (2536) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับทุกคน

5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้อ่านภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยนักเรียนคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่คล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหานั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ไขปัญหานั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหากลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) เสนอวิธีการสอนของครู โดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้ยุทธวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จำทำให้ปัญหาความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาแก่นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หาคำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกม้าง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกม้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะเริ่มทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสม ถูกต้องกับการแก้ปัญหา นั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดง การแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับ ปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555) ยังได้กล่าวถึงแนวทาง ในการส่งเสริมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ สามารถสรุปได้ ดังนี้

1. ครูจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนความคิดในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเองมากกว่าที่จะทำตามขั้นตอนที่ครูบอก

2. ในการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอน ครูควรให้เวลานักเรียนในการคิดด้วยตนเอง โดยการใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพเป็นตัวกระตุ้นและ ไม่ควรเน้นเรื่องคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าเหตุผลในการหาคำตอบของนักเรียน เพื่อครูจะได้รู้ว่านักเรียนคิดอย่างไร ครูควรเปลี่ยนพฤติกรรมจากการเป็นผู้สอนและอธิบายมาเป็นผู้กำกับให้นักเรียนคิดหาเหตุผลและใช้เหตุผล

3. การสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากคิดและอยากแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจใช้กิจกรรมการเล่นเกมหรือแข่งขันในบางครั้ง

4. ในช่วงชั้นต้น ๆ ครูไม่ควรคาดหวังกับการแสดงวิธีทำของนักเรียน นักเรียนอาจจะหาได้เฉพาะคำตอบเพียงอย่างเดียว สิ่งที่ครูควรทำ คือถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านั้นได้มาอย่างไรและทำไมจึงได้เช่นนั้น

5. การเลือกโจทย์ปัญหาที่จะนำมาสอน ครูควรคำนึงถึงความยากง่าย ให้เหมาะสมกับวัย และสติปัญญาของนักเรียน ไม่ควรใช้โจทย์ที่ยากเกินไป แต่ควรเป็นโจทย์ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันให้มาก อาจเพิ่มลักษณะ โจทย์ที่ท้าทายสำหรับนักเรียนบางคนที่มีความถนัด

6. ครูควรเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนค้นคว้าและแสวงหาคำตอบด้วยตนเอง

7. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างทั่วถึง โดยใช้วิธีการต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

8. ควรฝึกให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเพื่อเสริมทักษะด้านต่าง ๆ เช่น ฝึกการสังเกต ฝึกการบันทึก ฝึกการฟัง ฝึกการถาม ฝึกการตอบ ฝึกการตั้งข้อสันนิษฐาน ฝึกการค้นคว้าหาคำตอบจากแหล่งต่าง ๆ และฝึกทำโครงการ

9. ครูไม่ควรรีบเฉลยปัญหา แต่อาจชี้แนะแบบกว้าง ๆ ให้นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วค่อย ๆ เสริมรายละเอียดมากขึ้นตามความเหมาะสม

10. ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย เกิดปัญหาและอยากค้นคว้าหาคำตอบ

11. ครูควรสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน โดยการแบ่งกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา หรือช่วยกันหาโจทย์ปัญหาหรือแต่งโจทย์จากสถานการณ์ต่าง ๆ

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

Charles, Lester, and O'Daffer (1987 อ้างใน ทรงชัย อักษรคิด, 2555) ได้เสนอแนวทาง/วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหามาไว้ 4 ประการ ดังนี้

วิธีที่ 1 การสังเกตและการใช้คำถาม

การสังเกตและการใช้คำถามกับนักเรียน ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับการแสดงออก เจตคติ และความเชื่อต่าง ๆ การสังเกตอย่างไม่เป็นทางการ และการใช้คำถามกับนักเรียนสามารถใช้ประเมินเมื่อนักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล ในกลุ่มเล็ก หรือในขณะที่อภิปรายร่วมกันทั้งชั้น คาดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุดระหว่างที่นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือในกลุ่มเล็ก เนื่องจากครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจดบันทึก ขณะที่มีการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เครื่องมือในการประเมินที่ครูต้องเตรียมไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ หรือ มาตรฐานค่า

วิธีที่ 2 การใช้การประเมินข้อมูลด้วยตัวของนักเรียนเอง

วิธีการใช้การประเมินข้อมูลเฉพาะตัวของนักเรียนจะมีคุณค่ามากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงานหรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจและความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด เครื่องมือสำหรับประเมินวิธีนี้ คือ สมุดรายงานผล (Students' report) ที่นักเรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ภายหลังจากที่แก้ปัญหาสำเร็จแล้ว ทั้งนี้ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับและอธิบายความคิดของนักเรียนขณะที่แก้ปัญหาได้ เช่น

- นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหานักเรียนคิดถึงอะไร
- นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเลยหรือไม่ ใช้ยุทธวิธีใด ผลเป็นอย่างไร
- ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผลเป็นอย่างไร
- นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าคำตอบที่หาได้ถูกต้อง

วิธีที่ 3 การใช้แบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา ได้แก่ แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple choice tests) และแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion tests) โดยแบบทดสอบชนิดเลือกตอบจะประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละข้อคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกตอบตัวเลือกที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว ส่วนแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้นักเรียนเติมคำหรือใส่ประโยคที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

วิธีที่ 4 การให้คะแนนแบบรูปrik

1) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าของคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนามาตราส่วนของการให้คะแนนของการวิเคราะห์คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ประเมินสนใจ และขั้นตอนที่สองคือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน

2) การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นวิธีการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ แต่ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การสร้างเกณฑ์การให้คะแนนมีความสัมพันธ์กับกระบวนการคิดแก้ปัญหาในมุมมองที่แตกต่างกับการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ โดยการให้คะแนนแบบองค์รวมจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะลงไปถึงประเด็นต่าง ๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด

เกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนเป็นการประเมินคุณภาพที่สามารถแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพในการปฏิบัติงานของนักเรียนได้อย่างชัดเจน โดยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานของนักเรียนหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วยตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของ

นักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม (ชานนท์ จันทรา, 2554) โดยเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้เสนอไว้ต่างกัน ดังนี้

ตารางที่ 2.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ทำความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	• เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	• เข้าใจปัญหบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	• เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา	3 (ดี)	• เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	• เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	• เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	• นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	• นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	• นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	• สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	• สรุปคำตอบได้ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	• ไม่มีการสรุปคำตอบ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546)

ตารางที่ 2.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
5	• เขียนแสดงวิธีคิดได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4	• เขียนแสดงวิธีคิดได้ถูกต้อง นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในบางส่วน หรือเขียนไม่ชัดเจนสมบูรณ์ในบางส่วน
3	• เขียนแสดงวิธีคิดส่วนใหญ่ถูกต้อง แต่มีข้อผิดพลาดบางอย่างในขั้นการคิดคำนวณจึงทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
2	• เขียนแสดงวิธีคิดบางส่วนถูกต้อง บางส่วนไม่ถูกต้อง นำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือ • ไม่เขียนแสดงวิธีคิดเลย แต่มีเพียงเฉพาะคำตอบที่ถูกต้อง
1	• เขียนแสดงวิธีคิดไม่ถูกต้อง นำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
0	• ไม่เขียนแสดงวิธีคิดและคำตอบเลย (ส่งกระดาษเปล่า) หรือ • เขียนเพียงคัดลอกข้อมูลมาจากโจทย์เท่านั้น หรือ • เขียนนอกเรื่อง นอกประเด็น ไม่สัมพันธ์กับโจทย์

ที่มา: ทรงชัย อักษรคิด (2555)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย และมีเกณฑ์ในการให้คะแนนแบบองค์รวม ซึ่งมีรายละเอียดจะกล่าวถึงต่อไปในบทที่ 3 หัวข้อ การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ทำการวิจัยเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างจำนวน 95 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใน

กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่เรียนก่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาย่างละเอียด ไปเป็นการแก้ปัญหที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง ในระยะสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญาเองได้อย่างอิสระ ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญาหลังเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ดีกว่าปัญาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย 2) ผลการประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญา พบว่า พฤติกรรมความคิดแก้ปัญาที่เรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ทฤษฎีแก้ปัญา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญาของนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ "ต้องแก้ไข" พฤติกรรมความคิดแก้ปัญาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ "ดี" และ "ดีมาก" และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญาหลังเรียนพบว่า พฤติกรรมความคิดแก้ปัญาในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ "ดี" 3) ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ 4) ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่น สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

ปานจิต รัตนพล (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 110 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองสูงกว่าเกณฑ์ 50 % 2) หลังการทดลองนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 3) นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังการทดลองมีความคิดสร้างสรรค์สูงขึ้นจากก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 4) หลังการทดลองนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มี

ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 แต่นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลางมีความคิดสร้างสรรค์ไม่สูงกว่านักเรียนที่มีระดับการเรียนทางคณิตศาสตร์

กษมา วุฒิสารวัฒนา (2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิตติมา ขอบเอียด (2551) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

สาลิณี เรืองจ้อย (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่องลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ จังหวัดสมุทรสาคร ที่ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 35 คน ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยต่างประเทศ

Becker and Shimada (1997) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัย พบว่า การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียน มีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มีมาก่อน ทักษะและวิธีการคิด มาบูรณาการเข้า Becker เชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีปฏิบัติซึ่งอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

Lubienski (2001) ได้ศึกษาผลจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงและต่ำ งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ผลพบว่านักเรียนที่มีสถานะทางสังคมสูงนั้นจะมีความมั่นใจในความสามารถของตนเองสูงส่งผลให้พฤติกรรมในการแก้ปัญหาปลายเปิด คือ นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียน พยายามสร้างแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น และมีความพยายามในการหาแนวทางการแก้ปัญหาแม้ว่าจะเกิดความล้มเหลวในครั้งแรกในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนอีกกลุ่มจะมีความกังวลในการเรียนด้วยปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความรู้สึกลัวถูกทอดทิ้งจากผู้สอน ไม่สามารถเริ่มต้นการแก้ปัญหาได้ นักเรียนอาจจะเรียนโดยมีแบบเรียนเป็นต้นแบบในการเรียนหรือมีครูแนะนำวิธีการแก้ปัญหามากกว่า ถึงอย่างไรก็ตาม หลังจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนทั้งหมดมีคะแนนการสอบปลายภาคเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งสองกลุ่ม แต่ นักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงจะสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ดีกว่า

Loe and Chen (2004) ได้ทำศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องเรขาคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพบว่า หลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดย

ใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจจากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85 % มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะพบว่าการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะทำให้ให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิมและนักเรียนได้พบกับสถานการณ์ที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหา เป็นคนมีเหตุผล เป็นนักคิดนักแก้ปัญหาที่ดี

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดีขึ้นไป
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มุ่งศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยมีรายละเอียดและขั้นตอนการดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวน 11 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 495 คน

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือแต่ละเครื่องมือแต่ละชนิด ดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีทั้งหมด 11 แผน ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และหลักสูตรแกนกลาง
ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อวิเคราะห์
สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” จากหนังสือ
แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน
3. ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากตำราต่าง ๆ และเขียนแผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแบ่งเนื้อหาของบทเรียนออกเป็น
11 คาบ ดังนี้
 - คาบที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (1)
 - คาบที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (2)
 - คาบที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (1)
 - คาบที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (2)
 - คาบที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (3)
 - คาบที่ 6 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (1)

คาบที่ 7 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (2)

คาบที่ 8 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (3)

คาบที่ 9 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (1)

คาบที่ 10 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)

คาบที่ 11 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (3)

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา ความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจนสมบูรณ์แล้วไปใช้ประกอบการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนเขียนตอบและแสดงวิธีการหาคำตอบโดยแบ่งการทดสอบให้อยู่หลังการเรียนการสอนในคาบที่ 5, 8 และ 11 คาบละ 2 ข้อ 1 ข้อ และ 2 ข้อ ตามลำดับ และใช้เวลาในการทดสอบครั้งละ 15 – 30 นาที มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดโดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแบบองค์รวม ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาสาระการเรียนรู้ หลักการ ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากหลักสูตร คู่มือครู และหนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดสาระการเรียนรู้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

2. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ดังนี้

ตารางที่ 3.1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
5	เขียนแสดงวิธีคิดได้ชัดเจน ถูกต้อง เหมาะสม ได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์
4	เขียนแสดงวิธีคิดที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีข้อผิดพลาดในบางส่วนเล็กน้อย
3	เขียนแสดงวิธีคิดส่วนใหญ่ถูกต้อง มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจในปัญหา แต่มีข้อผิดพลาดบางอย่างในขั้นการคำนวณจึงทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง
2	เขียนแสดงวิธีการคิดบางส่วนถูกต้อง บางส่วนไม่ถูกต้อง มีสิ่งที่บ่งบอกความเข้าใจปัญหาบางประการ และมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือพยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ไม่เหมาะสม
1	เขียนแสดงวิธีการคิดที่ไม่ถูกต้อง นำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือพยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหาวิธีแก้ปัญห่อื่น
0	ส่งกระดาษเปล่าหรือไม่แสดงการแก้ปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหาโดยไม่ปรากฏวิธีคิด เขียนเฉพาะคำตอบแต่เป็นคำตอบที่ผิดโดยไม่แสดงวิธีคิด

ที่มา: ปรับจาก ทรงชัย อักษรคิด (2555)

3. สร้างแบบทดสอบที่ให้นักเรียนเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ 5 ข้อ โดยครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความครอบคลุมของสาระการเรียนรู้ ความชัดเจนของข้อคำถาม และเกณฑ์การให้คะแนน แล้วนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เหมาะสม

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรับปรุงและแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา สาระการเรียนรู้ และวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา จำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์
2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากเอกสารต่าง ๆ แล้วดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ตามที่ศึกษา มาและตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 20 ข้อ
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบในแง่ความตรงเชิงเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม ตัวเลือก ตัวลวง จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงและแก้ไขให้เหมาะสม

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความชัดเจนของคำถามและตัวเลือกในแต่ละข้อกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมโดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ มีค่า IOC เป็น 1 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

5. นำแบบทดสอบที่ผ่านการวิเคราะห์ความสอดคล้องและปรับปรุงแก้ไขจนแล้วเสร็จไปทดลองใช้ (ทดลองนำร่อง) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสารวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 88 คน จากจำนวนห้องเรียน 2 ห้องเรียน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความยาก (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ โดยผู้วิจัยได้ตั้งเกณฑ์ค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยผลจากการทดสอบพบว่า ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 25 ข้อ มีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.11 - 0.80 และมีค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.11 - 0.59 และมีค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.71

6. ทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความยาก และค่าดัชนีอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์โดยต้องการจำนวนข้อสอบสำหรับจัดพิมพ์เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ จากจำนวน 25 ข้อ ซึ่งจากการหาคุณภาพของแบบทดสอบฉบับจริงในด้านความยาก อำนาจจำแนก และความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ พบว่า ข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบมีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.23 - 0.80 ค่าเฉลี่ยดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.23 - 0.59 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.78

7. นำแบบทดสอบฉบับจริงที่ได้เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบทดสอบอีกครั้ง

8. นำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล
2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 20 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที
3. ดำเนินการสอน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 50 นาที
4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 5 ข้อ โดยแบ่งการทดสอบให้อยู่หลังการเรียนการสอนในคาบที่ 5, 8 และ 11 คาบละ 2 ข้อ 1 ข้อ และ 2 ข้อ ตามลำดับ และใช้เวลาในการทดสอบครั้งละ 15 – 30 นาที
5. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ซึ่งเป็นฉบับเดียวกับที่ทำการทดสอบก่อนเรียนมาทำการทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติและวิธีการที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่

1.1 ค่าร้อยละ

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ค่าสถิติและวิธีการที่ใช้ในการพัฒนาเครื่องมือ

2.1 ค่าดัชนีความยากของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2 ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.3 ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้สูตรคำนวณค่าดัชนีความเที่ยงของ Kuder – Richardson

3. ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ใช้ค่าเฉลี่ย จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 5 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลดังนี้

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 5.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.50 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.00 – 3.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.50 – 2.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 2.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับที่ต้องปรับปรุง

4. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ Matched pairs t-test

5. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ One sample t-test



บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา
กรุงเทพมหานคร มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง
“ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน
สารวิทยา กรุงเทพมหานคร และ 2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”
โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
ซึ่งมีสมมติฐานการวิจัยว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดีขึ้น ไป 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
“ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และ
3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉลี่ย
หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์และ
สมมติฐานการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวิเคราะห์ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา หลังจากจบสาระการเรียนรู้ในแต่ละหัวข้อของ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

	ข้อที่					ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	5	
ค่าเฉลี่ย	4.55	3.78	3.89	3.48	3.42	3.82
ผลการประเมิน อยู่ในระดับ	ดีมาก	ดี	ดี	ปานกลาง	ปานกลาง	ดี

หมายเหตุ: ข้อสอบแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 5 คะแนน

จากตารางที่ 4.1 เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ โดยได้คะแนนรวมทุกข้อมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.82 คะแนน และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในแต่ละข้อ พบว่า ข้อที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ ข้อที่ 1 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.55 คะแนน อยู่ในระดับดีมาก ในขณะที่ข้อที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยรองลงมา คือ ข้อที่ 3 เรื่อง “บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.89 คะแนน อยู่ในระดับดี และข้อที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.78 คะแนน อยู่ในระดับดี และข้อที่ 4 เรื่อง “การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้” ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.48 คะแนน อยู่ในระดับปานกลาง แต่ข้อที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ ข้อที่ 5 เรื่อง “การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้” ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.42 อยู่ในระดับปานกลาง

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” และเมื่อนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ดำเนินการจัดการเรียนรู้กับนักเรียน จำนวน 11 คาบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่เป็นฉบับเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนเรียน ได้ผลดังต่อไปนี้

2.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ก่อนเรียนและหลังเรียน

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ก่อนเรียนและหลังเรียน สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ก่อนเรียนและหลังเรียน

คะแนน	n	$\bar{x}$	s	t	sig
ก่อนเรียน	40	5.58	2.53	17.946	0.000*
หลังเรียน	40	13.63	2.93		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

หมายเหตุ: แบบทดสอบมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน

จากตารางที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียน ($\bar{x}$ = 13.63) เพิ่มขึ้นจากคะแนนสอบก่อนเรียน ($\bar{x}$ = 5.58) แสดงว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้

2.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หลังเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 60

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หลังเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” หลังเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 60

คะแนน	N	μ	$\bar{x}$	S	t	sig
หลังเรียน	40	12	13.63	3.93	3.505	0.001*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

หมายเหตุ: ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็น 12 คะแนน

จากตารางที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 13.63 คิดเป็นร้อยละ 68.15 ของคะแนนเต็ม

ข้อวิจารณ์

จากการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียน สารวิทยา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ข้อวิจารณ์ดังนี้

จากผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์ได้ว่า อาจเนื่องมาจากประเด็นต่าง ๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. การใช้ปัญหาปลายเปิด

ผู้วิจัยได้นำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากปัญหาปลายเปิดมีจุดเด่นที่สำคัญคือ เป็นปัญหาที่มีคำตอบเปิดกว้าง หรือมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี เมื่อนักเรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว นักเรียนคนอื่น ๆ ก็ยังมีโอกาสที่จะหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก ดังนั้น การใช้ปัญหาแบบปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้นั้น นักเรียนแต่ละคนจึงมีโอกาสดังกล่าวที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเอง สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่ตามความสามารถโดยไม่ต้องกลัวว่าคำตอบจะผิด มีอิสระที่จะคิด นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยมีครูเป็นเพียงผู้คอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ นอกจากนี้ปัญหาปลายเปิดยังช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนความรู้และเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การยกเหตุผลเพื่อยืนยันคำตอบของตนเอง และจากการสร้างบรรยากาศในการจัดการเรียนการสอนที่เป็นกันเองระหว่างครูกับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ กล้าที่จะแสดงความคิดเห็นและตอบคำถาม ไม่รู้สึกกลัวเมื่อมีการพูดผิดหรือเขียนในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง กล้าที่จะถามครูเมื่อเกิดข้อสงสัยในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น สอดคล้องกับ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2549) ที่ได้กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันในระดับเรียนสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้เรียนเกิดการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันวิธีหนึ่งและจากการที่ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน ผู้เรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่น ๆ ได้จากเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เหตุผลที่แตกต่างจากแนวคิดของตนเอง ทำให้เอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน โดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหาเหล่านั้น ๆ

ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดจึงทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2544) เรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของ

นักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ ดีและดีมาก และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียน พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดี และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแกน สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปานจิต รัตนพล (2547) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองสูงกว่าเกณฑ์ 50 % และ สาลินี เรืองจู๋ย (2554) ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด และ จิตติมา ชอบเอียด (2551) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา

ในการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหา กระตุ้นให้นักเรียนคิดโดยใช้คำถามนำ และลองให้นักเรียนพยายามอ่านโจทย์และทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเองก่อน ถ้านักเรียนทำผิดแนวทาง ครูจึงคอยชี้แนะในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาหรือกำลังทำใบกิจกรรม เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” การวาดภาพประกอบเป็นสิ่งที่สำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ สิริพร ทิพย์คง (2536) ที่กล่าวว่า ครูควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหาและควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผังในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ที่กล่าวว่า ครูควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ ใช้ยุทธวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา ทำให้ปัญหา

มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ครูควรส่งเสริมให้นักเรียน คิดออกม้าง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกม้าง ๆ อาจอยู่ใน รูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้ เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และครูไม่ควรบอกรูปวิธีการแก้ปัญหากับ นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูล ต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หาคำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

3. การแบ่งกลุ่มทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดบางกิจกรรม ผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติ กิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งภายในกลุ่มจะมีการแลกเปลี่ยนความรู้ปรึกษาหารือซึ่งกันและกัน มีการซักถามและแสดงความคิดเห็น อภิปรายเนื้อหาในเรื่องที่เรียน ซึ่งจะช่วยสร้างความเข้าใจและ ความน่าสนใจได้ดีกว่าการฟังจากครูเพียงอย่างเดียว นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มอาจเสนอแนวทาง ในการแก้ปัญหายังไม่สมบูรณ์ครบถ้วน แต่เมื่อนำแนวคิดของทั้งกลุ่มมารวมเข้าด้วยกัน ทำให้ การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนั้น การที่ครูจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเองภายในกลุ่ม สมาชิกทุกคนต้อง ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทุกคนต้องให้ความสนใจ เอาใจใส่และพยายามทำกิจกรรมให้ดีที่สุด เพื่อให้กลุ่มประสบความสำเร็จ ให้ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ The National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่กล่าวไว้ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมี การอภิปราย การถกเถียงและการให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการปฏิสัมพันธ์ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูซึ่งเป็นวิธีการ ที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ ดังตัวอย่าง กิจกรรม “สร้างโจทย์พีทาโกรัส” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนปรึกษาหารือ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และระดมความคิดเห็นภายในกลุ่ม เพื่อสร้างโจทย์ปัญหาให้สอดคล้อง และเหมาะสมกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมทั้งหา คำตอบ ซึ่งสอดคล้อง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ซึ่งกล่าวว่า ครูควรสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน โดยการแบ่งกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา หรือ ช่วยกันหาโจทย์ปัญหาหรือแต่งโจทย์จากสถานการณ์ต่าง ๆ

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เป็นประโยชน์กับนักเรียน ช่วยให้นักเรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก มีความสนใจกระตือรือร้นและตั้งใจเรียนมากขึ้น มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจากการทำกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน และมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังนั้นจึงทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวน 11 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 495 คน

3. สารที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย

- 3.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 3.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 3.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 3.4 การนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ใช้ในการทดสอบก่อนเรียน 60 นาที ใช้เวลาในการสอน 11 คาบ คาบละ 50 นาที และการทดสอบหลังเรียน 60 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

5. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด

5.2 ตัวแปรตาม คือ

5.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

5.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 11 แผน

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลักษณะเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนเขียนตอบและแสดงวิธีการหาคำตอบ โดยแบ่งการทดสอบให้อยู่หลังการเรียนการสอนในคาบที่ 5, 8 และ 11 คาบละ 2 ข้อ 1 ข้อ และ 2 ข้อ ตามลำดับ และใช้เวลาในการทดสอบครั้งละ 15 – 30 นาที มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดที่ครอบคลุมสาระ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแบบองค์รวม ซึ่งมีทั้งหมด 6 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 คะแนน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน ที่มีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.80 ค่าเฉลี่ยดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.59 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงเท่ากับ 0.80

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย เครื่องมือ 3 ชนิด ได้แก่

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยมีขั้นตอน ดังนี้

3.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 20 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

3.2 ดำเนินการสอน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 50 นาที

3.3 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา มาทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 5 ข้อ โดยแบ่งการทดสอบให้อยู่หลังการเรียนการสอนในคาบที่ 5, 8 และ 11 คาบละ 2 ข้อ 1 ข้อ และ 2 ข้อ ตามลำดับ และใช้เวลาในการทดสอบครั้งละ 15 – 30 นาที

3.4 เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ซึ่งเป็นฉบับเดียวกับที่ทำการทดสอบก่อนเรียน มาทำการทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

4. ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.1 ข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ใช้ค่าเฉลี่ย โดยพิจารณาแบบองค์รวม ซึ่งทำการประเมินทั้งหมด 5 ข้อ โดยแต่ละข้อมีคะแนนตั้งแต่ 0 – 5 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผล ดังนี้

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 5.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.50 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.00 – 3.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.50 – 2.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 2.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
ระดับที่ต้องปรับปรุง

4.2 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน
เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ใช้ Matched-pairs t-test

4.3 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนกับ
เกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ใช้ One sample t-test

ผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด
ของนักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี โดยคะแนนรวมทุกข้อเฉลี่ยเท่ากับ 3.82 คะแนน จาก
คะแนนเต็ม 5 คะแนน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียน
สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 5.58
และได้คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 13.63 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียน
สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ยหลังเรียน 13.63
คิดเป็นร้อยละ 68.15 ของคะแนนเต็ม

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา
กรุงเทพมหานคร มีข้อเสนอแนะ ดังนี้

จากผลการวิจัยที่พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์สามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดไปปรับและประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาที่เหมาะสมต่อไปได้ ทั้งนี้ผู้วิจัยให้ข้อเสนอแนะเป็น 2 ประเภท คือ ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยและข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1. การจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ครูควรมีการเตรียมความพร้อมในทุก ๆ ด้านก่อนการจัดการเรียนรู้ ทั้งด้านเนื้อหาสาระ การเลือกวิธีสอน เทคนิคการสอน การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเวลาที่ใช้ในการสอน เนื่องจากเวลาในแต่ละคาบมีจำกัด นักเรียนต้องใช้เวลาฝึกทักษะการแก้ปัญหาและทำกิจกรรมต่าง ๆ ค่อนข้างมาก นอกจากนี้สถานที่ในการจัดการเรียนรู้ก็มีความสำคัญ ถ้าสถานที่มีความเหมาะสมนักเรียนก็จะมีสมาธิในการเรียน สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ได้สะดวก รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพ และครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ตลอดจนความรู้พื้นฐานของนักเรียนด้วย

2. ก่อนการทบทวนกิจกรรม ครูควรชี้แจงการทำกิจกรรมและขั้นตอนการปฏิบัติของนักเรียนอย่างละเอียดชัดเจน ครูควรแจ้งจุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอน เกณฑ์การให้คะแนน เพราะจะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจเรียนมากขึ้น

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ในระยะแรกนักเรียนอาจยังไม่คุ้นเคยกับการปฏิบัติกิจกรรม ครูต้องให้โอกาสนักเรียนทุกคนได้คิดก่อน หากนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้หรือใช้แนวทางในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ครูไม่ควรบอกคำตอบโดยทันที ครูควรใช้คำถามนำหรือแนะแนวทางให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ถ้าพบว่ามีนักเรียนที่ไม่สนใจเรียนหรือทำกิจกรรม ครูควรรีบเข้าไปพูดคุยและกระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมมากขึ้น นอกจากนี้ครูควรมีบทบาทในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน เช่น ในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรม เมื่อนักเรียนแสดงวิธีคิดหรือคำตอบที่ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง

หรือไม่สมเหตุผล ครูผู้สอนควรอธิบายให้นักเรียนทราบว่าเหตุใดวิธีคิดหรือคำตอบของนักเรียนจึงไม่ถูกต้อง หรือไม่สมเหตุผล ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าแม้การแก้ปัญหาลายเปิดจะสามารถมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือมีวิธีแก้ปัญหได้หลายวิธีแต่วิธีทำหรือคำตอบนั้นต้องสมเหตุผลด้วย

4. ครูควรเสริมแรง โดยกล่าวคำชมเชยนักเรียนที่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องหรือกล้าที่จะออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน ครูต้องคอยเสริมแรงกระตุ้นในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ให้กับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีกำลังใจในการเรียนรู้ กล้าที่จะแสดงความคิดเห็น และมีความมั่นใจในตนเองมากขึ้น

5. เมื่อมีการทดลองการใช้กิจกรรมไปแล้ว ครูควรวิเคราะห์ข้อบกพร่องของกิจกรรมเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของกิจกรรมและพัฒนากิจกรรมให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

6. ครูควรให้ความสำคัญกับการตรวจการบ้าน ใบกิจกรรม และแบบฝึกหัด พร้อมกับให้ข้อมูลย้อนกลับไปยังนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนทราบข้อบกพร่องของตนเอง และสามารถปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองต่อไป นอกจากนี้การตรวจการบ้าน ใบกิจกรรม และแบบฝึกหัด ยังทำให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อที่จะนำไปปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนการสอนครั้งต่อไป

7. ครูควรเพิ่มเวลาในคาบที่นักเรียนไม่มีการเรียน เพื่อสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจบทเรียนและเรียนรู้ซ้ำ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยการใช้ปัญหาลายเปิด ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ และระดับชั้นอื่น ๆ

2. ควรมีการศึกษาตัวแปรด้านอื่น ๆ เช่น ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาลายเปิด เป็นต้น

3. ควรมีการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ควบคู่ไปกับความสามารถในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น



เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กษมา วุฒิสารวัฒนา. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จิตติมา ขอบเอียด. 2551. การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชานนท์ จันทรา. 2554. “หน่วยที่ 14 การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน”. ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์เรียนรู้คณิตศาสตร์. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์บัณฑิตศึกษา, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

_____. 2550. ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทรงชัย อักษรคิด. 2555. การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: วิสตา อินเทอร์เน็ต จำกัด.

ทิสนา แคมมณี. 2548. รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียน
ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

_____. 2543. “กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด”.
วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับพิเศษ. หน้า 29-34.

_____. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา
คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ, 2551. การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์
ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปานจิต รัตนพล. 2547. ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความ
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิชากร แปลงประสพโชค. 2540. การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียน
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. ปรินญานิพนธ์
การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2549. โครงการปฏิบัติการกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาด้วยยุทธวิธีปัญหาปลายเปิด. ขอนแก่น: ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์จำกัด.

_____. 2542. “การแก้ปัญหา”. วารสารคณิตศาสตร์. 485-487 (กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-12.

ลัดดา ศิลาน้อย. 2549. “ปัญหาปลายเปิด Open Approach”. วารสารศึกษาศาสตร์. 29(1): 24-34.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2554. ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ:
ห้างหุ้นส่วนจำกัดอรุณการพิมพ์

_____. 2555. ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว
มีเดีย จำกัด

สมเดช บุญประจักษ์. 2540. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา
คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

_____. 2550. “การแก้ปัญหา (Problem Solving)”. วารสารคณิตศาสตร์ 51. 562-564
(กุมภาพันธ์-เมษายน): 71-73.

สาลีณี เรืองจุ้ย. 2554. ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.
ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. เอกสารประกอบวิชาทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุรชัย อินทสังข์. 2545. “ปลายเปิด: ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย”. การศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี. 31: 35-37.

อัมพร ม้าคนอง. 2553. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Anderson, K. B. and R. E. Pingry. 1973. **Problem Solving in Mathematics: Its Theory and Practice**. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Becker, J. P. and S. Shimada. 1997. **The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics**. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Bell, F. H. 1978. **Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)**. Iowa: Wm.C. Brown company Publishers, Dubuque.

Charles, R. and F. K. Lester. 1982. **Teaching Problem Solving. What, Why & How**. Dale Seymour Publications.

Loe, Q. J. and C. X. Chen. 2004. **The Open-ended Approach in Reforming Traditional Teaching**. Paper presented at the 10 th International Congress on Mathematics Education (online), www.icmeorganizers.dk/tsg14/#paper, September 2, 2013.

Lubienski, S. T. 2001. **Ethnicity and Mathematical Problem Solving**. Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association (online).
www.eric.ed.gov, September 5, 2013.

The National Council of Teachers of Mathematics. 1991. **Professional Standards for Teaching Mathematics**. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics

_____. 1995. **Principles and Standards for School Mathematics**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

_____. 2000. **Principle and Standard for School Mathematics**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. 1985. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. England: Penguin Books.





รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์
อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์พรรณอุษา พัฒนาวิวัฒน์พร
อาจารย์หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์ทิพพาวดี จันทร์คำ
อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (1)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีมุมภายในมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก มุมอีกสองมุมเป็นมุมประกอบหนึ่งมุมฉาก ซึ่งหมายความว่ามุมทั้งสองมีขนาดรวมกันได้ 90°

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้านได้
2. บอกลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมมุมป้านได้
3. บอกได้ว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก
4. สรุปความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

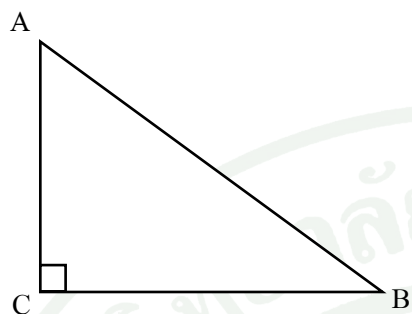
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. ตรงต่อเวลาและรับผิดชอบในการทำงาน
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีมุมภายในหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก มุมอีกสองมุมเป็นมุมประกอบหนึ่งมุมฉาก ซึ่งหมายความว่ามุมทั้งสองมีขนาดรวมกันได้ 90°

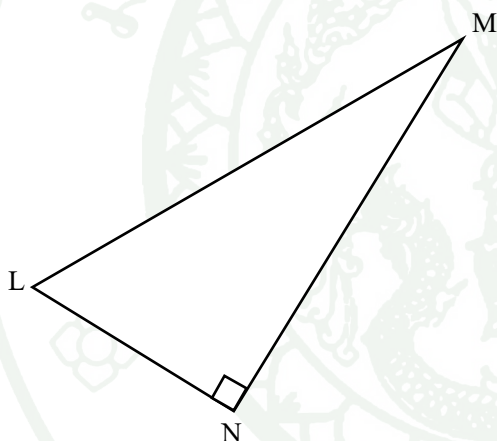
ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ จงหาว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก



ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ $\overline{AB}$

ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{AC}$ และ $\overline{CB}$

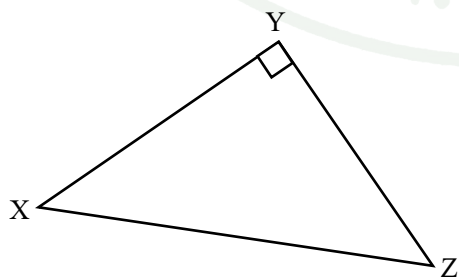
ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ จงหาว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก



ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ $\overline{LM}$

ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{LN}$ และ $\overline{NM}$

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ จงหาว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก



ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ $\overline{XZ}$

ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{XY}$ และ $\overline{YZ}$

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในชีวิตประจำวันโดยใช้ชุดบัตรภาพ
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากในชีวิตประจำวัน

2. ครูใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้

- นักเรียนพบรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในชีวิตประจำวันอื่น ๆ อย่างไรบ้าง
- นักเรียนสามารถนำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ประโยชน์ใดได้บ้าง

ขั้นสอน

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “ทบทวนรูปสามเหลี่ยม” (ปัญหาปลายเปิด) ให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น แล้วทบทวนลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้านโดยใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้

- นักเรียนสามารถแบ่งประเภทของรูปสามเหลี่ยมได้จากเกณฑ์ใดได้บ้าง
(แบ่งตามขนาดของมุมภายในและแบ่งตามความยาวของด้าน)
- ถ้าจะแบ่งประเภทของรูปสามเหลี่ยมตามขนาดของของมุมภายในจะแบ่งได้กี่ประเภท
อะไรบ้าง

(3 ประเภท คือ รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน)

- รูปสามเหลี่ยมแต่ละชนิดมีลักษณะอย่างไร
(รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือ รูปสามเหลี่ยมซึ่งมุมภายในทั้งสามมุมเป็นมุมแหลมรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีมุมภายในหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือ รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีมุมภายในมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน)

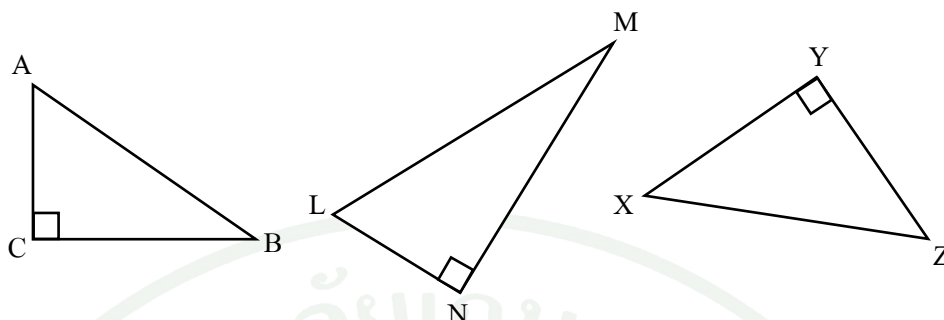
4. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 1 แล้วครูสุ่มนักเรียน 1 คนให้ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 2 แล้วครูสุ่มนักเรียน 1 คนให้ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

6. ครูสรุปความหมายของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีมุมภายในหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก มุมอีกสองมุมเป็นมุมประกอบหนึ่งมุมฉาก

7. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3 แล้วครูสุ่มนักเรียน 1 คนให้ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อค้นพบที่ได้ว่า “เมื่อกำหนดความยาวของด้านทั้งสาม คือ 2, 3 และ 6 เซนติเมตรให้ นักเรียนไม่สามารถสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ ถ้ากำหนดความยาวด้านทั้งสามมาให้อาจสามารถสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมได้เมื่อผลบวกของความยาวของด้านสองด้านใด ๆ ของรูปสามเหลี่ยมยาวกว่าความยาวของด้านที่เหลือ”

8. ครูติดชุดบัตรภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดานดังนี้



จากนั้นครูให้นักเรียนบอกส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก

9. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 (ปัญหาปลายเปิด) เรื่อง “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” ภายในเวลา 20 นาที จากนั้นร่วมกันอภิปรายผลที่ได้โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่าค่าที่ได้ในตารางอาจคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

ขั้นสรุป

10. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หลังจากทำใบกิจกรรมที่ 2 ซึ่งสรุปได้ว่าสำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

11. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของรูปสามเหลี่ยมอีกครั้งว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายในหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก

12. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ฉันคือรูปสามเหลี่ยมอะไร” (ปัญหาปลายเปิด) เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ชุดบัตรภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในชีวิตประจำวัน
2. ชุดบัตรภาพของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “ทบทวนรูปสามเหลี่ยม” (ปัญหาปลายเปิด)
4. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” (ปัญหาปลายเปิด)
5. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ฉันคือรูปสามเหลี่ยมอะไร” (ปัญหาปลายเปิด)

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 90
2. ตรวจสอบการทําใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “ทบทวนรูปสามเหลี่ยม” (ปัญหาปลายเปิด)	2. นักเรียนทําใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 80
3. ตรวจสอบการทําใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” (ปัญหาปลายเปิด)	3. นักเรียนทําใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 85
4. ตรวจสอบการทําใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “นั่นคือรูปสามเหลี่ยมอะไร” (ปัญหาปลายเปิด)	4. นักเรียนทําใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 80

บันทึกผลหลังการสอน

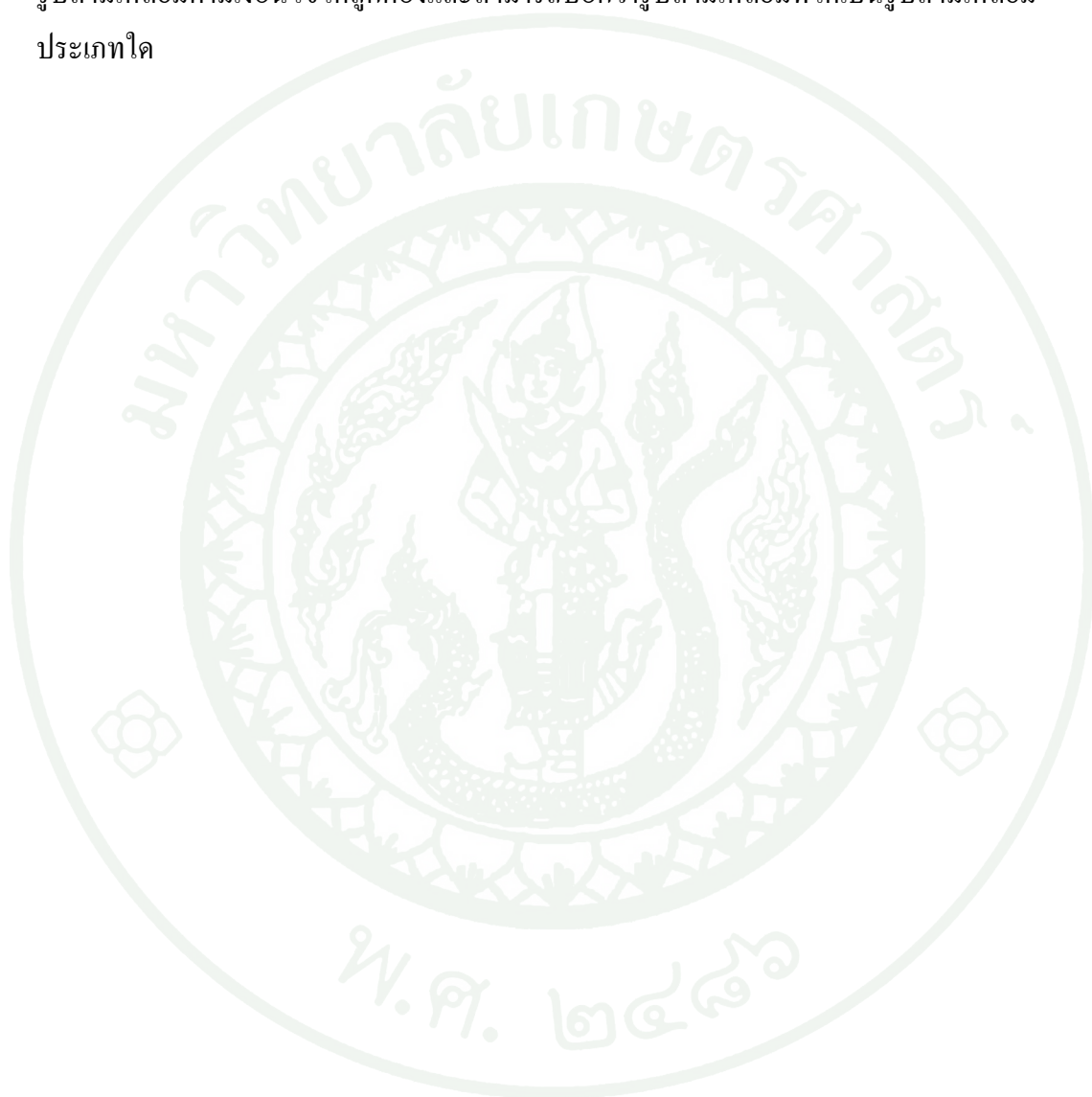
คาบแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นและตั้งใจเรียน เมื่อครูถามคำถามเกี่ยวกับประเภทและลักษณะของรูปสามเหลี่ยมนักเรียนสามารถตอบได้ถูกต้อง ขณะที่นักเรียนทําใบกิจกรรมที่ 1 ครูได้เดินสังเกตการทำงานของนักเรียนแล้วพบว่านักเรียนบางคนไม่มีไม้บรรทัด ทำให้ใช้เวลามากขณะทําใบกิจกรรมที่ 1 เพราะต้องรอใช้ไม้บรรทัดต่อจากเพื่อน ครูจึงกล่าวตักเตือนไป

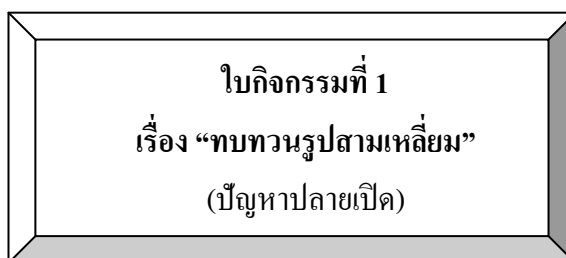
สำหรับใบกิจกรรมที่ 2 ข้อ 1 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกได้ว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่มีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถบอกว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉาก ครูจึงอธิบายให้นักเรียนฟังเพิ่มเติม นักเรียนเข้าใจและปฏิบัติกิจกรรมต่อจนเสร็จ

สำหรับใบกิจกรรมที่ 2 ข้อ 3 นักเรียนยังขาดความเข้าใจในการบันทึกผลจึงทำให้เสียเวลาในการเรียนการสอนบ้างเล็กน้อย แต่เมื่อครูได้อธิบายชี้แจงอีกครั้งนักเรียนก็สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ด้วยตนเอง โดยนำความยาวของด้านแต่ละด้านเติมลงในตารางได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางคนยังคำนวณค่ากำลังสองของความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากผิดพลาด ครูจึงให้นักเรียน

ทุกคนตรวจสอบการคำนวณของตนเองอีกครั้ง ทำให้นักเรียนที่คำนวณผิดได้ตรวจสอบคำตอบของตนเองจนถูกต้อง

สำหรับใบกิจกรรมที่ 3 ครูให้นักเรียนทำการบ้าน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขได้ถูกต้องและสามารถบอกว่ารูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมประเภทใด





ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้านอย่างละ 1 รูป พร้อมทั้งกำหนดชื่อจุดยอดมุมทั้งสามของแต่ละรูปสามเหลี่ยม และวัดความยาวด้านทุกด้าน

รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม	รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสาม คือ 3, 4 และ 5 เซนติเมตร แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

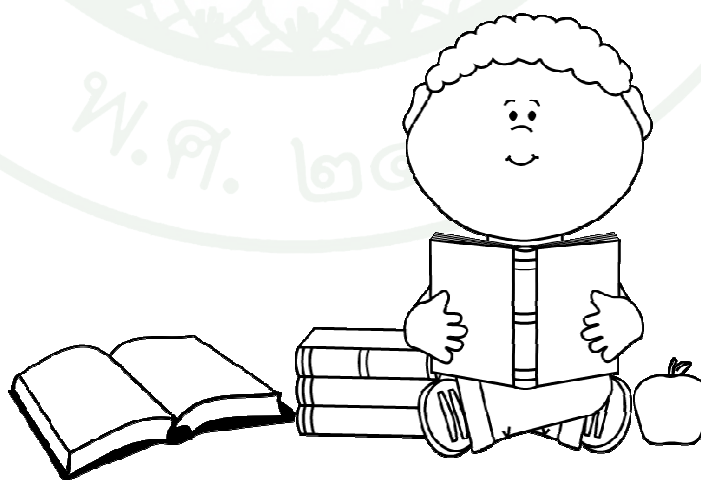
รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

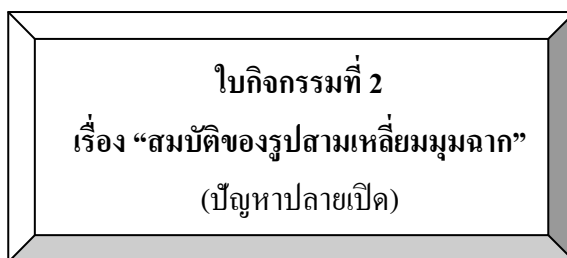
3. ให้นักเรียนลองสร้างรูปสามเหลี่ยม ที่มีความยาวของด้านทั้งสาม คือ 2, 3 และ 6 เซนติเมตร
นักเรียนค้นพบอะไร

ตอบ

.....

.....





ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีลักษณะรูปร่างหรือขนาดที่แตกต่างกัน 3 รูป ในกรอบด้านล่าง พร้อมทั้งกำหนดชื่อจุดยอดมุมทั้งสามของแต่ละรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วตอบคำถาม

1. ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่นักเรียนวาดคือด้านใด

ตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....คือ.....

ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....คือ.....

ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....คือ.....

2. ด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปคือด้านใดบ้าง

ตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....ด้านประกอบมุมฉากคือ.....และ.....

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....ด้านประกอบมุมฉากคือ.....และ.....

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....ด้านประกอบมุมฉากคือ.....และ.....

3. เมื่อให้ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป จงวัดความยาวของด้านแล้วเติมค่าที่ได้ลงตารางให้สมบูรณ์

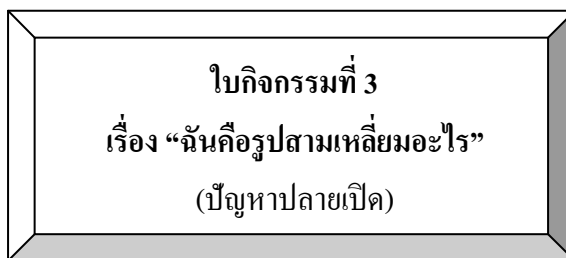
รูปที่	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
1							
2							
3							

4. จากตารางที่ได้ในข้อ 3 ด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ

.....

.....



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงกำหนดความยาวด้านทั้งสามโดยเติมค่าในตัวแปร a , b และ c แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามตามที่กำหนดต่อไปนี้และตอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

1. $a^2 + b^2 = c^2$

$a = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

$b = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

$c = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

2. $a^2 + b^2 < c^2$

a = ... เซนติเมตร

b = ... เซนติเมตร

c = ... เซนติเมตร

รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

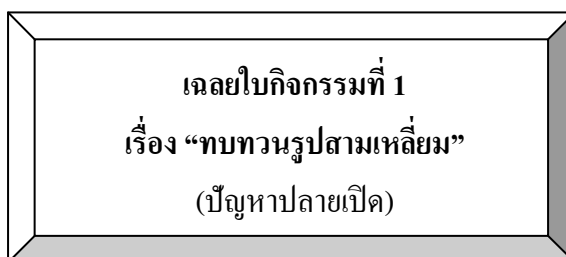
3. $a^2 + b^2 > c^2$

a = ... เซนติเมตร

b = ... เซนติเมตร

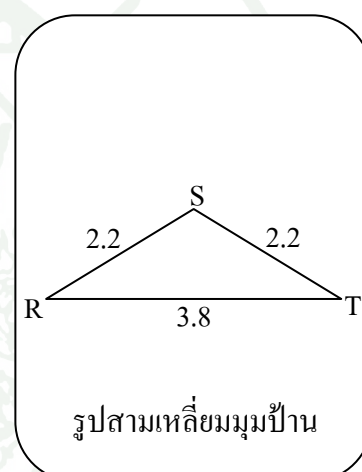
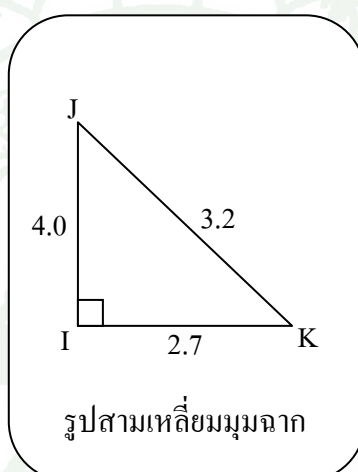
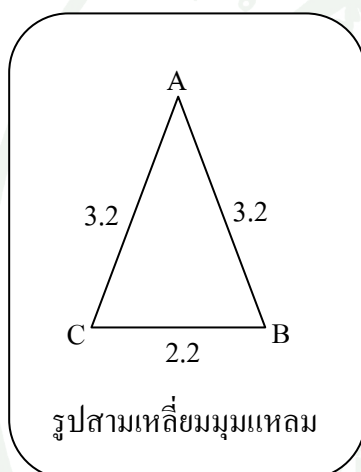
c = ... เซนติเมตร

รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

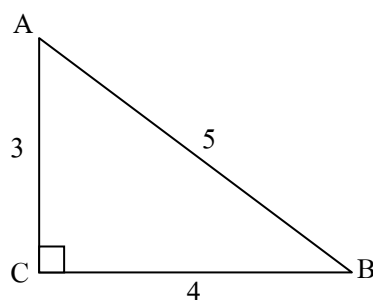


ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้านอย่างละ 1 รูป พร้อมทั้งกำหนดชื่อจุดยอดมุมทั้งสามของแต่ละรูปสามเหลี่ยม และวัดความยาวด้านทุกด้าน (ตัวอย่างคำตอบ)

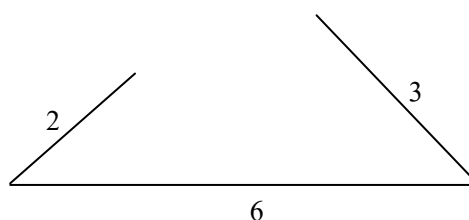


2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสาม คือ 3, 4 และ 5 เซนติเมตร แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

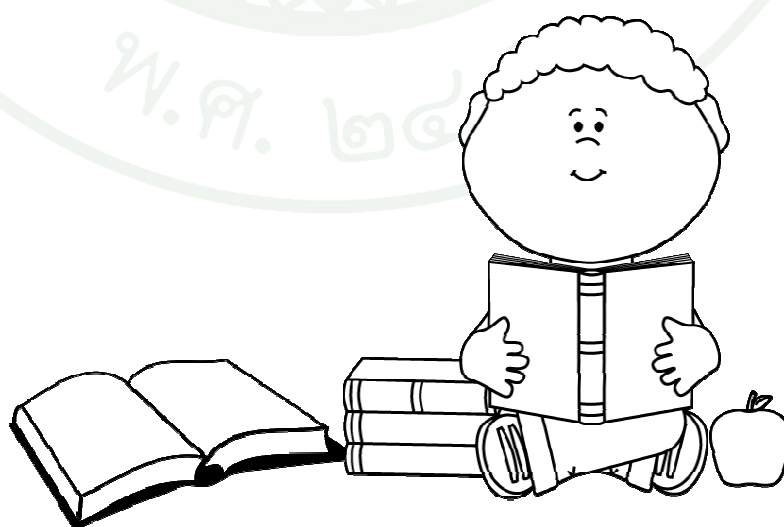


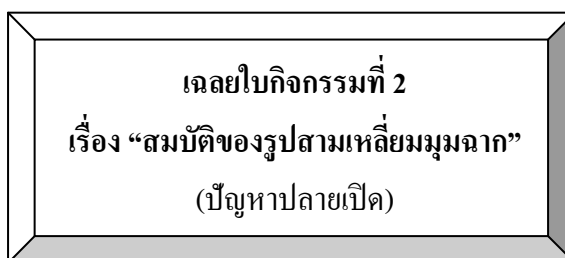
รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. ให้นักเรียนลองสร้างรูปสามเหลี่ยม ที่มีความยาวของด้านทั้งสาม คือ 2, 3 และ 6 เซนติเมตร
นักเรียนค้นพบอะไร



ตอบ ไม่สามารถสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ ถ้ากำหนดความยาวด้านทั้งสามมาให้ จะสามารถ
สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมได้เมื่อผลบวกของความยาวของด้านสองด้านใด ๆ ของ
รูปสามเหลี่ยม ยาวกว่าความยาวของด้านที่เหลือ

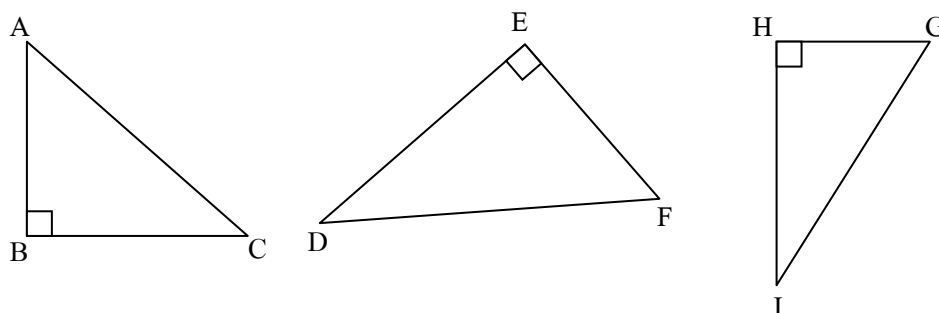




ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีลักษณะรูปร่างหรือขนาดที่แตกต่างกัน 3 รูป ในกรอบด้านล่างพร้อมทั้งกำหนดชื่อจุดยอดมุมทั้งสามของแต่ละรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วตอบคำถาม

(ตัวอย่างคำตอบ)



1. ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่นักเรียนวาดคือด้านใด

ตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC คือ $\overline{AC}$

ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF คือ $\overline{DF}$

ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก GHI คือ $\overline{GI}$

2. ด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปคือด้านใดบ้าง

ตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$

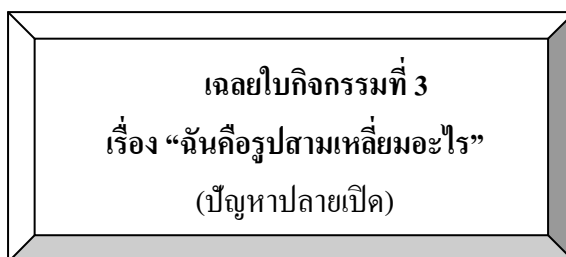
รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{DE}$ และ $\overline{EF}$

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก GHI ด้านประกอบมุมฉากคือ $\overline{HG}$ และ $\overline{HI}$

3. เมื่อให้ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป จงวัดความยาวของด้านแล้วเติมค่าที่ได้ลงตารางให้สมบูรณ์

รูปที่	A	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
1	2.5	2.9	3.8	6.25	8.41	14.44	14.66
2	2.6	3.5	4.4	6.76	12.25	19.01	19.36
3	3.1	2.0	3.7	9.61	4.00	13.69	13.61

4. จากตารางที่ได้ในข้อ 3 ด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
ตอบ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก (ทั้งนี้ค่าที่ได้ในตารางข้อ 3 อาจคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด)



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงกำหนดความยาวด้านทั้งสามโดยเติมค่าในตัวแปร a , b และ c แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามตามที่กำหนดต่อไปนี้และตอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

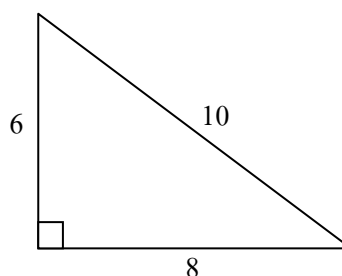
1. $a^2 + b^2 = c^2$

(ตัวอย่างคำตอบ)

$a = \underline{\quad 6 \quad}$ เซนติเมตร

$b = \underline{\quad 8 \quad}$ เซนติเมตร

$c = \underline{\quad 10 \quad}$ เซนติเมตร



รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....

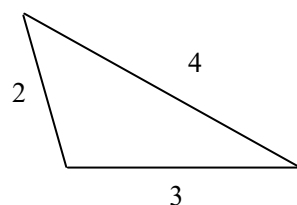
2. $a^2 + b^2 < c^2$

(ตัวอย่างคำตอบ)

$a = \underline{\quad 2 \quad}$ เซนติเมตร

$b = \underline{\quad 3 \quad}$ เซนติเมตร

$c = \underline{\quad 4 \quad}$ เซนติเมตร



รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน.....

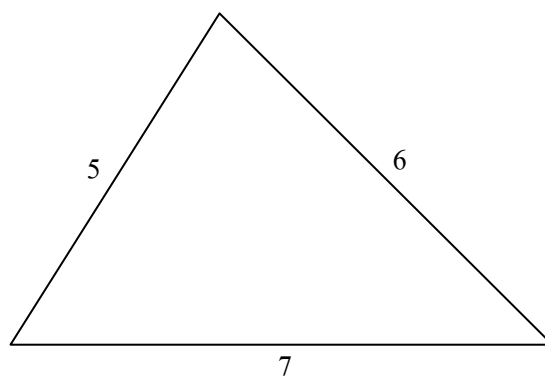
3. $a^2 + b^2 > c^2$

(ตัวอย่างคำตอบ)

$a = \underline{\quad 5 \quad}$ เซนติเมตร

$b = \underline{\quad 6 \quad}$ เซนติเมตร

$c = \underline{\quad 7 \quad}$ เซนติเมตร



รูปที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (2)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการ

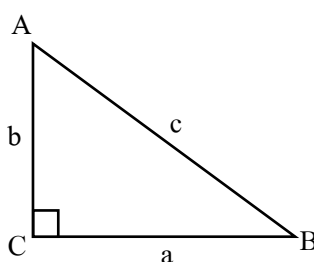
1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. ตรงต่อเวลาและรับผิดชอบในการทำงาน
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง

สาระการเรียนรู้

เมื่อกำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก ดังรูป



โดยที่ c แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

$$\text{จะได้ } c^2 = a^2 + b^2$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูสุ่มนักเรียน 1 คนออกมานำเสนอคำตอบใบกิจกรรมที่ 3 หน้าชั้นเรียนซึ่งเป็นกิจกรรมที่นักเรียนทำเป็นการบ้านเพื่อทบทวนความรู้ เรื่อง “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ขั้นสอน

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “สำรวจความยาวด้าน” (ปัญหาปลายเปิด) ภายในเวลา 15 นาที โดยครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยขณะปฏิบัติกิจกรรม

3. ครูสุ่มนักเรียน 2 คนออกมานำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 4 หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

4. ครูให้นักเรียนจับคู่กันและให้แต่ละคู่ทำใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง “สร้างคู่...รู้ว่ามี” (ปัญหาปลายเปิด) ภายในเวลา 15 นาที

5. ครูสุ่มนักเรียน 3 คู่ออกมานำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 5 หน้าชั้นเรียนโดยให้นักเรียนเขียนคำตอบบนกระดาน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ถ้านักเรียนคนอื่น ๆ ได้คำตอบแตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอให้ออกมานำเสนอเพิ่มเติม

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหลังจากทำใบกิจกรรมที่ 4 และ 5 เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอีกครั้ง

7. ครูให้นักเรียนรวบรวมส่งใบกิจกรรมที่ 4 และ 5 ทำยคาบเรียน

8. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 6 เรื่อง “ช่วยคิดช่วยสร้าง” (ปัญหาปลายเปิด) และแบบฝึกหัด หน้า 67 ข้อ 1, 2 และ 3 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ไม้โปรแทรกเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “สำรวจความยาวด้าน” (ปัญหาปลายเปิด)
3. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง “สร้างดู...รู้ว่ามี” (ปัญหาปลายเปิด)
4. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง “ช่วยคิดช่วยสร้าง” (ปัญหาปลายเปิด)
5. หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของบริษัทอักษรเจริญทัศน์ อจท.จำกัด

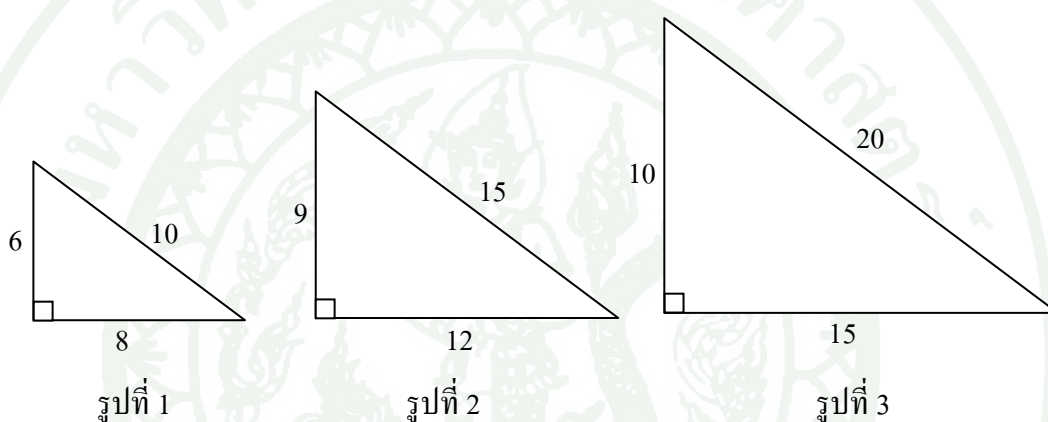
การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 90
2. ตรวจสอบการทำใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “สำรวจความยาวด้าน” (ปัญหาปลายเปิด)	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 95
3. ตรวจสอบการทำใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง “สร้างดู...รู้ว่ามี” (ปัญหาปลายเปิด)	3. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 80
4. ตรวจสอบการทำใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง “ช่วยคิดช่วยสร้าง” (ปัญหาปลายเปิด)	4. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 85
5. ตรวจสอบแบบฝึกหัด หน้า 67 ข้อ 1, 2 และ 3	5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 95

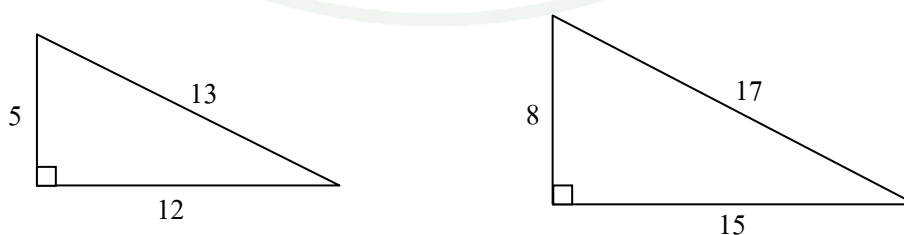
บันทึกผลหลังการสอน

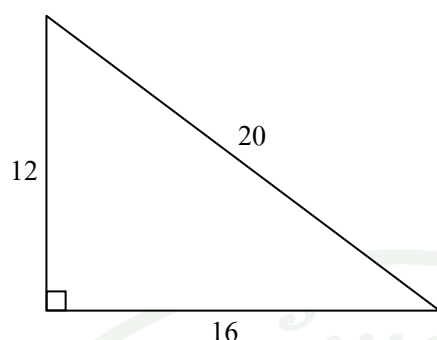
สำหรับใบกิจกรรมที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนยังไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วได้ เนื่องจากยังไม่เข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วมีลักษณะอย่างไร ครูจึงอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนจึงเข้าใจ และสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่นำไม้โปรแทรกเตอร์มา ครูจึงกล่าวตักเตือนไป

สำหรับใบกิจกรรมที่ 5 จากการที่ครูสังเกต พบว่า นักเรียนให้ความร่วมมือในกิจกรรมกลุ่ม เป็นอย่างดี ช่วยกันคิด ช่วยกันทำ แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ได้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิดในลักษณะนี้ ครูจึงยกตัวอย่างความยาวของส่วนของเส้นตรง 3, 4 และ 5 หน่วย และให้นักเรียนสังเกต แล้วตรวจสอบว่าเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ นักเรียนทุกคนตั้งใจและกระตือรือร้นหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปอื่น ๆ ที่แตกต่างจากที่ครูยกตัวอย่าง เมื่อครูสุ่มนักเรียนกลุ่มที่หนึ่งออกมานำเสนอคำตอบ พร้อมทั้งวาดรูปบนกระดาน คำตอบของนักเรียนกลุ่มที่หนึ่ง คือ



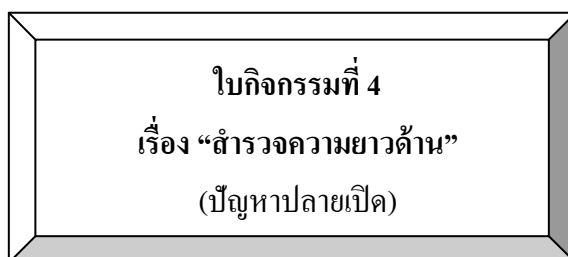
ครูให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง นักเรียนตอบได้ถูกต้องว่า รูปที่ 1 และรูปที่ 2 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แต่รูปที่ 3 ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมให้เหตุผลประกอบ เนื่องจากปัญหาในลักษณะนี้เป็นปัญหาปลายเปิดและยังมีคำตอบที่ถูกต้องอีก 3 คำตอบ ครูสุ่มนักเรียนกลุ่มที่สองออกมานำเสนอคำตอบ แต่มีนักเรียนที่อาสาออกมานำเสนอคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนกลุ่มแรก ทำให้ครูเห็นถึงความสนใจกระตือรือร้นกล้าแสดงออกของนักเรียน คำตอบของนักเรียนกลุ่มที่สองแตกต่างจากเพื่อนกลุ่มที่หนึ่ง คือ





ครูและนักเรียนจึงช่วยกันสรุปว่าใบกิจกรรมนี้มีลักษณะเป็นปลายเปิดมีคำตอบที่ถูกต้อง 5 คำตอบ จากการตรวจใบกิจกรรมของนักเรียน พบว่า มีนักเรียน 3 กลุ่มที่ได้คำตอบครบทั้ง 5 คำตอบ ส่วนกลุ่มอื่น ๆ ถึงจะยังทำใบกิจกรรมได้ไม่ครบทุกคำตอบแต่นักเรียนส่วนใหญ่ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง

สำหรับใบกิจกรรมที่ 6 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดให้



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะดังนี้

รูปที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว 1 รูป

รูปที่ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมหนึ่งมีขนาด 30° 1 รูป

รูปที่ 3 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน 1 รูป

และให้วัดความยาวของด้านทั้งสามของแต่ละรูปและตรวจสอบว่าเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

รูปที่ 1

.....

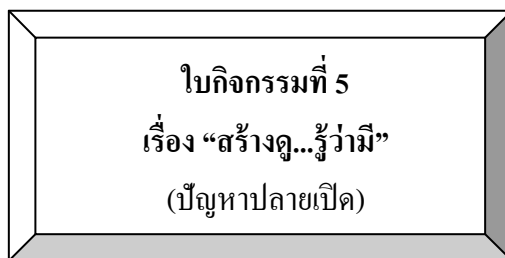
รูปที่ 2

.....

รูปที่ 3

.....





ชื่อกลุ่ม.....

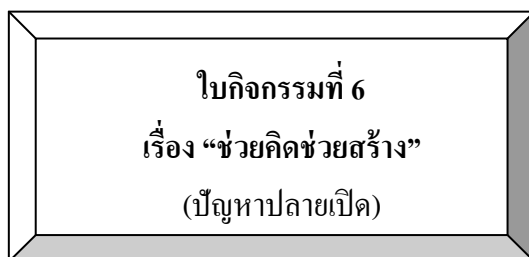
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17 และ 20 หน่วย

ให้นักเรียนใช้ความยาวข้างต้นสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกันให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้



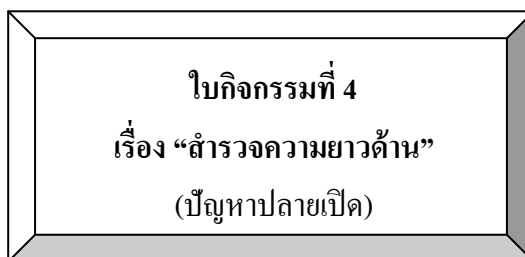
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 รูป ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5, 8 และ 10 หน่วย ตามลำดับ แล้ววัดความยาวของด้านประกอบมุมฉากที่เหลือของทั้งสามรูป และตรวจสอบว่าเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

.....

.....

.....



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะดังนี้

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะดังนี้

รูปที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว

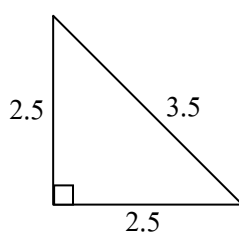
รูปที่ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมหนึ่งมีขนาด 30°

รูปที่ 3 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน

และให้วัดขนาดความยาวของด้านทั้งสามและตรวจสอบว่าเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

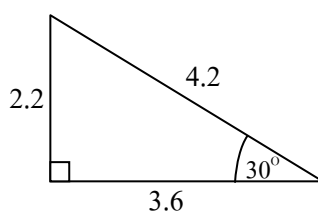
(ตัวอย่างคำตอบ)

รูปที่ 1



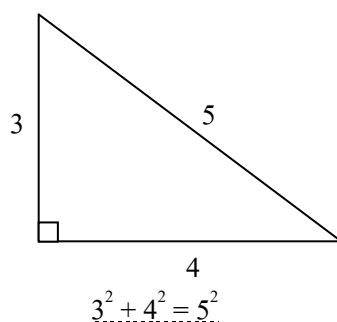
$$2.5^2 + 2.5^2 \approx 3.5^2$$

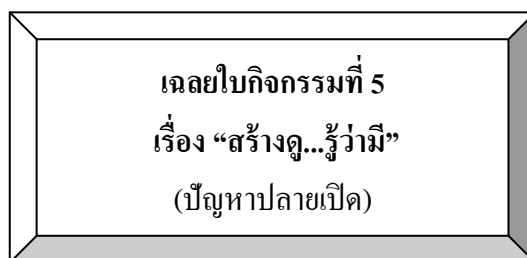
รูปที่ 2



$$2.2^2 + 3.6^2 \approx 4.2^2$$

រូបទី ៣



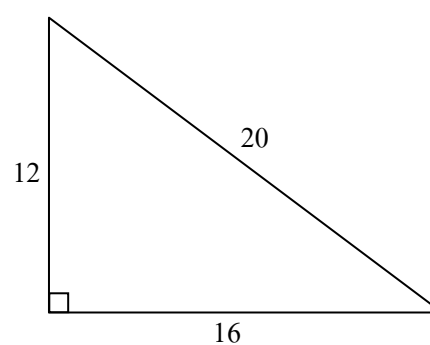
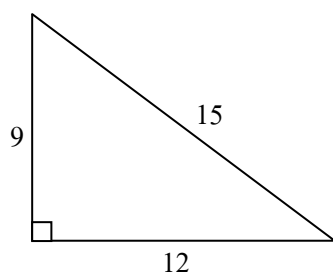
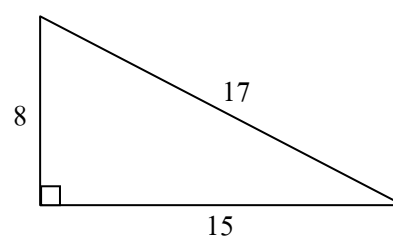
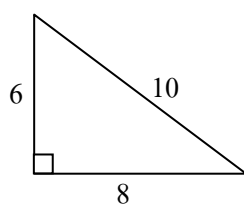
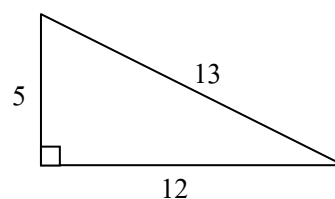
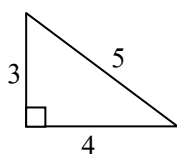


ชื่อกลุ่ม.....
 ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....
 ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17 และ 20 หน่วย

ให้นักเรียนใช้ความยาวข้างต้นสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกันให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

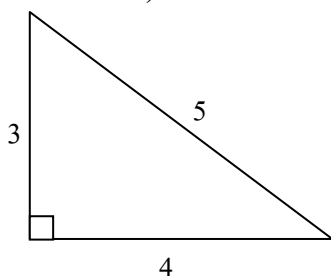


เฉลยใบกิจกรรมที่ 6
เรื่อง “ช่วยคิดช่วยสร้าง”
(ปัญหาปลายเปิด)

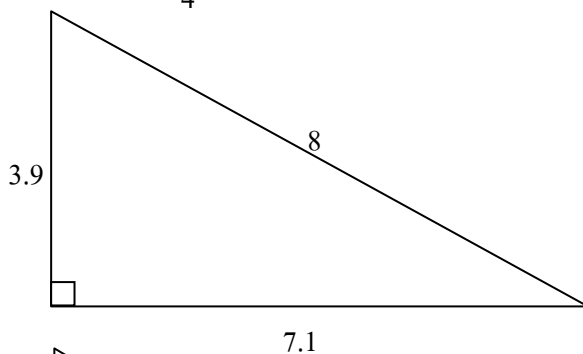
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 รูป ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5, 8 และ 10 หน่วยตามลำดับ แล้ววัดความยาวของด้านประกอบมุมฉากที่เหลือของทั้งสามรูป และตรวจสอบว่าเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

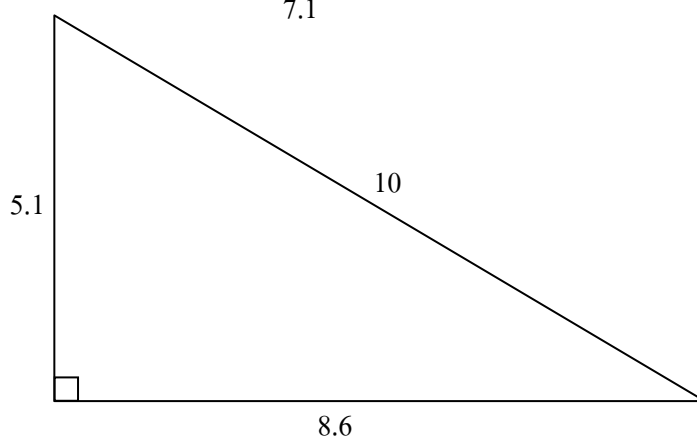
(ตัวอย่างคำตอบ)



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$



$$3.9^2 + 7.1^2 \approx 8^2$$



$$5.1^2 + 8.6^2 \approx 10^2$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (1)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. ตรงต่อเวลาและรับผิดชอบในการทำงาน
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง

สาระการเรียนรู้

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นการนำผลของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาเป็นเหตุ และนำเหตุมาเป็นผลซึ่งอธิบายได้ดังนี้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีเหตุและผล ดังนี้

เหตุ : รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ผล : กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม

เมื่อนำผลข้างต้นมาเป็นเหตุ และเหตุมาเป็นผล ก็จะได้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้คำถามตอบ

ขั้นสอน

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง “มีอะไรซ่อนอยู่” (ปัญหาปลายเปิด) โดยครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยขณะปฏิบัติกิจกรรม

3. ครูสุ่มนักเรียน 6 คนออกมานำเสนอคำตอบคนละ 1 รูปในใบกิจกรรมที่ 11 หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

4. หลังจากนักเรียนทำใบกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทำใบกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเพิ่มเติมให้สมบูรณ์จนได้ข้อสรุปซึ่งเป็น

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง “สร้างได้หรือไม่” (ปัญหาปลายเปิด) ในท้ายชั่วโมง ถ้านักเรียนทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ไม้โปรแทรกเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง “มีอะไรซ่อนอยู่” (ปัญหาปลายเปิด)
3. ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง “สร้างได้หรือไม่” (ปัญหาปลายเปิด)

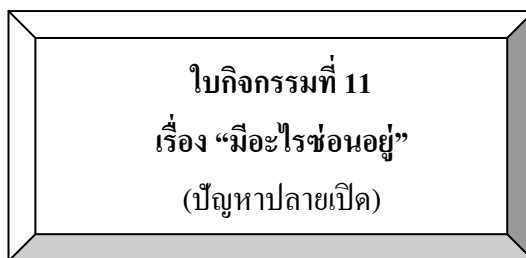
การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 98
2. ตรวจการทำใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง “มีอะไรซ่อนอยู่” (ปัญหาปลายเปิด)	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 93
3. ตรวจการทำใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง “สร้างได้หรือไม่” (ปัญหาปลายเปิด)	3. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 90

บันทึกผลหลังการสอน

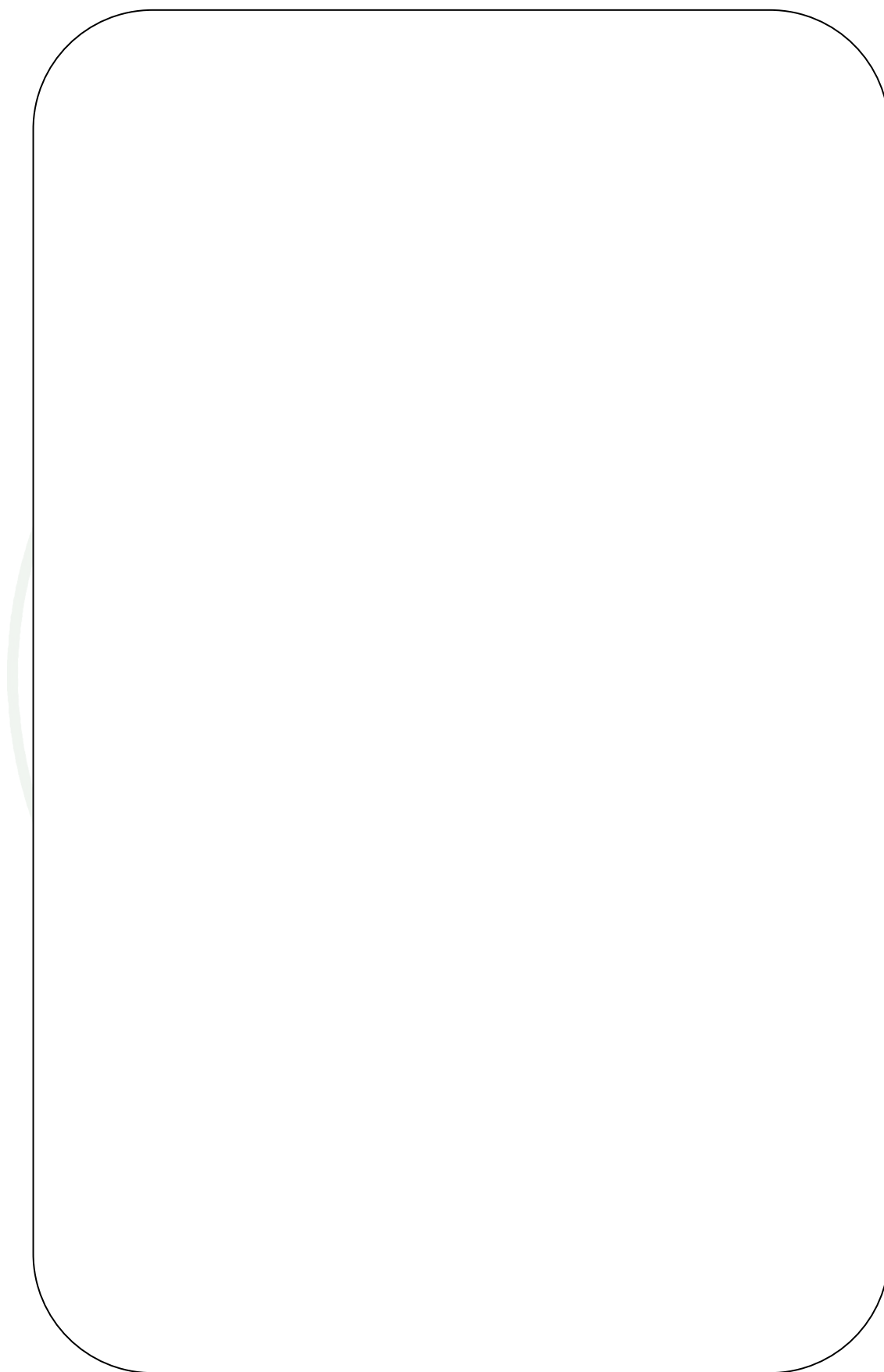
สำหรับใบกิจกรรมที่ 11 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม พร้อมทั้งบันทึกผลลงในตารางและสรุปผลจากตารางได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนยกกำลังสองของจำนวนที่เป็นทศนิยมไม่ถูกต้อง ครูจึงชี้แนะ อธิบายเป็นรายบุคคลไป และให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของตนเองอีกครั้ง

สำหรับใบกิจกรรมที่ 12 นักเรียนกระตือรือร้นลงมือทำใบกิจกรรมอย่างตั้งใจ จึงทำให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเสร็จภายในคาบเรียน จากการสังเกตของครูขณะนักเรียนทำใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดค่า x และ y ได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนแต่ละคนได้คำตอบที่ถูกต้องแตกต่างกัน นอกจากนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังสามารถนำค่า x, y และความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้สร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขในใบกิจกรรมถูกต้อง ถึงแม้ในช่วงแรกมีนักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการทำใบกิจกรรม ครูได้อธิบายเพิ่มเติมทำให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้นและสามารถทำใบกิจกรรมจนสำเร็จและถูกต้อง



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

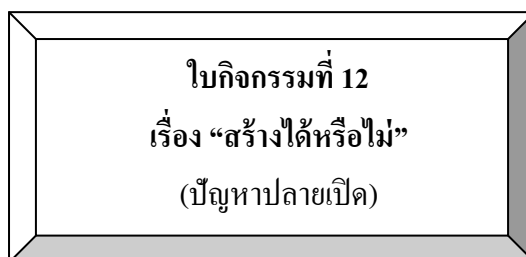
1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสามเป็นดังนี้
 - รูปที่ 1 แต่ละด้านยาว 3, 6 และ 8 เซนติเมตร
 - รูปที่ 2 แต่ละด้านยาว 6, 8 และ 10 เซนติเมตร
 - รูปที่ 3 แต่ละด้านยาว 2, 4.8 และ 5.2 เซนติเมตร
 - รูปที่ 4 แต่ละด้านยาว 1.5, 3.6 และ 3.9 เซนติเมตร
 - รูปที่ 5 และ รูปที่ 6 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามด้านด้วยตนเอง



2. จากข้อ 1 เมื่อให้ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ให้นักเรียนตรวจสอบโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ในการวัดว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งหกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตารางด้านล่างพร้อมทั้งสรุปผลที่ได้จากตาราง (ให้หน่วยเป็นเซนติเมตร)

รูปที่	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$	รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c เซนติเมตร เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
1								
2								
3								
4								
5								
6								

สรุป.....



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, x และ y

ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x และ y ด้วยตนเอง แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดตามเงื่อนไขต่อไปนี้ข้อละ 3 รูปที่แตกต่างกันลงในกรอบด้านล่าง

กำหนดให้ $x = \dots\dots\dots$ หน่วย และ $y = \dots\dots\dots$ หน่วย

1. รูปสามเหลี่ยมที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. รูปที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมแต่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เจดีย์ใบกิจกรรมที่ 11
เรื่อง “มีอะไรซ่อนอยู่”
(ปัญหาปลายเปิด)

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสามเป็นดังนี้

รูปที่ 1 แต่ละด้านยาว 3, 6 และ 8 เซนติเมตร

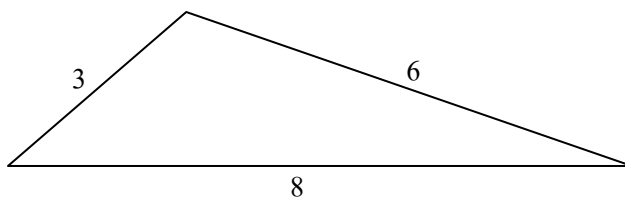
รูปที่ 2 แต่ละด้านยาว 6, 8 และ 10 เซนติเมตร

รูปที่ 3 แต่ละด้านยาว 2, 4.8 และ 5.2 เซนติเมตร

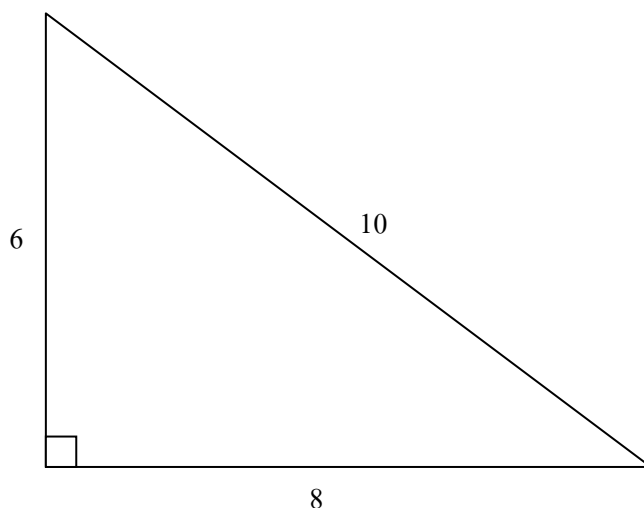
รูปที่ 4 แต่ละด้านยาว 1.5, 3.6 และ 3.9 เซนติเมตร

รูปที่ 5 และ รูปที่ 6 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามด้านด้วยตนเอง

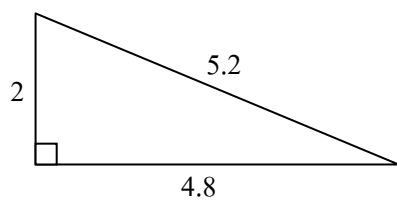
รูปที่ 1



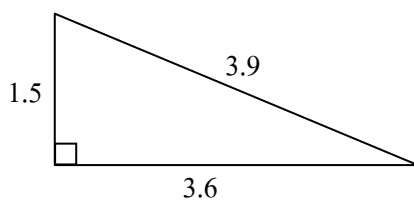
รูปที่ 2



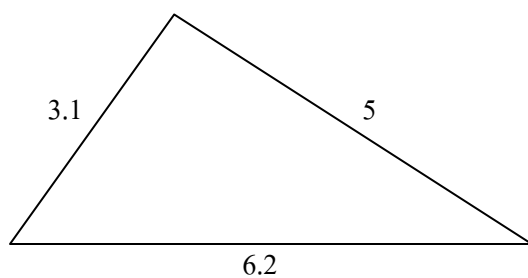
รูปที่ 3



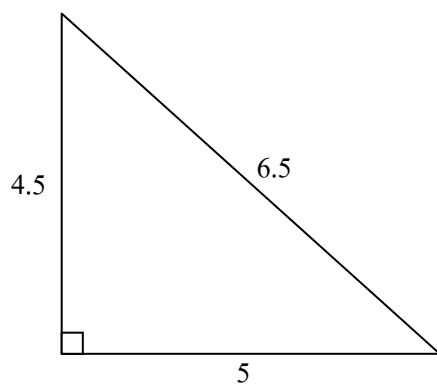
รูปที่ 4



รูปที่ 5 (ตัวอย่างคำตอบ)



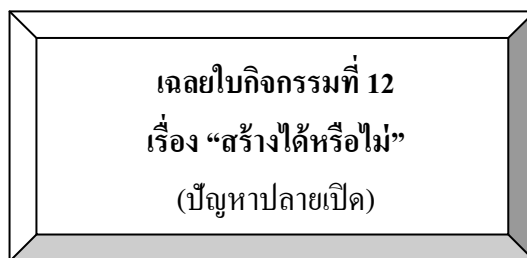
รูปที่ 6 (ตัวอย่างคำตอบ)



2. จากข้อ 1 เมื่อให้ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ให้นักเรียนตรวจสอบโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ในการวัดว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งหกนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตารางด้านล่างพร้อมทั้งสรุปผลที่ได้จากตาราง (ให้หน่วยเป็นเซนติเมตร)

รูปที่	a	b	C	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$	รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c เซนติเมตร เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
1	3	6	8	9.00	36.00	64.00	45.00	ไม่เป็น
2	6	8	10	36.00	64.00	100.00	100.00	เป็น
3	2	4.8	5.2	4.00	23.04	27.04	27.04	เป็น
4	1.5	3.6	3.9	2.25	12.96	15.21	15.21	เป็น
5	3.1	5	6.2	9.61	25.00	34.61	38.44	ไม่เป็น
6	4.5	5	6.5	20.25	25.00	42.25	45.25	ไม่เป็น

สรุป สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (ทั้งนี้ค่าที่ได้ในตารางข้อ 2 รูปที่ 5 และ 6 อาจคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด)



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

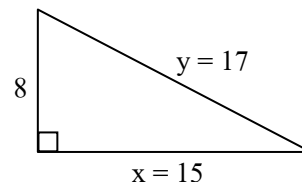
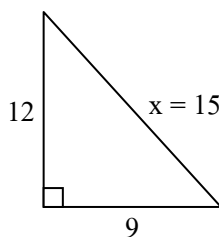
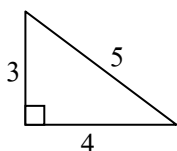
กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, x และ y

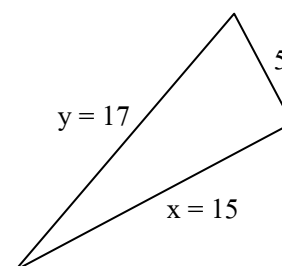
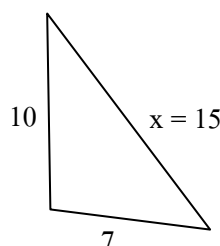
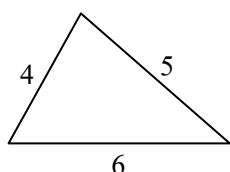
ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x และ y ด้วยตนเอง แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดตามเงื่อนไขต่อไปนี้ข้อละ 3 รูปที่แตกต่างกันลงในกรอบด้านล่าง (ตัวอย่างคำตอบ)

กำหนดให้ $x = 15$ หน่วย และ $y = 17$ หน่วย

1. รูปสามเหลี่ยมที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



2. รูปที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมแต่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
2. นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการ

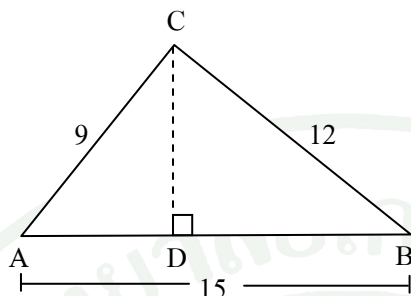
1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. ตรงต่อเวลาและรับผิดชอบในการทำงาน
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยม ABC มี $AC = 9$ หน่วย, $CB = 12$ หน่วยและ $AB = 15$ หน่วย $\overline{CD}$ ยาวกี่หน่วย



วิธีทำ พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC

$$\text{เนื่องจาก } AB^2 = 15^2 = 225$$

$$\text{และ } AC^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$\text{ดังนั้น } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก

$$\text{เนื่องจาก พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{และ พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

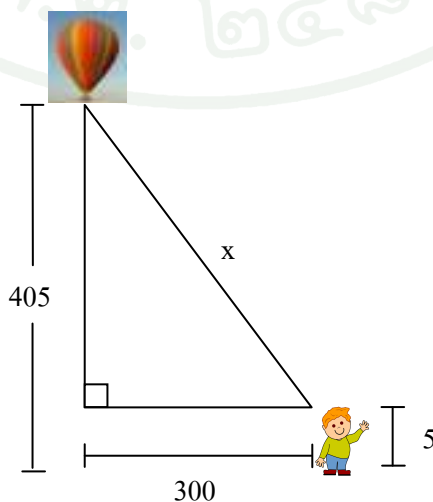
$$\text{จะได้ } 54 = \frac{1}{2} \times 15 \times CD$$

$$CD = 7.2$$

ตอบ $\overline{CD}$ ยาว 7.2 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งสูง 5 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากจุดปล่อยบอลลูก 300 ฟุต หากบอลลูกลอยขึ้นไปจากจุดปล่อยบอลลูก 405 ฟุต อยากทราบว่าศีรษะของชายคนนี้อยู่ห่างจากฐานบอลลูกกี่ฟุต

วิธีทำ



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

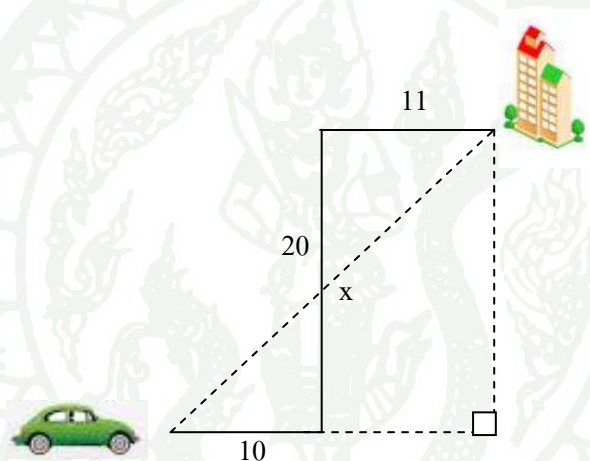
$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } x^2 &= 300^2 + 400^2 \\ &= 90,000 + 160,000 \\ &= 250,000 \\ &= 500 \times 500\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 500$$

ตอบ ระยะห่างระหว่างศีรษะของชายคนนี้กับฐานบอลลูก 500 ฟุต

ตัวอย่างที่ 3 ปรีชาขับรถจากบ้านไปทำงานโดยขับไปทางทิศตะวันออก 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวซ้ายไปทางทิศเหนือ 20 กิโลเมตรและเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 11 กิโลเมตร ปรีชาอยู่ห่างจากบ้านกี่กิโลเมตร

วิธีทำ



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } x^2 &= 20^2 + 11^2 \\ &= 400 + 121 \\ &= 521 \\ &= 23 \times 23\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 23$$

ตอบ ปรีชาอยู่ห่างจากที่บ้าน 23 กิโลเมตร

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยใช้
การถามตอบ

ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ และหาคำตอบร่วมกัน โดยใช้
การถามตอบ

3. ครูคิดแถบโจทย์ปัญหา 5 ข้อบนกระดาน แล้วให้นักเรียนทุกคนจับฉลากเลือกโจทย์
ปัญหาคนละ 1 ข้อ

4. ครูให้นักเรียนแสดงวิธีทำตามข้อที่จับฉลากได้ลงในแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง “การนำ
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)” หลังจากนักเรียนแก้โจทย์ข้อที่
ตนเองได้รับเสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนรวมกลุ่มกับเพื่อนที่ได้โจทย์ข้อเดียวกันแล้วให้ร่วมกันอภิปราย
และตรวจสอบคำตอบภายในกลุ่มของตนหลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีทำ
บนกระดาน แล้วครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ขั้นสรุป

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่า

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ
ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลัง
สองของความยาวด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

6. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 16 เรื่อง “สร้างโจทย์พีทาโกรัส” (ปัญหาปลายเปิด) ใน
ท้ายในท้ายชั่วโมง ถ้านักเรียนทำไม่เสร็จให้ทำการบ้าน

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด หน้า 91 ข้อ 11, 12 และ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แถบโจทย์ปัญหา
2. แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง “การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)”

3. ใบกิจกรรมที่ 16 เรื่อง “สร้างโจทย์พีทาโกรัส” (ปัญหาปลายเปิด)

4. หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของ
บริษัทอักษรเจริญทัศน์ อจท.จำกัด

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 90
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง “การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)”	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 80
3. ตรวจสอบการทำใบกิจกรรมที่ 16 เรื่อง “สร้างโจทย์พีทาโกรัส” (ปัญหาปลายเปิด)	3. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 85
4. ตรวจสอบแบบฝึกหัด หน้า หน้า 91 ข้อ 11, 12, 13, 14 และ 15	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 80

บันทึกผลหลังการสอน

เมื่อครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยใช้การถามตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความมั่นใจในการตอบคำถาม ครูยกตัวอย่างที่ 1 นักเรียนสนใจช่วยกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและหาคำตอบร่วมกัน

สำหรับตัวอย่างที่ 3 เป็น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องทศ นักเรียนบางคนยังขาดความเข้าใจ ครูจึงได้ทบทวนความรู้เรื่อง ทศ ให้กับนักเรียน ขณะทำแบบฝึกหัดนักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจ สนใจ กระตือรือร้นและสนุกในการทำแบบฝึกหัด เนื่องจากเริ่มคุ้นเคยกับการสร้างรูปเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ในกิจกรรมนี้จึงผ่านไปได้อย่างรวดเร็ว เมื่อนักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดเสร็จ ครูให้นักเรียนรวมกลุ่มกับเพื่อนที่ได้โจทย์ข้อเดียวกันเพื่อตรวจสอบคำตอบ มีนักเรียนจำนวน 2 กลุ่มที่สมาชิกได้คำตอบไม่ตรงกัน สมาชิกภายในกลุ่มจึงช่วยกันวิเคราะห์ และหาคำตอบที่ถูกต้องร่วมกันอย่างตั้งใจ จากนั้นนักเรียนในแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกไปนำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน ส่วนนักเรียนที่ไม่ได้ออกไปนำเสนอก็ให้ความสนใจซักถามสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ

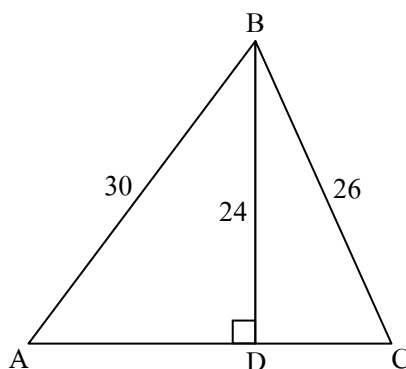
สำหรับใบกิจกรรมที่ 16 ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรมมีการปรึกษากันภายในกลุ่มของตน เพื่อสร้างโจทย์ปัญหาให้สอดคล้องและเหมาะสมกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ เนื่องจากเวลาหมดแต่นักเรียนยังทำใบกิจกรรมไม่เสร็จครูจึงมอบหมายให้นักเรียนกลับไปทำต่อเป็นการบ้าน ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างโจทย์ได้พร้อมทั้งหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง



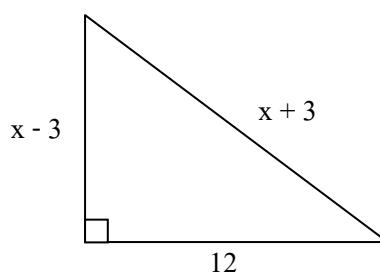
แบบโจทย์ปัญหา

1. ร่องน้ำกว้าง 12 เมตร ฝั่งร่องน้ำตรงข้ามด้านหนึ่งสูงกว่าอีกด้านหนึ่ง 5 เมตร จะต้องใช้ไม้ยาวอย่างน้อยกี่เมตร จึงจะสามารถพาดสองฝั่งของร่องน้ำข้ามไปได้

2. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC



3. จากการกำหนดความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย



4. โทรทัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 34 นิ้ว ถ้าหน้าจอโทรทัศน์มีความกว้าง 16 นิ้ว หน้าจอโทรทัศน์จะมีความยาวเท่าไร

5. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก BC = 12 เมตร และ AC = 37 เมตร รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

แบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง “การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ (2)”

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียน โจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบจากแถบ โจทย์ปัญหาที่ได้รับ

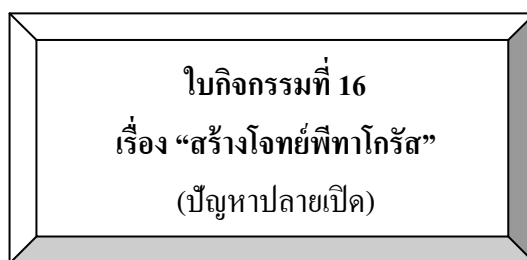
โจทย์ปัญหา ข้อที่

.....

.....

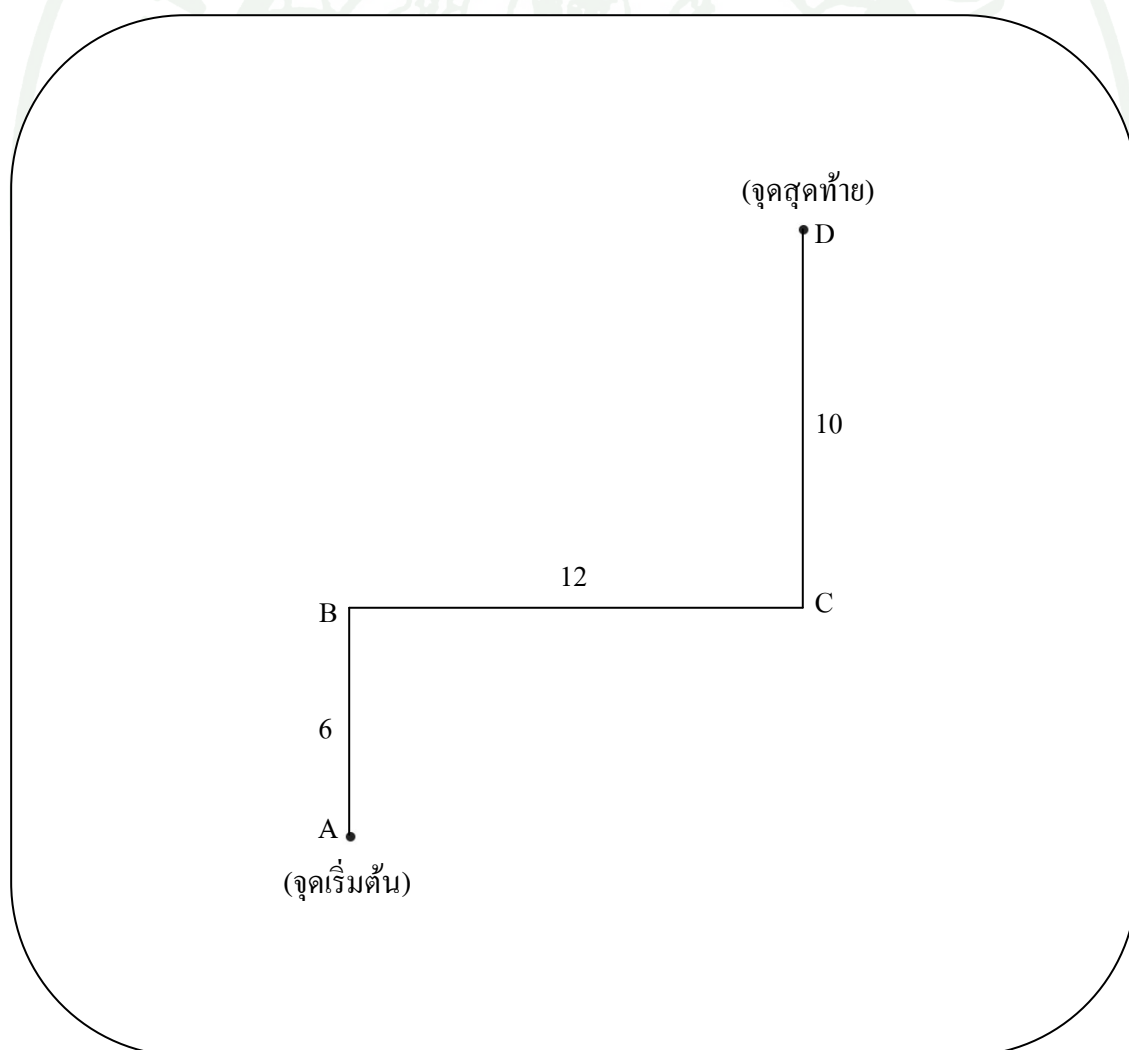
.....

.....



ชื่อกลุ่ม.....
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับแผนผังด้านล่าง โดยใช้ความยาวที่กำหนดไว้ในแผนผัง แล้วแสดงวิธีทำเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้าย โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ



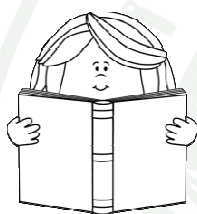
โจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

.....



วาดรูปประกอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

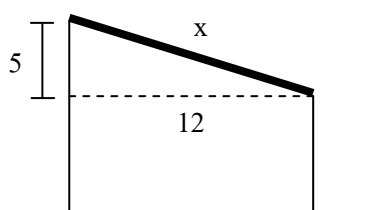
.....

.....

เฉลยแถบโจทย์ปัญหา

1. ร่องน้ำกว้าง 12 เมตร ฝั่งร่องน้ำตรงข้ามด้านหนึ่งสูงกว่าอีกด้านหนึ่ง 5 เมตร จะต้องใช้ไม้ยาวอย่างน้อยกี่เมตร จึงจะสามารถพาดสองฝั่งของร่องน้ำข้ามไปได้

วิธีทำ



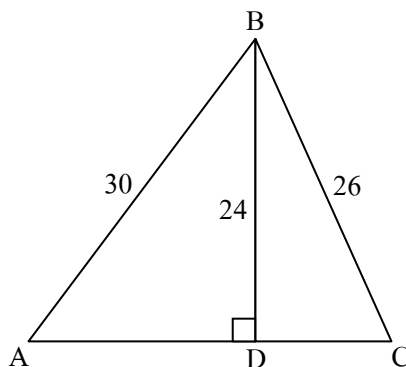
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } x^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \\ &= 13 \times 13 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 13$$

ตอบ จะต้องใช้ไม้ยาวอย่างน้อย 13 เมตร

2. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC



วิธีทำ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ว่า

$$AB^2 = BD^2 + AD^2$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$= 30^2 - 24^2$$

$$= 900 - 576$$

$$= 324$$

$$= 18 \times 18$$

ดังนั้น

$$AD = 18 \text{ หน่วย}$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ว่า

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$

$$DC^2 = BC^2 - BD^2$$

$$= 26^2 - 24^2$$

$$= 676 - 576$$

$$= 100$$

$$= 10 \times 10$$

ดังนั้น

$$DC = 10 \text{ หน่วย}$$

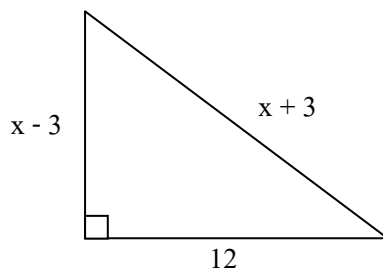
$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 28 \times 24$$

$$= 336$$

ตอบ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 336 ตารางหน่วย

3. จากการกำหนดความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป
รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย



วิธีทำ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ว่า } (x + 3)^2 = 12^2 + (x - 3)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 144 + x^2 - 6x + 9$$

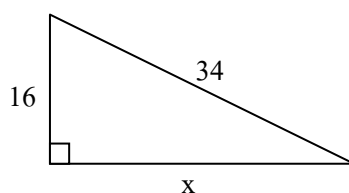
$$12x = 144$$

$$\text{ดังนั้น } x = 12$$

ตอบ รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่ากับ $9 + 12 + 15 = 36$ หน่วย

4. โทรทัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 34 นิ้ว ถ้าหน้าจอโทรทัศน์มีความกว้าง 16 นิ้ว หน้าจอโทรทัศน์จะมีความยาวเท่าไร

วิธีทำ



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ว่า } 34^2 = 16^2 + x^2$$

$$x^2 = 34^2 - 16^2$$

$$= 1,156 - 256$$

$$= 900$$

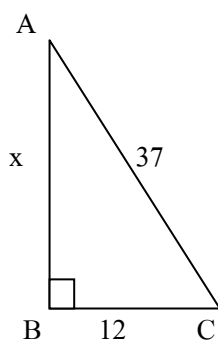
$$= 30 \times 30$$

$$\text{ดังนั้น } x = 30$$

ตอบ หน้าจอโทรทัศน์จะมีความยาว 30 นิ้ว

5. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก BC = 12 เมตร และ AC = 37 เมตร
รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

วิธีทำ



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ว่า } 37^2 = 12^2 + x^2$$

$$x^2 = 37^2 - 12^2$$

$$= 1,369 - 144$$

$$= 1,225$$

$$= 35 \times 35$$

$$\text{ดังนั้น } x = 35$$

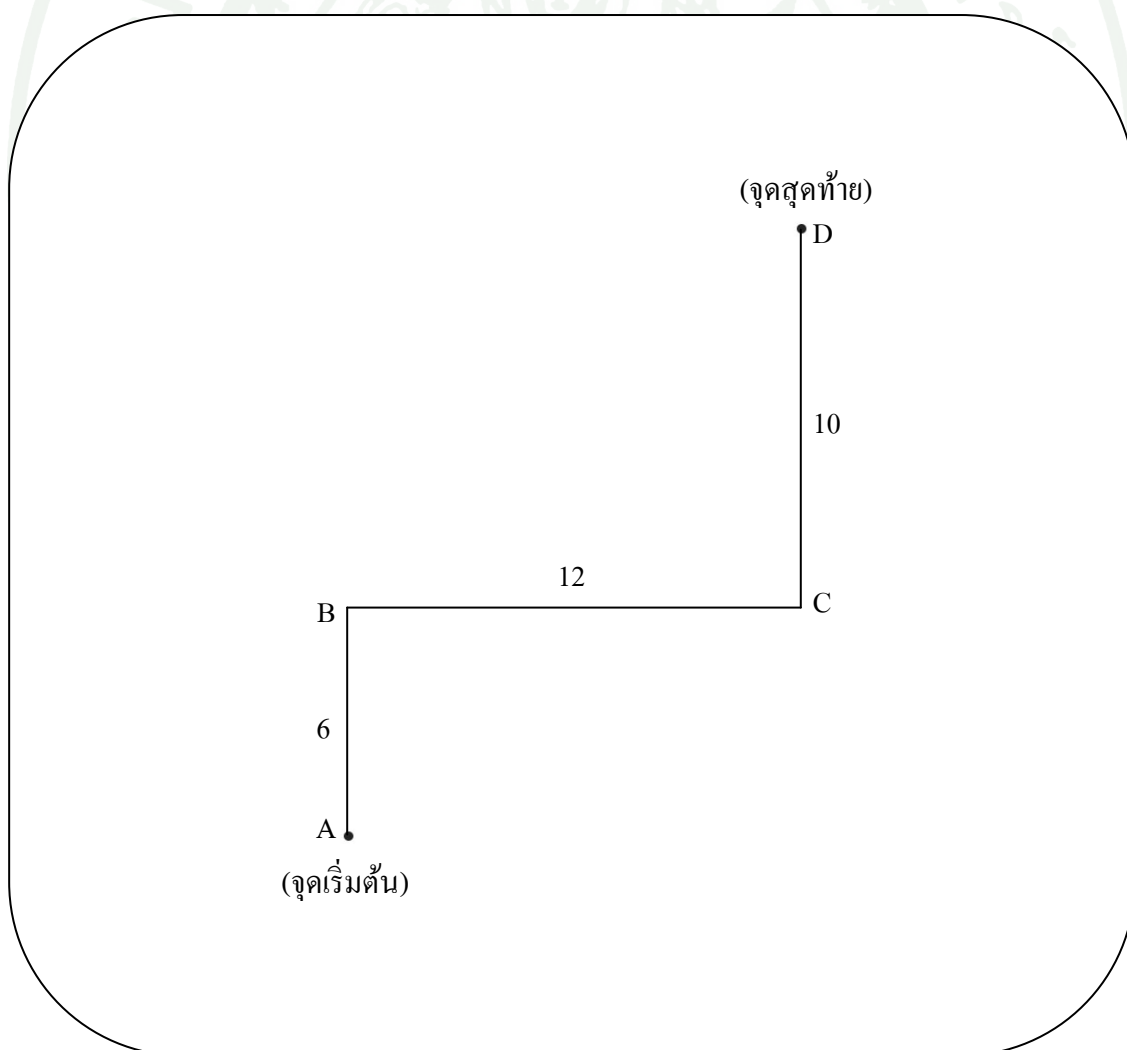
นั่นคือ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ $\frac{1}{2} \times 35 \times 12 = 210$ ตารางเมตร

ตอบ 210 ตารางเมตร

เฉลยใบกิจกรรมที่ 16
เรื่อง “สร้างโจทย์พีทาโกรัส”
(ปัญหาปลายเปิด)

ชื่อกลุ่ม.....
 ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....
 ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

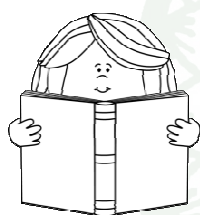
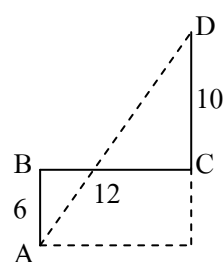
ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับแผนผังด้านล่าง โดยใช้ความยาวที่กำหนดไว้ในแผนผัง แล้วแสดงวิธีทำเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้าย โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ



(ตัวอย่างคำตอบ)

โจทย์ปัญหา

เรือลำหนึ่งแล่นไปทางทิศเหนือ 6 กิโลเมตร แล่นไปทาง
ทิศตะวันออก 12 กิโลเมตรและแล่นไปทางทิศเหนืออีก 10
กิโลเมตร อยากทราบว่าเรือลำนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น
กี่กิโลเมตร

**วาดรูปประกอบ**

วิธีทำ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ว่า } AD^2 = 12^2 + 16^2$$

$$= 144 + 256$$

$$= 400$$

$$= 20 \times 20$$

$$\text{ดังนั้น } AD = 20$$

นั่นคือ เรือลำนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 20 กิโลเมตร

ตอบ 20 กิโลเมตร



2. กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

24, 30, 32, 40, 42, 50, 58 และ 60 หน่วย

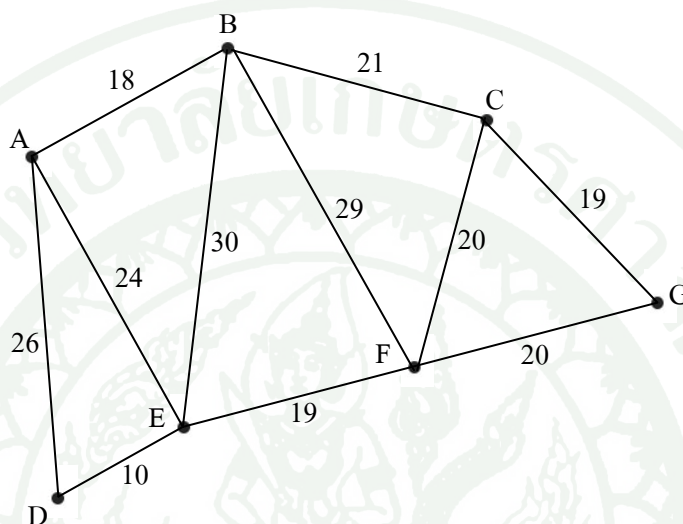
ให้นักเรียนใช้ความยาวข้างต้นสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกัน 2 รูป



แบบวัดทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา (2)

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดจุด ส่วนของเส้นตรง และความยาวของส่วนของเส้นตรงให้ ดังรูป



ให้นักเรียนเลือกรูปสามเหลี่ยม 3 รูป แล้วตรวจสอบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1. รูปสามเหลี่ยม มีด้านทั้งสามด้านยาว.....และ.....หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

2. รูปสามเหลี่ยม มีด้านทั้งสามด้านยาว.....และ.....หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

3. รูปสามเหลี่ยม มีด้านทั้งสามด้านยาว.....,.....และ.....หน่วย

.....

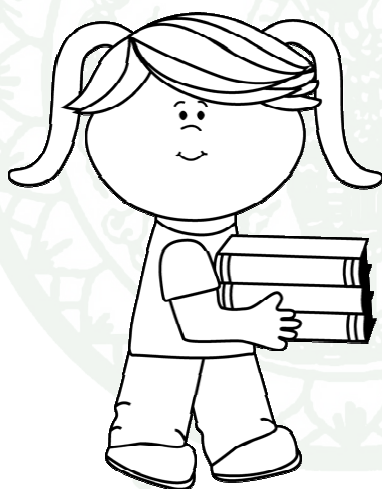
.....

.....

.....

.....

เก่งจังเลยจ๊ะ



แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา (3)

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. เวลา 13.00 น. เอีร็จักรยานยนต์จากลานจอดรถไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเวลา 15.00 น. บีีร็จักรยานยนต์จากลานจอดรถเดียวกันไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็ว 35 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
เมื่อถึงเวลา 17.00 น. เอและบีจะอยู่ห่างกันเป็นระยะเท่าไร

วิธีทำ.....

2. จากข้อ 1 ให้นักเรียนปรับเปลี่ยนข้อมูลใหม่ที่แตกต่างจากข้อมูลในข้อ 1 โดยเติมข้อมูลใหม่ในช่องที่เว้นไว้ แล้วให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา

เวลา.....เอจี้รถจักรยานยนต์จากลานจอดรถไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว
.....กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเวลา.....ปีจี้รถจักรยานยนต์จากลานจอดรถ
เดียวกันไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็ว.....กิโลเมตรต่อชั่วโมง
เมื่อถึงเวลา.....เอและบีจะอยู่ห่างกันเป็นระยะเท่าไร

[illegible]



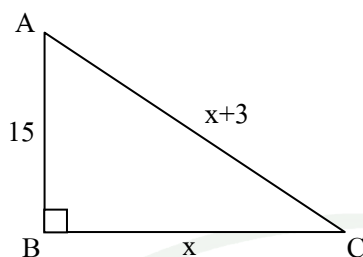
ภาคผนวก ง

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตารางผนวกที่ 1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

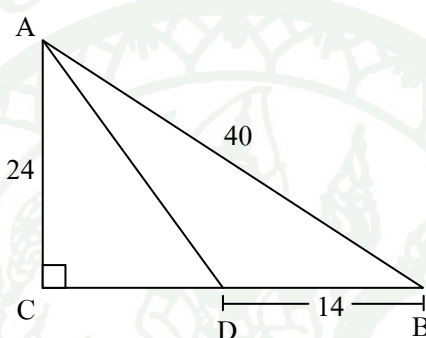
สาระการเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				
	จำได้	เข้าใจ	นำไปใช้	วิเคราะห์	รวม
1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	-	1 (ข้อ 1)	-	1 (ข้อ 2)	2
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	-	4 (ข้อ 3-6)	12 (ข้อ 7-18)	-	16
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	-	1 (ข้อ 19)	1 (ข้อ 20)	-	2
รวม	-	6	13	1	20

4. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ $\overline{AC}$ ยาวกี่หน่วย



- ก. 32 หน่วย
ข. 36 หน่วย
ค. 39 หน่วย
ง. 48 หน่วย

5. จากรูปที่กำหนดให้ $\overline{AD}$ ยาวกี่หน่วย



- ก. 30 หน่วย
ค. 34 หน่วย

- ข. 32 หน่วย
ง. 36 หน่วย

6. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากยาว 16 หน่วย และ 30 หน่วย เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ยาวกี่หน่วย

- ก. 65 หน่วย
ค. 75 หน่วย

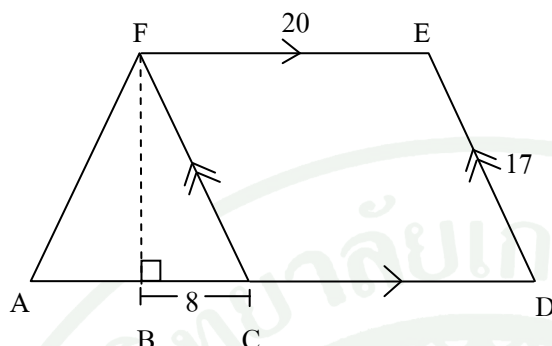
- ข. 70 หน่วย
ง. 80 หน่วย

7. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก BC = 12 เมตร และ AC = 37 เมตร รูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

- ก. 198 ตารางเมตร
ค. 210 ตารางเมตร

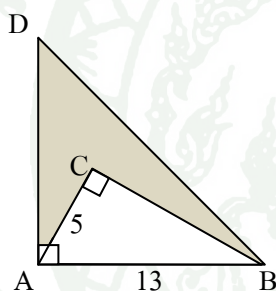
- ข. 200 ตารางเมตร
ง. 224 ตารางเมตร

8. รูปสี่เหลี่ยม CDEF เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มี $FE = 20$ หน่วย, $ED = 17$ หน่วย และ $BC = 8$ หน่วย พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม CDEF เป็นกี่ตารางหน่วย



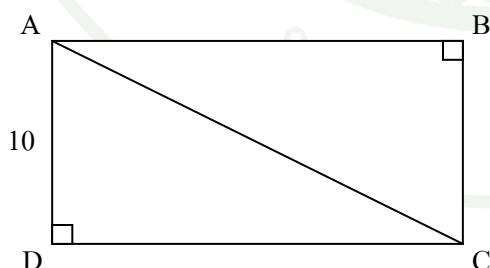
- ก. 240 ตารางหน่วย
ข. 260 ตารางหน่วย
ค. 280 ตารางหน่วย
ง. 300 ตารางหน่วย

9. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $AB = 13$ หน่วย, $AC = 5$ หน่วย
รูปสามเหลี่ยม ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $AB = AD$ พื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นกี่ตารางหน่วย



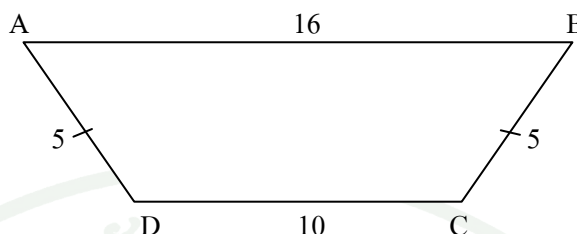
- ก. 54.5 ตารางหน่วย
ข. 72.5 ตารางหน่วย
ค. 84.5 ตารางหน่วย
ง. 96.5 ตารางหน่วย

10. จากรูป กำหนดให้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD เท่ากับ 240 ตารางหน่วย
 $AD = 10$ หน่วย $\overline{AC}$ ยาวกี่หน่วย

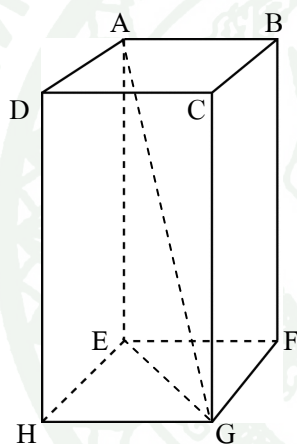


- ก. 20 หน่วย
ข. 26 หน่วย
ค. 30 หน่วย
ง. 36 หน่วย

11. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD มี $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $AB = 16$ หน่วย, $CD = 10$ หน่วย และ $AD = BC = 5$ หน่วย พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD เป็นกี่ตารางหน่วย



- ก. 52 ตารางหน่วย
ข. 54 ตารางหน่วย
ค. 58 ตารางหน่วย
ง. 60 ตารางหน่วย
12. ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 9 หน่วย ยาว 12 หน่วย และสูง 20 หน่วย $\overline{AG}$ ยาวกี่หน่วย



- ก. 20 หน่วย
ข. 23 หน่วย
ค. 25 หน่วย
ง. 28 หน่วย
13. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง มีเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นยาว 30 หน่วย และ 16 หน่วย ตามลำดับ ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนี้เป็นกี่หน่วย
- ก. 26 หน่วย
ข. 34 หน่วย
ค. 57 หน่วย
ง. 68 หน่วย
14. พ่อขับรถออกจากบ้านไปทางทิศใต้ 6 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 2 กิโลเมตร แล้วขับต่อไปทางทิศใต้ 3 กิโลเมตร และไปทางทิศตะวันออกอีก 10 กิโลเมตร พ่ออยู่ห่างจากบ้านกี่กิโลเมตร
- ก. 12 กิโลเมตร
ข. 15 กิโลเมตร
ค. 17 กิโลเมตร
ง. 20 กิโลเมตร

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล

นางสาวจิณาภา อุดมเลิศปรีชา

วัน เดือน ปี ที่เกิด

วันที่ 5 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2532

สถานที่เกิด

จังหวัดนครพนม

ประวัติการศึกษา

วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยศิลปากร

