



ใบรับรองวิทยานิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้
ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

The Study of Mathematics Learning Achievement and Word Problem Solving Ability
of Mathayomsuksa Two Students on “Quadratic Equation with One Variable” by Using
Heuristics Problem Solving at Samutsakornburana School, Changwat Samut Sakhon

نامผู้วิจัย นายเจษฎา รัตนบรรเทิง

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

The Study of Mathematics Learning Achievement and Word Problem Solving Ability
of Mathayomsuksa Two Students on “Quadratic Equation with One Variable”
by Using Heuristics Problem Solving at Samutsakornburana School, Changwat Samut Sakhon

โดย

นายเจษฎา รัตนบรรเทิง

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2557

เจษฎา รัตนบรรเทิง 2557: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด. 197 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ 2) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ และ 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” จำนวน 12 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติทดสอบค่าที และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตารางและการบรรยาย

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ อยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ว่ามีความเหมาะสม

ลายมือชื่อนิติ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Chedsada Rattanabunterng 2014: The Study of Mathematics Learning Achievement and Word Problem Solving Ability of Mathayomsuksa Two Students on “Quadratic Equation with One Variable” by Using Heuristics Problem Solving at Samutsakornburana School, Changwat Samut Sakhon. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Assistant Professor Chanon Chuntra, Ph.D. 197 pages.

The purposes of this research were 1) to study mathematics learning achievement on “Quadratic Equation with One Variable” by using heuristics problem solving, 2) to study ability in mathematical word problem solving on “Quadratic Equation with One Variable” by using heuristics problem solving, and 3) to study students’ opinion related to learning management on “Quadratic Equation with One Variable” by using heuristics problem solving of mathayomsuksa two students at Samutsakornburana School, Changwat Samut Sakhon.

The sample was 40 mathayomsuksa two students of one classroom at Samutsakornburana School, Changwat Samut Sakhon in the second semester of the academic year 2013 that was selected by cluster random sampling from 12 classrooms. The instruments in data collection consisted of 12 lesson plans on “Quadratic Equation with One Variable”, mathematics learning achievement test on “Quadratic Equation with One Variable”, ability evaluation forms in solving mathematical word problem on “Quadratic Equation with One Variable”, and students’ opinion questionnaire toward learning management by using heuristics problem solving on “Quadratic Equation with One Variable”. Percentage, mean, standard deviation, and t-test were used for analyzing data and presented by tables with their corresponding description.

The research results showed that the mathematics learning achievement of students on “Quadratic Equation with One Variable” by using heuristics problem solving after learning was higher than before learning and higher than 60% at the .05 level of significance. The students had ability in the mathematical word problems solving on “Quadratic Equation with One Variable” at the “good” level. Almost all students strongly agreed that the learning management by using heuristics problem solving was appropriate.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด ประธานการสอบ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ต้นบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ที่กรุณา ให้ความอนุเคราะห์และให้คำแนะนำปรึกษา ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ทั้งยังตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งให้คำแนะนำ คำปรึกษาและข้อคิดดี ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยด้วยความปรารถนาดีตลอดมา รวมถึงผู้เขียนตำราและเอกสารต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำมาอ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.วัลลภ สุภิสงห์ ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร คุณครูอนงค์ สุสุขเสียง คุณครูจักรินทร์ ชินณะ คุณครูภราดร แสงพิรุณ และคุณครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ตลอดจนคณะครูและขอขอบคุณนักเรียน โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ และการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี นอกจากนี้ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขา วิชาการสอนคณิตศาสตร์ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวันชัย รัตนบรรเทิง คุณแม่จุริรา รัตนบรรเทิง และพี่สาว ที่คอยสนับสนุนผู้วิจัยในทุก ๆ เรื่อง คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยมอบแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่มีส่วนในการวางรากฐานการศึกษาให้แก่ผู้วิจัย

เจษฎา รัตนบรรเทิง

เมษายน 2557

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(5)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	6
ประโยชน์ที่ได้รับ	8
นิยามศัพท์เฉพาะ	8
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	11
ปัญหาทางคณิตศาสตร์	12
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	19
การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์	36
การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	44
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	56
สมมติฐานการวิจัย	58
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	60
ประชากร	60
กลุ่มตัวอย่าง	60
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	60
การเก็บรวบรวมข้อมูล	68
การวิเคราะห์ข้อมูล	69
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	74
ผลการวิจัย	74
ข้อวิจารณ์	86

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	94
สรุปผลการวิจัย	94
ข้อเสนอแนะ	103
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	106
ภาคผนวก	112
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	113
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การแก้ปัญหา แบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	115
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”	178
ภาคผนวก ง ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”	184
ภาคผนวก จ แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหา แบบฮิวริสติกส์	193
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	197

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา	50
2.2	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา	51
2.3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	54
2.4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	55
4.1	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน และหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”	75
4.2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” กับเกณฑ์ร้อยละ 60	76
4.3	ผลการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยพิจารณาภาพรวมของแต่ละชุด	78
4.4	ผลการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยพิจารณาด้านการวิเคราะห์ปัญหา ด้านการแก้ปัญหาและหาคำตอบ และด้านการทบทวนคำตอบ ที่ดำเนินการ การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์	79
4.5	ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์	81

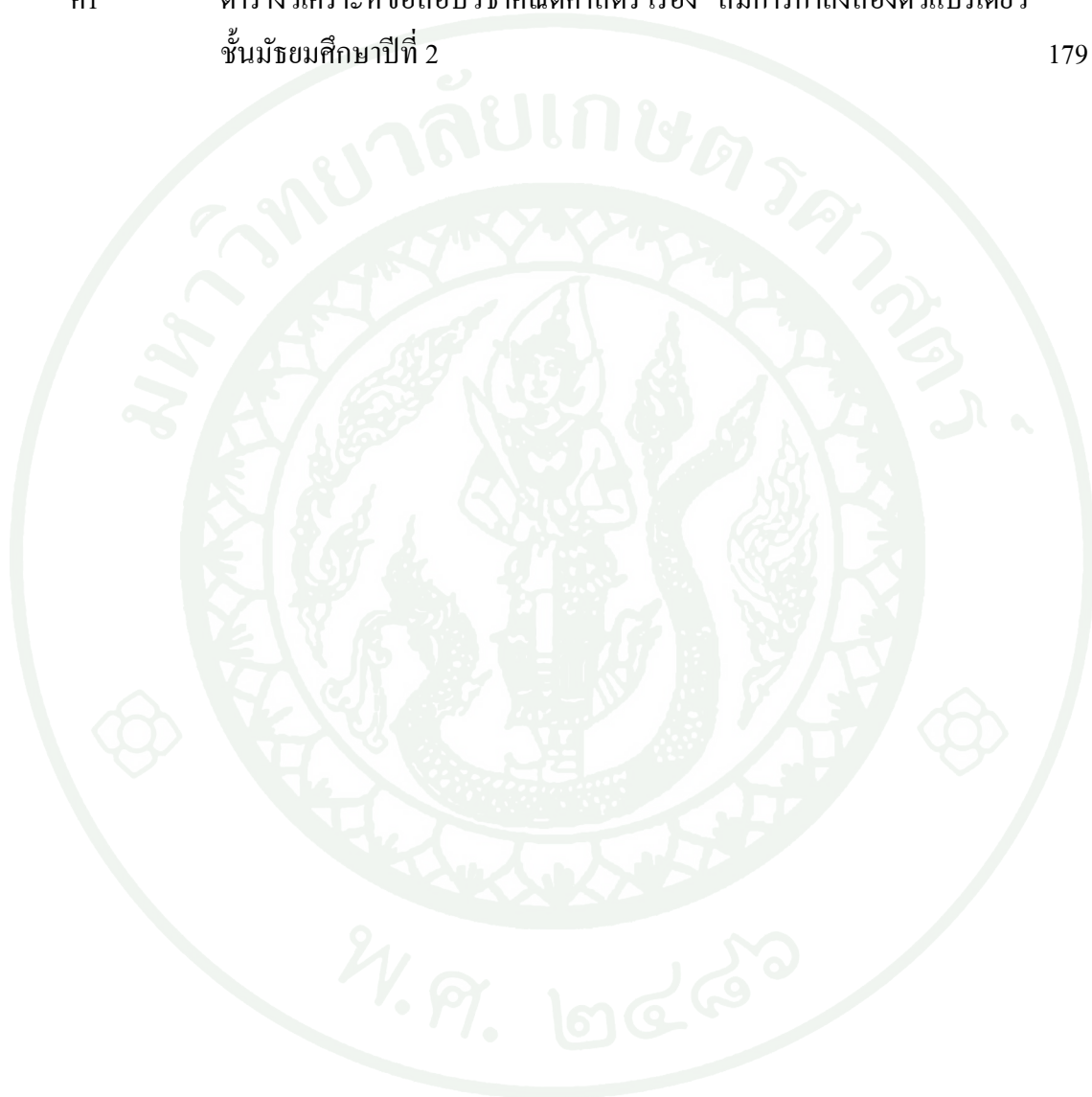
สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่

หน้า

- ค1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

179



สารบัญภาพ

ภาพที่

หน้า

2.1 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของ Krulik and Rudnick

42



บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุมีผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2552) นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศและการดำรงชีวิตของมนุษย์เพราะความเจริญก้าวหน้าทางด้านต่างๆ เช่น ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เกษตรกรรม ล้วนแล้วแต่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้น เพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์และเลขคณิตเป็นราชินีของคณิตศาสตร์ (Mathematics is the queen of science and arithmetic is the queen of mathematics)” ซึ่งสอดคล้องกับที่ ยูพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวไว้ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น”

จากความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ รวมถึงการพัฒนาตัวบุคคลซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนาประเทศต่อไป ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อมุ่งพัฒนาความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์จึงมีความจำเป็นเมื่อพิจารณาถึงสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า ได้มีการปรับปรุงหลักสูตร เนื้อหาสาระ และวิธีการสอนคณิตศาสตร์มาอย่างต่อเนื่อง โดยการปรับปรุงนี้ก็เพื่อพัฒนาให้ทันกับความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการในปัจจุบันและหวังให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

ของนักเรียนได้พัฒนาไปในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ในปัจจุบันพบว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นยังคงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ยังไม่ดีเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยพิจารณาคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2551 - 2555 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2556) ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

ปีการศึกษา 2551 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 32.66

ปีการศึกษา 2552 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 26.05

ปีการศึกษา 2553 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 24.18

ปีการศึกษา 2554 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 32.08

ปีการศึกษา 2555 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 26.95

จากผลการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ข้างต้น พบว่า แนวโน้มคะแนนในแต่ละปีมีการขยับขึ้นลงบ้างเล็กน้อย แต่โดยภาพรวมถือว่าคะแนนยังอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจ โดยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ไม่ถึงร้อยละ 50 ในช่วงปีการศึกษา 2551 - 2555 แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังคงเป็นปัญหา และจำเป็นต้องมีการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ไม่ได้ขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนเท่านั้น แต่ยัง มีปัจจัยอื่นๆ อีกที่ส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอน ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึงปัจจัยต่างๆ โดยสรุปได้ ดังนี้ 1) ผู้บริหารไม่เข้าใจธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ไม่สนใจติดตามข่าวคราวความเคลื่อนไหวทางคณิตศาสตร์ 2) ครูผู้สอนบางคนมีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอในการสอนเนื้อหาอื่นๆ ใช้วิธีการสอนแบบเก่า เคยสอนมาอย่างไรก็สอนอย่างนั้น ครูมักเร่งสอนให้จบเนื้อหาโดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล 3) หลักสูตรมีการเปลี่ยนแปลงบ่อย อาจทำให้ครูปรับตัวไม่ทัน 4) ปัญหาจากตัวนักเรียน มีสาเหตุหลายประการ เช่น ความบกพร่องทางด้านร่างกาย ขาดความพร้อม มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ 5) ปัญหาสภาพแวดล้อมในโรงเรียน เช่น เพื่อนนักเรียน ครู บรรยายกาศในห้องเรียนและสภาพแวดล้อมนอกโรงเรียน ซึ่ง สอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2551) ได้กล่าวว่า “ครูเป็นบุคคลสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนในห้องเรียนประสบความสำเร็จ นอกจากคุณสมบัติทางวิชาการ คือ มีความรู้ความเข้าใจอย่าง

แจ่มแจ้งในเนื้อหาที่สอนแล้ว ครูจะต้องเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้น มีความตั้งใจในการสอนเพื่อให้ นักเรียนได้มีการพัฒนาความรู้ความสามารถ” และการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มี คุณภาพ นั้นเป็นสิ่งที่ครูผู้สอนควรกระทำเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วย ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและคิดอย่างเป็นระบบ ระเบียบ

จากการพิจารณารายงานผลการวิจัยการติดตามสภาวะการณ์ไอคิวและอีคิวของเด็กไทยซึ่ง ดำเนินการ โดยกรมสุขภาพจิต ได้สำรวจระดับสติปัญญาของเด็กไทย ตัวอย่างในปี 2550 พบว่า ระดับสติปัญญาเฉลี่ยอยู่ที่ 103 ซึ่งจัดอยู่ในเกณฑ์ปกติ แต่นับว่าค่อนข้างต่ำ ความคิดสร้างสรรค์ และ ความกระตือรือร้นของเด็กไทยมีน้อยลงและควรมีการพัฒนาให้มากขึ้น (กรมสุขภาพจิต, 2551) ทั้งนี้ประเด็นสำคัญ คือ เด็กไทยยังมีปัญหาเรื่องการคิด อยู่ในขั้นวิกฤติ ซึ่งนักการศึกษาเห็นว่า การเรียนคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยแก้ปัญหาวิกฤติต่างๆ ทางความคิดได้

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ทั้งนี้เนื่องจาก การแก้ปัญหาถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และครูควรจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้ นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหารวมทั้งควรจัดกิจกรรมอย่างต่อเนื่องและสม่ำเสมอ จะเห็นได้ว่า การคิดและการแก้ปัญหามีความสำคัญอย่างยิ่งในการดำรงชีวิต ความเจริญก้าวหน้าและเทคโนโลยี ต่างๆ เกิดจากประสบการณ์ที่มนุษย์รู้จักแก้ปัญหาในอดีต ปัจจุบันประเทศไทยยังขาดแคลน นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์อันเป็นกำลังสำคัญที่จะพัฒนาเทคโนโลยี ทำให้ต้องพึ่งพา เทคโนโลยีจากต่างประเทศ สาเหตุที่เป็นเช่นนี้ เนื่องจากคนที่เป็นนักคิดและนักแก้ปัญหามีจำนวน น้อย ไม่เพียงพอที่จะนำพาประเทศชาติให้สามารถแก้ปัญหาและพึ่งพาตนเองได้อย่างมี ประสิทธิภาพ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2549) ดังนั้นผู้สอนจึงต้องพยายามจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน โดยผู้สอนควรเลือกกิจกรรมให้ สอดคล้องกับเนื้อหาสาระนั้นๆ ซึ่งนับว่าเป็นสิ่งที่ท้าทายความสามารถของผู้สอนเช่นกัน รวมถึง การเลือกวิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหา อื่นๆ ต่อไป ทั้งนี้ การแก้ปัญหา (Problem solving) เป็นหัวใจของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพราะ เป็นการส่งเสริมการใช้ความคิดอย่างมีระเบียบแบบแผน มีขั้นตอนและมีเหตุผล รู้จักวิเคราะห์ สังเคราะห์ รู้จักการตัดสินใจที่ถูกต้องและฝึกการเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี กระบวนการแก้ปัญหามี ขั้นตอนที่สำคัญที่นักเรียนลงมือกระทำเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2538) แต่ปัญหา ของผู้เรียนคือไม่สามารถวิเคราะห์และตีความสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ นิรันดร์ แสงกุลหลาบ (2547) ที่กล่าวว่า “สาเหตุที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น มาจากการที่นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้”

การสอนโดยเน้นกระบวนการคิดแบบหนึ่งที่น่าสนใจที่สามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รูปแบบหนึ่ง คือ การสอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) โดยผู้พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ คือ Krulik and Rudnick (1995) ซึ่งเป็นการสอนที่เน้นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ไข การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนมากโดยเริ่มต้นฝึกจากสิ่งที้ง่ายไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น จนทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์นี้จะทำให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองและเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหา และสามารถตรวจคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผลโดยพิจารณาจากผลสรุปที่ได้ไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (working backward) ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)

ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)

จะเห็นได้ว่า การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เป็นขั้นตอนกระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยพยายามหาทางเลือกและเหตุผลที่เหมาะสมมาใช้อธิบายปัญหานั้นๆ แล้วจึงใช้การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ (Katretchko, 1971) นอกจากนี้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นความสำคัญของลำดับความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะทำทลายความสามารถในการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายคือ การหาคำตอบและการขยายแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเองเพื่อต่อยอดหรือนำไปใช้แก้ปัญหาอื่นๆ ต่อไปได้ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Floyd (2002) ที่ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นส่วนที่ช่วยในการตัดสินใจในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนดกลยุทธ์ เทคนิคกระบวนการและกฎเกณฑ์ต่างๆ ในการแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังส่งเสริมให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเอง เพื่อความเข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ และจากการศึกษางานวิจัยของ อรุณี รัชยาแก้ว (2538) ที่ได้ทำการศึกษา เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบ

ฮิวริสติกส์ ในการแก้โจทย์ปัญหา สมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่า กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนตามปกติ ซึ่งสอดคล้องกับที่ ขอบใจ สาสี (2545) ได้ทำการศึกษา เรื่อง ผลของการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มี ความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จากการศึกษาของนักการศึกษา ที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การแก้โจทย์ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหารูปแบบหนึ่งที่เน้นการคิดวิเคราะห์ เชื่อมโยงข้อมูล รวมทั้ง ลำดับการคิดในการแก้โจทย์อย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

สำหรับสาระการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ในส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เป็นสาระการเรียนรู้ที่จำเป็นต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของ ข้อมูลเพื่อวิเคราะห์หาทางเลือกในการแก้โจทย์ ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใน ชีวิตประจำวันได้ โดยส่วนใหญ่แล้วลักษณะของโจทย์ในเรื่องนี้เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องมีลำดับ ขั้นตอนในการคิดเป็นสำคัญ และมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้กระบวนการแก้โจทย์ เข้ามาช่วยในการแก้โจทย์ต่างๆ ดังนั้นจากเหตุผลที่ได้กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้ การแก้โจทย์ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ มาประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งยังเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้ การแก้โจทย์ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

2. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

2. สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้เวลาทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการทดสอบก่อนเรียน จำนวน 1 คาบ และดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 คาบ ดังนี้

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน

คาบที่ 2 คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คาบที่ 3 คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 4 คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 5 คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 6 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คาบที่ 7 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัด
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

คาบที่ 8 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 9 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัด
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

คาบที่ 10 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 11 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัด
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

คาบที่ 12 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 13 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัด
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

คาบที่ 14 ทดสอบหลังเรียน

4. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

4.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์

4.2 ตัวแปรตาม คือ

4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

4.2.2 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

4.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้แนวทางการสอนที่จะนำไปประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ในสาระการเรียนรู้อื่นๆ
3. นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

นิยามศัพท์เฉพาะ

ผู้วิจัยกำหนดความหมายของคำศัพท์ในการวิจัย เพื่อให้การดำเนินการวิจัยมีความชัดเจน ดังนี้

การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การแก้ปัญหาโดยอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่เพื่อแก้ปัญหา โดยใช้การวิเคราะห์และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของข้อมูลหรือโจทย์ปัญหา โดยการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Krulik and Rudnick (1995) ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนของการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา คิดวิเคราะห์และเรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนต้องทราบว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างและโจทย์ถามอะไร พร้อมเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้สัมพันธ์กัน

ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทราบว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่และสามารถนำข้อมูลมาสร้างรูปภาพ ตาราง แผนภาพ หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้ แนวคิด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องตรวจสอบได้ว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ ความสอดคล้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางอื่นๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 อ่านและคิด ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี ขั้นที่ 4 หาคำตอบ และขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด มาใช้ในการเรียนการสอน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” เพื่อทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” หมายถึง คะแนนความสามารถในการเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการทดสอบก่อนเรียน และหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
 หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิดรวบยอด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยให้
 นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
 โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิปรัชญา หมายถึง ความรู้สึและความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อ
 การจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิปรัชญา ในด้าน
 สาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและการประเมินผล
 การเรียนรู้ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำ
 การสอบถามหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.3 ลักษณะของปัญหาที่ดี

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

3.1 ความหมายและความสำคัญของฮิวริสติกส์

3.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ฮิวริสติกส์

3.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

4. การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 หลักการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.3 เกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูที่ดีต้องมีความเข้าใจและรู้จักเลือกใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียน ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ต่างกัน ดังนี้

พิชากร แปลงประสพโชค (2540) ได้กล่าวว่า ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เราต้องแก้หรือหาทางออกของปัญหา แต่ยังหาสิ่งที่เป็นทางออกหรือคำตอบของสถานการณ์ไม่ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคคบบังปัญหาเราอยู่ ผู้แก้ปัญหาคือ บุคคลที่มีปัญหา และรู้เป้าหมายที่ต้องบรรลุเพื่อแก้ปัญหานั้น ๆ แต่ยังไม่มียุทธวิธี หรือวิธีการใด ๆ อันจะนำไปสู่เป้าหมายนั้น

ยุพิน พิพิธกุล (2542) ได้กล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญห

กรมวิชาการ (2544) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาดัง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์คำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด

สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ ในบางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่ปัญหาสำหรับคนอื่นก็ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันที สถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอีกคนหนึ่งก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

Krulik and Rudnick (1993) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาก็ต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้ กระบวนการ และความสามารถในการแก้ปัญหา รวมทั้งประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ด้าน เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

พิสมัย ศรีอำไพ (2533) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาขั้นเดียว (one-step problem) เป็นปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่ การแก้ปัญหแบบนี้มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา

2. ปัญหาหลายขั้น (multiple-step problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป หรืออาจจะใช้การกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลายครั้ง

3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลาย ๆ แบบ เช่น มองหาแบบรูป วาดภาพ สร้างสมการ และอื่น ๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้ไม่สามารถแก้ไขได้โดยวิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา

4. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูลและตัดสินใจเอง การที่จะหาผลเฉลยของปัญหาอาจจะใช้กลยุทธ์หลายอย่าง ปัญหาเหล่านี้สะท้อนให้เห็นสถานการณ์และอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

รุ่งฟ้า จันทจักรกรณ (2554) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (problems to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (problems to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (one-step problems or simple translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (mathematical operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (multiple-step problems or complex translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (open-ended problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญห ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (process problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (applied problems or situation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญห ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง

(real life problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล / แปลผลข้อมูล และการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชาวน์ปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้

Charles and Lester (1982) ได้จำแนกประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาลับสมองที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์การจัดระบบ การประมวลผล และการแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะและกระบวนการ มโนคติและผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้และกฎเกณฑ์ในการจำแนก เช่น แบ่งตามประเภทของปัญหา ผู้แก้ปัญหา จุดประสงค์ของปัญหา ลักษณะของปัญหา หรือเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา เป็นต้น

ลักษณะของปัญหาที่ดี

ลักษณะของปัญหาที่ดี ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาที่ดีดังนี้

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถ
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเหตุการณ์เป็นไปได้อย่างจริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไคอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้กล่าวถึง ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
2. ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย
3. เหมาะสมกับระดับความรู้และพื้นฐานของนักเรียน
4. นักเรียนควรมีส่วนช่วยสร้างปัญหาขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ทำลายความสามารถ เป็นต้น ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะช่วยส่งเสริมให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหเอง และ สถานการณ์ปัญหาควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียนด้วยเป็นสำคัญ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่สำคัญเพื่อนำไปสู่เป้าหมายคือคำตอบของปัญหานั้น ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามองหา ซึ่งต้องใช้ความรู้จากหลาย ๆ ส่วนประกอบกัน ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามองหาความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อได้มาซึ่งคำตอบปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหามองหาการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติมและมีการแสดงความเห็น

อัมพร ม้าคอง (2554) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหามองหาทักษะซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็คือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ๆ โดยนักเรียนต้องบูรณาการความรู้จากหลาย ๆ ส่วน เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่นักเรียนต้องการ

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา (problem solving process) มีบทบาทสำคัญในการที่จะช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาค้นพบวิธีการใหม่ ๆ และยังสามารถประยุกต์นำวิธีการไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ มีนักการศึกษากล่าวถึงกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้หลายลักษณะดังนี้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำมาบูรณาการกับการเรียนแบบร่วมมือกัน (cooperative learning) ด้วยการพัฒนารูปแบบการเรียนให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชื่อนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา หรือเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนของ K-W-D-L

ขั้นตอน K คือ หาสิ่งที่มีเกี่ยวกับโจทย์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน
ให้นักเรียนระดมสมองถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นตอน W คือ นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์
กำหนดให้และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอน D คือ ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาโดย
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ และหาคำตอบ

ขั้นตอน L คือ สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นวัดผลและประเมินผล สังเกตการร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานและแบบฝึกหัด

จากรายงานการประชุมความก้าวหน้าคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี

The Integrated Mathematics Science and Technology [IMaST] (2007, อังนอ อัมพร ม้าคอง
2554) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการ
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน โดย
DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียง
เป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อง่ายต่อการนำไปใช้งาน
กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่า
ต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด ไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นขั้นตอนหรือวงจร ผู้แก้ปัญหาจะพิจารณา
ตามลักษณะของปัญหาว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และจะใช้องค์ประกอบใดบ้าง

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากมีขั้นตอนที่ไม่ซับซ้อน ประกอบด้วย

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน
 Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
 Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และการวางแผนการดำเนินการ
 Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น
 Communicate เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุปและสื่อสาร

Polya (2000) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) พิจารณาว่า อะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใด แล้วยังต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ให้อาจจะแก้ปัญหหรือไม่ มากเกินความจำเป็น หรือขัดแย้งกันเองหรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก เพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยพบปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหามีความสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้หรือไม่ พิจารณาส่ิงที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน หรือคล้ายกัน โดยพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นๆ มาใช้กับปัญหที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไขเพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

กระบวนการแก้ปัญหาของ ทั้งสี่ขั้นตอนดังที่กล่าวข้างต้นได้มีการนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง ซึ่งในทางปฏิบัติ การดำเนินการตามกระบวนการนี้มักทำเพียงบางขั้นตอน เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่น ๆ ทำให้ต้องยุบรวมบางขั้นตอนเข้าด้วยกัน เช่น รวมขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหาและขั้นตอนดำเนินการตามแผนเข้าด้วยกัน หรือทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลของคำตอบในขั้นตรวจสอบผล ทั้งนี้เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้นักเรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคือสิ่งที่ซับซ้อนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้นักเรียนมีหลักคิดในการฝึกการแก้ปัญหายอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคนอง, 2554)

Lester (1978 อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล, 2539) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การแก้ปัญหา จะต้องรู้ว่าปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร
5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนที่วางไว้ตามขั้นตอน
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินงานตามแผน
7. การประเมินและการแก้ไขปัญหา ลงมือทำเสร็จแล้วก็ต้องมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่องหรือขัดข้องประการใดก็แก้ไขปัญหานั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า กระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ขั้นตอนแรก ทำความเข้าใจในปัญหา ระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน ขั้นตอนที่สอง วางแผน ในการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่สาม ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และขั้นตอนที่สี่ ตรวจสอบ คำตอบ โดยผู้แก้ปัญหาต้องคำนึงถึงความเป็นไปได้ของคำตอบด้วย

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหานี้ นอกจากผู้แก้ปัญหาก็จะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอในการแก้ปัญหาแล้ว สิ่งที่คุณแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีจำเป็นต้องศึกษา คือ เรื่องยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนับเป็นปัจจัยที่สำคัญในการแก้ปัญหา รวมทั้งการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจะส่งผลให้การแก้ปัญหานั้นมีประสิทธิภาพสูงสุด ผู้แก้ปัญหาคควรจะ ได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาดัง ๆ อยู่เป็นประจำเพื่อให้เกิดความชำนาญเพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมสรุปไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคสรุปได้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา การลองเดาเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่จะต้องอ้างอิงต่อไป
2. ควรทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น ใช้การทอดลูกเต๋า สร้างรูป วัตถุ คำนวณ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลมาพิจารณา
4. การสร้างแผนภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่น จะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบจะช่วยให้โจทย์ปัญหาคเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นแนวทางในการคิด
5. การทำตาราง จะช่วยให้มองเห็นข้อมูลที่เหมือนกันหรือต่างกัน เห็นแบบรูปได้ชัดเจน อันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาคได้

6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่าง ๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางของสิ่งที่จะเป็นไปได้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ในการแก้ปัญหาขั้นพื้นฐานนั้น การฝึกทักษะเพื่อสร้างความชำนาญในการคิดแก้ปัญหาที่มีความสำคัญ ต้องอาศัยการฝึกฝน โดยครูจะต้องช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ดังนั้นเมื่อพบปัญหา แต่ละบุคคลต้องใช้ความคิดและพยายามเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีขณะที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

1. การหาแบบรูป
2. ยุทธวิธีการเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. การสร้างแบบรูป
4. การสร้างตารางหรือกราฟ
5. การคาดเดาและตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาวออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหานั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดา

ครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัด จนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่าคือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือปฏิบัติเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจจะนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

การจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยการนำมาเขียนลงในตาราง ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองชุด (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8, ...; 30, 27, 24, 21, ... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาในรอบด้านหาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหามักกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วน of ปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามักต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหานั้นที่กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือ การแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาคด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการใช้อยู่ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์กับปัญหาบางปัญหา โดยที่การแก้ปัญหาคเริ่มต้นจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละปัญหาอาจใช้วิธีแตกต่างกันได้หลายวิธี รวมทั้งกลวิธีที่ใช้ก็อาจแตกต่างกันด้วย กลวิธีแต่ละกลวิธีอาจเหมาะสมกับบางปัญหา แต่ไม่สามารถใช้ได้กับบางปัญหา การเลือกใช้จึงควรพิจารณาว่า กลวิธีนั้นช่วยให้ตนเองเข้าใจปัญหา และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหามากขึ้นหรือไม่ ดังนั้นกลวิธีแก้ปัญหาคจึงเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ กลวิธีแก้ปัญหาคมีอยู่หลากหลายดังนี้

1. การลองผิดลองถูก (Trial and error) เป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถจะทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบช้าหรือเร็ว แต่ก็เป็นผู้เรียนสามารถทำได้สะดวก
2. การวาดภาพ (Picture) บางครั้งการวาดภาพประกอบก็ทำให้ผู้เรียนเข้าใจความซับซ้อนและบริบทของปัญหาง่ายยิ่งขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น
3. การสร้างโมเดล (Model) เป็นวิธีแก้ปัญหโดยใช้การจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟสร้างโมเดล
4. การค้นหาแบบรูป (Pattern) ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหารูปแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ
5. การสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ (List, table, and chart) การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น และอาจทำให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น
6. การทำงานย้อนกลับ (Working backward) เป็นการแก้ปัญหโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการ แล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน
7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า (Familiar and simpler problem) เป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้ หรือสามารถใช้วิธีแก้ปัญหาคือที่ง่ายกว่า
8. การใช้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการแก้ปัญหโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ แต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเป็นหัวใจสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา ทำให้ผู้แก้ปัญหาประสบความสำเร็จในการหาคำตอบได้ สำหรับปัญหาข้อหนึ่ง ๆ อาจเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี โดยขึ้นอยู่กับทักษะและประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาว່จะสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ๆ ได้หรือไม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในแต่ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเป็นอย่างดี ต้องมีการฝึกฝนแก้ปัญหายุทธวิธีต่าง ๆ อยู่เป็นประจำ เมื่อพบสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ สามารถนำทักษะและประสบการณ์ที่มีไปประยุกต์ให้เกิดประโยชน์

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญประกอบด้วย

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่าน การฟัง องค์ความรู้ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล
4. แรงขับ ผู้แก้ปัญหจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งเกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญห
5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

6. ความรู้พื้นฐาน ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอและสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ

8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีการสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาด้านทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายปัจจัย ซึ่งทุก ๆ องค์ประกอบมีส่วนช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ดี ทั้งจากทางครอบครัวและทางโรงเรียน

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านทางคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000 อ้างใน ยุรวรัตน์ คล้ายมงคล, 2545) ได้เสนอลักษณะของปัญหาที่ควรใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ปัญหาในชีวิตจริงที่นักเรียนสามารถคิด สัมผัส ค้นคว้ากับเนื้อหาได้จริง ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย
2. ปัญหาที่สามารถช่วยให้นักเรียนก้าวข้ามกระบวนการเบื้องต้นไปยังความเข้าใจในเรื่องนั้นอย่างลึกซึ้ง

3. เนื้อหาควรมีความน่าจะเป็น สถิติ เรขาคณิต จำนวนตรรกยะ

4. ควรสร้างสถานการณ์ที่ช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาบนความรู้ ทักษะที่นักเรียนมีอยู่ และช่วยขยายความรู้ ทักษะ และภาษาทางคณิตศาสตร์ให้ลึกซึ้ง

นอกจากนี้ยังได้เสนอว่าครูควรมีบทบาทในการช่วยพัฒนาการแก้ปัญหา ดังนี้

1. สร้างทักษะการวิเคราะห์ปัญหาด้วยปัญหาที่มีข้อมูลข่าวสารที่มากเกินไปหรือไม่จำเป็น
2. ทำทายนักเรียนด้วยปัญหาที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ มีวิธีหาคำตอบหลายวิธี
3. กระตุ้นความสนใจด้วยการส่งเสริมการสื่อสารและการร่วมมือกันหาวิธีการแก้ปัญหา การมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหจะช่วยเพิ่มแรงจูงใจ
4. ครูควรให้นักเรียนได้สร้างปัญหาที่น่าสนใจบนสถานการณ์ที่หลากหลายทั้งในและนอกขอบเขตวิชาคณิตศาสตร์
5. ครูควรให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายถึงกลวิธีในการแก้ปัญหาและคำตอบอย่างสม่ำเสมอ เพื่อหาวิธีการที่ครอบคลุมซึ่งใช้แก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปได้
6. ใช้ปัญหาย่อยยาก ซับซ้อน ที่ต้องใช้คอมพิวเตอร์ เครื่องคิดเลขกราฟฟิกในการแก้ปัญหา
7. ช่วยให้นักเรียนมีการไตร่ตรองกระบวนการแก้ปัญหา โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดอย่างเปิดกว้างและสม่ำเสมอ
8. ประเด็นสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา เช่น การทำความเข้าใจปัญหาและการทบทวนการแก้ปัญหา
9. ให้ประสบการณ์ที่ช่วยแนะการใช้กลวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

10. ควรแนะนำให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีการไตร่ตรองและตรวจสอบการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) กล่าวไว้ว่า ครูในฐานะผู้สอนสามารถเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหาได้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นของความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น
2. ตรวจสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอที่จะสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้านักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวน
3. ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด
4. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน โจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนทำจะต้องมีหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะในชีวิตประจำวันของเรานั้น เราต้องใช้การประมาณค่า
7. ช่วยนักเรียนคิดในการที่จะได้มาซึ่งความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ครูแนะนำให้ นักเรียนวาดภาพ เขียนแผนผัง ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด และเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง
8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยการถามนักเรียน
9. การแก้โจทย์ปัญหา ครูควรให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบและทบทวนวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน และสนับสนุนให้นักเรียนใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ยังได้กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ สามารถสรุปเป็นข้อมูลที่น่านำไปปฏิบัติได้ ดังนี้

1. ครูจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนความคิดในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเองมากกว่าที่จะทำตามขั้นตอนที่ครูบอก
2. ในการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอน ครูควรให้เวลานักเรียนในการคิดด้วยตนเอง โดยการใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพเป็นตัวกระตุ้นและไม่ควรเน้นเรื่องคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าเหตุผลในการหาคำตอบของนักเรียน เพื่อครูจะได้รู้ที่นักเรียนคิดอย่างไร ครูควรเปลี่ยนพฤติกรรมจากการเป็นผู้สอนและอธิบายมาเป็นผู้กำกับให้นักเรียนคิดหาเหตุผลและใช้เหตุผล
3. ควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากคิดและอยากแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจใช้กิจกรรมการเล่นเกมหรือแข่งขันในบางครั้ง
4. ในช่วงชั้นต้น ๆ ครูไม่ควรคาดหวังกับการแสดงวิธีทำของนักเรียน นักเรียนอาจจะหาได้เฉพาะคำตอบเพียงอย่างเดียว สิ่งที่ครูควรทำ คือถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านั้นได้มาอย่างไรและทำไมจึงได้เช่นนั้น
5. การเลือกโจทย์ปัญหาที่จะนำมาสอน ครูควรคำนึงถึงความยากง่าย ให้เหมาะสมกับวัยและสติปัญญาของนักเรียน ไม่ควรใช้โจทย์ที่ยากเกินไป แต่ควรเป็นโจทย์ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันให้มาก อาจเพิ่มลักษณะโจทย์ที่ท้าทายสำหรับนักเรียนบางคนที่มีความถนัด
6. ครูควรเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนค้นคว้าและแสวงหาคำตอบด้วยตนเอง
7. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างทั่วถึง โดยใช้วิธีการต่าง ๆ อย่างหลากหลาย
8. ควรฝึกให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเพื่อเสริมทักษะด้านต่าง ๆ เช่น ฝึกการสังเกต ฝึกการบันทึก ฝึกการฟัง ฝึกการถาม ฝึกการตอบ ฝึกการตั้งข้อสันนิษฐาน ฝึกการค้นคว้าหาคำตอบจากแหล่งต่าง ๆ และฝึกทำโครงการ

9. ครูไม่ควรรีบเฉลยปัญหา แต่อาจชี้แนะแบบกว้าง ๆ ให้นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเอง ก่อน แล้วค่อย ๆ เสริมรายละเอียดมากขึ้นตามความเหมาะสม

10. ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย เกิดปัญหาและอยากค้นคว้าหาคำตอบ

11. ครูควรสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน โดยการแบ่งกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา หรือช่วยกันหาโจทย์ปัญหาหรือแต่งโจทย์จากสถานการณ์ต่าง ๆ

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญที่ครูควรสอดแทรกเข้าไปในการเรียนการสอนให้กับนักเรียน โดยคำนึงถึงความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน อาจเป็นคำถามที่ท้าทายและกระตุ้นความคิดของนักเรียน และที่สำคัญต้องให้เวลาในการคิดอย่างเหมาะสม เพื่อเป็นการส่งเสริมเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

ความหมายและความสำคัญของฮิวริสติกส์

ฮิวริสติกส์ (Heuristics) จัดว่าเป็นกลยุทธ์ที่ช่วยสนับสนุนการเรียนการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้เด็กนักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายของฮิวริสติกส์ไว้ดังนี้

Simon and Newell (1971) กล่าวว่า วิวา ฮิวริสติกส์ หมายถึง กลยุทธ์หรือกฎเกณฑ์ที่ใช้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นบ่อย

Larson (1983) กล่าวว่า วิวา ยุทธวิธีหรือเทคนิคในการแก้ปัญหาเรียกว่า ฮิวริสติกส์ ซึ่งปัญหาหนึ่งสามารถมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายด้วยการใช้ฮิวริสติกส์ที่แตกต่างกัน

Post (1988) กล่าวว่า iva การสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองเพื่อช่วยเหลือตนเอง เมื่อไม่สามารถแก้ปัญหาต่อไปได้ กลยุทธ์ดังกล่าวนี้เรียกว่า “อิวิริสติกส์” ได้นำมาใช้เพื่อช่วยนักเรียนคิดกลยุทธ์ของตนเอง ดังนั้นนักเรียนจึงสามารถค้นพบวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสม

Krulik and Rudnick (1988) กล่าวว่า iva กระบวนการซึ่งประกอบด้วยลำดับขั้นของการจัดการและขั้นตอนของการคิดที่เชื่อมโยงกันไว้ เรียกว่า ขั้นตอนของอิวิริสติกส์หรือรูปแบบอิวิริสติกส์ ซึ่งเป็นขั้นตอนของการชวนคิดและการตั้งคำถามที่ทุกคนต้องคิดตามและถามตนเองเพื่อที่จะแก้สถานการณ์ปัญหาของตนเองให้ได้ สิ่งสำคัญของการแก้ปัญหาด้วยอิวิริสติกส์ไม่ได้ขึ้นอยู่กับรูปแบบว่ามีกี่ขั้นตอน แต่สิ่งสำคัญคือ นักเรียนได้เรียนรู้การใช้รูปแบบอิวิริสติกส์อย่างถูกต้องและนำอิวิริสติกส์ไปประยุกต์แก้สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้ทุกสถานการณ์

Kheong (1998) กล่าวว่า อิวิริสติกส์เป็นกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการสร้างแบบจำลองโดยการวาดแผนภาพแบบแท่ง (bar diagram) และยุทธวิธีการใช้แบบรูป เป็นต้น

Middleton and Wheeler (1999) กล่าวว่า อิวิริสติกส์ คือ วิธีการหนึ่งที่จะนำมาใช้เพื่อช่วยเพิ่มโอกาสในการแก้ปัญหา โดยไม่รับประกันว่าจะสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ในทุกกรณี แต่จะช่วยในขั้นตอนการออกแบบวิธีสำหรับแก้ปัญหา (Design Process)

Ohlsson and Rees (1991 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ, 2545) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการคิดแบบอิวิริสติกส์ไว้ว่า อิวิริสติกส์มีส่วนสำคัญในการเรียนเพื่อใช้สำหรับการวิเคราะห์ในเชิงพฤติกรรมของการเรียนรู้ของมนุษย์ ในเรื่องการทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เมื่อเทียบกับกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการอื่นที่ใช้หลักเกณฑ์การประเมินแบบเดียวกัน

Leinhardt and Schwarz (1997 อ้างใน ขอบใจ สาริทธิ, 2545) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของอิวิริสติกส์ไว้ว่า อิวิริสติกส์มีส่วนสำคัญช่วยในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีในกรณีที่มีปัญหาที่มีความซับซ้อน เนื่องจากอิวิริสติกส์ช่วยสนับสนุนการใช้ความคิดในการแก้ปัญหาและที่สำคัญยังช่วยชี้จุดด้อยของการแก้ปัญหา

Polya (2000) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการศึกษาขั้นตอนและกฎเกณฑ์เพื่อใช้ในการค้นหาและสร้างทางเลือกใหม่สำหรับแก้ปัญหา

Floyd (2002) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นส่วนที่ช่วยในการตัดสินใจ (Making Decision) ในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนดกลยุทธ์ (strategy) เทคนิค (technique) กระบวนการ (procedure) และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ (rules) ในการเรียน นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่

จากที่ศึกษาความหมายและความสำคัญของฮิวริสติกส์ พอสรุปได้ว่าฮิวริสติกส์เป็นยุทธวิธีหรือเทคนิคที่มีความสำคัญที่ช่วยในการแก้ปัญหานักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ เน้นเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กัน และขยายแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ แต่ก็ไม่ได้ยืนยันว่าฮิวริสติกส์จะต้องใช้แก้ปัญหาได้ทุกปัญหา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่น ๆ ประกอบด้วย

การแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์โดยใช้ฮิวริสติกส์

การแก้ปัญหาคิดได้ว่าเป็นหัวใจสำคัญเรื่องหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ สิ่งทีครูควรจะทำให้เกิดขึ้นกับนักเรียนก็คือ พยายามให้นักเรียนแก้ปัญหาย่างเป็นระบบ เกิดแนวความคิดของนักเรียนเอง ฝึกให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีโดยใช้พื้นฐานความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่นักเรียนมีอยู่ และได้มีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์โดยใช้ฮิวริสติกส์ไว้ดังนี้

Bransford and Stain (1984) ได้เสนอขั้นตอนของฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุปัญหา (Identify the problem)
2. กำหนดและแยกแยะปัญหา (Define and represent the problem)
3. สำรวจทางเลือกในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ (Explore possible solution strategies)
4. ดำเนินการตามกลยุทธ์ที่วางไว้ (Act on the strategies)
5. มองย้อนกลับในแต่ละขั้นตอนและประเมินผล (Look back and evaluate)

Edward (1985) ได้กล่าวว่า อีวริสติกส์มักเป็นลักษณะตัวแทนของโครงสร้าง ซึ่งพบว่าอาจเชื่อมโยงกับโครงสร้างอื่น ๆ หรือกับความพยายามในการแปลความหมายให้สำเร็จ ดังนั้นจึงต้องให้มีการแก้ปัญหาในโรงเรียนบ่อย ๆ ลำดับขั้นของอีวริสติกส์ในการกระตุ้นนักเรียน มีดังนี้

1. การอ่านทวนปัญหา (Rereading the problem)
2. การเน้นคำถาม (Focusing on the question)
3. การทำนายการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Anticipating arithmetical operations)
4. การอ้างถึงปัญหาเดิมที่ผ่านมา (Referring to past problems)
5. การปฏิเสธทางเลือก (Rejecting alternatives)
6. การหาผลลัพธ์ที่ต้องการอย่างเป็นขั้นตอน (Relating means and ends)

Krulik and Rudnick (1995) ได้กล่าวว่า กระบวนการของอีวริสติกส์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)
- ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)

ขั้นตอนต่าง ๆ เหล่านี้ไม่ใช่ขั้นตอนที่เป็นอิสระ แต่เป็นขั้นตอนที่มีความต่อเนื่องกันตามลำดับ อย่างไรก็ตามในแต่ละขั้นตอนนี้ก็จะมีจุดมุ่งหมายที่แตกต่างกัน ที่จะสามารถนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้ โดยความหมายต่าง ๆ ของแต่ละขั้นตอนนี้มีความสัมพันธ์และสอดคล้องกันดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด สำหรับกระบวนการอิวิริสติกส์ ปัญหาได้ถูกวิเคราะห์โดยเริ่มจากความคิดซึ่งถือว่าสำคัญมาก ความจริงต่าง ๆ ที่ถูกตรวจสอบและประเมิน ข้อคำถามที่ถูกกำหนดไว้ การสร้างที่เป็นรูปธรรมจะทำให้มองเห็นได้ด้วยตา มีการบรรยายและทำให้เข้าใจปัญหาได้ถูกนำมาแปลให้เป็นภาษาของผู้อ่าน การเชื่อมโยงที่ถูกสร้างขึ้นระหว่างส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

ขั้นที่ 2 ตำรวจและวางแผน ขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาได้วิเคราะห์ข้อมูลและสามารถบอกได้ว่าข้อมูลที่มีเพียงพอหรือไม่ สำหรับการแก้ปัญหา สิ่งที่เป็นเบนความสนใจจะถูกตัดออกไป ข้อมูลได้ถูกนำมาสร้างเป็นตาราง แผนภาพ และจัดทำเป็นรูปแบบอื่น ๆ จากขั้นตอนนี้แผนสำหรับการค้นหาคำตอบนั้นได้ถูกพัฒนาขึ้นมา

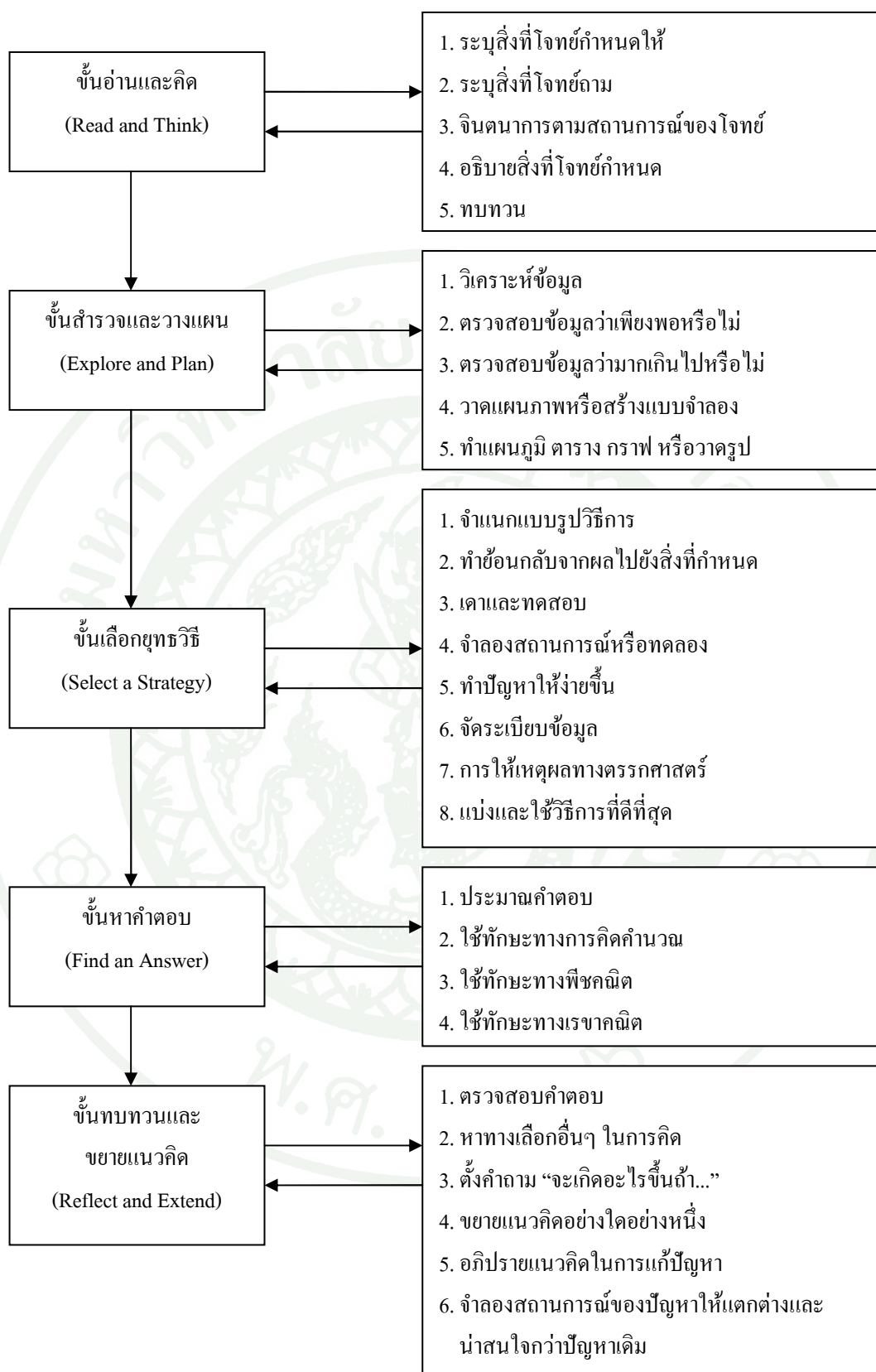
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี ได้พิจารณาแล้วว่าเป็นขั้นตอนที่ยากที่สุดจากขั้นตอนทั้งหมด ยุทธวิธีนั้นเป็นเพียงส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาที่จะกำหนดทิศทางของผู้แก้ปัญหาเพื่อค้นหาคำตอบ ซึ่งขั้นตอนการเลือกนี้ได้ถูกเสนอแนะไว้โดยสองขั้นตอนก่อนหน้านี้ที่เกิดขึ้นก่อนในกระบวนการของอิวิริสติกส์ ยุทธวิธีต่าง ๆ นั้นไม่ได้เป็นเหมือนปัญหาที่ระบุไว้เฉพาะ แต่มีลำดับขั้นตอนและบ่อยครั้งที่ถูกนำมาใช้เชื่อมโยงกัน คำถามที่ยากในการแก้ปัญหาคือ วิธีการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม อะไรที่จะบอกนักเรียนได้ว่าจะเลือกยุทธวิธีใด โดยทักษะที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทำแบบฝึกหัดอยู่เป็นประจำและต่อเนื่อง นอกจากนั้นนักเรียนจะต้องพยายามที่จะแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่มีความหลากหลายและมากขึ้นเท่าที่จะเป็นไปได้

ยุทธวิธีต่าง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาที่มักพบโดยส่วนใหญ่และมีการใช้กันอย่างกว้างขวางโดยผู้แก้ปัญหาส่วนมาก สามารถแยกให้เห็นได้ชัดเจนไว้ 8 ยุทธวิธี ดังนี้

1. การจำแนกรูปแบบ
2. การทำย้อนกลับ
3. การคาดเดาและการทดลอง
4. การทดสอบหรือการจำลองสถานการณ์
5. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้นและใช้การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า
6. การจัดระบบข้อมูล
7. การใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
8. การแยกและรวบรวมใหม่

ขั้นที่ 4 **หาคำตอบ** ในที่นี้ทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมนั้นได้ถูกนำมาใช้เพื่อหาคำตอบ การประมาณที่เหมาะสมควรที่จะถูกนำมาใช้เป็นอย่างยิ่ง การหาคำตอบที่ได้มีรูปแบบอาจจะเกิดขึ้นได้จากการใช้เครื่องคิดเลขและเทคโนโลยีอื่น ๆ

ขั้นที่ 5 **ทบทวนและขยายแนวคิด** เหนือสิ่งอื่นใด สิ่งที่อยู่แก่ปัญหาต้องการก็คือคำตอบของปัญหา โดยคำตอบต่าง ๆ นั้นต้องถูกตรวจสอบด้วยความแม่นยำ ทั้งเงื่อนไขเริ่มต้นต่าง ๆ ของปัญหาว่ามีความถูกต้องหรือไม่ อย่างไรก็ตามขั้นตอนนี้จะควรที่จะถูกทำให้มากยิ่งขึ้น เพราะสิ่งที่เป็นความคิดสร้างสรรค์ที่สามารถทำได้มากที่สุด การแก้ปัญหาที่แตกต่างกันนั้นควรจะให้ความสนใจและควรมีการอภิปรายร่วมกัน ปัญหาที่แตกต่างกันอาจเกิดจากการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือการตีความบางอย่างตั้งแต่แรกที่แตกต่างกัน ถ้าเป็นไปได้กระบวนการนั้นควรจะขยายออกไปเพื่อที่จะได้ค้นพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่ซ่อนในสถานการณ์ ความแตกต่างที่น่าสนใจของปัญหาดังเดิมนั้นควรทำให้เป็นรูปธรรมและนำมาอภิปรายร่วมกันโดยนักเรียน



ภาพที่ 2.1 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของ Krulik and Rudnick

ที่มา: Krulik and Rudnick (1995)

David and Zbigniew (2000 อ้างใน ขอบใจ สาสิทธิ, 2545) ได้กล่าวถึง กระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา เพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เป็นหลัก
2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้
3. ขั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา
4. ขั้นพิจารณาปัญหาโดยการเรียนรู้อย่างรอบคอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่เคยได้เรียนรู้มาแล้วในอดีต
5. ขั้นหาแนวทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิม ๆ ที่เคยทำมาแล้ว
6. ขั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยไม่สนใจว่าคำตอบนั้นจะดีที่สุดในตอนต่อไป
7. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาโดยไม่สนใจสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหาสามารถจัดการกับปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยไม่ยึดติดกับกรอบความคิดแบบเดิม ๆ
8. ขั้นการกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งที่ไม่ทราบค่าในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้นและไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้น ๆ ได้
9. ขั้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาเพื่อใช้ในการอ้างอิง
10. ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำและสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

จากการศึกษาการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก พอสรุปได้ว่าการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์เป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ของปัญหา พร้อมช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่ชัดเจนและฝึกให้นักเรียนเป็นคนที่มีความรอบคอบเพราะการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์นี้ให้ความสำคัญกับการตรวจคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ดังนี้

Garnett (1984 อ้างใน ขอบใจ สาสีทธิ, 2545) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า ฮิวริสติกส์ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้ และยังสามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น

Floyd (2002) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการตัดสินใจ (making decision) ในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหของตนเองได้อย่างอิสระ ทำให้สามารถกำหนดกลยุทธ์ (strategy) เทคนิค (technique) กระบวนการ (procedure) และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ (rules) ในการเรียน

จากที่ศึกษาประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ พอสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการฝึกให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีในอนาคต แยกแยะปัญหาต่าง ๆ ได้ดี จัดวางลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีและช่วยในการตัดสินใจ

การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินผลอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินผลอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็กหรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน การบ้าน อนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น (ชานนท์ จันทรา, 2554)

หลักการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรยึดหลัก 4 ประการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) ต่อไปนี้

1. การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน

ในการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควรมุ่งเน้นการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ควรรวมไปถึงการวิเคราะห์การเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน โดยการเลือกใช้แบบทดสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน เช่น ลักษณะคำถามที่ถามว่า เพราะเหตุใดทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า... (เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง) แล้ว... (จะเกิดอะไรขึ้น) เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร เป็นต้น ซึ่งการใช้ลักษณะคำถามดังกล่าว นอกจากจะช่วยให้ผู้สอนทราบถึงความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนแล้ว ยังช่วยให้ผู้สอนได้ทราบถึงยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้การอธิบายนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล ตลอดจนการเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

2. การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน

การสังเกตและการใช้คำถามเป็นการประเมินที่กระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหาหรืออภิปรายภายในกลุ่ม ข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอแนวคิดของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ ในการสังเกตครูจะต้องจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ เพราะการจำอย่างเดียวอาจทำให้หลงลืมได้ เนื่องจากครูมีเวลาจำกัดในการจดบันทึก ดังนั้นก่อนเข้าสู่บทเรียน ครูต้องเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมินและเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ (Checking list) แล้วจดบันทึกสิ่งที่สังเกตโดยการทำเครื่องหมายไว้ และต้องบันทึกทันทีทันทีทันใดภายหลังการสังเกต

สำหรับการใช้คำถามดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า ครูควรเพิ่มคำถามที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน เพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น คำถามในลักษณะ “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหายุทธวิธีหรือวิธีการนอกเหนือไปจากนี้ได้อีก” “นักเรียนคิดอย่างไรกับยุทธวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่เพื่อนเสนอ” เป็นต้น

3. การประเมินผลจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของนักเรียน

การให้นักเรียนเขียนอนุทิน เป็นอีกวิธีหนึ่งในการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือได้สะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นั้น วิธีนี้จะมีคุณค่ามากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงานหรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการทำกิจกรรมที่กำหนด ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการทำกิจกรรมภายหลังที่เสร็จจากการทำกิจกรรมนั้น

ในการเขียนอนุทินผู้สอนอาจเริ่มต้นด้วยการตั้งประเด็นหัวข้อหรือคำถามนำให้นักเรียนเขียน เช่น

สิ่งที่ข้าพเจ้าได้จากการเรียนรู้ในวันนี้ คือ ...

สิ่งที่ข้าพเจ้าได้สังเกตในวันนี้ คือ ...

ความคิดเห็นของข้าพเจ้าต่อกิจกรรม / การแก้ปัญหานี้ คือ...

ความประทับใจของข้าพเจ้าต่อกิจกรรม / การแก้ปัญหานี้ คือ...

อุปสรรคที่ข้าพเจ้าพบในการทำกิจกรรม / การแก้ปัญหานี้ คือ...

ยุทธวิธีอื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ ...

ถ้าเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง ผลลัพธ์ใหม่ที่ได้จะเปลี่ยนแปลงอย่างไรบ้าง

ผู้สอนสามารถใช้การเขียนอนุทินเพื่อประเมินความสามารถของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ และยังสามารถวิเคราะห์ในภาพรวมได้อีกเมื่อสิ้นภาคเรียนและสิ้นปีการศึกษา

4. การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน

การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจนจะช่วยให้ผู้สอนสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่า นักเรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือ การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring) ซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม

วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 วิธี (Charles, Lester, and O'Daffer, 1987) ได้แก่

1. การสังเกตและการใช้คำถาม (observing and question)

การสังเกตและการใช้คำถามกับนักเรียน ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับการแสดงออก เจตคติ และความเชื่อต่าง ๆ การสังเกตอย่างไม่เป็นทางการและการใช้คำถามกับนักเรียนสามารถใช้ประเมินเมื่อนักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล ในกลุ่มเล็ก หรือในขณะที่อภิปรายร่วมกันทั้งชั้น คาดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุดระหว่างที่นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือในกลุ่มเล็ก เนื่องจากครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจดบันทึก ขณะที่มีการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เครื่องมือในการประเมินที่ครูต้องเตรียมไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ หรือมาตราประมาณค่า เช่น

แบบตรวจสอบรายการ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
ชื่อนักเรียน _____	วันที่ _____
_____ 1.	ชอบการแก้ปัญหา
_____ 2.	มีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม
_____ 3.	เสนอความคิดในการแก้ปัญหากลุ่ม
_____ 4.	มีความพยายามในการหาแบบรูป
_____ 5.	พยายามทำความเข้าใจปัญหา
_____ 6.	สามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ได้
_____ 7.	เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
_____ 8.	มีความพยายามในการเลือกยุทธวิธีแบบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา
	เมื่อประสบความสำเร็จในการเลือกใช้ยุทธวิธีแรกในการแก้ปัญหา
_____ 9.	ตรวจคำตอบ
_____ 10.	สามารถอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้

2. การใช้การประเมินข้อมูลด้วยตัวของผู้เรียนเอง (using self-assessment data from students)

วิธีการใช้การประเมินข้อมูลเฉพาะตัวของผู้เรียนจะมีคุณค่ามากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงานหรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจและความคิดของตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด เครื่องมือสำหรับประเมินวิธีนี้ คือ สมุดรายงานผล (Students' report) ที่นักเรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ภายหลังจากที่แก้ปัญหาสำเร็จแล้ว ทั้งนี้ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับและอธิบายความคิดของนักเรียนขณะที่แก้ปัญหาได้ เช่น

นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหานักเรียนคิดถึงอะไร

นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากหรือน้อย ใช้ยุทธวิธีใด ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง ยุทธวิธีนั้นสามารถใช้แก้ปัญหาคำตอบเลขหรือไม่

ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหาวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผลเป็นอย่างไร

นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ นักเรียนรู้สึกอย่างไร

นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าคำตอบที่หาได้ถูกต้อง

ความรู้สึกของนักเรียน โดยภาพรวมเป็นอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้

3. การใช้แบบทดสอบ (using tests)

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา ได้แก่ แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (multiple choice tests) และแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (completion tests) โดยแบบทดสอบชนิดเลือกตอบจะประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละข้อคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกตอบตัวเลือกที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว ส่วนแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้นักเรียนเติมคำหรือใส่ประโยคที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

4. การให้คะแนนแบบรูบริก (rubric scoring)

4.1 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (analytic scoring) เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าของคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนามาตรฐานของการให้คะแนนของการวิเคราะห์คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ประเมินสนใจและขั้นตอนที่สองคือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน

ข้อดีของการให้คะแนนแบบวิเคราะห์คือ ในการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น แต่เป็นวิธีการกำหนดคุณค่างานของนักเรียนด้วยการให้คะแนนที่ชัดเจน ช่วยให้ครูรู้จักอ่อนและจุดแข็งในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหานักเรียนได้ตรงประเด็น ได้ข้อมูลเฉพาะเกี่ยวกับผลที่เกิดจากกิจกรรมการสอนที่หลากหลาย และมาตรฐานการให้คะแนนโดยการวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา	
ขั้นที่ 1: ทำความเข้าใจปัญหา	3: เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง 2: เข้าใจปัญหบางส่วนไม่ถูกต้อง 1: เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหาเลย
ขั้นที่ 2: วางแผนแก้ปัญหา	3: เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง 2: เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง 1: เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 3: ดำเนินการตามแผน	3: นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง 2: นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง 1: นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 4: ตรวจสอบผล	3: สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ 2: สรุปคำตอบได้ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง 1: ไม่มีการสรุปคำตอบ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546)

4.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม (holistic scoring) เป็นวิธีการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ แต่ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การสร้างเกณฑ์การให้คะแนนมีความสัมพันธ์กับกระบวนการคิดแก้ปัญหาในมุมมองที่แตกต่างกับการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ โดยการให้คะแนนแบบองค์รวมจะไม่กำหนดคะแนนแยกย่อยลงไปถึงประเด็นต่าง ๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด

ข้อดีของการให้คะแนนแบบองค์รวม คือ เปิดโอกาสให้มีการพิจารณาประเมินการเขียนของนักเรียนให้เป็นไปอย่างรวดเร็ว เน้นการพิจารณากระบวนการที่ใช้โดยไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น มีการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนที่เฉพาะเจาะจง ชัดเจนสำหรับงานเขียน และใช้คะแนนค่าเดียวซึ่งครอบคลุมภาพรวมของคำตอบในการแสดงผลงานการแก้ปัญหาตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวมแสดงดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 ยอดเยี่ยม	ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบของปัญหาถูกต้อง สมบูรณ์
3 ดี	- ดำเนินการตามยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไปโดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์ หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสมและแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	- ไม่เหมาะสมและได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 ยังต้องปรับปรุง	- แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการ และมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้และไม่คิดหายุทธวิธีอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อยๆ ของปัญหาแต่ไม่ดำเนินการต่อ
0 ไม่พยายาม	ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ที่มา: ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544)

เกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนเป็นการประเมินคุณภาพที่สามารถแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพในการปฏิบัติงานของนักเรียนได้อย่างชัดเจน โดยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานของนักเรียนหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม (ชานนท์ จันทรา, 2554) โดยเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้เสนอไว้ต่างกัน ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้นำเสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานแสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

นอกจากนี้ ชานนท์ จันทรา (2555) ยังได้นำเสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 2.3 และตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	ผลงานมีความถูกต้อง สมบูรณ์ แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธี ดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนวิธีการดังกล่าว และสรุปคำตอบได้อย่างชัดเจน
3 (ดี)	ผลงานมีความถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนของวิธีการ ดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง
2 (พอใช้)	ผลงานไม่ถูกต้อง แต่ดำเนินการหรือแสดงวิธีทำได้อย่างสมบูรณ์ หรือ ผลงานบางส่วนมีความผิดพลาดหรือไม่ชัดเจน หรือแสดงถึงความไม่เข้าใจ ปัญหา มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบาย ขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้
1 (ต้องปรับปรุง)	ผลงานไม่ถูกต้อง พบว่ามีข้อมูลน้อย ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียดหรือ มีการดำเนินแก้ปัญหาบางส่วน และแก้ปัญหาไม่สำเร็จ

ที่มา: ชานนท์ จันทรา (2555)

ตารางที่ 2.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ ไม่สมบูรณ์ หรือใช้สัญลักษณ์
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 อ้างใน ชานนท์ จันทรา, 2555)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวไว้ในหัวข้อเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

อรุณี รัชยาแก้ว (2538) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องสมการ อัตราส่วนและร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกระทุงวิทยา จังหวัดภูเก็ต จำนวน 78 คน เป็นชาย 40 คน เป็นหญิง 38 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 39 คน ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุม 39 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 34 คาบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ใช้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 51 คน และกลุ่มควบคุม 48 คน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และมีความสามารถในการใช้เหตุผลหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรัญนา บุตรวิเชียร (2549) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโนนคูณวิทยา อำเภอสว่างวีรญาติ จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 48 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 24 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุม 24 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผล สูงกว่า นักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2553) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดประคู้ จำนวน 2 ห้องเรียน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิยุสนี อามะ (2556) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องบทประยุกต์ โดยการใช้ฮิวริสติก โรงเรียนอนุบาลปัตตานี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลปัตตานี จำนวน 1 ห้องเรียน พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้ฮิวริสติก มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ รวมทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Garnett (1990) ได้ศึกษาการพัฒนาฮิวริสติกส์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยการทดลองสอนที่ไม่มีการสร้างองค์ความรู้ โดยใช้เทคนิควิธีการสอนหลากหลายรูปแบบ การศึกษาจัดกระทำโดยครูผู้สอนและนักวิจัยเป็นระยะเวลา 5 เดือนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน ซึ่งได้ระบุและเก็บรายละเอียดจากนักเรียน 9 คนที่มีความสามารถแตกต่างกัน การศึกษาในครั้งนี้ใช้การเรียนการสอนอย่างเป็นระบบ และเป็น การนำรูปแบบการแก้ปัญหาไปใช้ในช่วงเวลาดังกล่าว ผลปรากฏว่าทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการแก้ปัญหามีขึ้น การศึกษาครั้งนี้พบว่า นอกจาก รูปแบบการเรียนการสอนการแก้ปัญหามีคุณภาพแล้ว ยังรวมถึงการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอใน

การใช้รูปแบบการแก้ปัญหา การตั้งคำถามนำ ครูและนักเรียนคิดออกเสียง (Think aloud) ในการสร้างรูปแบบการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ และการเขียนอนุทิน

Fiksdal (1995) ได้ศึกษาผลของวิธีการสอนด้วยอิริสติกส์โดยการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา ซึ่งนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษามีมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สองโนทัศน์สำหรับการมีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ โดยกลุ่มทดลองได้รับการเรียนการสอนด้วยอิริสติกส์ 5 รูปแบบ คือ (1) การวาดแผนภาพ (draw a diagram) (2) การสร้างรายการ (make a list) (3) การแก้ปัญหาย่อย (solve a simpler) (4) การใช้ตัวแปร (use a variable) (5) การค้นหาแบบรูป (look for a pattern) ใช้โครงสร้างของการศึกษาและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลรูปแบบของ Schoefeld ผลการทดลองปรากฏว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยอิริสติกส์ สามารถทำให้นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาย่อยครั้งยิ่งขึ้น เมื่อมีการแก้ปัญหตามการเรียนการสอนด้วยอิริสติกส์ นอกจากนี้ยังทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา กลุ่มเดียวกันสูงขึ้นด้วยการเรียนการสอนด้วยอิริสติกส์

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้แนวคิดของอิริสติกส์พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีการเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียน ผลปรากฏว่าคะแนนการสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและนักเรียนทำคะแนนได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้การแก้ปัญหาแบบอิริสติกส์ ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือไม่ อย่างไร

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบ อีวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

3. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบ อีวริสติกส์ อยู่ในระดับดีขึ้นไป



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi – experimental research) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งมีรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบความสามารถทางการเรียน

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย เครื่องมือ 4 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

3. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือแต่ละเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร เกี่ยวกับผลการเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชา และขอบเขตเนื้อหา

2. ศึกษาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เทคนิค วิธีสอนคณิตศาสตร์ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ จากตำราและเอกสารต่างๆ

4. ศึกษาการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากคู่มือและตำราต่างๆ และดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” จำนวน 12 แผน 12 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน

คาบที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คาบที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 6 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คาบที่ 7 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

คาบที่ 8 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 9 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

คาบที่ 10 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 11 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

คาบที่ 12 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 13 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

คาบที่ 14 ทดสอบหลังเรียน

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขเป็นที่เรียบร้อยแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขจนสมบูรณ์แล้วไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 25 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา สารการเรียนรู้ และวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา จำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากเอกสารต่างๆ แล้วดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ตามที่ศึกษามาและตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบโดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 25 ข้อ

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบในแง่ความตรงเชิงเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม ตัวเลือก ตัวลวง จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงและแก้ไขให้เหมาะสม

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความชัดเจนของคำถามและตัวเลือกในแต่ละข้อกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า ข้อสอบ 34 ข้อ มีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 - 1 และมีข้อสอบ 1 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 0 เนื่องจากขาดความชัดเจนของคำถาม แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ 34 ข้อ สามารถนำไปใช้ได้ และทำการคัดเลือกข้อสอบให้เหลือจำนวน 30 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบฉบับทดลองใช้ (try out) ต่อไป

5. นำแบบทดสอบที่ผ่านการวิเคราะห์ความสอดคล้องและปรับปรุงแก้ไขจนแล้วเสร็จไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 80 คน แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าดัชนีความยาก (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีค่าความเที่ยงอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งผลการทดลองใช้พบว่า ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 29 ข้อ มีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.79 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.23 - 0.58 และมีข้อสอบจำนวน 1 ข้อ มีค่าดัชนีความยากเท่ากับ 0.2 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกเท่ากับ 0 ซึ่งต้องตัดทิ้ง เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบตามจำนวนที่ต้องการสำหรับจัดพิมพ์

เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 25 ข้อ จากจำนวนข้อสอบ 29 ข้อ ซึ่งจากการหาคุณภาพของแบบทดสอบฉบับจริงพบว่า ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบมีค่าดัชนีความยากเฉลี่ยเท่ากับ 0.42 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ 0.27 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรคำนวณค่าดัชนีความเที่ยงของ Kuder – Richardson คือ K-R 20 มีค่าเท่ากับ 0.77

6. นำแบบทดสอบฉบับจริงที่ได้เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบทดสอบอีกครั้ง

7. นำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ไปใช้ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาคำตอบ โดยนำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาสาระการเรียนรู้ หลักการ ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากเอกสารประกอบการสอน คู่มือครูและหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดสาระการเรียนรู้ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

2. สร้างเกณฑ์การให้คะแนน โดยพิจารณาประเด็นที่ต้องการมุ่งวัดนักเรียน จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งวัดจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแต่ละชุดมีคะแนนตั้งแต่ 0 - 8 คะแนน ตามขั้นตอนการแก้ปัญห 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่มีร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องบางส่วน

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 2 แก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมเขียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการและสรุปคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปรได้ แต่ไม่สามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร และเขียนสมการได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ และสามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการสรุปคำตอบ

4 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ แก้สมการหาค่าตัวแปร และมีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน

ส่วนที่ 3 ทบทวนคำตอบ นักเรียนตรวจสอบคำตอบและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบ

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ค่อนข้างถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่มีลักษณะเป็น โจทย์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ต่อ 1 ชุด ชุดละ 8 คะแนน ทั้งหมด 4 ชุด ที่ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความครอบคลุมของสาระการเรียนรู้ ความชัดเจนของข้อคำถาม และเกณฑ์การให้คะแนน แล้วนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เหมาะสม

5. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ปรับปรุงและแก้ไขแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความครอบคลุมของสาระการเรียนรู้ ความชัดเจนของข้อคำถาม และเกณฑ์การให้คะแนน แล้วนำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เหมาะสม

6. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงและแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวรรณศิลป์

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวรรณศิลป์ มีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่า 5 ระดับ คือ

เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง โดยมีประเด็นที่ศึกษา 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านครูผู้สอน ซึ่งผู้วิจัยจะดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาองค์ประกอบและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้

2. สร้างแบบสอบถามที่มีลักษณะเป็นแบบมาตราประมาณค่า 5 ระดับ และเขียนข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นคำตอบในด้านที่ต้องการ ได้แก่ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่นๆ และนำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความถูกต้องเหมาะสมและความครอบคลุมประเด็นคำตอบที่ต้องการ แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

3. นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงและแก้ไขจนเสร็จเรียบร้อยแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” มาทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) กับกลุ่มตัวอย่าง ในคาบที่ 1 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

2. ดำเนินการสอน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที

3. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทำหลังจากดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้หัวข้อ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในคาบที่ 7, 9, 11 และ 13 ซึ่งผู้วิจัยได้ตกลงช่วงเวลาที่ใช้ในการทดสอบกับนักเรียนว่าการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้ง จะทำการทดสอบในช่วงเวลาหลังนักเรียนเลิกเรียน โดยใช้เวลาประมาณ 15-20 นาที เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

4. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ซึ่งเป็นฉบับเดียวกับที่ทำการทดสอบก่อนเรียนมาทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) กับกลุ่มตัวอย่างในคาบที่ 14 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

5. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์

6. นำผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาเปรียบเทียบกัน และเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 รวมถึงวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ คือ

1. ค่าสถิติพื้นฐานได้แก่

1.1 ค่าร้อยละ

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้ matched-pairs t-test

3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ใช้ one sample t-test

4. ข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้ค่าเฉลี่ย จำนวน 4 ชุด แต่ละชุดมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลดังนี้

4.1 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยพิจารณาในภาพรวมของแต่ละชุด ซึ่งมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 6.40 – 8.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 5.60 – 6.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.80 – 5.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 4.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

4.2 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งพิจารณาแต่ละส่วนของขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละชุด ดังนี้

ส่วนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

ส่วนที่ 2 แก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมเขียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการและสรุปคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.20 – 4.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.80 – 3.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.40 – 2.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.00 – 2.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 1.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับที่ต้องปรับปรุง

ส่วนที่ 3 ทบทวนคำตอบ นักเรียนตรวจสอบคำตอบและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับที่ต้องปรับปรุง

5. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ใช้การแจกแจงความถี่ และการหาค่าร้อยละ



บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบ อีวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ ดังต่อไปนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร 2) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร และ 3) ศึกษาความ คิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้ การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัด สมุทรสาคร ซึ่งมีสมมติฐานการวิจัยว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอีวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 3) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบ อีวริสติกส์ อยู่ในระดับดี ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์และสมมติฐาน การวิจัย ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน และเมื่อนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ดำเนินการจัดการเรียนรู้นักเรียน จำนวน 12 คาบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่เป็นฉบับเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนเรียน ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

1.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

คะแนน	n	$\bar{X}$	s	t	sig
ก่อนเรียน	40	7.68	3.57	13.325	0.000*
หลังเรียน	40	16.48	3.90		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบ หลังเรียน ($\bar{x} = 16.48$) เพิ่มขึ้นจากคะแนนสอบก่อนเรียน ($\bar{x} = 7.68$) แสดงว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ สูงขึ้น

1.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” กับเกณฑ์ร้อยละ 60

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” กับเกณฑ์ร้อยละ 60 สามารถแสดงผลได้ดังตาราง 4.2

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” กับเกณฑ์ร้อยละ 60 (คะแนนเต็ม 25 คะแนน ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม คิดเป็น 15 คะแนน)

คะแนน	n	μ	$\bar{x}$	s	t	sig
หลังเรียน	40	15	16.48	3.90	2.390	0.011*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 16.48 คิดเป็นร้อยละ 65.92 ของคะแนนเต็ม

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาสาระออกเป็น 4 เรื่องย่อย โดยในแต่ละเรื่องได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ เป็นเวลา 2 คาบ ซึ่งในแต่ละคาบใช้เวลา 50 นาที ดังนี้

เรื่องที่ 1 การแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 - 6

เรื่องที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 - 8

เรื่องที่ 3 การแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 - 10

เรื่องที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับปริมาตร ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 - 12

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ สามารถประเมินได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจบการดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6, 8, 10 และ 12 แล้ว โดยทำการทดสอบนอกเวลาเรียนที่ผู้วิจัยได้ตกลงกับนักเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 – 20 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังตารางที่ 4.3 และตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3 ผลการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยพิจารณาภาพรวมของแต่ละชุด (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ค่าสถิติ	ชุดที่				ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	
ค่าเฉลี่ย	4.26	6.45	5.85	6.03	5.65

จากตารางที่ 4.3 เมื่อพิจารณาในภาพรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยรวมทุกชุดเท่ากับ 5.65 คะแนน และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละชุดพบว่า ชุดที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ โดยได้คะแนนเฉลี่ย 6.45 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในชุดที่ 2 อยู่ในระดับดีมาก ในขณะที่ชุดที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยรองลงมา คือ ชุดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับปริมาตร โดยได้คะแนนเฉลี่ย 6.03 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในชุดที่ 4 อยู่ในระดับดี และชุดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ ได้คะแนนเฉลี่ย 5.85 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในชุดที่ 3 อยู่ในระดับดี เช่นเดียวกับชุดที่ 4 แต่ชุดที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน โดยได้คะแนนเฉลี่ย 4.26 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในชุดที่ 1 อยู่ในระดับน้อย ซึ่งประเด็นปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนไม่สามารถวางแผนในการแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้นักเรียนบางคนยังขาดความมั่นใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจากมีพื้นฐานไม่ดีจากเนื้อหาก่อนหน้านี้ ทำให้ประสบปัญหาในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ แม้ว่าจะสามารถเขียนสมการได้ถูกต้องแต่ก็ยังไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้ และการตรวจสอบคำตอบพบว่านักเรียนบางคนทำไม่ครบถ้วนหรือไม่ตรวจคำตอบเลย

ตารางที่ 4.4 ผลการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยพิจารณาด้านการวิเคราะห์ปัญหา

ด้านการแก้ปัญหาคำตอบ และด้านการทบทวนคำตอบ ที่ดำเนินการแก้ปัญห

แบบฮิวริสติกส์ (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหา	ชุดที่				ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	
ด้านการวิเคราะห์ปัญหา (2 คะแนน)	1.64	1.90	1.73	1.80	1.77
ด้านการแก้ปัญหาคำตอบ (4 คะแนน)	1.50	2.87	2.76	3.02	2.54
ด้านการทบทวนคำตอบ (2 คะแนน)	1.12	1.68	1.36	1.21	1.34

จากตารางที่ 4.4 แสดงผลการประเมินที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” จำนวน 4 ชุด เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนในแต่ละด้าน ที่ดำเนินการแก้ปัญหแบบฮิวริสติกส์ พบว่า

ด้านการวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบประเด็นคำถามต่าง ๆ ของด้านการวิเคราะห์ปัญหาได้ในระดับดีมาก โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.77 คะแนน ซึ่งคะแนนในแต่ละชุดมีความใกล้เคียงกัน แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนขาดความมั่นใจในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งโจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งโจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ระบุเลย โดยเฉพาะในชุดที่ 1 ที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ 1.64 คะแนน บ่งชี้ว่าสำคัญน่าจะมาจากนักเรียนขาดความคุ้นเคยในการทำแบบทดสอบที่ต้องมีรายละเอียดในการเขียนมากเหมือนกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

ด้านการแก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ในระดับปานกลาง โดยได้คะแนนเฉลี่ย 2.54 คะแนน ซึ่งปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางคนขาดความรู้หรือไม่มั่นใจในความรู้พื้นฐานของตัวเอง และจะสังเกตได้ว่าคะแนนเฉลี่ยในชุดที่ 1 เท่ากับ 1.50 คะแนน ซึ่งถือว่าค่อนข้างต่ำ เมื่อเทียบกับชุดอื่น ๆ ปัจจัยสำคัญน่าจะมาจากนักเรียนขาดความคุ้นเคยในการทำแบบทดสอบที่ต้องมีรายละเอียดในการเขียนมาก ซึ่งสอดคล้องกับด้านการวิเคราะห์ปัญหา

ด้านการทบทวนคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ในระดับปานกลาง เท่ากับด้านการแก้ปัญหาและหาคำตอบ โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.34 คะแนน และปัญหาที่พบ คือ มีนักเรียนบางคนไม่สามารถทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้ทันตามเวลาที่ครูกำหนด จึงไม่ได้ทำต่อในด้านการทบทวนคำตอบ เนื่องจากด้านการทบทวนคำตอบเป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะทำการแก้โจทย์ปัญหาข้อนั้น ๆ และนักเรียนบางคนไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งครูได้ให้คำแนะนำนักเรียนเพิ่มเติมว่า “นักเรียนควรฝึกฝนทำการบ้านอยู่เป็นประจำ บริหารจัดการเวลาในการทำโจทย์แต่ละข้อให้ดี อาจจะจับเวลาในการทำโจทย์ปัญหาของตัวเอง ว่าแต่ละข้อใช้เวลาไปเท่าไร ใช้เวลามากหรือน้อยเกินไป จะได้นำมาพัฒนาและปรับปรุงตัวเอง ทั้งนี้จะต้องให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบด้วย เพราะส่วนนี้ครูมีคะแนนให้ และยังทำให้นักเรียนมีความรอบคอบและมั่นใจในการสรุปคำตอบมากขึ้นอีกด้วย ”

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวรรณคดี

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวรรณคดี จำนวน 40 คน สามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ได้ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์

(n = 40)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น				
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านสาระการเรียนรู้						
1. การจัดเรียงลำดับหัวข้อของ	จำนวน	18	21	1	-	-
สาระการเรียนรู้มีความเหมาะสม	ร้อยละ	45	52.50	2.50	-	-
2. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่าย	จำนวน	8	27	4	1	-
พอเหมาะ	ร้อยละ	20	67.50	10	2.50	-
3. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความทันสมัย	จำนวน	13	23	4	-	-
เหมาะสมและมีประโยชน์ต่อนักเรียน	ร้อยละ	32.50	57.50	10	-	-
4. สาระการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเห็น	จำนวน	9	21	9	1	-
ความสำคัญของการนำความรู้ทาง	ร้อยละ	22.50	52.50	22.50	2.50	-
คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาใน						
ชีวิตประจำวัน						
5. สาระการเรียนรู้ที่เรียนสามารถ	จำนวน	24	14	2	-	-
นำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียน	ร้อยละ	60	35	5	-	-
วิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้						
อย่างมีประสิทธิภาพ						
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้	จำนวน	21	16	3	-	-
การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ ช่วย	ร้อยละ	52.50	40	7.50	-	-
ให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและ						
มีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้						
โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์						

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

(n = 40)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น				
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
		จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้	จำนวน	20	17	3	-	-
การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้	ร้อยละ	50	42.50	7.50	-	-
นักเรียนได้สำรวจข้อมูลและแยกแยะ						
ประเด็นปัญหาที่โจทย์กำหนดได้ดี						
ยิ่งขึ้น						
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้	จำนวน	21	16	3	-	-
การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้	ร้อยละ	52.50	40	7.50	-	-
นักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้						
โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อ						
นำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ดียิ่งขึ้น						
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้	จำนวน	18	18	4	-	-
การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้	ร้อยละ	45	45	10	-	-
นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้						
โจทย์ปัญหาและเห็นความสำคัญของ						
การตรวจสอบคำตอบมากขึ้น						
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้	จำนวน	13	24	2	1	-
การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยทำ	ร้อยละ	32.50	60	5	2.50	-
ให้นักเรียนมีความสามารถและ						
ทักษะในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ดี						
ยิ่งขึ้น						

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

(n = 40)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น					
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ไม่เห็นด้วย	
		เห็นด้วย	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ ช่วยทำ ให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็น อย่างดี		จำนวน	17	21	2	-	-
		ร้อยละ	42.50	52.50	5	-	-
ด้านสื่อการเรียนรู้							
12. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ทำให้ นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น		จำนวน	19	18	3	-	-
		ร้อยละ	47.50	45	7.5	-	-
13. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีความ เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน และสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้		จำนวน	24	13	3	-	-
		ร้อยละ	60	32.50	7.50	-	-
14. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ช่วยกระตุ้น ความสนใจของนักเรียน		จำนวน	19	17	4	-	-
		ร้อยละ	47.50	42.50	10	-	-
15. สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวน นักเรียน		จำนวน	26	11	2	1	-
		ร้อยละ	65	27.50	5	2.50	-
ด้านครูผู้สอน							
16. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเอง กับนักเรียน ทำให้ช่วยส่งเสริม บรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น		จำนวน	29	11	-	-	-
		ร้อยละ	72.50	27.50	-	-	-
17. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดง ความคิดเห็น ชักถาม รวมทั้งได้ ปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง		จำนวน	30	9	1	-	-
		ร้อยละ	75	22.50	2.50	-	-

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

(n = 40)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น				
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย
18. ครูเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือ	จำนวน	32	7	1	-	-
นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็ม	ร้อยละ	80	17.50	2.50	-	-
ความสามารถ						
19. ครูให้ความสำคัญในการตรวจงาน	จำนวน	36	4	-	-	-
ของนักเรียน พร้อมทั้งให้ข้อมูล	ร้อยละ	90	10	-	-	-
ย้อนกลับในกรณีที่นักเรียนเกิด						
ข้อผิดพลาด						
20. ครูมีความมั่นใจในขณะทำการสอน	จำนวน	34	6	-	-	-
	ร้อยละ	85	15	-	-	-

จากตารางที่ 4.5 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โดยพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านสาระการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ คิดเป็นร้อยละ 67.50 รองลงมาคือ สาระการเรียนรู้ที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยเป็นอย่างยิ่ง คิดเป็นร้อยละ 60 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความทันสมัย เหมาะสม และมีประโยชน์ต่อนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 57.50 ตามลำดับ

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 52.50 รองลงมา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนได้สำรวจข้อมูลและแยกแยะประเด็นปัญหาที่โจทย์กำหนดได้ดียิ่งขึ้น คิดเป็นร้อยละ 50 แต่ในส่วนประเด็น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาดัง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วย คิดเป็นร้อยละ 60 ตามลำดับ

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 65 รองลงมา คือ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีความเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน และสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 60

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูให้ความสำคัญในการตรวจงานของนักเรียน พร้อมทั้งให้ข้อมูลย้อนกลับในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด คิดเป็นร้อยละ 90 รองลงมา คือ ครูมีความมั่นใจในขณะทำการสอน คิดเป็นร้อยละ 85 และครูเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือให้นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ คิดเป็นร้อยละ 80 ตามลำดับ

นอกจากนี้ มีนักเรียนจำนวน 16 คนได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป โดยสรุปเป็นประเด็นได้ดังนี้ 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ควรให้รายละเอียดกับการเขียนน้อยกว่านี้ โดยนักเรียนเสนอว่าในบางประเด็นอาจใช้การขีดเส้นใต้แทนการเขียนโจทย์ยาว ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง 2) เวลาในการเรียนการสอนค่อนข้างน้อย แต่รายละเอียดในการทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อค่อนข้างยาวทำให้ศึกษาตัวอย่างได้น้อย และ 3) ในขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ บางครั้งมีรายละเอียดค่อนข้างมาก ทำให้การเรียบเรียงคำตอบในส่วนนี้ไม่ค่อยสมบูรณ์เท่าไร

ข้อวิจารณ์

จากการวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปและข้อเสนอแนะของการวิจัย ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 16.48 คิดเป็นร้อยละ 65.92 ของคะแนนเต็มและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และงานวิจัยของ อรุณี รัชยาแก้ว (2538) ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) สุรัญชนา บุตรวิเชียร (2549) และ นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2553) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้และการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อศึกษาและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดย อรุณี รัชยาแก้ว (2538) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องสมการ อัตราส่วน และร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติและนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และมีความสามารถในการใช้เหตุผลหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง สุรัญชนา บุตรวิเชียร (2549) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ

ฮิวริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู และนวนลทิพย์ นวพันธ์ (2553) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง รวมทั้งยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหาและสามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผลโดยพิจารณาจากผลสรุปที่ได้ไปยังสิ่งที่กำหนดให้ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนสามารถช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความมั่นใจในการทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนทราบว่าควรเริ่มต้นจากสิ่งใดและต่อจากนั้นควรทำสิ่งใด ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ และยังช่วยฝึกให้นักเรียนมีความรอบคอบ ในการตอบคำถามทุกครั้งจะต้องให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบเสมอ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ชัดเจนและรวดเร็วมากยิ่งขึ้น เพื่อนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ปัญหาข้อนั้น ๆ ต้องการ

2. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เป็นการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้เสร็จสิ้น ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ที่พัฒนาโดย Krulik and Rudnick (1995) และได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)
- ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)

พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยรวมทุกชุดเท่ากับ 5.65 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้และงานวิจัยของ นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2553) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนิยุสนี อามะ (2556) ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง บทประยุกต์ โดยการใช่วิธีการคิด โรงเรียนอนุบาลปัตตานี ซึ่งงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ได้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกันว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แสดงให้เห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ มีส่วนช่วยให้นักเรียนมีลำดับการคิดที่เป็นขั้นสอน สามารถค้นหาข้อมูลที่โจทย์กำหนดและเข้าใจสิ่งที่โจทย์ต้องการอย่างชัดเจน รวมทั้งฝึกให้นักเรียนมีความรอบคอบและคิดวางแผนก่อนดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่นักเรียนต้องการ พร้อมเพิ่มความมั่นใจให้นักเรียน ในการตอบคำถามทุก ๆ ครั้ง เนื่องจากต้องมีการตรวจสอบคำตอบด้วยเป็นส่วนสุดท้าย เพื่อนำไปสู่สิ่งที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคือ คำตอบที่โจทย์ต้องการ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาวีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อ่านและคิดเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ได้ รวมทั้งยังมีการวิเคราะห์และพยายามเรียบเรียงปรับสิ่งที่โจทย์กำหนด ให้เป็นภาษาของนักเรียนเอง แต่ปัญหาที่พบ คือ นักเรียนบางคนไม่ให้ความสำคัญกับการอ่านโจทย์ปัญหา โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาที่มีข้อความยาว ๆ ซึ่งนักเรียนบอกว่า “อ่านไปก็ทำไม่ได้ เพราะไม่ชอบคณิตศาสตร์ ไม่รู้เรื่อง” แต่ครูก็พยายามให้กำลังใจนักเรียนว่า “ลองเริ่มตั้งใจใหม่เรื่องนี้กับครูได้ไหม ลองดู มีปัญหาอะไรไม่เข้าใจทำยากมาพบครูได้ ครูยังไม่รีบไปไหน” โดยครูพยายามสังเกตการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนกลุ่มนี้ ซึ่งนักเรียนพยายามที่จะอ่านและคิดมากขึ้น และมีนักเรียนบางคนตั้งใจอ่านสิ่งที่โจทย์กำหนด แต่ไม่เข้าใจว่าจะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้นี้อย่างไร ซึ่งครูแนะนำนักเรียนว่า “นักเรียนพยายามตั้งใจฟังที่ครูสอนในชั้นเรียนและควรทบทวนสิ่งที่ครูสอนอยู่เป็นประจำ หมั่นทำการบ้านที่ครู

มอบหมายด้วยตนเอง ปัญหานี้จะค่อย ๆ คลี่คลาย เพราะนักเรียนจะมีทักษะในการทำโจทย์ปัญหา มากยิ่งขึ้น ซึ่งทักษะเป็นสิ่งที่จะติดตัวนักเรียนตลอดไป ใครที่ไม่สามารถมาเอาทักษะนี้ไปจาก นักเรียนได้” จากการที่ครูพยายามให้แรงเสริมทางบวกกับนักเรียนไป สังเกตได้ว่านักเรียนกล้าที่จะซักถามประเด็นที่เกิดข้อสงสัยกับครูมากยิ่งขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนรู้การสอนหรือช่วงเวลาท้าย คาบเรียน จะเห็นว่านักเรียนกลุ่มนี้เริ่มมีความมั่นใจ กล้าถาม อ่าน คิดและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสำรวจ สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และวางแผนเพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การหาคำตอบได้ โดยมีนักเรียนให้ ความเห็นว่า “ขั้นตอนนี้มีความสำคัญมาก เพราะถ้าวางแผนได้ดี จะทำให้ขั้นตอนต่อไปง่ายยิ่งขึ้น ประหยัดเวลาได้มาก” โดยหัวใจสำคัญสำหรับการวางแผนในเรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” คือ การเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสมการได้ แต่มีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่ไม่ สามารถเขียนสมการได้ ซึ่งเป็นปัญหาต่อเนื่องจากขั้นที่ 1 อ่านและคิด เพราะนักเรียนไม่สามารถ เชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดมาได้ จากปัญหาที่กล่าวมา ครูได้ใช้วิธีแก้ปัญหาลักษณะเดียวกันกับ ขั้นที่ 1 คือ ครูพยายามพูดให้กำลังใจนักเรียน ให้นักเรียนเห็นประโยชน์ที่นักเรียนจะได้รับจาก การทำการบ้านว่า “การทำการบ้านเป็นสิ่งที่จะช่วยตรวจสอบว่านักเรียนยังไม่เข้าใจตรงไหน เกิด ข้อผิดพลาดที่ประเด็นใด จะได้นำมาพัฒนาและปรับปรุงแก้ไขตัวของตัวเองนักเรียนเอง หากมีประเด็นใด ที่ไม่เข้าใจสามารถนำมาถามครูได้” ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจทำการบ้านมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกยุทธวิธีใน การแก้โจทย์ปัญหาได้ โดยยุทธวิธีที่สำคัญสำหรับเรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” คือยุทธวิธี การใช้ตัวแปร ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้เลือกยุทธวิธีได้ถูกต้อง เนื่องจากขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่ต้องใช้ความเข้าใจต่อจากสองขั้นแรก เพราะฉะนั้นปัญหาที่พบ คือ นักเรียนไม่สามารถทำ สองขั้นแรกได้ จึงไม่สามารถเลือกยุทธวิธีในขั้นนี้ได้ แต่ถ้าครูให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางในการ ทำโจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนจนถึงขั้นนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม โดยครูได้เน้นย้ำกับนักเรียนว่า “ในห้องสอบจะไม่มีครูคอยให้ คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางในการทำโจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนได้เหมือนตอนนี้ ดังนั้นนักเรียนต้อง หมั่นกลับไปฝึกฝน ทบทวนอยู่เป็นประจำ เพื่อตัวของตัวเองนักเรียนเอง มีข้อสงสัยอะไรนอกเหนือจากที่ ครูสอนสามารถถามครูได้”

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีการหาคำตอบได้ แต่เนื่องจากในขั้นนี้มีความต่อเนื่องจากสามขั้นก่อนหน้านี้ นักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถทำในขั้นนี้ได้ เหตุผลคือนักเรียนไม่สามารถทำสามขั้นก่อนหน้านี้ได้ ส่วนในกรณีที่นักเรียนสามารถทำสามขั้นก่อนหน้านี้ได้ถูกต้อง มีนักเรียนบางคนผิดพลาดในระหว่างขั้นตอนของการแก้สมการ เนื่องจากนักเรียนขาดความมั่นใจในความรู้พื้นฐานของตนเอง โดยครูได้อธิบายประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่ผิดพลาดหน้าชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจได้ถามประเด็นที่สงสัยนอกเวลาเรียน ทำให้การหาคำตอบของนักเรียนมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ และสำหรับในบางข้อที่มีวิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี นักเรียนได้ช่วยกันแสดงความคิดเห็นว่าควรเลือกใช้วิธีใดในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี เพราะเหตุใด โดยครูคอยให้คำแนะนำ รวมทั้งร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางการแก้ปัญหามาตรฐานอื่น ๆ ว่ามีข้อดีหรือข้อเสียแตกต่างจากวิธีที่ได้แสดงวิธีคิดบนกระดานอย่างไร และทำไมคำตอบบางคำตอบที่คิดไม่ถึงไม่สามารถใช้ได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการแสดงความคิดเห็นดีมาก

ผลจากการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสี่ชุด ในแต่ละชุดผู้วิจัยได้แบ่งการให้คะแนนออกเป็น 3 ด้าน คือ 1) ด้านการวิเคราะห์ปัญหา 2) ด้านการแก้ปัญหาคำตอบ และ 3) ด้านการทบทวนคำตอบ ซึ่งผลจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” เป็นดังนี้

ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบประเด็นคำถามต่าง ๆ ของด้านการวิเคราะห์ปัญหาได้ในระดับดีมาก แต่ปัญหาที่พบคือนักเรียนขาดความมั่นใจในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เนื่องจากนักเรียนไม่ชอบการอ่านโจทย์ปัญหาที่มีข้อความยาว ๆ รวมทั้งมีความกังวลล่วงหน้าไปก่อนว่าโจทย์ปัญหาที่มีข้อความยาว ๆ จะยาก ซึ่งครูได้อธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า “การที่โจทย์ปัญหามีข้อความยาว ๆ แสดงว่าโจทย์ปัญหานั้น ให้ข้อมูลนักเรียนมามาก ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้หาความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่นักเรียนต้องการได้ เพราะฉะนั้นนักเรียนค่อย ๆ พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร” โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งโจทย์กำหนดให้และ

สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง ครบถ้วนและสมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ระบุเลย เช่น โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับปริมาตร คือ “กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง $3x+2$ หน่วย ยาว $4x+3$ หน่วย เมื่อตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 2 หน่วย และนำมาพับขอบให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะมีปริมาตร 154 ลูกบาศก์หน่วย อยากทราบว่ากระดาษแผ่นนี้ก่อนตัดมุมมีความกว้างและความยาวเท่าไร” นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการดังนี้ “กระดาษแผ่นนี้มีความกว้างและความยาวเท่าไร” ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจากขาดความชัดเจน อาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสนได้และอาจส่งผลให้การสรุปคำตอบภายหลังผิดพลาดอีกด้วย ซึ่งครูได้เน้นย้ำนักเรียนว่า “นักเรียนต้องเพิ่มความรอบคอบ และใส่ใจในรายละเอียดข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้อย่างถี่ถ้วน เพราะถ้าขาดข้อมูลบางข้อมูลไปนั้น อาจส่งผลต่อคำตอบของปัญหานั้น ๆ ได้” แสดงให้เห็นว่า มีนักเรียนบางคนไม่ชอบเขียนสิ่งที่ป็นข้อความยาว ๆ ข้อความใดที่นักเรียนพอจะย่อได้นักเรียนจะย่อ ด้วยเหตุผลคือ นักเรียนขี้เกียจเขียน แต่ครูได้เน้นกับนักเรียนถึงประโยชน์ของการอ่านโจทย์ให้รอบคอบและเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ครบถ้วน โดยนักเรียนมีแนวโน้มในการเขียนที่ดีขึ้น

ด้านที่ 2 การแก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ในระดับปานกลาง ซึ่งปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางคนขาดความรู้หรือไม่มั่นใจในความรู้พื้นฐานของตัวเอง ซึ่งในขั้นตอนการเขียนและแก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาก่อนหน้านี้ โดยเฉพาะเรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง และจะสังเกตได้ว่าคะแนนเฉลี่ยในชุดที่ 1 เท่ากับ 1.50 คะแนน ซึ่งถือว่าค่อนข้างต่ำ เมื่อเทียบกับชุดอื่น ๆ สาเหตุน่าจะมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการทำแบบทดสอบที่ต้องมีรายละเอียดในการเขียนมาก โดยในชุดต่อ ๆ ไป จะเห็นได้ว่าคะแนนค่อย ๆ ปรับเปลี่ยนไปในทิศทางที่ดี แสดงให้เห็นถึงการปรับตัวในการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปในทางที่ดีขึ้น และประเด็นปัญหาที่ได้พบในด้านการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เช่น โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน คือ “ผลบวกของกำลังสองของจำนวนคู่บวกสามจำนวนเรียงกันเท่ากับ 980 จำนวนคู่บวกจำนวนที่มากที่สุดคือจำนวนใด” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสมการของโจทย์ข้อนี้ได้ถูกต้อง คือ $x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 = 980$ แต่ในกระบวนการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

มีนักเรียนบางคนได้สมการในขั้นต่อมาเป็น $x^2 + (x^2 + 4) + (x^2 + 16) = 980$ ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูได้นับย้ำประเด็นนี้กับนักเรียนทั้งห้องว่าเป็นสิ่งที่มักผิดพลาดเป็นประจำ การแก้สมการในลักษณะข้างต้นไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ ครูให้นักเรียนที่ผิดพลาดประเด็นข้างต้นเน้นย้ำตัวเองด้วยการแก้สิ่งที่ถูกลงไปในเอกสารด้วยปากกาสีแดง และอีกประเด็นปัญหา คือ โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ คือ “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูป 48 เซนติเมตร และมีพื้นที่ 135 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่าด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างเท่าไร” นักเรียนเริ่มต้นเขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องคือ $x\left(\frac{48-2x}{2}\right) = 135$ แต่จากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน นักเรียนบางคนจะได้สมการในขั้นต่อมาคือ $x(24-2x) = 135$ ซึ่งไม่ถูกต้อง และถ้านักเรียนนำสมการที่ไม่ถูกต้องไปดำเนินการแก้สมการเพื่อหาคำตอบต่อไป นักเรียนจะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ไม่ตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรืออาจจะไม่ได้คำตอบ ซึ่งครูได้อธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนว่า นักเรียนทำผิดเพราะอะไรและต้องแก้ไขอย่างไรให้ถูกต้อง เพื่อที่นักเรียนจะได้ทราบข้อผิดพลาดของตัวเองและนำไปพัฒนาปรับปรุงตัวเองต่อไป

ด้านที่ 3 การทบทวนคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ในระดับปานกลาง ปัญหาที่พบ คือ มีนักเรียนบางคนไม่สามารถทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้ทันเวลาที่กำหนด จึงไม่ได้ทำในด้านการทบทวนคำตอบ เนื่องจากด้านนี้เป็นขั้นตอนสุดท้ายที่นักเรียนจะทำการทำโจทย์ปัญหาข้อหนึ่ง ๆ หรือนักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจากรายละเอียดในด้านนี้บางข้อต้องเขียนค่อนข้างมาก ซึ่งครูได้ให้คำแนะนำเพิ่มเติมกับนักเรียนว่า “ต้องหมั่นฝึกฝนแก้โจทย์ปัญหาอยู่เป็นประจำ จะทำให้นักเรียนมีทักษะและสามารถที่จะทำแบบทดสอบได้ทันเวลาที่ครูกำหนด โดยทุก ๆ ขั้นตอนที่นักเรียนทำสิ่งที่ต้องเน้นย้ำตัวเองเลยคือ ความรอบคอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ”

3. จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวริศติสต์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวริศติสต์ อยู่ในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่ง เมื่อพิจารณาความคิดเห็นในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิวริศติสต์ ช่วยทำให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ

เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ดี ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหาและเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบมากขึ้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและเห็นความสำคัญของกระบวนการการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ว่าเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้นต่อไป

ดังนั้น จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ที่ได้กล่าวมาทั้งหมดพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ในวิชาหรือสาระการเรียนรู้ที่ต้องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีผลการเรียนที่สูงขึ้น

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การทำวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร
2. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาคร-บวรณะ จังหวัดสมุทรสาคร
2. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้เวลาทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการสอบก่อนเรียน จำนวน 1 คาบ และดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 คาบ
4. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย
 - 4.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์
 - 4.2 ตัวแปรตาม คือ
 - 4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
 - 4.2.2 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
 - 4.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย เครื่องมือ 4 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 12 แผน โดยตั้งแต่แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ถึง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยเป็นข้อสอบปรนัย แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ที่มีค่าดัชนีความยากเฉลี่ยเท่ากับ 0.42 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ 0.27 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรคำนวณค่าดัชนีความเที่ยงของ Kuder – Richardson คือ K-R 20 มีค่าเท่ากับ 0.77
3. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้วัดเมื่อจบการดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6, 8, 10 และ 12 แล้ว โดยทำการทดสอบนอกเวลาเรียนที่ผู้วิจัยได้ตกลงกับนักเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 – 20 นาที โดยเป็นแบบวัดความสามารถที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ต่อ 1 ชุด ชุดละ 8 คะแนน ทั้งหมด 4 ชุด ที่ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่มีร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องบางส่วน

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 2 แก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมเขียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการและสรุปคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปรได้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร และเขียนสมการได้ถูกต้อง

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ และสามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง

4 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ แก้สมการหาค่าตัวแปร และมีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน

ส่วนที่ 3 ทบทวนคำตอบ นักเรียนตรวจสอบคำตอบและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบ

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ก่อนข้างถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์

4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 20 ข้อ โดยมีประเด็นที่ศึกษา 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านครูผู้สอน ซึ่งแบบสอบถามนี้มีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่า 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นไปหาคุณภาพ

2. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและผ่านการวิเคราะห์ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาทำการทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียน ในคาบที่ 1 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

2.2 ดำเนินการการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6, 8, 10 และ 12 แล้ว ผู้วิจัยได้นำให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบวัดความสามารถที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ต่อ 1 ชุด ทั้งหมดจำนวน 4 ชุด โดยทำการทดสอบนอกเวลาเรียนที่ผู้วิจัยได้ตกลงกับนักเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 – 20 นาที เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ฉบับเดิมมาทำการทดสอบหลังเรียนกับนักเรียน ในคาบที่ 14 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

3. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ส่งให้ผู้วิจัยหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. เมื่อเสร็จสิ้นการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็น มาทำการวิเคราะห์ แปลผล และสรุปผล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้ matched-pairs t-test

2. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ใช้ one sample t-test

3. ข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ใช้ค่าเฉลี่ย โดยทำการประเมินทั้งหมด 4 ชุด โดยแต่ละชุดมี คะแนนตั้งแต่ 0 - 8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผล ดังนี้

3.1 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในภาพรวมของแต่ละชุด ซึ่งมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 6.40 – 8.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 5.60 – 6.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.80 – 5.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 4.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

3.2 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งพิจารณาแต่ละส่วนของขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละชุด ดังนี้

ส่วนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

ส่วนที่ 2 แก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมเขียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการและสรุปคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 3.20 – 4.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.80 – 3.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.40 – 2.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.00 – 2.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 1.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและหาคำตอบในระดับที่ต้องปรับปรุง

ส่วนที่ 3 ทบทวนคำตอบ นักเรียนตรวจสอบคำตอบและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการทบทวนคำตอบในระดับที่ต้องปรับปรุง

4. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ใช้การแจกแจงความถี่ และการหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ สูงขึ้น
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ อยู่ในระดับดี
4. ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้ว่ามีความเหมาะสมในทุก ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านครูผู้สอน

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร มีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้รับจากการวิจัย

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อยู่ในระดับดี ซึ่งครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์สามารถนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ไปปรับและประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมต่อไปได้ โดยผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะคือ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ในช่วงแรกนักเรียนอาจยังไม่สามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งห้าขั้นตอนได้ ครูต้องเป็นผู้คอยช่วยให้คำแนะนำ รวมทั้งชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน โดยครูอาจใช้คำถามที่เหมาะสมเป็นลึกระตุ้นนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และทักษะในการแก้ปัญหา จนนักเรียนเกิดความชำนาญ มีความมั่นใจ สามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งห้าขั้นตอนได้อย่างแม่นยำ และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในครั้งต่อไปได้ด้วยตัวเอง

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ต้องใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมค่อนข้างมาก และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบเรียนค่อนข้างจำกัด ครูควรมีการเตรียมตัวให้พร้อมในทุก ๆ ด้าน ทั้งด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านความมั่นใจในการสอนของครูผู้สอนเอง เพื่อเป็นการเพิ่มความสะดวกและความรวดเร็วในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ครูควรเลือกโจทย์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน พร้อมคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของโจทย์ปัญหานั้น ๆ ด้วย

4. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ปัจจัยสำคัญคือ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เฉพาะในส่วน of ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” และถ้ามีนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานไม่ดี ครูควรดำเนินการสอนเสริมความรู้พื้นฐานเพิ่มเติมให้กับนักเรียนกลุ่มนั้น ก่อนทำการเรียนการสอนในสาระการเรียนรู้ต่อไป

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ในเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่น ๆ และระดับชั้นอื่น ๆ เช่น พื้นที่ผิวและปริมาตร ระบบสมการเชิงเส้น เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ควบคู่ไปกับความสามารถในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เป็นต้น

3. ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่น ๆ เพิ่มเติมนอกเหนือจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหา แบบฮิวริสติกส์

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมสุขภาพจิต. 2551. ติดตามสถานการณ์ไอคิวและอีคิวของเด็กไทย (Online).

<http://www.manager.co.th/QOL/ViewNews.aspx?NewsID=9510000109982>,

20 พฤษภาคม 2556.

ขอบใจ สาสีทธิ. 2545. ผลการเรียนรู้การสอนโดยเน้นการคิดแบบอีวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และ
ความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์,
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชานนท์ จันทรา. 2554. “หน่วยที่ 14 การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน.”
ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์เรียนรู้คณิตศาสตร์. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
บัณฑิตศึกษา, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

_____. 2555. การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร:
บริษัท อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

นวลทิพย์ นวพันธุ์. 2553. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ
อีวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษา
คณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นิรันดร์ แสงกุหลาบ. 2547. การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละ
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL และตามแนว
สสวท. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการนิเทศ,
มหาวิทยาลัยศิลปากร.

นิยุสนี อามะ. 2556. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการ
การแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง บทประยุกต์ โดยใช้วิธีสถิติ
โรงเรียนอนุบาลปัตตานี. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอน
คณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา
ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พิชกร แปลงประสพโชค. 2540. การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริม สำหรับนักเรียน
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พิสมัย ศรีอำไพ. 2533. คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม. มหาสารคาม: คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.

_____. 2542. “การแก้ปัญหา.” วารสารคณิตศาสตร์ 485-487 (กุมภาพันธ์- เมษายน): 5-12

ยุรวัดน์ คล้ายมงคล. 2545. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้
ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร
ดุษฎีบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์. 2554. “หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.”

ประมวลสาระชุดวิชาการจัดการประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี:

โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

วีระศักดิ์ เลิศโสภา. 2544. ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ใน

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์

ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาประถมศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). 2556. ค่าสถิติพื้นฐานของผล

การทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2551-2555

(Online). <http://www.niets.or.th>, 20 พฤษภาคม 2556.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2555. ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพมหานคร:

บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2549. “ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข.”

วารสารวงการครู 3(37): 78-80

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

กระทรวงศึกษาธิการ. 2552. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. ม.ป.ป. เอกสารประกอบการสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอน
 วิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัคราณา)

_____. 2538. รายงานการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4
 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ที่มีลักษณะของโจทย์
 ปัญหาแตกต่างกัน. สถาบันวิจัยและพัฒนาแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนา
 คุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

_____. 2551. เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์.
 กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุรัญชนา บุตรวิเชียร. 2549. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการ
 การให้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ของ
 นักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอวิริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 ตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน,
 มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

อรุณี รัชแก้ว. 2538. การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิด
 แบบอวิริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกะทู้วิทยา จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต
 สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

อัมพร ม้าคอง. 2554. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.
 พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- Bransford, G. and J. Stain. 1984. **Reassessing the role of collaboration writing in advanced composition** (Online). <http://www.ericdb.com/research/info.htm>, September 1, 2012.
- Charles, R. and F.K. Lester. 1982. **Teaching Problem Solving. What, Why & How.** Dale Seymour Publications.
- Charles, R.I., F. Lester, and P. O'Daffer. 1987. **How to Evaluate Progress in Problem Solving.** Reston, Virginia: NCTM.
- Edward, A. F. 1985. **Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate, Inc.
- Fiksdal, J. K. 1995. **The Effects of Instruction in Heuristics on the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors.** Doctor of Education Thesis, University of South Dakota.
- Floyd, C. 2002. **Problem solving as a strategy for learning mathematics.** Lesson plan Project-Lit (Online). <http://www.mtsu.edu>, September 1, 2012.
- Garnett, K. F. 1990. **Developing Heuristics in the Mathematics Problem-Solving Processes of Sixth-Grade Children: A Nonconstructivist Teaching Experiment.** Doctor of Education Thesis, University of South Florida.
- Katretchko, S. L. 1971. **Logic and Philosophy: Between Logic and Heuristic** (Online). <http://www.bu.edu/wcp/Papers/Logi/LogiKatr.htm>, September 10, 2012.
- Kheong, F. K. 1998. **Solving Challenging Mathematical Problems for Primary School: The Heuristic Approach.** Australia: Kingsford Educational Services.

Krulik, S. and J. A. Rudnick. 1988. **Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

_____. 1993. **Reasoning and problem solving: a hand book for elementary school teachers**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

_____. 1995. **The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Larson, L. C. 1983. **Problem-Solving Through Problems**. 3rd ed. Michigan: Springer Verlag.

Lester, S. 1980. **Achievement effects of individual small group and cooperative learning strategies on math problem-solving** (Online).

<http://www.infojdb.com/education/problemsolving/learning.htm>, September 10, 2012.

Middleton, H. and A. Wheeler. 1999. **Heuristics: The Technology of Good Ideas**. Stimulating research in technology education: 12-15.

Polya, G. 2000. **How to Solve It**. 3rd ed. New Jersey: Princeton University Press.

Post, T. R. 1988. **Teaching Mathematics in Grade K-8**. Massachusetts: University of Minnesota.

Simon, H. and A. Newell. 1971. **Human problem solving: The state of the theory in 1970/ American Psychologist** (Online). <http://www.-unix.oit.umass.edu/~a554000/probs.pdf>, September 10, 2012.





รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วราภรณ์ มีหนัก อาจารย์หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์อนันต์ศิลป์ รุจิเวช อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. นายจักรินทร์ ชินณะ ครู กศ.2 อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิปรัชญา
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ทดสอบก่อนเรียน (pre - test)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง คำตอบสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับจำนวน	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอายุ	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอายุ (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับความยาวและพื้นที่	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับปริมาตร	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับปริมาตร(ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
ทดสอบหลังเรียน (post - test)	จำนวน 1 คาบ

รวม 14 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบค้นและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์ สืบค้นและวางแผน เลือกยุทธวิธี แสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมตรวจสอบคำตอบของการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน
2. มุ่งมั่นในการทำงานและรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
3. ส่งงานตรงเวลาที่กำหนดและผลงานมีความสะอาด เรียบร้อย

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหา คิดวิเคราะห์และเรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนต้องทราบโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างและโจทย์ถามอะไร

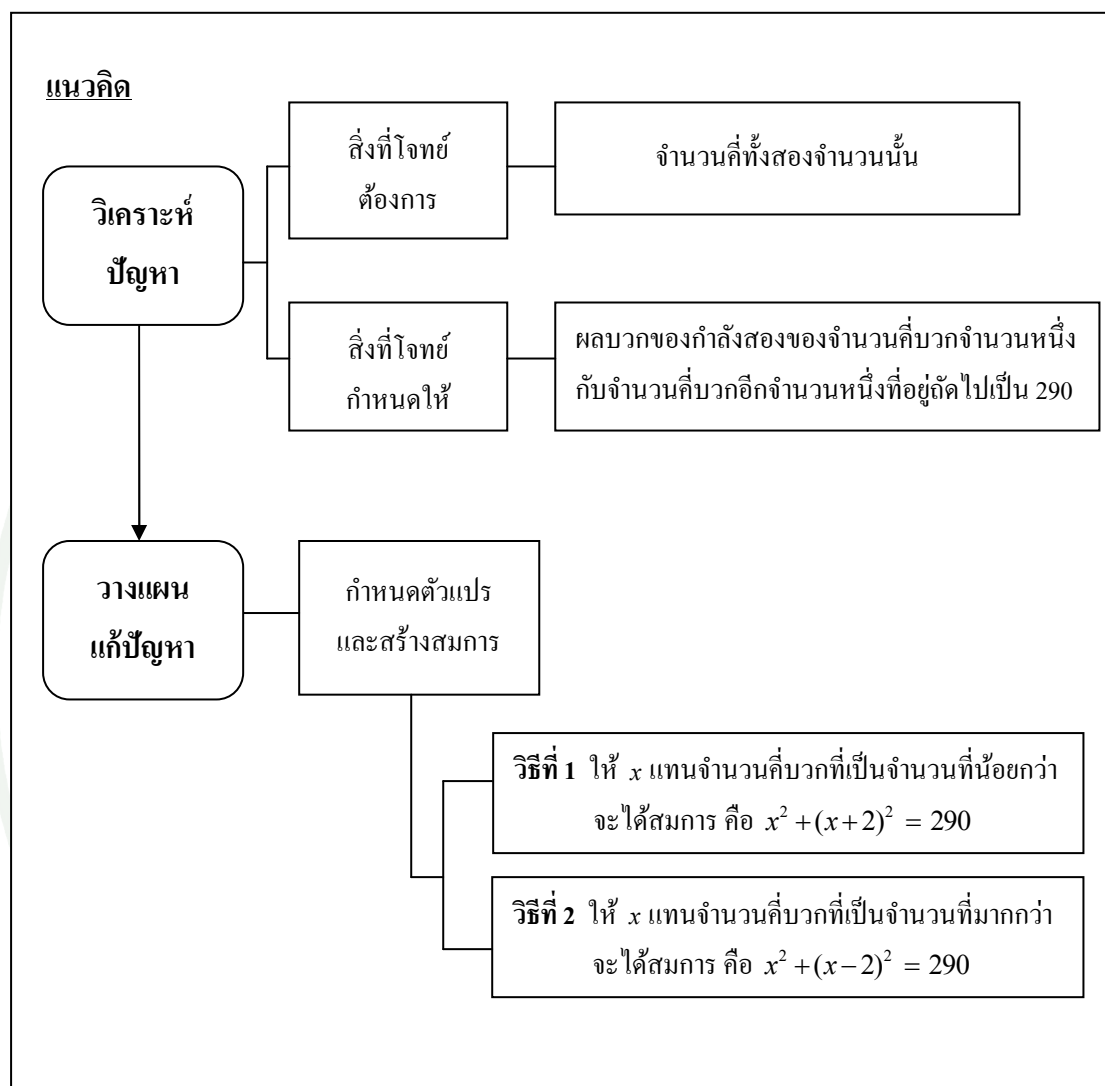
ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน นักเรียนต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทราบว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ และสามารถนำข้อมูลมาสร้างรูปภาพ ตาราง แผนภาพ หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ แนวคิด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด นักเรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งความสอดคล้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางอื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญห

ตัวอย่าง ผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่บวกจำนวนหนึ่งกับจำนวนที่บวกอีกจำนวนหนึ่ง
ที่อยู่ถัดไปเป็น 290 จงหาจำนวนที่ทั้งสองจำนวนนั้น



หาคำตอบ

วิธีที่ 1 ให้ x แทนจำนวนคี่บวกที่เป็นจำนวนที่น้อยกว่า

จะได้ จำนวนคี่บวกอีกจำนวนที่อยู่ถัดไปเป็น $x+2$

และทำให้ผลบวกของกำลังสองของสองจำนวนนี้คือ $x^2 + (x+2)^2$

เนื่องจาก ผลบวกของสองจำนวนนี้คือ 290

จะได้สมการเป็น $x^2 + (x+2)^2 = 290$

$$x^2 + (x^2 + 4x + 4) = 290$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 290$$

$$2x^2 + 4x - 286 = 0$$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{2}\right)(2x^2 + 4x - 286) = \left(\frac{1}{2}\right)(0)$$

$$x^2 + 2x - 143 = 0$$

$$(x+13)(x-11) = 0$$

ดังนั้น $x+13 = 0$ หรือ $x-11 = 0$

จะได้ $x = -13$ หรือ $x = 11$

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ เนื่องจากจำนวนคี่ที่โจทย์กำหนดให้เป็นจำนวนคี่บวก ทำให้ $x = -13$ ไม่ใช่คำตอบ

ดังนั้น ถ้าให้ 11 เป็นจำนวนคี่บวกที่เป็นจำนวนที่น้อยกว่า

จะได้จำนวนคี่บวกที่ถัดขึ้นไปเป็น $11+2 = 13$

ผลบวกของกำลังสองของ 11 และ 13 เป็น $11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนคี่บวกทั้งสองจำนวนนั้นคือ 11 และ 13

ตอบ 11 และ 13

หาคำตอบ

วิธีที่ 2 ให้ x แทนจำนวนคี่บวกที่เป็นจำนวนที่มากกว่า

จะได้ จำนวนคี่บวกอีกจำนวนที่น้อยกว่าเป็น $x-2$

และทำให้ผลบวกของกำลังสองของสองจำนวนนี้คือ $x^2 + (x-2)^2$

เนื่องจาก ผลบวกของสองจำนวนนี้คือ 290

จะได้สมการเป็น $x^2 + (x-2)^2 = 290$

$$x^2 + (x^2 - 4x + 4) = 290$$

$$2x^2 - 4x + 4 = 290$$

$$2x^2 - 4x - 286 = 0$$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x - 286) = \left(\frac{1}{2}\right)(0)$$

$$x^2 - 2x - 143 = 0$$

$$(x-13)(x+11) = 0$$

ดังนั้น $x-13 = 0$ หรือ $x+11 = 0$

จะได้ $x = 13$ หรือ $x = -11$

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ เนื่องจากจำนวนคี่ที่โจทย์กำหนดให้เป็นจำนวนคี่บวก ทำให้ $x = -11$ ไม่ใช่คำตอบ

ดังนั้น ถ้าให้ 13 เป็นจำนวนคี่บวกที่เป็นจำนวนที่มากกว่า

จะได้จำนวนคี่บวกอีกจำนวนที่น้อยกว่าเป็น $13-2 = 11$

ผลบวกของกำลังสองของ 11 และ 13 เป็น $11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนคี่บวกทั้งสองจำนวนนั้นคือ 11 และ 13

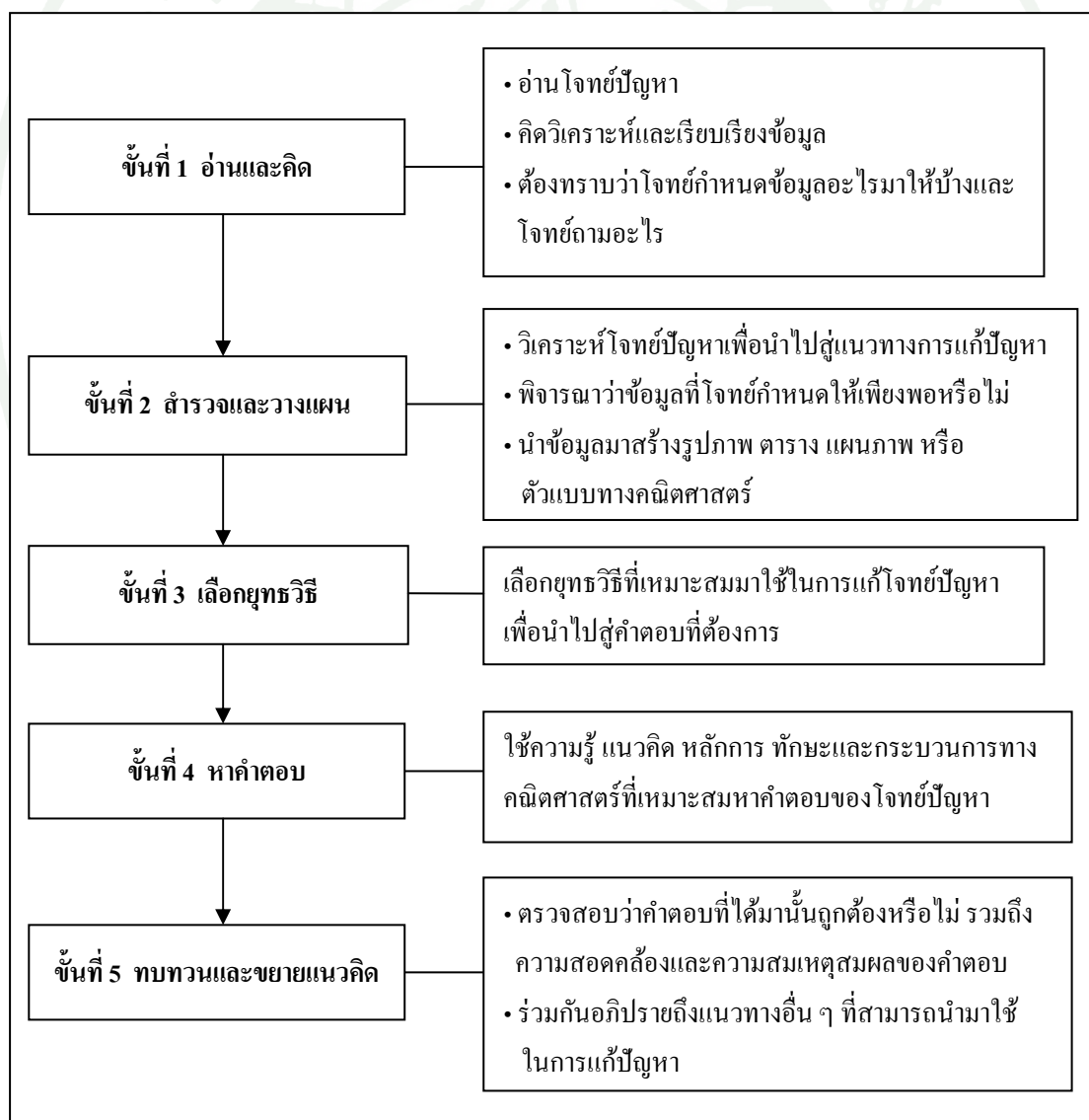
ตอบ 11 และ 13

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูเกริ่นนำเข้าสู่เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ดังนี้

“โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์บางประเภทสามารถหาคำตอบได้โดยใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เช่น ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น โดยที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาอย่างมีเหตุผลและมีลำดับขั้นตอน”

2. ครูแนะนำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้



พร้อมคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งห้าขั้นตอน บนกระดานและให้นักเรียนอ่านขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” พร้อมกัน

3. ครูเขียนโจทย์ตามตัวอย่างบนกระดาน และแจกเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

[ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)]

3.1 ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาพร้อมกัน แล้วให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง พร้อมทั้งค้นหาลักษณะที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีรายละเอียดเป็นอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนทำลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ในส่วนของแนวคิด (วิเคราะห์ปัญหา) โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)]

3.2 ครูกระตุ้นนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกตและวางแผนในการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบดังนี้

3.2.1 นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

(ตอบ เพียงพอ)

3.2.2 นักเรียนมีวิธีการจัดการกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้อย่างไร

(ตอบ หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา)

[ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)]

3.3 ครูแนะนำยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้ เช่น ยุทธวิธีเดา และตรวจสอบ และยุทธวิธีการใช้ตัวแปร เป็นต้น โดยครูชี้ให้นักเรียนเห็นถึงข้อดีและข้อเสียของแต่ละยุทธวิธี

3.4 ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อตัดสินใจว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ โดยครูคอยให้คำแนะนำ (นักเรียนควรเลือกยุทธวิธีการใช้ตัวแปร)

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “สำหรับยุทธวิธีการใช้ตัวแปร ประเด็นสำคัญประเด็นแรกคือ การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ”

3.5 ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย โดยครูเขียนตัวแปรและสมการที่นักเรียนช่วยกันอภิปรายบนกระดาน จากนั้นครูคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องแล้วให้นักเรียนบันทึกลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ในส่วนของแนวคิด (วางแผนแก้ปัญหาวิธีที่ 1)

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ในการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและสร้างสมการได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งไม่ว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ก็จะได้คำตอบที่ถูกต้องเช่นเดียวกัน ในคาบเรียนนี้ครูจะให้นักเรียนได้เห็นตัวอย่างการกำหนดตัวแปรและสร้างสมการทั้งสองวิธี สำหรับการแก้ปัญหาต่อ ๆ ไปให้นักเรียนเลือกทำเพียง 1 วิธีเท่านั้น”

[ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)]

3.6 ครูแสดงวิธีการหาคำตอบวิธีที่ 1 อย่างละเอียดบนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เสร็จแล้วให้นักเรียนบันทึกวิธีการหาคำตอบลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ในส่วนของการหาคำตอบวิธีที่ 1

[ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)]

3.7 ครูแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบของวิธีที่ 1 อย่างละเอียดบนกระดาน โดยครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมดังนี้ “คำตอบที่ได้จากการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจไม่ใช่คำตอบของปัญหาทั้งหมด สิ่งที่สำคัญ คือ นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบเสมอว่าคำตอบเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์หรือไม่”

4. ครูให้นักเรียนแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาวิธีที่ 2 พร้อมตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเดินดูและให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาอื่น ๆ รวมถึงมุมมองแนวคิด หรือข้อสังเกตที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์ที่ได้รับจากการแก้โจทย์ปัญหาตามตัวอย่างข้างต้น เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ภายในชั้นเรียน โดยครูคอยรับฟังพร้อมทั้งให้คำแนะนำนักเรียนเพิ่มเติม

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 “อภินิหารชีวิต” และแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยสมาชิกภายในกลุ่มคละความสามารถ เพื่อให้นักเรียนช่วยกันดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบอภินิหารชีวิต” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน โดยให้นักเรียนทำลงในใบกิจกรรมที่ 1 “อภินิหารชีวิต” และครูคอยให้คำแนะนำกรณีที่นักเรียนเกิดข้อสงสัย

7. ครูจับสลากเพื่อสุ่มหมายเลขกลุ่ม แล้วให้กลุ่มที่ครูจับสลากได้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมา 2 คน เพื่อนำเสนอแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาของกลุ่มบนกระดาน โดยคนแรกให้แสดงวิธีทำใน ส่วนของการหาคำตอบ ส่วนคนที่ 2ให้นำเสนอในส่วนของบททวนคำตอบ จากนั้นครูขออาสาสมัครอีกหนึ่งกลุ่ม เพื่อออกมานำเสนอวิธีทำบนกระดานอีก 1 วิธีที่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้ นำเสนอไป (ถ้ามี) โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมแก้ไขในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด เสร็จแล้วให้นักเรียนบันทึกลงในใบกิจกรรมที่ 1 “ฮิวริสติกส์ชวนคิด”

8. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบค้นและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หน้า 57 ข้อ 1-4 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1
2. แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์”
3. ใบกิจกรรมที่ 1 “ฮิวริสติกส์ชวนคิด”
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน 2. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะครูสอน 3. การทำใบกิจกรรมที่ 1 “อภินิหารชีวิตสัตว์” 4. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนรายวิชา เพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เป็นการบ้าน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและ กระตือรือร้นในขณะครูสอนเป็นอย่างดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำใบกิจกรรมเสร็จ ภายในเวลาที่กำหนดและสามารถทำได้ ถูกต้องร้อยละ 80 4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและ ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 80

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 5 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจและสนใจอยากมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี คาบเรียนนี้ไม่มีเสียงรบกวนจากการก่อสร้างอาคารทำให้บรรยากาศการเรียนคาบเรียนนี้ราบรื่นเป็นอย่างดี นักเรียนจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิตได้อย่างถูกต้อง มีเพียงนักเรียนบางคนที่ต้องใช้เวลาถึงขั้นตอนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิตนานกว่านักเรียนโดยส่วนใหญ่อยู่บ้าง แต่นักเรียนกลุ่มนี้ก็สามารถบอกขั้นตอนทั้งห้าขั้นตอนได้ถูกต้อง โดยครูให้กำลังใจนักเรียนว่า “คาบเรียนนี้เป็นคาบเรียนแรกที่นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิต นักเรียนอาจยังจำขั้นตอนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาได้ไม่แม่นยำเท่าไร นักเรียนอย่าเพิ่งท้อแท้และหมั่นพยายามทบทวนอยู่เป็นประจำ แล้วประโยชน์จะเกิดขึ้นกับตัวของนักเรียนเองอย่างแน่นอน” จากนั้นครูให้นักเรียนใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิตในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยครูอธิบายโจทย์ปัญหาข้อนี้อย่างละเอียด เนื่องจากเป็นโจทย์ปัญหาข้อแรกสำหรับการเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่นักเรียนต้องอ่านโจทย์ข้อความยาว ๆ เป็นการสร้างความคุ้นเคยให้นักเรียนก่อนในเบื้องต้น จากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มและช่วยกันภายในกลุ่มดำเนินกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 1 “อภินิหารชีวิตสัตว์” ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิต ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบอภินิหารชีวิตได้ถูกต้อง แต่ก็พบปัญหาบ้างในบางประเด็น เช่น

ขั้นตอนการหาคำตอบ เริ่มจากสมการ $x^2 + (x+4)^2 = 170$ ซึ่งเป็นสมการที่ถูกต้อง โดยนักเรียนบางคนดำเนินการแก้สมการในขั้นตอนต่อไปได้สมการเป็น $x^2 + (x^2 + 16) = 170$ ซึ่งไม่ถูกต้องทำให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ปัญหาข้อนี้ได้ และครูได้อธิบายเพิ่มเติมนักเรียนเพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้วเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยครูยกตัวอย่างค้ำเพื่ออธิบายนักเรียนว่าสิ่งที่นักเรียนทำมาผิดอย่างไร คือ $(2+3)^2 = (5)^2 = 25$ แต่ $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ จะเห็นได้ชัดเจนว่า $(2+3)^2 \neq 2^2 + 3^2$ ดังนั้นจะได้ว่า $(x+4)^2 \neq x^2 + 16$ และในส่วนของการสรุปคำตอบ นักเรียนบางคนสรุปคำตอบเพียงกรณีเดียวเท่านั้น ซึ่งไม่ถูกต้องโดยปัจจัยสำคัญน่าจะมาจากนักเรียนอาจคุ้นเคยจากการทำโจทย์ปัญหาข้อที่ผ่านมา โดยครูได้นิยามนักเรียนว่า “นักเรียนต้องตรวจสอบเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาอย่างละเอียด โดยเพิ่มความรอบคอบในการพิจารณาโจทย์ปัญหาให้มากยิ่งขึ้น”

เอกสารประกอบการเรียน

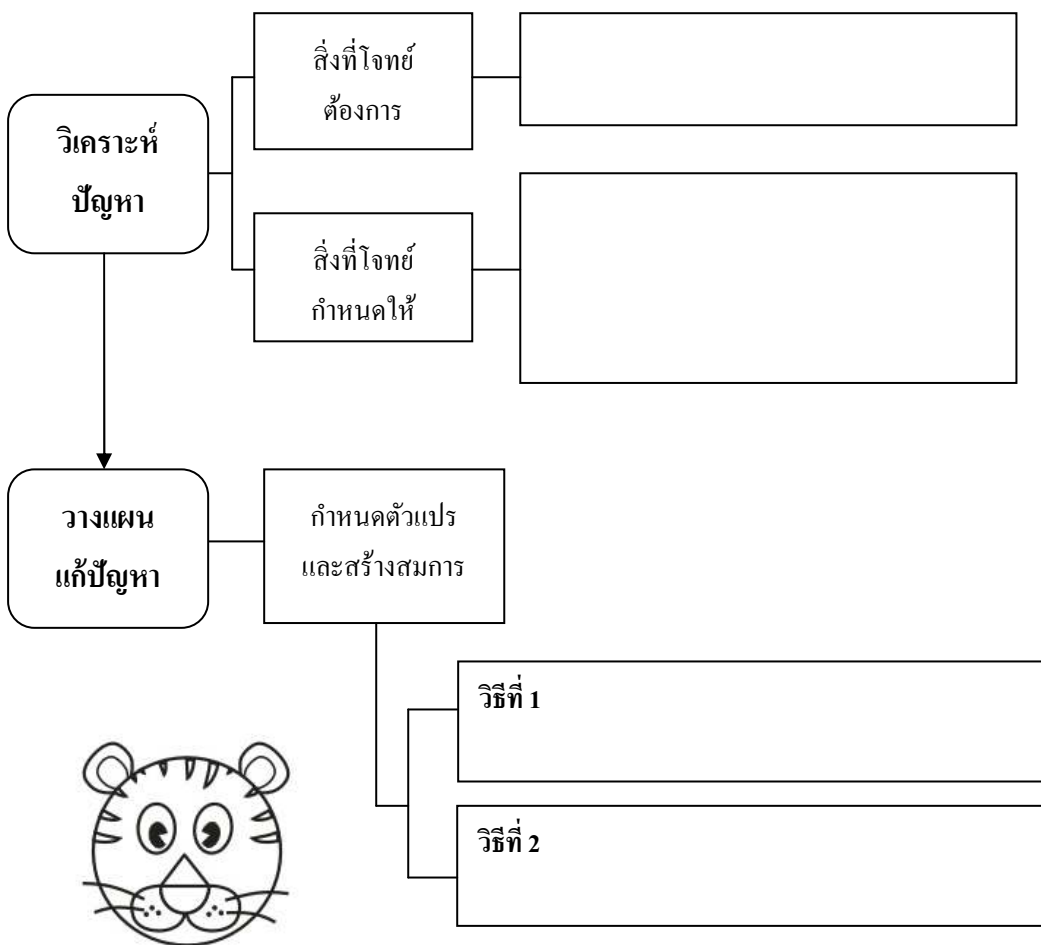
ชุดที่ 1

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ ผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่บวกจำนวนหนึ่งกับจำนวนที่บวก
อีกจำนวนหนึ่งที่อยู่ถัดไปเป็น 290 จงหาจำนวนที่ทั้งสองจำนวนนั้น

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีที่ 2

บททวนคำตอบ

ตรวจสอบ



All things are difficult before they are easy.

ทุกสิ่งต้อง “ยาก” ก่อนที่จะ “ง่าย” เสมอ

Thomas Fuller

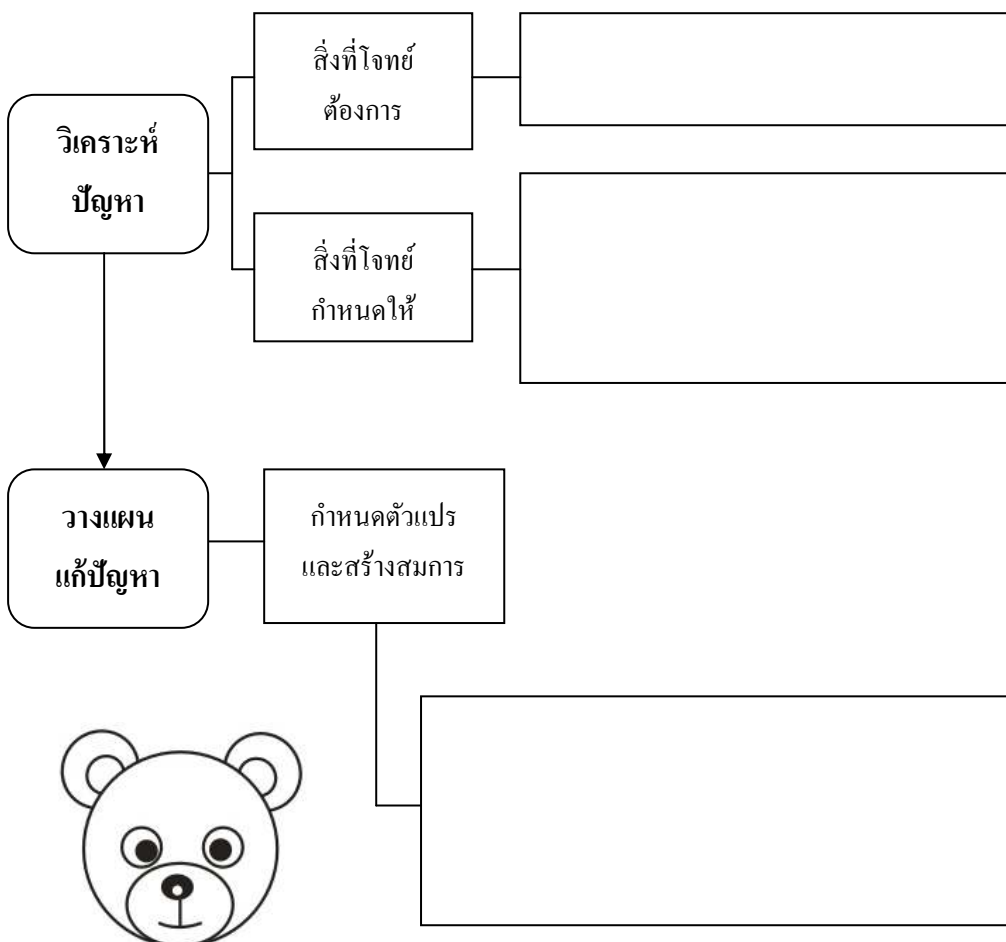


ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 4 และผลบวกกำลังสองของจำนวนสองจำนวนนั้น
เป็น 170 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

[illegible]

บททวนคำตอบ

ตรวจสอบ

ସଂଖ୍ୟା. ୬୫୫୦



You can't build a reputation on what you are going to do.

คุณไม่สามารถสร้างชื่อเสียงขึ้นมาได้ด้วยสิ่งที่คุณพูดว่า “จะทำ”

Henry Ford

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบหาและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์ สืบหาและวางแผน เลือกยุทธวิธี แสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมตรวจสอบคำตอบของการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน
2. มุ่งมั่นในการทำงานและรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
3. ส่งงานตรงเวลาที่กำหนดและผลงานมีความสะอาด เรียบร้อย

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหา คิดวิเคราะห์และเรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนต้องทราบโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างและโจทย์ถามอะไร

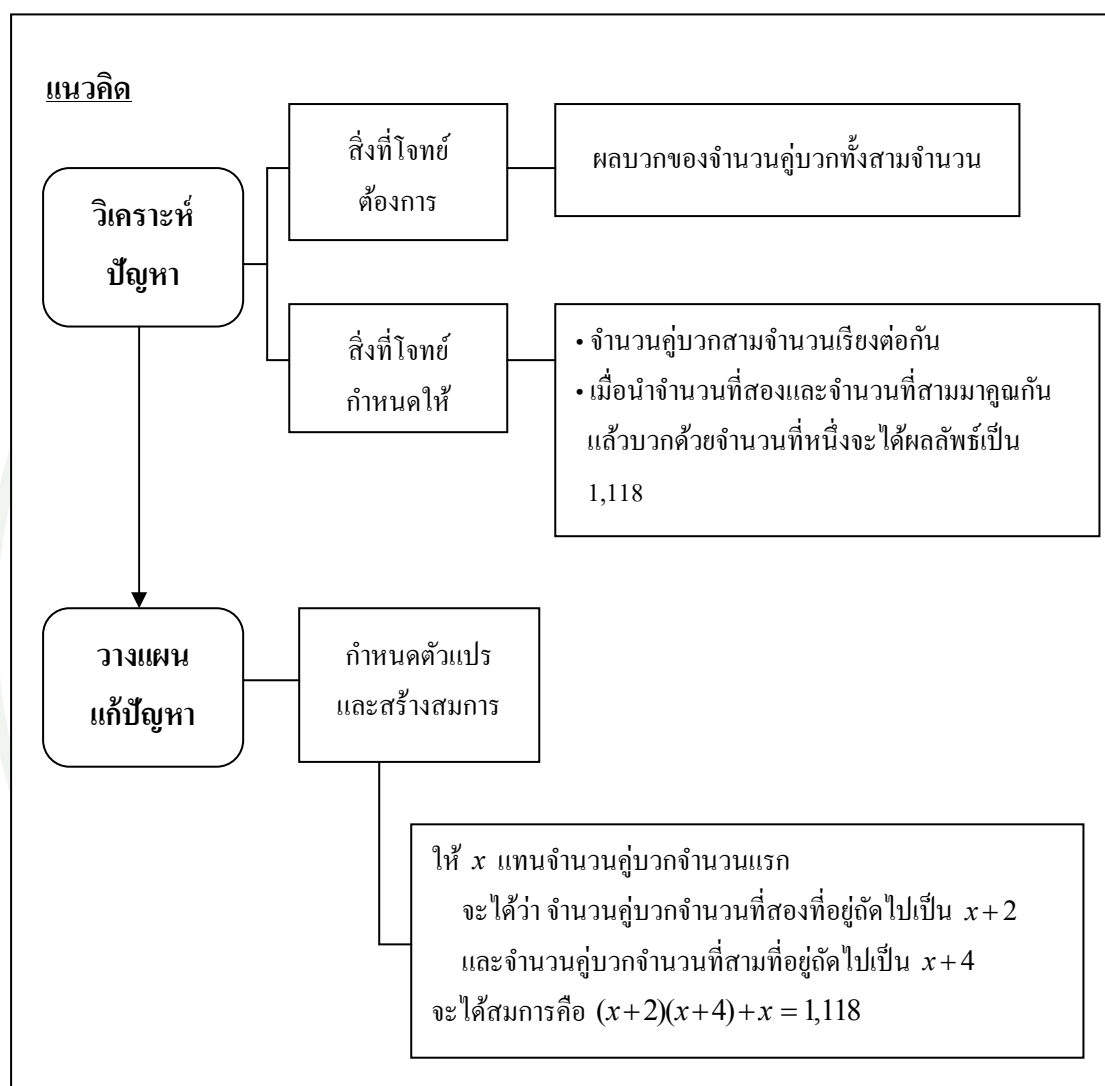
ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน นักเรียนต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทราบว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ และสามารถนำข้อมูลมาสร้างรูปภาพ ตาราง แผนภาพ หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ แนวคิด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด นักเรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งความสอดคล้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางอื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญห

ตัวอย่าง จำนวนคู่บวกสามจำนวนเรียงต่อกัน เมื่อนำจำนวนที่สองและจำนวนที่สามมาคูณกัน แล้วบวกด้วยจำนวนที่หนึ่ง จะได้ผลลัพธ์เป็น 1,118 จงหาผลบวกของจำนวนคู่บวกทั้งสามจำนวน



หาคำตอบ

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนคู่บวกจำนวนแรก

จะได้ว่า จำนวนคู่บวกจำนวนที่สองที่อยู่ถัดไปเป็น $x+2$

และจำนวนคู่บวกจำนวนที่สามที่อยู่ถัดไปเป็น $x+4$

เนื่องจาก เมื่อนำจำนวนที่สองและจำนวนที่สามมาคูณกันแล้วบวกด้วยจำนวนที่หนึ่ง

จะได้ผลลัพธ์เป็น 1,118

จะได้สมการเป็น $(x+2)(x+4)+x = 1,118$

$$(x^2 + 6x + 8) + x = 1,118$$

$$x^2 + 7x + 8 = 1,118$$

$$x^2 + 7x - 1,110 = 0$$

$$(x+37)(x-30) = 0$$

ดังนั้น $x + 37 = 0$ หรือ $x - 30 = 0$

จะได้ $x = -37$ หรือ $x = 30$

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ เนื่องจากจำนวนคู่ที่โจทย์กำหนดให้เป็นจำนวนคู่บวก ทำให้ $x = -37$ ไม่ใช่คำตอบ

ดังนั้น ถ้าให้ 30 เป็นจำนวนคู่บวกจำนวนแรก

จะได้ว่า จำนวนคู่บวกจำนวนที่สองที่อยู่ถัดไปเป็น $30 + 2 = 32$

และจำนวนคู่บวกจำนวนที่สามที่อยู่ถัดไปเป็น $30 + 4 = 34$

ดังนั้น เมื่อนำจำนวนที่สองและจำนวนที่สามมาคูณกันแล้วบวกด้วยจำนวนที่หนึ่ง

จะได้ผลลัพธ์เป็น $(32)(34) + 30 = 1,088 + 30 = 1,118$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

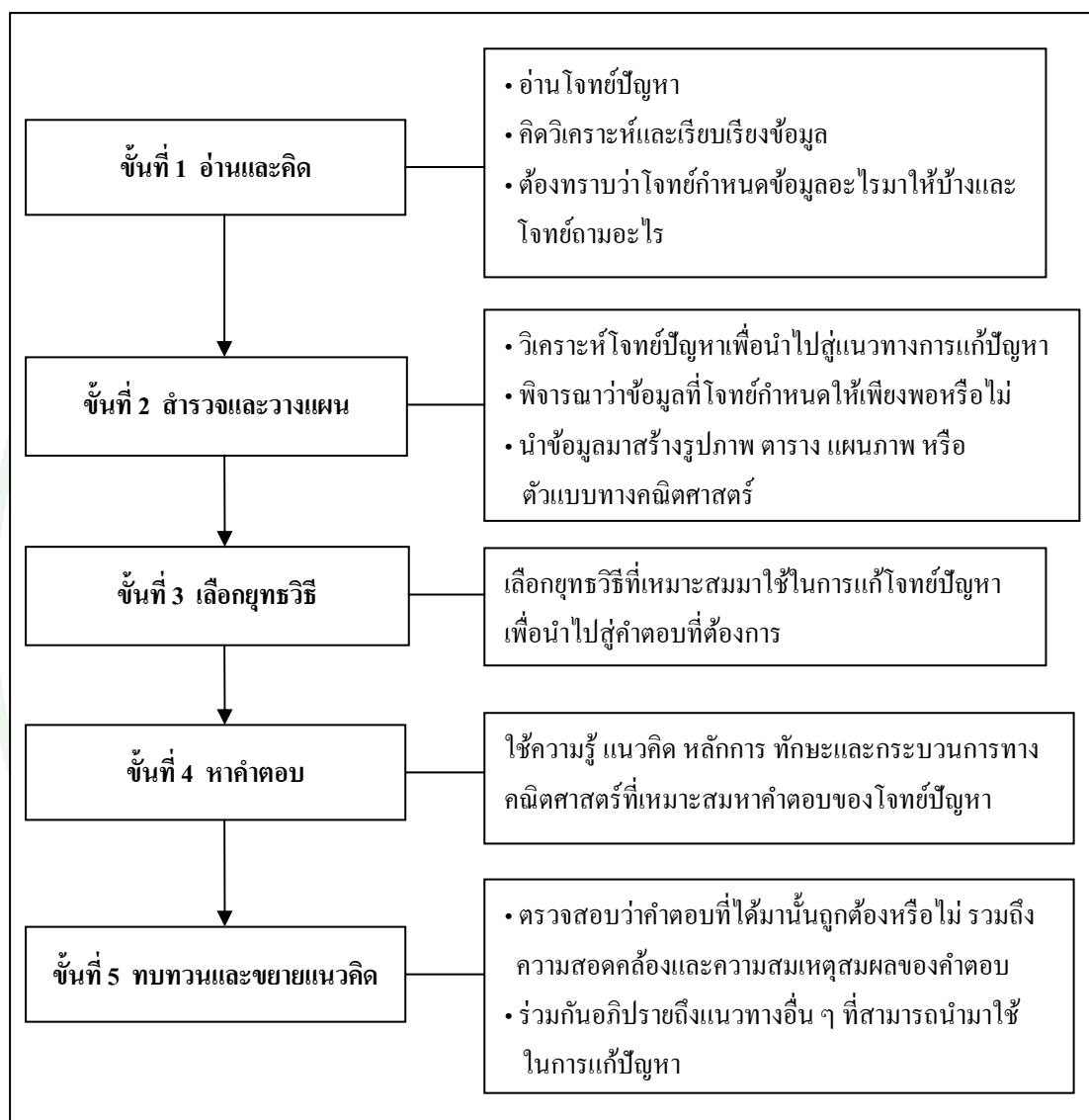
ดังนั้น จำนวนคู่บวกสามจำนวนเรียงต่อกันคือ 30, 32 และ 34

ทำให้ได้ว่า ผลบวกของจำนวนคู่บวกทั้งสามจำนวน เท่ากับ $30 + 32 + 34 = 96$

ตอบ 96

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้



พร้อมคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหทั้งห้าขั้นตอน บนกระดานและให้นักเรียนอ่านขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” พร้อมกัน

2. ครูเขียน โจทย์ตามตัวอย่างบนกระดาน และแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 2 ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

[ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)]

2.1 ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง แล้วให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง พร้อมทั้งค้นหาลักษณะที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีรายละเอียดเป็นอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนทำลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ในส่วนของแนวคิด (วิเคราะห์ปัญหา) โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)]

2.2 ครูกระตุ้นนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกตและวางแผนในการแก้ปัญหาโดยใช้การถามตอบดังนี้

2.2.1 นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

(ตอบ เพียงพอ)

2.2.2 นักเรียนมีวิธีการจัดการกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้อย่างไร

(ตอบ หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา)

[ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)]

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละคนใช้ประสบการณ์เดิมจากการแก้โจทย์ปัญหาในคาบที่แล้วนำมาตัดสินใจว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ โดยครูคอยให้คำแนะนำ (นักเรียนควรเลือกยุทธวิธีการใช้ตัวแปร)

2.4 ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย โดยครูเขียนตัวแปรและสมการที่นักเรียนช่วยกันอภิปรายบนกระดาน จากนั้นครูคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องแล้วให้นักเรียนบันทึกลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ในส่วนของแนวคิด (วางแผนแก้ปัญหา)

[ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)]

2.5 ครูแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เสร็จแล้วให้นักเรียนบันทึกวิธีการหาคำตอบลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ในส่วนของการหาคำตอบ

[ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)]

2.6 ครูแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมดังนี้ “เนื่องจากคำตอบของสมการที่นักเรียนได้ ในบางครั้งอาจไม่ใช่คำตอบที่โจทย์ต้องการ นักเรียนต้องมีความรอบคอบและอ่านโจทย์ให้ดีว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร ยกตัวอย่างจากโจทย์ปัญหาข้อนี้ คำตอบของสมการที่คิดมาได้แล้วสอดคล้องกับโจทย์คือ 30 แต่สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ ผลบวกของจำนวนคู่บวกทั้งสามจำนวน จะเห็นว่า 30 ไม่ใช่คำตอบที่โจทย์ต้องการ”

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาอื่น ๆ รวมถึงมุมมองแนวคิด หรือข้อสังเกตที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์ที่ได้รับจากการแก้โจทย์ปัญหาตามตัวอย่างข้างต้น เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ภายในชั้นเรียน โดยครูคอยรับฟังพร้อมทั้งให้คำแนะนำนักเรียนเพิ่มเติม

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์” และให้นักเรียนแต่ละคนทำตามขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” เพื่อแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน โดยให้นักเรียนทำลงในใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์” ทั้งสองข้อ และใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งครูคอยให้คำแนะนำกรณีที่นักเรียนเกิดข้อสงสัย

5. ครูเฉลยโจทย์ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์” โดยโจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ครูเฉลยละเอียดบนกระดาน(เฉพาะในส่วนของการหาคำตอบ) ส่วนโจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1 คนออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมแก้ไขในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สรุปรวและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หน้า 57 ข้อ 5-8 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2
2. แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์”
3. ใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์”
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะครูสอน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและกระตือรือร้นในขณะครูสอนเป็นอย่างดี
3. การทำใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์”	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำใบกิจกรรมเสร็จภายในเวลาที่กำหนดและสามารถทำได้ถูกต้องร้อยละ 80
4. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน	4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 90

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 6 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจและสนใจอยากมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี นักเรียนสามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำและมั่นใจ แต่ปัญหาที่พบในวันนี้คือ เสียงรบกวนจากการก่อสร้างอาคาร ซึ่งในวันนี้กลับมาทำการก่อสร้างอีกครั้งหลังจากเมื่อคาบเรียนที่แล้วไม่พบปัญหาเสียงรบกวนนี้ โดยครูพยายามใช้เสียงในระหว่างการสอนให้ดังกว่าปกติ และในการทำใบกิจกรรมที่ 2 “คิดไปกับฮิวริสติกส์” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ได้ แต่ก็ยังพบปัญหาจากนักเรียนบางคนในบางประเด็น เช่น

ในโจทย์ปัญหาข้อที่ 1 “จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงต่อกัน โดยที่กำลังสองของจำนวนแรกและกำลังสองของจำนวนที่สามรวมกันมากกว่ากำลังสองของจำนวนที่สองอยู่ 198 อยากทราบว่าผลบวกของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามเป็นเท่าไร” นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเขียนสมการได้ คำในโจทย์ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนบางคนคือคำว่า “มากกว่า” โดยนักเรียนไม่มั่นใจว่าจะนำข้อความส่วนใดมาแปลความหมายให้อยู่ในรูปตัวแปรเพื่อนำไปเป็นตัวตั้งและนำมาลบกับส่วนใด ซึ่งครูได้อธิบายนักเรียนเพิ่มเติม โดยยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวันซึ่งใกล้ตัวนักเรียนประกอบ เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจและคิดตามที่ครูอธิบายได้ง่ายมากยิ่งขึ้น ซึ่งตัวอย่างที่ใช้ประกอบการอธิบายคือ “น้ำหนักของครูมากกว่านักเรียนคนหนึ่งอยู่ 40 กิโลกรัม จากข้อความข้างต้นสามารถคิด 40 มาได้อย่างไร” โดยนักเรียนสามารถตอบได้ว่า “นำน้ำหนักของครูเป็นตัวตั้ง แล้วลบออกด้วยน้ำหนักของนักเรียน” ซึ่งนักเรียนเข้าใจและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเขียนสมการของโจทย์ปัญหาข้างต้นได้ และอีกหนึ่งปัญหาคือ ความไม่รอบคอบของนักเรียนในขั้นตอนการแก้สมการหาคำตอบ นักเรียนบางคนไม่ให้ความสำคัญกับการใส่วงเล็บในระหว่างที่ดำเนินการหาคำตอบ ทำให้บางครั้งนักเรียนอาจได้คำตอบของสมการที่ผิดพลาดไป ซึ่งครูได้เน้นย้ำนักเรียน ให้เห็นความสำคัญของการใส่วงเล็บ โดยครูแสดงวิธีทำเปรียบเทียบในโจทย์ข้อเดียวกัน ซึ่งทำสองวิธี (ใส่วงเล็บถูกต้องและลืมใส่วงเล็บ) ให้นักเรียนเห็นว่าการลืมใส่วงเล็บส่งผลมากเพียงใดต่อการแก้สมการในขั้นต่อไป

เอกสารประกอบการเรียน

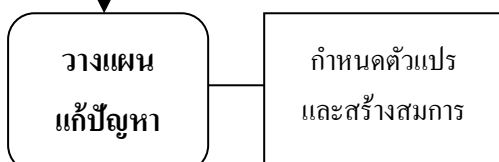
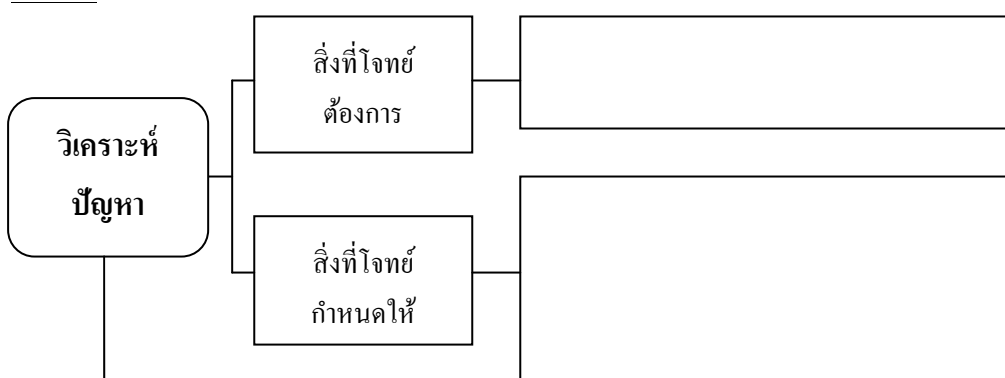
ชุดที่ 2

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ จำนวนคู่วกสามจำนวนเรียงต่อกัน เมื่อนำจำนวนที่สองและจำนวนที่สามมาคูณกันแล้วบวกด้วยจำนวนที่หนึ่ง จะได้ผลลัพธ์เป็น 1,118 จงหาผลบวกของจำนวนคู่วกทั้งสามจำนวน

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

[illegible]

บททวนคำตอบ

ตรวจสอบ

ପି.ଏମ୍. ଶିକ୍ଷା



To climb steep hills requires a slow pace at first.

การป็นขนั้นเขาสูงนั้นต้องเริ่มต้นจากการก้าวอย่างช้าๆ

William Shakespeare



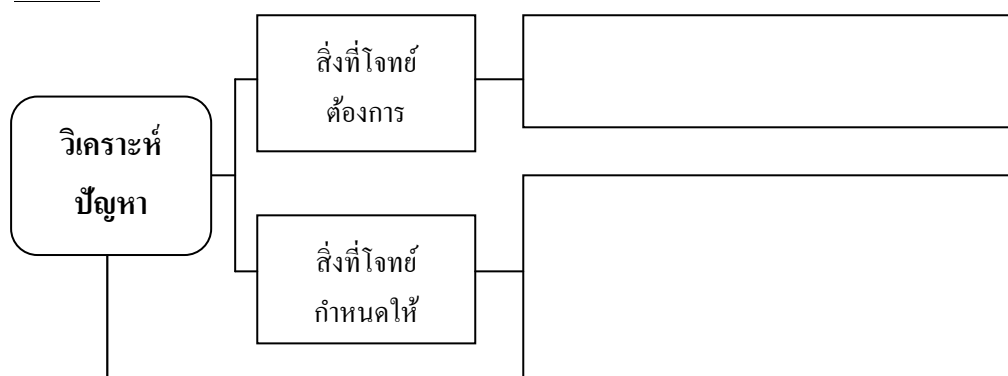
ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1

จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงต่อกัน โดยที่กำลังสองของจำนวนแรกและกำลังสองของจำนวนที่สามรวมกันมากกว่ากำลังสองของจำนวนที่สองอยู่ 198 อยากทราบว่าผลบวกของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามเป็นเท่าไร

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

[illegible]

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ

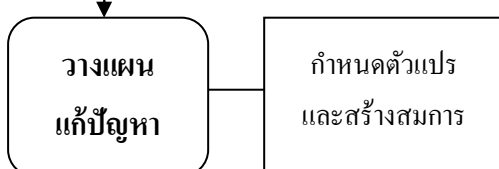
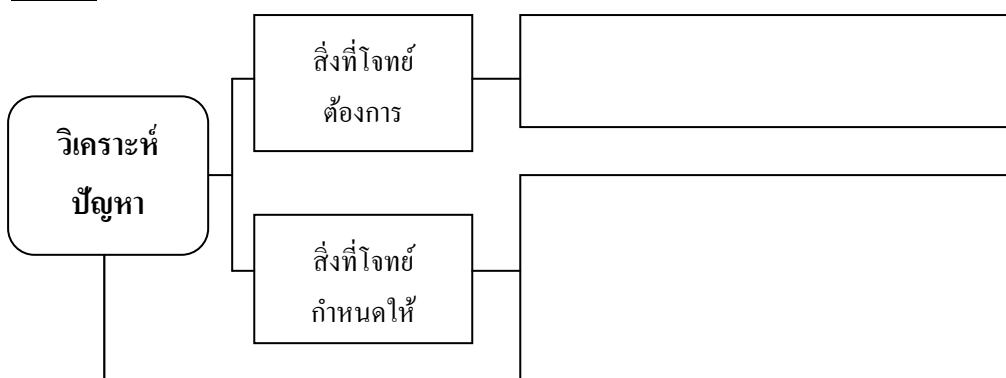


โจทย์ปัญหาข้อที่ 2

9 เท่าของผลบวกของจำนวนคู่จำนวนหนึ่งกับจำนวนคู่อีกจำนวนหนึ่งที่อยู่ถัดไป

เท่ากับ $\frac{33}{20}$ เท่าของผลคูณของจำนวนทั้งสองนั้น จงหาจำนวนคู่ทั้งสองจำนวน

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

บททวนคำตอบ

ตรวจสอบ



You never fail until you stop trying.

คุณไม่มีวันล้มเหลวจนกว่าคุณจะล้มเลิกความพยายาม

Albert Einstein

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบหาและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์ สืบหาและวางแผน เลือกยุทธวิธี แสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมตรวจสอบคำตอบของการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน
2. มุ่งมั่นในการทำงานและรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
3. ส่งงานตรงเวลาที่กำหนดและผลงานมีความสะอาด เรียบร้อย

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหา คัดวิเคราะห์และเรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนต้องทราบโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างและโจทย์ถามอะไร

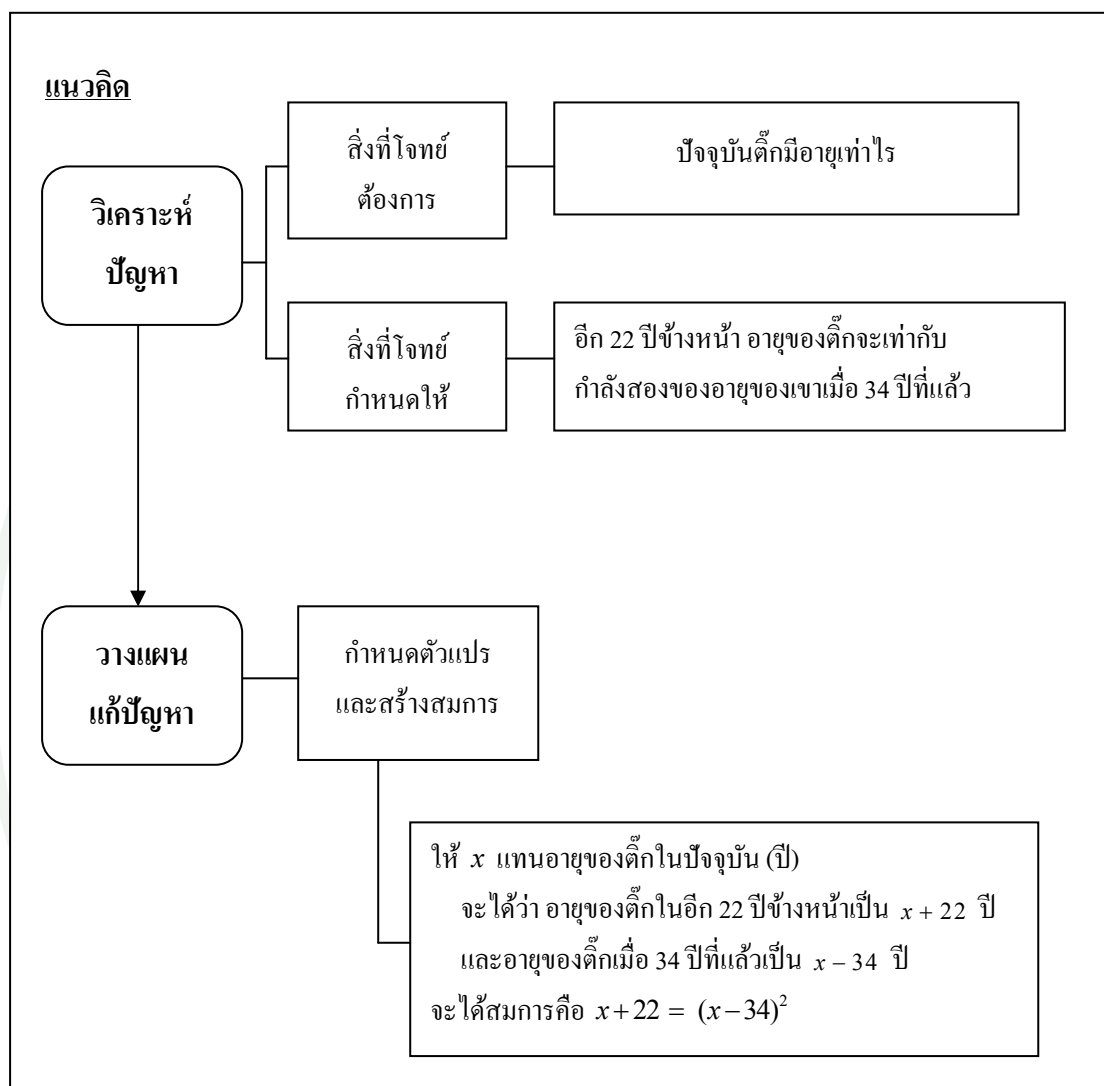
ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน นักเรียนต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทราบว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ และสามารถนำข้อมูลมาสร้างรูปภาพ ตาราง แผนภาพ หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ แนวคิด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด นักเรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งความสอดคล้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางอื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญห

ตัวอย่าง อีก 22 ปีข้างหน้า อายุของดิ๊กจะเท่ากับกำลังสองของอายุของเขาเมื่อ 34 ปีที่แล้ว ปัจจุบัน ดิ๊กมีอายุเท่าไร



หาคำตอบ

วิธีทำ ให้ x แทนอายุของตึกในปัจจุบัน (ปี)

จะได้ว่า อายุของตึกในอีก 22 ปีข้างหน้าเป็น $x + 22$ ปี

และอายุของตึกเมื่อ 34 ปีที่แล้วเป็น $x - 34$ ปี

เนื่องจาก อีก 22 ปีข้างหน้า อายุของตึกจะเท่ากับกำลังสองของอายุของเขาเมื่อ 34 ปีที่แล้ว

จะได้สมการคือ $x + 22 = (x - 34)^2$

$$x + 22 = x^2 - 68x + 1,156$$

$$x^2 - 69x + 1,134 = 0$$

$$(x - 27)(x - 42) = 0$$

ดังนั้น $x - 27 = 0$ หรือ $x - 42 = 0$

จะได้ $x = 27$ หรือ $x = 42$

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ เนื่องจากอายุของตึกเมื่อ 34 ปีที่แล้วเป็นจำนวนเต็มบวก จึงทำให้ $x = 27$ ไม่ใช่คำตอบ

เพราะจะทำให้อายุของตึกเมื่อ 34 ปีที่แล้วเป็นจำนวนลบ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

ดังนั้น ถ้าให้ 42 เป็นอายุของตึกในปัจจุบัน

จะได้ว่า อายุของตึกในอีก 22 ปีข้างหน้าเป็น $42 + 22 = 64$

และอายุของตึกเมื่อ 34 ปีที่แล้วเป็น $42 - 34 = 8$

เนื่องจาก อีก 22 ปีข้างหน้า อายุของตึกจะเท่ากับกำลังสองของอายุของเขาเมื่อ 34 ปี

ที่แล้ว จะได้ว่า $42 + 22 = (42 - 34)^2$ หรือ $64 = 8^2$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น อายุของตึกในปัจจุบัน เท่ากับ 42 ปี

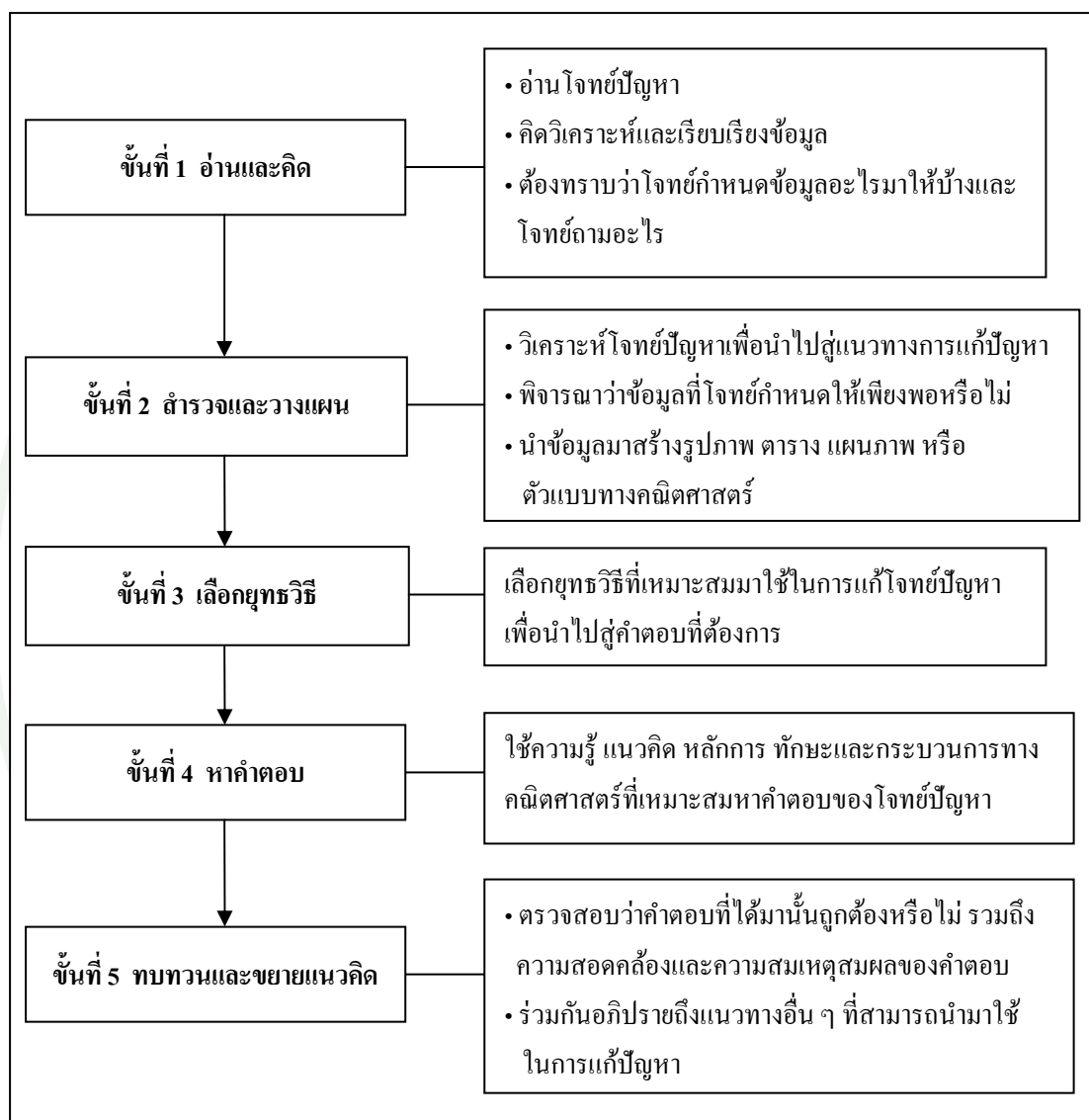
อายุของตึกในอีก 22 ปีข้างหน้า เท่ากับ 64 ปี

และอายุของตึกเมื่อ 34 ปีที่แล้ว เท่ากับ 8 ปี

ตอบ 42 ปี

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้



พร้อมคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหทั้งห้าขั้นตอน บนกระดานและให้นักเรียนอ่านขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” พร้อมกัน

2. ครูเขียน โจทย์ตามตัวอย่างบนกระดาน และแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 3 ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

[ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)]

2.1 ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง แล้วให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง พร้อมทั้งค้นหาลักษณะที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีรายละเอียดเป็นอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนทำลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ในส่วนของแนวคิด (วิเคราะห์ปัญหา) โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)]

2.2 ครูกระตุ้นนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกตและวางแผนในการแก้ปัญหาโดยใช้การถามตอบดังนี้

2.2.1 โจทย์ปัญหาข้างต้นมีความแตกต่างกับโจทย์ปัญหาในคาบเรียนที่ผ่านมาหรือไม่

(ตอบ แตกต่าง เพราะโจทย์ปัญหาในคาบเรียนที่แล้วเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ส่วนโจทย์ปัญหาข้างต้นเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ)

2.2.2 นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

(ตอบ เพียงพอ)

2.2.3 นักเรียนมีวิธีการจัดการกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้อย่างไร

(ตอบ หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา)

[ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)]

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละคนใช้ประสบการณ์เดิมจากการแก้โจทย์ปัญหาในคาบที่แล้วนำมาตัดสินใจว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ โดยครูคอยให้คำแนะนำ (นักเรียนควรเลือกยุทธวิธีการใช้ตัวแปร)

2.4 ครูแนะนำนักเรียนเพื่อให้เห็นมุมมองในการสมมติตัวแปรเพื่อแก้โจทย์ปัญหาในข้อนี้ว่า “ในการแก้ปัญหาค่าแต่ละข้อนั้น นักเรียนแต่ละคนอาจมีรูปแบบการสมมติตัวแปรที่ไม่เหมือนกัน แต่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้เช่นเดียวกัน” โดยครูนำเสนอรูปแบบการสมมติตัวแปรทั้งสามรูปแบบ ดังตารางต่อไปนี้

อายุของเด็ก	เมื่อ 34 ปีที่แล้ว	ปัจจุบัน	อีก 22 ปีข้างหน้า
รูปแบบที่ 1	$x - 34$	x	$x + 22$
รูปแบบที่ 2	x	$x + 34$	$(x + 34) + 22 = x + 56$
รูปแบบที่ 3	$(x - 22) - 34 = x - 56$	$x - 22$	x

ครูอธิบายให้นักเรียนเพิ่มเติมว่า “สำหรับโจทย์ปัญหาในข้อนี้ต้องการทราบอายุปัจจุบันของเด็ก โดยทั่วไปนิยมกำหนดสิ่งที่โจทย์ต้องการเป็นตัวแปร x แล้วนำไปเชื่อมโยงเข้ากับความสัมพันธ์อื่น ๆ ที่โจทย์กำหนด ดังนั้นในการทำโจทย์ข้อนี้ครูจะขอเลือกรูปแบบการสมมติตัวแปรตามรูปแบบที่ 1”

2.5 ครูให้นักเรียนกำหนดตัวแปรตามรูปแบบที่ 1 ที่ครูให้คำแนะนำและสร้างสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ในส่วนของแนวคิด (วางแผนแก้ปัญหา) โดยครูคอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)]

2.6 ครูแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เสร็จแล้วให้นักเรียนบันทึกวิธีการหาคำตอบลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ในส่วนของการหาคำตอบ

[ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)]

2.7 ครูแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยครูอธิบายให้นักเรียนเพิ่มเติมดังนี้ “เนื่องจากคำตอบของสมการที่นักเรียนได้ ในบางครั้งอาจไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ยกตัวอย่างจากโจทย์ปัญหาข้อนี้ ถ้านักเรียนเลือกตอบคำตอบของสมการคือ 27 จะทำให้อายุของเด็กเมื่อ 34 ปีที่แล้วไม่เป็นจริง”

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาอื่น ๆ รวมทั้งมุมมองแนวคิด หรือข้อสังเกตที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์ที่ได้รับจากการแก้โจทย์ปัญหาตามตัวอย่างข้างต้น เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ภายในชั้นเรียน โดยครูคอยรับฟัง พร้อมทั้งให้คำแนะนำนักเรียนเพิ่มเติม

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 “อภินิหารช่วยคิดอายุ 1” และให้นักเรียนแต่ละคนทำตามขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบอภินิหาร” เพื่อแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน โดยให้นักเรียนทำลงในใบกิจกรรมที่ 3 ทั้งสองข้อ ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งครูคอยให้คำแนะนำกรณีที่นักเรียนเกิดข้อสงสัย

5. ครูเฉลยโจทย์ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 3 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 1” โดยโจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ครูเฉลยละเอียดบนกระดาน (เฉพาะในส่วนของการหาคำตอบ) ส่วนโจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมแก้ไขในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบหาและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หน้า 57 ข้อ 9 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 3
2. แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์”
3. ใบกิจกรรมที่ 3 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 1”
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน 2. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะครูสอน 3. การทำใบกิจกรรมที่ 3 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 1” 4. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนรายวิชา เพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เป็นการบ้าน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและ กระตือรือร้นในขณะครูสอนเป็นอย่างดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำใบกิจกรรมเสร็จ ภายในเวลาที่กำหนดและสามารถทำได้ ถูกต้องร้อยละ 80 4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและ ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 80

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 7 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจและสนใจอยากมีส่วนร่วมในการเรียนสม่ำเสมอทุกครั้งเป็นอย่างดี นักเรียนสามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ได้ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบในวันนี้ยังคงเป็นปัญหาเดิมคือ เสียงรบกวนจากการก่อสร้างอาคาร โดยครูใช้วิธีการเดิมในการแก้ปัญหาคือ พยายามใช้เสียงในระหว่างการสอนให้ดังกว่าปกติ เพื่อดึงสมาธิของนักเรียนให้จดจ่ออยู่กับสิ่งที่ครูสอน และในคาบเรียนนี้เป็นการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ เป็นคาบเรียนแรก นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ เนื่องจากเป็นเรื่องใกล้ตัวของนักเรียน แต่ก็มีนักเรียนบางคนที่ไม่ชอบคิดคำนวณการตามขั้นตอน มักคาดเดาคำตอบโดยไม่สนใจขั้นตอนวิธีการหาคำตอบ ซึ่งครูได้ให้คำแนะนำนักเรียนว่า “การคาดเดาคำตอบเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถทำได้ แต่นักเรียนควรจะนำไปใช้ในกรณีที่นักเรียนทำการสอบ ที่ข้อสอบเป็นแบบตัวเลือกโดยนักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ทันในเวลาที่กำหนดจริง ๆ ซึ่งการคาดเดาคำตอบนั้น นักเรียนจะมีโอกาสคาดเดาคำตอบได้ถูกต้องค่อนข้างยากเนื่องจากมีจำนวนมากมายที่นักเรียนสามารถคาดเดาเป็นคำตอบได้ นักเรียนควรตั้งใจศึกษาขั้นตอนการแก้ปัญหา ถึงแม้ว่าจะมีขั้นตอนที่มากพอสมควร แต่ครูรับรองว่ามันคุ้มค่ากับการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาแน่นอน และถ้านักเรียนหมั่นฝึกฝนอยู่เป็นประจำ นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้รวดเร็วมากยิ่งขึ้น” ซึ่งนักเรียนแสดงสีหน้าและแววตาเข้าใจ ในสิ่งที่ครูอธิบายต่อจากนั้นในช่วงแรกครูได้ดำเนินการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ทั้งห้าขั้นตอน

โดยให้นักเรียนทำลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ซึ่งนักเรียนมีความสนใจเป็นพิเศษ หลังจากผ่านขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธีแล้วครูได้แนะนำมุมมองในการสมมติตัวแปร เพื่อนำไปสู่ขั้นตอนการแก้สมการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในข้อนี้ โดยครูนำเสนอเป็นรูปแบบของตารางพร้อมอธิบายเพิ่มเติมว่า “นักเรียนแต่ละคนอาจจะเลือกรูปแบบการสมมติตัวแปรคนละรูปแบบกัน แต่ถ้าดำเนินการตามขั้นตอนที่ถูกต้อง นักเรียนจะได้คำตอบที่ถูกต้องเช่นเดียวกัน ไม่ว่านักเรียนจะเลือกรูปแบบการสมมติสมการรูปแบบใด” หลังจากครูดำเนินการสอนต่อ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามประเด็นที่นักเรียนเกิดข้อสงสัย จากนั้นครูได้ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 1” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ในใบกิจกรรมได้ แต่ก็ยังพบปัญหาจากนักเรียนบางคนในขั้นตอนการหาคำตอบ ซึ่งครูได้นัยย้ำนักเรียนเรื่องความรอบคอบในการแสดงวิธีทำ ข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นมักเกิดจากข้อผิดพลาดเล็ก ๆ น้อย ๆ เช่น ไม่ใส่วงเล็บในระหว่างการคำนวณให้ชัดเจน ไม่ใส่หน่วยในการสรุปคำตอบ และขาดการตรวจคำตอบ เป็นต้น

เอกสารประกอบการเรียน

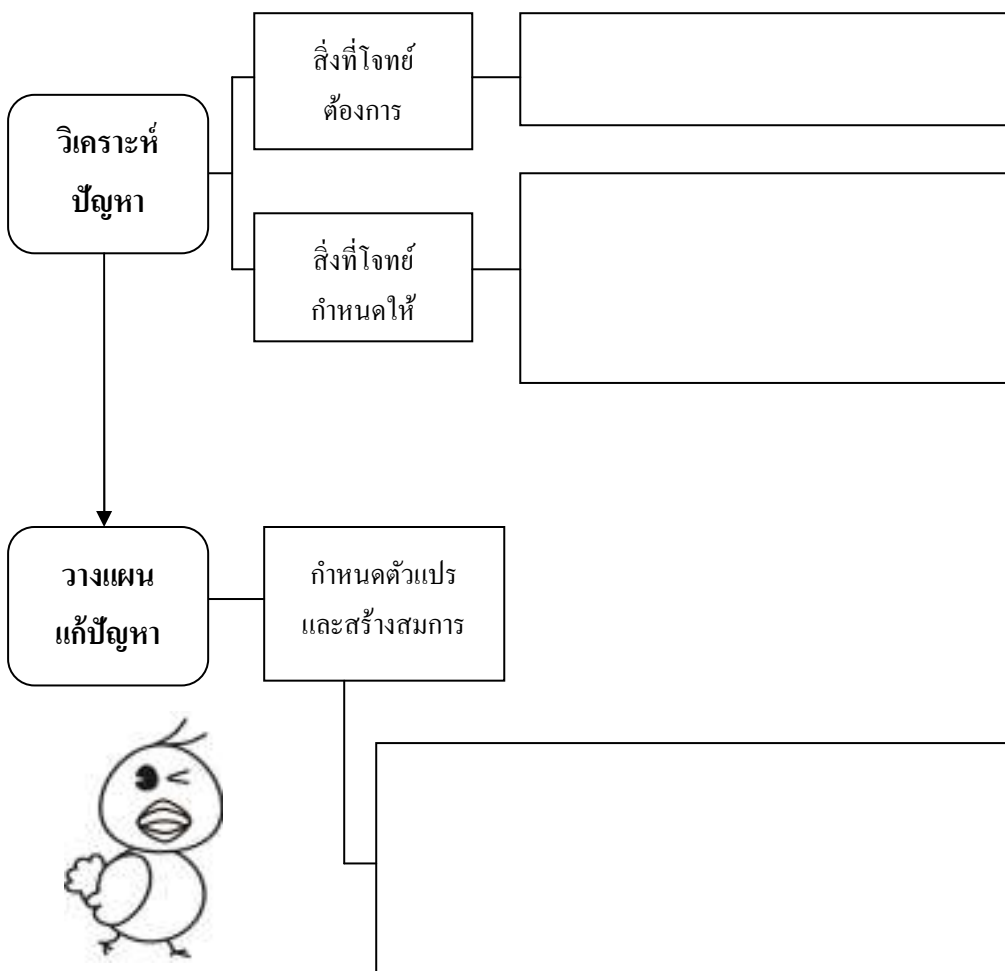
ชุดที่ 3

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ อีก 22 ปีข้างหน้า อายุของดิ๊กจะเท่ากับกำลังสองของอายุของเขาเมื่อ 34 ปีที่แล้ว
ปัจจุบันดิ๊กมีอายุเท่าไร

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

บททวนคำตอบ

[illegible]

First say to yourself what you would be; and then do what you have to do.

จงบอกตัวเองว่าคุณต้องการเป็นอะไรเสียก่อน และจากนั้น จงทำในสิ่งที่ต้องทำ

Epictetus



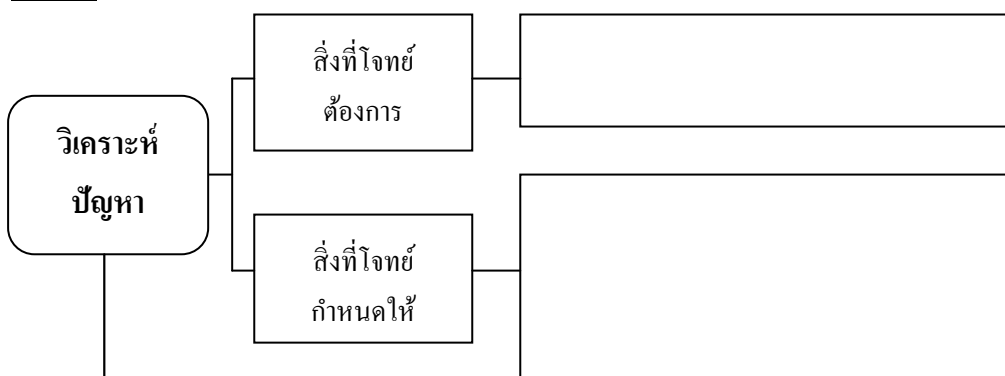
ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1

พี่และน้องมีอายุรวมกัน 27 ปี ผลคูณของอายุของพี่และน้องเป็น 180
จงหาอายุของพี่และน้อง

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

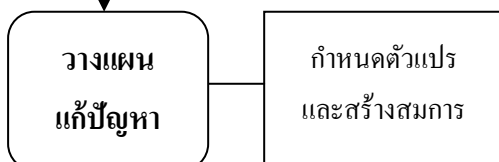
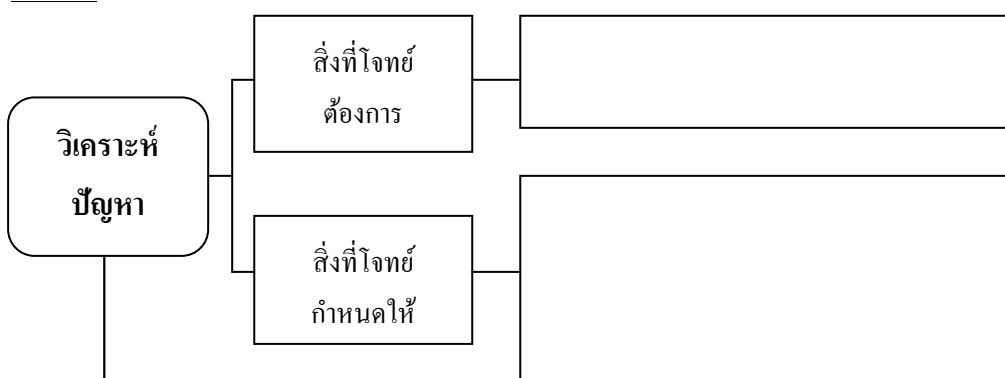
ทบทวนคำตอบ

[illegible]

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2

ปัจจุบันปู่อายุ $3x^2$ ปี และแพรอายุ $x + 4$ ปี เมื่อปู่อายุ $18x$ ปี แพรมีอายุ $2x^2$ ปี
ปัจจุบันแพรอายุกี่ปี

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

บททวนคำตอบ

ตรวจสอบ



Do not let what you cannot do interfere with what you can do.

จงอย่าปล่อยให้สิ่งที่คุณทำไม่ได้ มาขีดขวางสิ่งที่คุณทำได้

John Woode

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
- ขั้นที่ 2 สืบค้นและวางแผน
- ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
- ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์ สืบค้นและวางแผน เลือกยุทธวิธี แสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมตรวจสอบคำตอบของการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน
2. มุ่งมั่นในการทำงานและรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
3. ส่งงานตรงเวลาที่กำหนดและผลงานมีความสะอาด เรียบร้อย

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบของปัญหา โดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจและวิเคราะห์เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย รวมทั้งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnik ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านและคิด นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหา คัดวิเคราะห์และเรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนต้องทราบโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างและโจทย์ถามอะไร

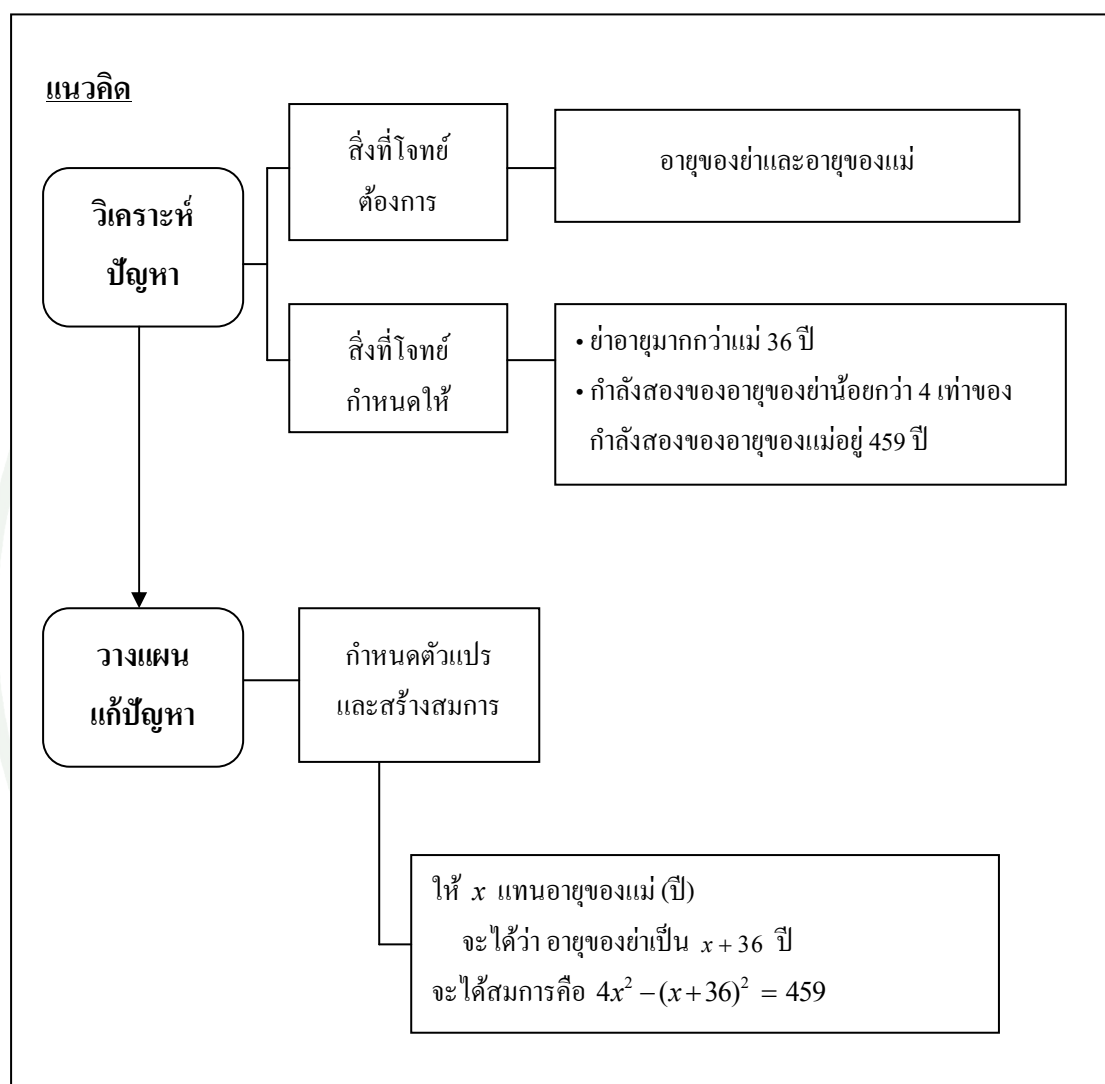
ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน นักเรียนต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทราบว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ และสามารถนำข้อมูลมาสร้างรูปภาพ ตาราง แผนภาพ หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 หาคำตอบ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ แนวคิด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด นักเรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งความสอดคล้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางอื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญห

ตัวอย่าง ย่าอายุมากกว่าแม่ 36 ปี กำลังสองของอายุของย่าน้อยกว่า 4 เท่าของกำลังสองของอายุของแม่อยู่ 459 ปี จงหาอายุของย่าและแม่



หาคำตอบ

วิธีทำ ให้ x แทนอายุของแม่ (ปี)

เนื่องจาก ย่าอายุมากกว่าแม่ 36 ปี

จะได้ว่า อายุของย่าเป็น $x + 36$ ปี

และเนื่องจาก กำลังสองของอายุของย่าน้อยกว่า 4 เท่าของกำลังสองของอายุของแม่อยู่ 459 ปี

จะได้สมการคือ $4x^2 - (x + 36)^2 = 459$

$$4x^2 - (x^2 + 72x + 1,296) = 459$$

$$4x^2 - x^2 - 72x - 1,296 = 459$$

$$3x^2 - 72x - 1,296 - 459 = 0$$

$$3x^2 - 72x - 1,755 = 0$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$x^2 - 24x - 585 = 0$$

$$(x + 15)(x - 39) = 0$$

ดังนั้น $x + 15 = 0$ หรือ $x - 39 = 0$

จะได้ $x = -15$ หรือ $x = 39$

บทวนคำตอบ

ตรวจสอบ เนื่องจากอายุของแม่เป็นจำนวนเต็มบวก จึงทำให้ $x = -15$ ไม่ใช่คำตอบ

ดังนั้น ถ้าให้ 39 เป็นอายุของแม่ จะได้ว่า อายุของย่าเป็น $39 + 36 = 75$

เนื่องจาก กำลังสองของอายุของย่าน้อยกว่า 4 เท่าของกำลังสองของอายุของแม่อยู่

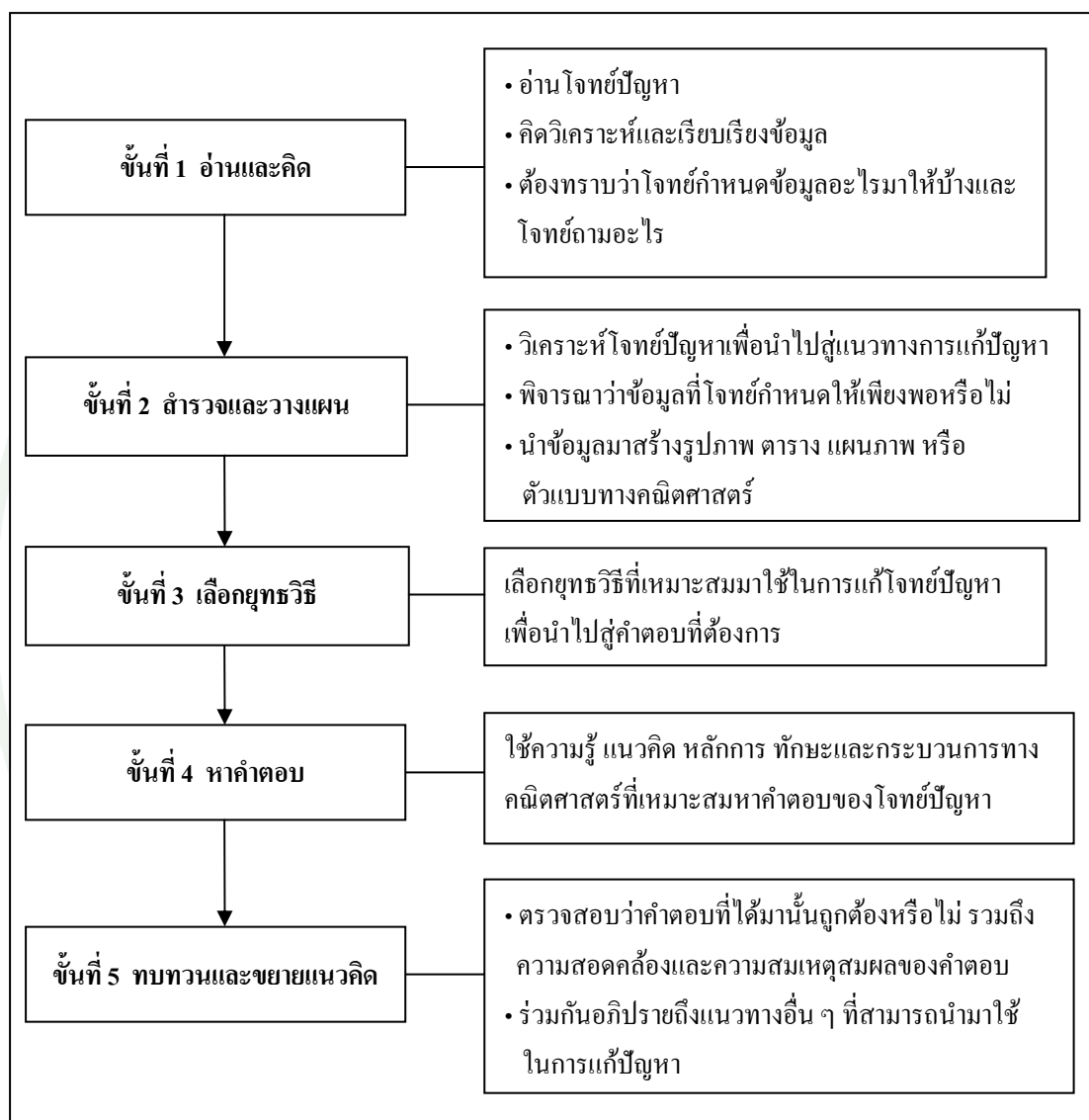
459 ปี จะได้ว่า $4(39)^2 - (75)^2 = 6,084 - 5,625 = 459$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น อายุของแม่ เท่ากับ 39 ปี และอายุของย่า เท่ากับ 75 ปี

ตอบ อายุของแม่ เท่ากับ 39 ปี และอายุของย่า เท่ากับ 75 ปี

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้



พร้อมคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหทั้งห้าขั้นตอน บนกระดานและให้นักเรียนอ่านขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” พร้อมกัน

2. ครูเขียน โจทย์ตามตัวอย่างบนกระดาน และแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 4 ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญห “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

[ขั้นที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think)]

2.1 ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง แล้วให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เรียบเรียงข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง พร้อมทั้งค้นหาลักษณะที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีรายละเอียดเป็นอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนทำลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 4 ในส่วนของแนวคิด (วิเคราะห์ปัญหา) โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and Plan)]

2.2 ครูกระตุ้นนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกตและวางแผนในการแก้ปัญหาโดยใช้การถามตอบดังนี้

2.2.1 โจทย์ปัญหาข้างต้นมีความแตกต่างกับโจทย์ปัญหาในคาบเรียนที่ผ่านมาหรือไม่

(ตอบ ไม่แตกต่าง เพราะโจทย์ปัญหาในคาบเรียนที่แล้วเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ)

2.2.2 นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

(ตอบ เพียงพอ)

2.2.3 นักเรียนมีวิธีการจัดการกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้อย่างไร

(ตอบ หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา)

[ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a Strategy)]

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละคนใช้ประสบการณ์เดิมจากการแก้โจทย์ปัญหาในคาบที่แล้วนำมาตัดสินใจว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ โดยครูคอยให้คำแนะนำ (นักเรียนควรเลือกยุทธวิธีที่ใช้ตัวแปร)

2.4 ครูแนะนำนักเรียนเพื่อให้เห็นมุมมองในการสมมติตัวแปรเพื่อแก้โจทย์ปัญหาในข้อนี้ว่า “ในการแก้ปัญหาค่าแต่ละข้อนั้น นักเรียนแต่ละคนอาจมีรูปแบบการสมมติตัวแปรที่ไม่เหมือนกัน แต่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้เช่นเดียวกัน” โดยครูนำเสนอรูปแบบการสมมติตัวแปรทั้งสองรูปแบบ ดังตารางต่อไปนี้

อายุ	ย่า	แม่
รูปแบบที่ 1	$x + 36$	x
รูปแบบที่ 2	x	$x - 36$

ครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมว่า “สำหรับโจทย์ปัญหาในข้อนี้ต้องการทราบอายุของ ย่าและแม่ โดยทั่วไปนิยามกำหนดสิ่งที่โจทย์ต้องการอย่างใดอย่างหนึ่งให้เป็นตัวแปร x แล้วนำไปเชื่อมโยงเข้ากับความสัมพันธ์อื่น ๆ ที่โจทย์กำหนด เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ โจทย์ต้องการอีกคำตอบหนึ่ง ดังนั้นในการทำโจทย์ข้อนี้ครูจะขอเลือกรูปแบบการสมมติ ตัวแปรตามรูปแบบที่ 1”

2.5 ครูให้นักเรียนกำหนดตัวแปรตามรูปแบบที่ 1 และสร้างสมการที่สอดคล้อง กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 4 ในส่วนของแนวคิด (วางแผนแก้ปัญหา) โดยครูคอยให้คำแนะนำ

[ขั้นที่ 4 หาคำตอบ (Find an Answer)]

2.6 ครูแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยใช้การถามตอบ ประกอบการอธิบาย เสร็จแล้วให้นักเรียนบันทึกวิธีการหาคำตอบลงในเอกสาร ประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 4 ในส่วนของการหาคำตอบ

[ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด (Reflect and Extend)]

2.7 ครูแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างละเอียดบนกระดาน โดยครูอธิบาย นักเรียนเพิ่มเติมดังนี้ “เนื่องจากคำตอบของสมการที่นักเรียนได้ ในบางครั้งอาจไม่ สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ยกตัวอย่างจากโจทย์ปัญหาข้อนี้ ถ้านักเรียนเลือกตอบ คำตอบของสมการคือ -15 จะทำให้อายุของแม่เป็นจำนวนเต็มลบ ซึ่งเป็นไปไม่ได้”

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาอื่น ๆ รวมทั้งมุมมอง แนวคิด หรือข้อสังเกตที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์ที่ได้รับจากการแก้โจทย์ปัญหาตามตัวอย่าง ข้างต้น เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ภายในชั้นเรียน โดยครูคอยรับฟัง พร้อมทั้งให้คำแนะนำ นักเรียนเพิ่มเติม

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 2” และแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยสมาชิกภายในกลุ่มคละความสามารถ เพื่อให้ให้นักเรียนช่วยกันดำเนินกิจกรรม ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอน การแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน โดยให้นักเรียนทำลงในใบกิจกรรมที่ 4 ใช้เวลาประมาณ 15 นาที และครูคอยให้คำแนะนำกรณีที่นักเรียนเกิดข้อสงสัย

5. ครูจับสลากเพื่อสุ่มหมายเลขกลุ่ม จำนวน 1 กลุ่มแล้วให้กลุ่มที่ครูจับสลากได้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมาดำเนินการดังนี้ คนแรกให้เขียนส่วนของแนวคิด ส่วนคนที่ 2 ให้แสดงวิธีทำในส่วนของการหาคำตอบ และคนที่ 3 ให้แสดงวิธีการทบทวนคำตอบ ซึ่งให้นักเรียนทั้งสามคนทำบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมแก้ไขในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์” ตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick ซึ่งแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- | |
|--|
| ขั้นที่ 1 อ่านและคิด
ขั้นที่ 2 ดำรวจและวางแผน
ขั้นที่ 3 เลือกยุทธวิธี
ขั้นที่ 4 หาคำตอบ
ขั้นที่ 5 ทบทวนและขยายแนวคิด |
|--|

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หน้า 57 ข้อ 10 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 4
2. แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา “แบบฮิวริสติกส์”
3. ใบกิจกรรมที่ 4 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 2”
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน 2. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะครูสอน 3. การทำใบกิจกรรมที่ 4 “ฮิวริสติกส์ช่วยคิดอายุ 2” 4. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนรายวิชา เพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เป็นการบ้าน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและ กระตือรือร้นในขณะครูสอนเป็นอย่างดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำใบกิจกรรมเสร็จ ภายในเวลาที่กำหนดและสามารถทำได้ ถูกต้องร้อยละ 90 4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและ ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 90

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 8 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจและสนใจอยากมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี นักเรียนสามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ได้ถูกต้องและแม่นยำ แต่ปัญหาที่พบในวันนี้ยังคงเป็นปัญหาเดิมคือ เสี่ยงรบกวนจากการก่อสร้างอาคาร โดยครูใช้วิธีการเดิมในการแก้ปัญหาคือ พยายามใช้เสียงในระหว่างการสอนให้ดังกว่าปกติ ซึ่งคาบเรียนนี้เป็นการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ ต่อเนื่องจากคาบที่แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ทั้งห้าขั้นตอนด้วยความมั่นใจ ซึ่งนักเรียนบางคนที่เคยผิดพลาดในระหว่างการคำนวณเพื่อหาคำตอบของปัญหา ก็เกิดข้อผิดพลาดน้อยลง เนื่องจากนักเรียนมีประสบการณ์และเรียนรู้จากข้อผิดพลาดที่ผ่านมา และมีนักเรียนบางคนพูดถึงประเด็นการเขียนแสดงวิธีทำว่า “ไม่ค่อยชอบเท่าไรที่จะต้องเขียนแสดงวิธีทำละเอียดขนาดนี้” ซึ่งครูได้อธิบายถึงข้อดีในการแสดงวิธีทำอย่างละเอียดว่า “การที่นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด จะเป็นการฝึกนิสัยให้นักเรียนเป็นคนที่มีความละเอียด รอบคอบ รู้ลึกรู้จริง รวมทั้งนักเรียนจะไม่เกิดความสับสนในระหว่างการคิดคำนวณ เพราะสามารถย้อนกลับขึ้นไปตรวจสอบสิ่งที่คำนวณได้ และเมื่อเกิดข้อผิดพลาด จะสามารถหาประเด็นผิดพลาดได้ทันที” แต่ในใบกิจกรรมที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสับสนในการตีความโจทย์ปัญหา เนื่องจากโจทย์ปัญหาข้อนี้อาจมีข้อความที่ซับซ้อนมากกว่าข้อที่ผ่านมา ๖ มา ครูจึงได้ให้คำแนะนำให้นักเรียนเพิ่มเติมและช่วยแนะแนวทางจนนักเรียนสามารถเขียนสมการได้ โดยครูเน้นย้ำ

กับนักเรียนว่า “นักเรียนอยากจะเชี่ยวชาญชำนาญในสิ่งใด ทุกอย่างขึ้นอยู่กับการศึกษาฝึกฝนสิ่งนั้นอยู่เป็นประจำ ดังนั้นการเริ่มต้นที่จะเก่งเรื่องนี้ที่ง่ายที่สุดคือ ตั้งใจกลับไปทำที่บ้านที่ครูจะมอบหมายในวันนี้ให้ดีที่สุดและจงทำด้วยตัวเอง”



เอกสารประกอบการเรียน

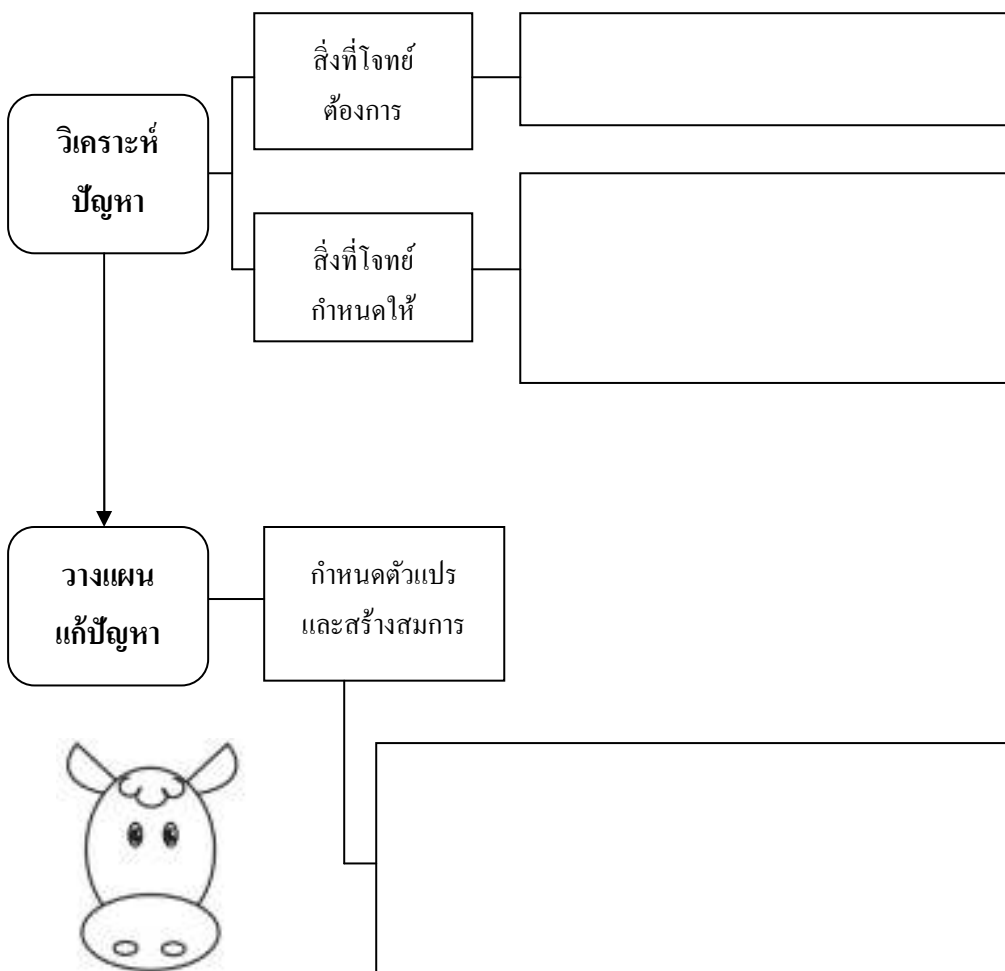
ชุดที่ 4

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทก์ ย่าอายุมากกว่าแม่ 36 ปี กำลังสองของอายุของย่าน้อยกว่า 4 เท่าของ
กำลังสองของอายุของแม่อยู่ 459 ปี จงหาอายุของย่าและแม่

แนวคิด



หาคำตอบ

วิธีทำ

บททวนคำตอบ

[illegible]

Nothing great was ever achieved without enthusiasm.

ไม่มีสิ่งที่ยิ่งใหญ่ใด ๆ ที่จะบรรลุผลสำเร็จได้ โดยปราศจากความกระตือรือร้น

Ralph Waldo Emerson



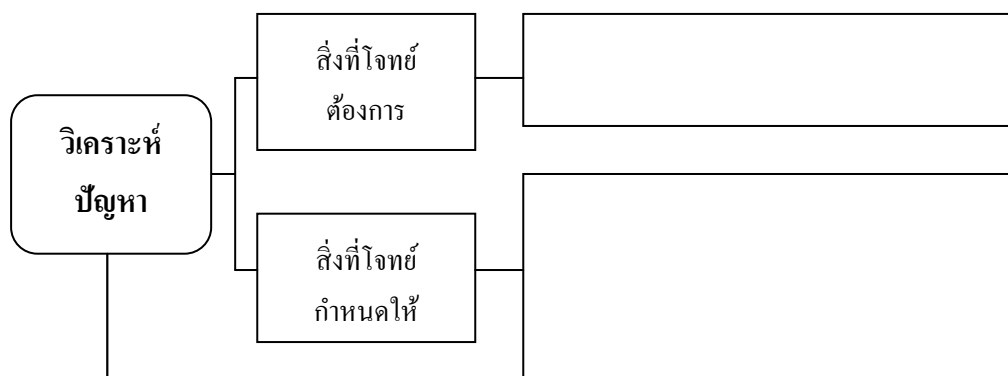
ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ปัญหา

พี่ชายมีอายุมากกว่าน้องภาอยู่ 5 ปี ถ้าสองเท่าของกำลังสองของอายุของพี่ชายมากกว่ากำลังสองของผลบวกของอายุของพี่ชายและน้องภาอยู่ -73 อยากทราบว่าพี่ชายและน้องภา มีอายุกี่ปี

แนวคิด



หาคำตอบ

[illegible]

บททวนคำตอบ

[illegible]

Men's best successes come after their disappointments.

ความสำเร็จสูงสุด มักเกิดขึ้นหลังจากความผิดหวัง

Henry Ward Beecher



ภาคผนวก ค

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

ตารางผนวกที่ ค1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สาระการเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				รวม
	จำได้	เข้าใจ	นำไปใช้	วิเคราะห์	
1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	1 (ข้อ 1)	8 (ข้อ 2-5, 7-10)	1 (ข้อ 11)	1 (ข้อ 6)	11
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	-	-	13 (ข้อ 12-23, 25)	1 (ข้อ 24)	14
รวม	1	8	14	2	25



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค22202)

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน
จำนวน 5 หน้า เวลาในการทำ 60 นาที
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก ข ค หรือ ง
ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วทำเครื่องหมาย X ลงในช่องว่างที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการของ
แต่ละข้อในกระดาษคำตอบ

1. สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ x เป็นตัวแปร จะเป็นสมการ
กำลังสองเมื่อใด
ก. $a \neq 0$ ข. $b \neq 0$ ค. $c \neq 0$ ง. $b \neq 0$ และ $c \neq 0$
2. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $(3y+5)(2y-3)=0$
ก. $\frac{5}{3}$ และ $\frac{3}{2}$ ข. $-\frac{5}{3}$ และ $-\frac{3}{2}$
ค. $\frac{5}{3}$ และ $-\frac{3}{2}$ ง. $-\frac{5}{3}$ และ $\frac{3}{2}$
3. ถ้า $5m(2m+7)=0$ แล้ว m เท่ากับเท่าไร
ก. 0 และ $\frac{7}{2}$ ข. 0 และ $-\frac{7}{2}$
ค. 5 และ $\frac{7}{2}$ ง. -5 และ $-\frac{7}{2}$
4. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $(y-2)(y+1)=4$
ก. -1 และ 2 ข. 1 และ -2
ค. 2 และ -3 ง. -2 และ 3
5. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$
ก. -3 และ 1 ข. -3 และ -1
ค. 3 และ 1 ง. 3 และ -1

6. ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

ก. คำตอบของสมการ $x^2 - 25 = 0$ คือ 5 เพียงคำตอบเดียว

ข. คำตอบของสมการ $x^2 - 4x = 0$ มีคำตอบเดียว

ค. คำตอบของสมการ $x^2 - 2x - 8 = 0$ คือ 2 และ 4

ง. คำตอบของสมการ $x^2 - 6x + 9 = 0$ คือ 3

7. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $10x + 11 = \frac{6}{x}$ เมื่อ $x \neq 0$

ก. $-\frac{2}{5}$ และ $-\frac{3}{2}$

ข. $\frac{2}{5}$ และ $-\frac{3}{2}$

ค. $-\frac{2}{5}$ และ $\frac{3}{2}$

ง. $\frac{2}{5}$ และ $\frac{3}{2}$

8. คำตอบของสมการ $2x^2 + 3 = x^2 - x + 3$ ตรงกับข้อใด

ก. 0 และ 2

ข. 0 และ 1

ค. 0 และ -1

ง. -1 และ 1

9. -3 และ 5 เป็นคำตอบของสมการในข้อใด

ก. $x^2 + 8x + 15 = 0$

ข. $x^2 - 2x - 15 = 0$

ค. $x^2 + 2x - 15 = 0$

ง. $x^2 - 8x + 15 = 0$

10. ค่า x ที่เป็นคำตอบของสมการ $(4x + 5)^2 - 16 = 0$ ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{1}{4}$ และ $-\frac{9}{4}$

ข. $\frac{1}{4}$ และ $\frac{9}{4}$

ค. $-\frac{1}{4}$ และ $\frac{9}{4}$

ง. $\frac{1}{4}$ และ $-\frac{9}{4}$

11. ถ้า $\frac{3}{2}$ เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ $6x^2 - x + a = 0$ แล้ว a เท่ากับเท่าไร

ก. -24

ข. 24

ค. -12

ง. 12

12. จำนวนที่บวกสองจำนวนเรียงกัน โดยสองเท่าของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยมากกว่า กำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าอยู่ 73 อยากทราบว่าจำนวนที่มีค่ามากที่สุดคือจำนวนใด

ก. 13

ข. 15

ค. 17

ง. 19

13. จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงกัน ถ้าผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 194 แล้วจำนวนที่มีค่ามากที่สุดรวมกับจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับเท่าไร

ก. 18

ข. 17

ค. 16

ง. 15



ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว”

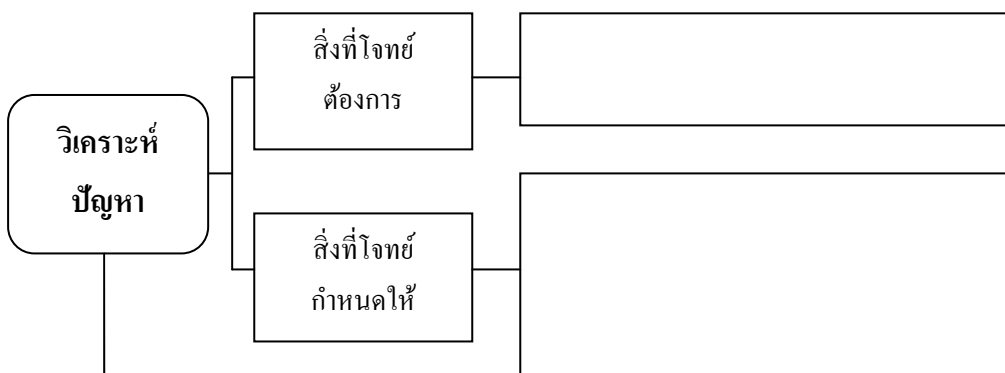
แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ผลคูณของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน เท่ากับ 342
 จงหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกทั้งสองจำนวน

แนวคิด



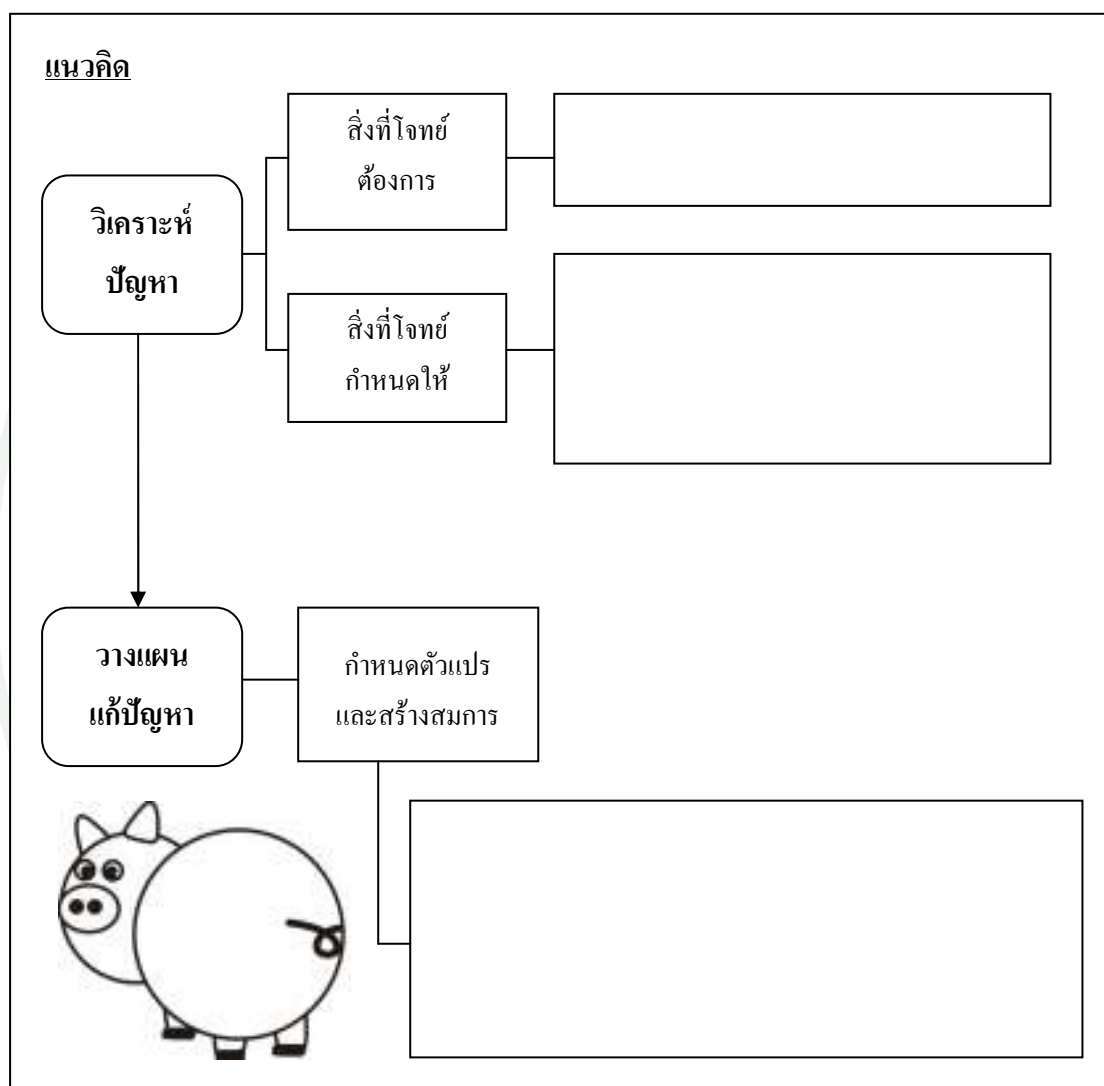
หาคำตอบ

วิธีทำ

ทบทวนคำตอบ

[illegible]

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ผลบวกของกำลังสองของจำนวนคู่บวกสามจำนวนเรียงกันเท่ากับ 980
จำนวนคู่บวกจำนวนที่มากที่สุดคือจำนวนใด



หาคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ทบทวนคำตอบ

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Wisdom comes from experience. Experience is often a result of lack of wisdom.

ความฉลาดเกิดจากประสบการณ์และบ่อยครั้งที่ประสบการณ์นั้นก็เกิดจากการขาดความฉลาด

Terry Pratchett

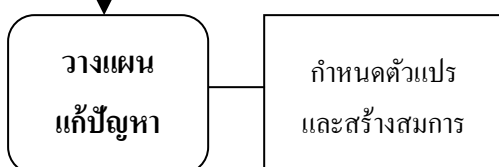
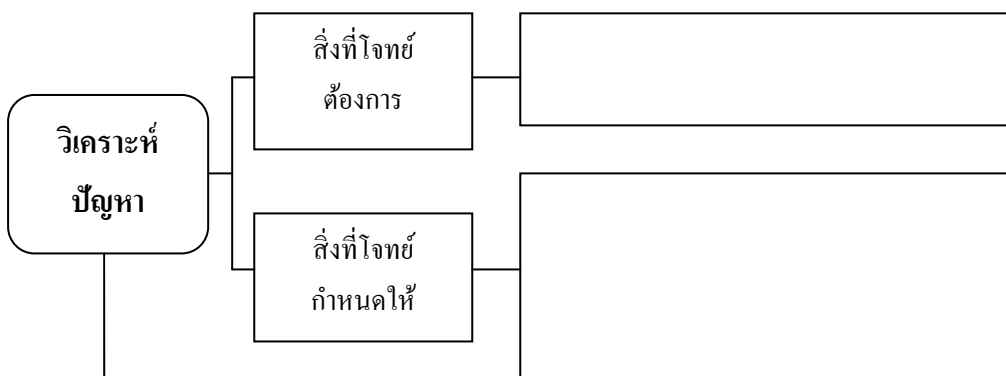
แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อความในแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 โตโน่และแตงโมมีอายุรวมกัน 28 ปี ผลคูณของอายุของคนที่สองคนเป็น 192 ปี คนที่มีอายุน้อยกว่ามีอายุกี่ปี

แนวคิด



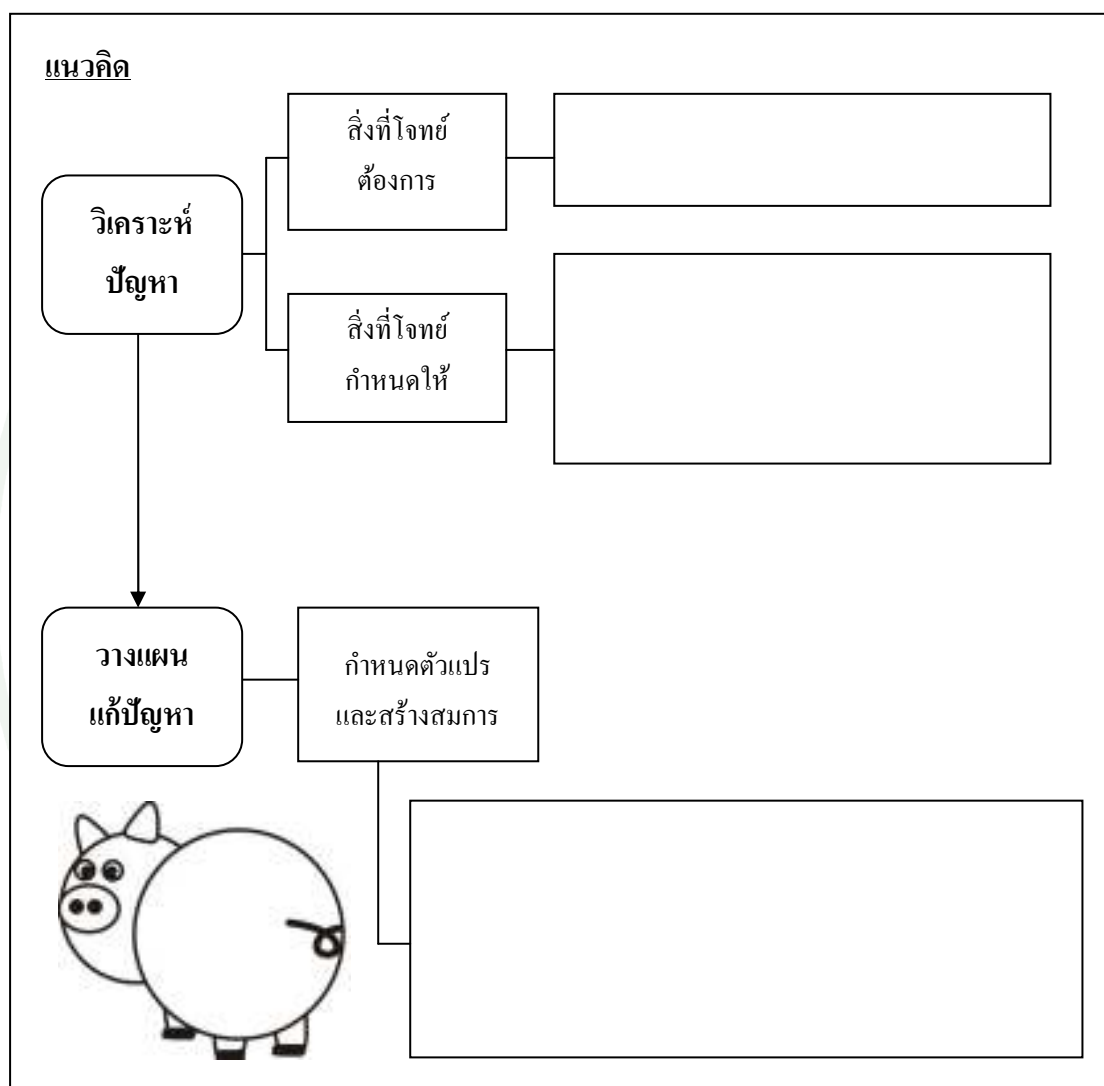
หาคำตอบ

วิธีทำ

ทบทวนคำตอบ

[illegible]

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ปลั๊กอายุมากกว่าเดช 3 ปี 2 เท่าของกำลังสองของอายุของปลั๊กมากกว่า 25 เท่าของอายุของเดชอยู่ 25 ปี จงหาอายุของเดช



หาคำตอบ

วิธีทำ

บททวนคำตอบ

[illegible]

You can always change; become a better version of yourself.

คุณสามารถเปลี่ยนแปลงไปสู่อีกแบบหนึ่งที่ดีกว่าได้เสมอ

Modonna



ภาคผนวก จ
แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอภิปรัชญา

แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์

คำชี้แจง แบบสอบถามฉบับนี้ใช้สำหรับสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านสาระการเรียนรู้					
1. การจัดเรียงลำดับหัวข้อของสาระการเรียนรู้มีความเหมาะสม					
2. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ					
3. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความทันสมัยเหมาะสมและมีประโยชน์ต่อนักเรียน					
4. สาระการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน					
5. สาระการเรียนรู้ที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับที่สูงขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ					
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนได้สำรวจข้อมูลและแยกแยะประเด็นปัญหาที่โจทย์กำหนดได้ดียิ่งขึ้น					

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ดียิ่งขึ้น					
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหาและเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบมากขึ้น					
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาดัง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น					
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ ช่วยทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี					
ด้านสื่อการเรียนรู้					
12. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น					
13. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีความเหมาะสมสื่อความหมายได้ชัดเจนและสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
14. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน					
15. สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน					
ด้านครูผู้สอน					
16. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน ทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น					

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
17. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ชักถาม รวมทั้งได้ปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
18. ครูเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ					
19. ครูให้ความสำคัญในการตรวจงานของนักเรียน พร้อมทั้งให้ข้อมูลย้อนกลับในกรณีที่นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด					
20. ครูมีความมั่นใจในขณะทำการสอน					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล

นายเจษฎา รัตนบรรเทิง

วัน เดือน ปี ที่เกิด

วันที่ 1 เดือนกันยายน พ.ศ. 2532

สถานที่เกิด

กรุงเทพมหานคร

ประวัติการศึกษา

ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

เกียรตินิยมอันดับสอง มหาวิทยาลัยศิลปากร

