บทที่ 3

วิธีการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้

$$R_t = 100\left[\ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)\right] = 100\left[\ln(p_t) - \ln(p_{t-1})\right] \quad (1.1)$$

โดย

R_t	คือ	ผลตอบแทนตลาดหลักทรัพย์ (หน่วยเป็นร้อยละ)
P_t	คือ	ดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์ปิด ณ ปลายงวด
P_{t-1}	คือ	ดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์ปิด ณ ต้นงวด

การทดสอบ Stochastic Dominance

การทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนกลัวความเสี่ยง

กำหนดให้ให้มี K Prospect คือ $X_1, X_2, ..., X_K$ มี f_k^A เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น, pdf สำหรับ $k = 1,2, \ldots, K$. กำหนดให้

$$F_{k0}^A = f_k^A \text{ และ } F_{kj}^A(x) = \int_{-\infty}^{x} F_{k(j-1)}^A(t)\, d(t)\ , \ \ j = 1,2,3 \quad (1.2)$$

กำหนดให้ $\hat{F}_{kj}^A(x)$ คือ Empirical Distribution Function หาได้จาก

$$\hat{F}_{kj}^A(x) = \frac{1}{N(j-1)!}\sum_{i=1}^{N}(x - X_{ki})_+^{j-1} \quad (1.3)$$

โดย $(x - X_{ki})_+^{j-1}$ หมายความว่า ถ้า $(x - X_{ki})^{j-1}$ มีค่าน้อยกว่าศูนย์จะให้ค่านั้นเป็นศูนย์

การทดสอบ Stochastic Dominance โดยวิธี DD – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Davidson และ Duclos (2000) หรือ DD-Test โดย กำหนดให้ Test Statistics

$$T_j^A(x) = \frac{\hat{F}_{kj}^A(x) - \hat{F}_{lj}^A(x)}{\sqrt{\hat{V}_j^A(x)}}, \quad k,l = 1,2,\ldots,K \quad ,k \neq l \tag{1.4}$$

โดย

$$\hat{V}_j^A(x) = \hat{V}_{X_k}^{Aj}(x) + \hat{V}_{X_l}^{Aj}(x) - 2\hat{V}_{X_k,X_l}^{Aj}(x) \tag{1.5}$$

และ

$$\hat{V}_{X_k}^{Aj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x - X_{ki}\right)_+^{2(j-1)} - \hat{F}_{kj}^A(x)^2\right] \tag{1.6}$$

$$\hat{V}_{X_l}^{Aj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x - X_{li}\right)_+^{2(j-1)} - \hat{F}_{lj}^A(x)^2\right] \tag{1.7}$$

$$\hat{V}_{X_k,X_l}^{Aj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x - X_{ki}\right)_+^{(j-1)}\left(x - X_{li}\right)_+^{(j-1)} - \hat{F}_{kj}^A(x)\hat{F}_{lj}^A(x)\right]$$

(1.8)

ทดสอบโดยใช้วิธี Union – intersection test ตามแบบของ Bishop (1992) อ้างใน Wong,et.al. (2008)

$\mathrm{H_0}$: $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) = F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i, i = 1,2,\ldots,m}$

$\mathrm{H_A}$: $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) \neq F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$;

$\mathrm{H_{A1}}$: $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) \leq F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i}$, $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) < F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$

$\mathrm{H_{A2}}$: $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) \geq F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i}$, $\mathrm{F_{kj}^A(x_i) > F_{lj}^A(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$

Davidson and Duclos (2000) แสดงให้เห็นว่า $\mathrm{T_j^A(x)}$ มีการกระจายแบบ Studentized Maximum Modulus (SMM) (Richmon,1982) โดยมีค่าวิกฤต $\mathrm{M_{\infty,\alpha}^m}$ ด้วยระดับนัยสำคัญ α และองศาความเป็นอิสระ (degree of freedom) ∞ และ m เป็นตัวควบคุมความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ $\mathrm{H_0}$ โดยอาศัยตาราง SMM distribution ของ Stoline and Ury (1979) ได้ว่า

ถ้า $\left|T_j^A(x_i)\right| < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก $i = 1,2,\ldots,m$, ยอมรับ H_0 ;

ถ้า $T_j^A(x_i) < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก i และ $-T_j^A(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_{A1} ;

ถ้า $-T_j^A(x_i) < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก i และ $T_j^A(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_{A2} ;

ถ้า $T_j^A(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i และ $-T_j^A(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_A

ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่า Empirical Distribution Function ของหลักทรัพย์ทั้งสองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือถ้ายอมรับ H_A หมายความว่าหลักทรัพย์ทั้งสอง ไม่ ASD อันดับที่ j ระหว่างกัน ถ้ายอมรับ H_{A1} หรือ H_{A2} หมายความว่าเกิด ASD อันดับที่ j ระหว่างหลักทรัพย์ทั้งสองตามสมมติฐาน (H_{A1} หรือ H_{A2}) ที่ยอมรับ

การทดสอบ Stochastic Dominance โดยวิธี LMW – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Linton, et.al. (2005) เป็นการทดสอบ Stochastic Dominance โดยวิธีการ nonparametric ซึ่งพัฒนาการทดสอบนี้จากวิธีการทดสอบความแตกต่างของ CDF ตามวิธีของ Kolmogorov – Smirnov (K-S Test) โดยมีสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$
\begin{aligned}
H_0 &: F_{kj}^A(x_i) \le F_{kl}^A(x_i) \ \ for\ all\ x_i \in \Omega \\
H_1 &: F_{kj}^A(x_i) > F_{kl}^A(x_i) \ \ for\ some\ x_i \in \Omega
\end{aligned}
$$

โดยที่ Ω คือโดเมนของ CDF

กำหนดให้ Test Statistics

$$T_j^A(x) = \sup_{x\in\Omega} \sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^A(x) - \hat{F}_{lj}^A(x)\right), k,l = 1,2,\ldots,K \quad ,k \ne l$$

โดยคำนวณค่า p – value โดยวิธี Recentred Bootstrap ตามแบบของ Linton, et al (2005)

$$p - value = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} 1\left(T_{j,i}^{A*} \ge T_j^A\right)$$

โดยที่ $T_{j,i}^{A*}$ คือค่า Test – statistic ที่ได้จากการทำ bootstrap ครั้งที่ i และ T_j^A คือค่า test – statistic ที่ได้จากข้อมูลจริง

ในการทดสอบนี้ ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่า $F(x)=G(x)$ และถ้าหาปฏิเสธ T_j^A หมายความว่ามีอย่างน้อยหนึ่งจุดที่ $F(x)>G(x)$

การทดสอบ Stochastic Dominance **สำหรับคนรักความเสี่ยง**

กำหนดให้ให้มี K Prospect คือ $X_1, X_2, ..., X_K$ มี f_k^D เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น, pdf สำหรับ $k = 1,2, \dots, K$. กำหนดให้

$$F_{k0}^D = f_k^D \text{ และ } F_{kj}^D(x) = \int_x^{\infty} F_{k(j-1)}^D(t)\,d(t)\,,\quad j=1,2,3 \tag{1.9}$$

กำหนดให้ $\hat{F}_{kj}^D(x)$ คือ Empirical Distribution Function หาได้จาก

$$\hat{F}_{kj}^D(x) = \frac{1}{N(j-1)!}\sum_{i=1}^{N}(X_{ki}-x)_{+}^{j-1} \tag{1.10}$$

โดย $(X_{ki}-x)_{+}^{j-1}$ หมายความว่า ถ้า $(X_{ki}-x)^{j-1}$ มีค่าน้อยกว่าศูนย์จะให้ค่านั้นเป็นศูนย์

การทดสอบ Stochastic Dominance **โดยวิธี** DD – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Davidson และ Duclos (2000) หรือ DD-Test โดย กำหนดให้ Test Statistics

$$T_j^D(x) = \frac{\hat{F}_{kj}^D(x) - \hat{F}_{lj}^D(x)}{\sqrt{\hat{V}_j^D(x)}},\quad k,l = 1,2,...,K \quad ,k \neq l \tag{1.11}$$

โดย

$$\hat{V}_j^D(x) = \hat{V}_{X_k}^{Dj}(x) + \hat{V}_{X_l}^{Dj}(x) - 2\hat{V}_{X_k,X_l}^{Dj}(x) \tag{1.12}$$

และ

$$\hat{V}_{X_k}^{Dj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N((j-1)!)^2}\sum_{i=1}^{N}(X_{ki}-x)_{+}^{2(j-1)} - \hat{F}_{kj}^D(x)^2\right] \tag{1.13}$$

$$\hat{V}_{X_l}^{Dj}\left(x\right)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left(\left(j-1\right)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(X_{li}-x\right)_{+}^{2(j-1)}-\hat{F}_{lj}^{D}\left(x\right)^2\right] \qquad (1.14)$$

$$\hat{V}_{X_k,X_l}^{Dj}\left(x\right)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left(\left(j-1\right)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(X_{ki}-x\right)_{+}^{(j-1)}\left(X_{li}-x\right)_{+}^{(j-1)}-\hat{F}_{kj}^{D}\left(x\right)\hat{F}_{lj}^{D}\left(x\right)\right] \qquad (1.15)$$

ทดสอบโดยใช้วิธี Union – intersection test ตามแบบของ Bishop (1992) อ้างใน Wong,et.al. (2008)

$\mathrm{H_0}$: $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) = F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i}, \mathrm{i} = 1,2,\ldots,\mathrm{m}$

$\mathrm{H_A}$: $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) \neq F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$;

$\mathrm{H_{A1}}$: $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) \leq F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i}$, $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) < F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$

$\mathrm{H_{A2}}$: $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) \geq F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับทุก $\mathrm{x_i}$, $\mathrm{F_{kj}^D(x_i) > F_{lj}^D(x_i)}$, สำหรับบาง $\mathrm{x_i}$

Davidson and Duclos (2000) แสดงให้เห็นว่า $\mathrm{T_j^D(x)}$ มีการกระจายแบบ Studentized Maximum Modulus (SMM) (Richmon,1982) โดยมีค่าวิกฤต $\mathrm{M_{\infty,\propto}^m}$ ด้วยระดับนัยสำคัญ α และองศาความเป็นอิสระ (degree of freedom) ∞ และ m เป็นตัวควบคุมความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ $\mathrm{H_0}$ โดยอาศัยตาราง SMM distribution ของ Stoline and Ury (1979) ได้ว่า

ถ้า $\left|\mathrm{T_j^D}(x_i)\right| < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก $i = 1,2,\ldots,m$, ยอมรับ H_0 ;

ถ้า $\mathrm{T_j^D}(x_i) < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก i และ $-\mathrm{T_j^D}(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_{A1} ;

ถ้า $-\mathrm{T_j^D}(x_i) < M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับทุก i และ $\mathrm{T_j^D}(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_{A2} ;

ถ้า $\mathrm{T_j^D}(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i และ $-\mathrm{T_j^D}(x_i) > M_{\infty,\alpha}^m$ สำหรับบาง i ยอมรับ H_A

ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่า Empirical Distribution Function ของหลักทรัพย์ทั้งสองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือถ้ายอมรับ H_A หมายความว่าหลักทรัพย์ทั้งสอง ไม่ DSD อันดับที่ j ระหว่างกัน ถ้ายอมรับ H_{A1} หรือ H_{A2} หมายความว่าเกิด DSD อันดับที่ j ระหว่างหลักทรัพย์ทั้งสองตามสมมติฐาน (H_{A1} หรือ H_{A2}) ที่ยอมรับ

การทดสอบ Stochastic Dominance **โดยวิธี** LMW – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Linton, et.al. (2005) เป็นการทดสอบ Stochastic Dominance โดยวิธีการ nonparametric ซึ่งพัฒนาการทดสอบนี้จากวิธีการทดสอบความแตกต่างของ CDF ตามวิธีของ Kolmogorov – Smirnov (K-S Test) โดยมีสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$H_0 : F_{kj}^D\left(x_i\right) \le F_{kl}^D\left(x_i\right) \ \ for\, all\, x_i \in \Omega$$
$$H_1 : F_{kj}^D\left(x_i\right) > F_{kl}^D\left(x_i\right) \ \ for\, some\, x_i \in \Omega$$

กำหนดให้ Test Statistics

$$T_j^D\left(x\right) = \sup_{x\in\Omega} \sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^D\left(x\right) - \hat{F}_{lj}^D\left(x\right)\right), k,l = 1,2,...,K \quad ,k \ne l$$

โดยคำนวณค่า p – value โดยวิธี Recentred Bootstrap ตามแบบของ Linton, et al (2005)

$$p - value = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} 1\left(T_{j,i}^{D*} \ge T_j^D\right)$$

โดยที่ $T_{j,i}^{D*}$ คือค่า Test – statistic ที่ได้จากการทำ bootstrap ครั้งที่ i และ T_j^D คือค่า **test – statistic** ที่ได้จากข้อมูลจริง

ในการทดสอบนี้ ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่า $F\left(x\right) = G\left(x\right)$ และถ้าหาปฏิเสธ T_j^A หมายความว่ามีอย่างน้อยหนึ่งจุดที่ $F\left(x\right) > G\left(x\right)$

การทดสอบ Markowitz Stochastic Dominance

กำหนดให้ให้มี K Prospect คือ $X_1, X_2, ..., X_K$ มี $\mathrm{f}_\mathrm{k}^\mathrm{M}$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น, pdf สำหรับ $\mathrm{k} = 1,2,\dots,\mathrm{K}$. กำหนดให้

$$F_{k0}^{M} = f_{k}^{M} \text{ และ } F_{kj}^{M}(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{x} F_{k(j-1)}^{A}(t)\,d(t), & x \le 0 \\ \int_{x}^{\infty} F_{k(j-1)}^{D}(t)\,d(t), & x > 0 \end{cases}, \quad j = 1,2,3 \tag{1.16}$$

การทดสอบ Stochastic Dominance **โดยวิธี** DD – Test

ทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Davidson และ Duclos (2000) หรือ DD-Test โดย กำหนดให้ Test Statistics

$$T_{j}^{M}(x) = \begin{cases} \dfrac{\hat{F}_{kj}^{D}(x) - \hat{F}_{lj}^{D}(x)}{\sqrt{\hat{V}_{j}^{D}(x)}}, & x > 0 \\ \dfrac{\hat{F}_{kj}^{A}(x) - \hat{F}_{lj}^{A}(x)}{\sqrt{\hat{V}_{j}^{A}(x)}}, & x \le 0 \end{cases} \quad k,l = 1,2,\ldots,K \quad ,k \ne l \tag{1.17}$$

จาการศึกษาของ Bai, et. al.(2008) เมื่อจำนวนกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มากจนเข้าใกล้อนันต์ T_j^M จะลู่เข้าอย่างอ่อน (Weakly Converges) ไปที่ Gaussian process ที่มีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวน 1 โดยมีฟังก์ชันสหสัมพันธ์ สำหรับกรณีที่ $j > 1$คือ

$$r_{j}^{M}(x_1, x_2) = \begin{cases} \dfrac{\int_{-\infty}^{x_1}\int_{-\infty}^{x_2} (x_1 - t)^{j-2}(x_2 - s)^{j-2}\left(F(t \wedge s) - F(t)F(s)\right)dtds}{\sqrt{V_{j}^{D}(x_1)V_{j}^{D}(x_2)}}, & x_1 < 0,\ x_2 < 0 \\ \dfrac{\int_{x_1}^{\infty}\int_{x_2}^{\infty} (t - x_1)^{j-2}(s - x_2)^{j-2}\left(F(t \wedge s) - F(t)F(s)\right)dtds}{\sqrt{V_{j}^{A}(x_1)V_{j}^{A}(x_2)}}, & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \\ -\dfrac{\int_{x_1}^{\infty}\int_{-\infty}^{x_2} (t - x_1)^{j-2}(x_2 - s)^{j-2} F(s)\left(1 - F(t)\right)dtds}{\sqrt{V_{j}^{D}(x_1)V_{j}^{A}(x_2)}}, & x_1 \ge 0,\ x_2 < 0 \end{cases}$$

(1.18)

และฟังก์ชันก์สหสัมพันธ์ สำหรับกรณีที่ $j = 1$ คือ

$$r_j^M\left(x_1,x_2\right)=\begin{cases}\dfrac{F\left(x_1\wedge x_2\right)-F\left(x_1\right)F\left(x_2\right)}{\sqrt{F\left(x_1\right)F\left(x_2\right)\left(1-F\left(x_1\right)\right)\left(1-F\left(x_2\right)\right)}},\ x_1x_2>0\\-\dfrac{F\left(x_2\right)\left(1-F\left(x_1\right)\right)}{\sqrt{F\left(x_1\right)F\left(x_2\right)\left(1-F\left(x_1\right)\right)\left(1-F\left(x_2\right)\right)}},\ x_1>0\geq x_2\end{cases} \tag{1.19}$$

โดยที่ $t\wedge s=\min\{t,s\}$

ในการทดสอบจะทำการทดสอบ ASD ถ้า $x<0$ และ DSD ถ้า $x\geq 0$

การทดสอบ Stochastic Dominance **โดยวิธี** LMW – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Linton, et.al. (2005) โดยกำหนดให้ Test Statistics ซึ่งพัฒนาเพิ่มเติมจากวิธีการทดสอบแบบ Kolmogorov – Smirnov

$$T_j^M\left(x\right)=\begin{cases}\sup_{x\in\Omega}\sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^D\left(x\right)-\hat{F}_{lj}^D\left(x\right)\right),\ x>0\\\sup_{x\in\Omega}\sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^A\left(x\right)-\hat{F}_{lj}^A\left(x\right)\right),\ x\leq 0\end{cases}\quad k,l=1,2,...,K\quad ,k\neq l$$

โดยคำนวณค่า p – value โดยวิธี Recentred Bootstrap ตามแบบของ Linton, et al (2005) โดยทดสอบแบบ ASD สำหรับผลเสีย และ DSD สำหรับผลได้

การทดสอบ Prospect Stochastic Dominance

กำหนดให้ให้มี K Prospect คือ $X_1,X_2,...,X_K$ มี $\mathrm{f}_\mathrm{k}^\mathrm{P}$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น, pdf สำหรับ $\mathrm{k}=1,2,\ldots,\mathrm{K}$. กำหนดให้ $F_{k0}^P=f_k^P$

$$F_{k1}^a\left(x\right)=\int_{-\infty}^{x}f_k^p\left(t\right)dt=F_{k1}^A\left(x\right) \tag{1.20}$$

$$F_{k1}^d\left(x\right)=1-F_{k1}^A\left(x\right)=F_{k1}^D\left(x\right) \tag{1.21}$$

$$F_{kj}^d=\int_{x}^{0}F_{k(j-1)}^d\left(t\right)d\left(t\right),\ x\leq 0 \tag{1.22}$$

$$F_{kj}^{a} = \int_{0}^{x} F_{k(j-1)}^{a}(t)\, d(t), \;\; x > 0 \tag{1.23}$$

$$F_{kj}^{P}(x) = \begin{cases} F_{k(j-1)}^{d}, & x \le 0 \\ F_{k(j-1)}^{a}, & x > 0 \end{cases}, \;\; j = 1, 2, 3 \tag{1.24}$$

กำหนดให้ $\hat{F}_{kj}^{d}(x)$ และ $\hat{F}_{kj}^{a}(x)$ คือ Empirical Distribution Function หาได้จาก

$$\hat{F}_{kj}^{d}(x) = \frac{1}{N(j-1)!}\left[\sum_{i=1}^{N} (X_{ki} - x)_{+}^{j-1} I_{\{X_{ki} \le 0\}}\right] \tag{1.25}$$

$$\hat{F}_{kj}^{a}(x) = \frac{1}{N(j-1)!}\left[\sum_{i=1}^{N} (x - X_{ki})_{+}^{j-1} I_{\{X_{ki} > 0\}}\right] \tag{1.26}$$

การทดสอบ Stochastic Dominance โดยวิธี DD – Test

ทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Davidson และ Duclos (2000) หรือ DD-Test โดย กำหนดให้ Test Statistics

$$T_{j}^{P}(x) = \begin{cases} \dfrac{\hat{F}_{kj}^{a}(x) - \hat{F}_{lj}^{a}(x)}{\sqrt{\hat{V}_{j}^{a}(x)}}, & x > 0 \\ \dfrac{\hat{F}_{kj}^{d}(x) - \hat{F}_{lj}^{d}(x)}{\sqrt{\hat{V}_{j}^{d}(x)}}, & x \le 0 \end{cases} \quad k, l = 1, 2, ..., K \;\;, k \ne l \tag{1.27}$$

โดย

$$\hat{V}_{j}^{d}(x) = \hat{V}_{X_k}^{dj}(x) + \hat{V}_{X_l}^{dj}(x) - 2\hat{V}_{X_k, X_l}^{dj}(x) \tag{1.28}$$

$$\hat{V}_{X_k}^{dj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N} (X_{ki} - x)_{+}^{2(j-1)} I_{\{X_{ki} \le 0\}} - \hat{F}_{kj}^{d}(x)^2\right] \tag{1.29}$$

$$\hat{V}_{X_l}^{dj}(x) = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N} (X_{li} - x)_{+}^{2(j-1)} I_{\{X_{li} \le 0\}} - \hat{F}_{lj}^{d}(x)^2\right] \tag{1.30}$$

$$\hat{V}^{dj}_{X_k,X_l}(x)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(X_{ki}-x\right)_+^{(j-1)}I_{\{X_{ki}\le 0\}}\left(X_{li}-x\right)_+^{(j-1)}I_{\{X_{li}\le 0\}}-\hat{F}^d_{kj}(x)\hat{F}^d_{lj}(x)\right] \tag{1.31}$$

$$\hat{V}^a_j(x)=\hat{V}^{aj}_{X_k}(x)+\hat{V}^{aj}_{X_l}(x)-2\hat{V}^{aj}_{X_k,X_l}(x) \tag{1.32}$$

$$\hat{V}^{aj}_{X_k}(x)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x-X_{ki}\right)_+^{2(j-1)}I_{\{X_{ki}>0\}}-\hat{F}^a_{kj}(x)^2\right] \tag{1.33}$$

$$\hat{V}^{aj}_{X_l}(x)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x-X_{li}\right)_+^{2(j-1)}I_{\{X_{li}>0\}}-\hat{F}^a_{lj}(x)^2\right] \tag{1.34}$$

$$\hat{V}^{aj}_{X_k,X_l}(x)=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N\left((j-1)!\right)^2}\sum_{i=1}^{N}\left(x-X_{ki}\right)_+^{(j-1)}I_{\{X_{ki}>0\}}\left(x-X_{li}\right)_+^{(j-1)}I_{\{X_{li}>0\}}-\hat{F}^a_{kj}(x)\hat{F}^a_{lj}(x)\right] \tag{1.35}$$

จากการศึกษาของ Bai, et.al.(2008) เมื่อจำนวนกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มากจนเข้าใกล้อนันต์ T_j^P จะลู่เข้าอย่างอ่อน (Weakly Converges) ไปที่ Gaussian process ที่มีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวน 1 โดยมีฟังก์ชันสหสัมพันธ์ สำหรับกรณีที่ $j>1$คือ

$$r_j^P(x_1,x_2)=\begin{cases}\dfrac{\int_{x_1}^{0}\int_{x_2}^{0}(t-x_1)^{j-2}(s-x_2)^{j-2}\left(F(t\wedge s)-F(t)F(s)\right)dtds}{\sqrt{V_j^d(x_1)V_j^d(x_2)}}, & x_1\le 0,\ x_2\le 0\\[2ex] \dfrac{\int_{0}^{x_1}\int_{0}^{x_2}(x_1-t)^{j-2}(x_2-s)^{j-2}\left(F(t\wedge s)-F(t)F(s)\right)dtds}{\sqrt{V_j^a(x_1)V_j^a(x_2)}}, & x_1>0,\ x_2>0\\[2ex] -\dfrac{\int_{0}^{x_1}\int_{x_2}^{0}(x_1-t)^{j-2}(s-x_2)^{j-2}F(s)\left(1-F(t)\right)dtds}{\sqrt{V_j^a(x_1)V_j^d(x_2)}}, & x_1>0,\ x_2\le 0\end{cases} \tag{1.36}$$

และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ สำหรับกรณีที่ $j=1$ คือ

$$r_1^P = \begin{cases} \dfrac{\left(F(0)-F(x_1)\right)\left(1-F(0)+F(x_2)\right)}{\sqrt{V_1^d(x_1)V_1^d(x_2)}}, & 0 > x_1 > x_2 \\ \dfrac{\left(F(x_2)-F(0)\right)\left(1-F(x_1)+F(0)\right)}{\sqrt{V_1^a(x_1)V_1^a(x_2)}}, & x_1 > x_2 > 0 \\ -\dfrac{\left(F(x_1)-F(0)\right)\left(F(0)-F(x_2)\right)}{\sqrt{V_1^a(x_1)V_1^d(x_2)}}, & x_1 > 0 > x_2 \end{cases} \quad \textbf{(1.37)}$$

โดยที่

$$V_j^d(x) = \int_0^x \int_0^x (x-t)^{j-2}(x-s)^{j-2}\left(F(t \wedge s) - F(t)F(s)\right)dtds \quad (1.38)$$

$$V_j^a(x) = \int_x^0 \int_x^0 (t-x)^{j-2}(s-x)^{j-2}\left(F(t \wedge s) - F(t)F(s)\right)dtds \quad (1.39)$$

และ

$$V_1^d(x) = F(0) - F(x) - \left(F(0) - F(x)\right)^2, \ x \le 0 \quad (1.40)$$

$$V_1^a(x) = F(x) - F(0) - \left(F(0) - F(x)\right)^2, \ x > 0 \quad (1.41)$$

การทดสอบจะทดสอบ ASD เมื่อ $x \ge 0$ และทดสอบ DSD เมื่อ $x < 0$

การทดสอบ Stochastic Dominance **โดยวิธี** LMW – Test

การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Linton, et.al. (2005) โดยกำหนดให้ Test Statistics ซึ่งพัฒนาเพิ่มเติมจากวิธีการทดสอบแบบ Kolmogorov – Smirnov

$$T_j^M(x) = \begin{cases} \sup_{x\in\Omega} \sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^a(x) - \hat{F}_{lj}^a(x)\right), & x > 0 \\ \sup_{x\in\Omega} \sqrt{n}\left(\hat{F}_{kj}^d(x) - \hat{F}_{lj}^d(x)\right), & x \le 0 \end{cases} \quad k,l = 1,2,\dots,K \quad ,k \ne l, \Omega = \{X_k, X_l\}$$

ทดสอบโดยใช้วิธี Kolmogorov – Smirnov โดยคำนวณค่า p – value โดยวิธี Recentred Bootstrap ตามแบบของ Linton, et al (2005) โดยทดสอบแบบ ASD สำหรับผลได้ และ DSD สำหรับผลเสีย