บทที่ 2

กรอบความคิดทางทฤษฎี และวรรณกรรมปริทรรศน์

กรอบความคิดทางทฤษฎี (Theoretical Framework)

ทฤษฎีอรรถประโยชน์คาดหวัง (Expected Utility)

อรรถประโยชน์คาดหวัง (Expected Utility) เป็นฟังก์ชัน $U: L \rightarrow \mathbb{R}$ เขียนแทนได้ด้วย

$$U(L) = u_1 p_1 + u_2 p_2 + \ldots + u_N p_N \equiv \sum_{i=1}^{N} u_i p_i \qquad (1.1)$$

โดยที่ L คือ ลอตเตอรี่[1] ที่มี N ผลลัพธ์

u_i คือ อรรถประโยชน์ที่ได้รับจากผลลัพธ์ ที่ i ของ ลอตเตอรี่

p_i คือ ความน่าจะเป็นที่จะได้รับผลลัพธ์ ที่ i ของ ลอตเตอรี่

อรรถประโยชน์คาดหวังบ่อยครั้งจะประยุกต์ใช้กับลอตเตอรี่ ที่มีผลลัพธ์ เป็นตัวเงิน ซึ่งจะเรียกว่าอรรถประโยชน์สำหรับเงิน โดยแบ่งประเภทของผลลัพธ์ที่เป็นตัวเงิน ออกเป็นสองประเภท คือผลลัพธ์ดีสครีตและผลลัพธ์ต่อเนื่อง ซึ่งสำหรับผลลัพธ์ดีสครีตนั้นลอตเตอรี่จะอยู่ในรูปของเวกเตอร์ความน่าจะเป็น $(p_1, p_2, \ldots, p_N)$ ในขณะที่ลอตเตอรี่ที่ให้ผลลัพธ์ต่อเนื่องจะอยู่ในรูปของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น(Probability Density Function, pdf) $f(x)$ ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะได้รับผลลัพธ์ในช่วง $[a, b]$ หาได้จาก

$$\Pr(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)d(x)$$

ซึ่ง F คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative Distribution Function, cdf) ดังนั้นอรรถประโยชน์คาดหวังหาได้จาก

---

[1] Mas-Colell, Whinston and Green (1995) หน้า 168 - 170

$$E\left[U\left(X\right)\right]=\begin{cases}\sum_{i=1}^{N}u\left(x_i\right)p_i & \text{ถ้าผลลัพธ์ดีสครีต}\\ \int_{-\infty}^{\infty}u\left(x\right)f\left(x\right)d\left(x\right) & \text{ถ้าผลลัพธ์ต่อเนื่อง}\end{cases} \tag{1.2}$$

การกลัวความเสี่ยง (Risk Aversion)

เราสามารถแบ่งคนออกตามลักษณะการกลัวความเสี่ยง (Risk Aversion) ได้ 3 แบบคือ

1. คนกลัวความเสี่ยง (Risk Averter) เราจะเรียกคนว่าเป็นคนที่กลัวความเสี่ยงก็ต่อเมื่อ

$$\int u\left(x\right)dF\left(x\right)\leq u\left(\int xdF\left(x\right)\right) \tag{1.3}$$

นั่นคือ

$$E\left[u\left(X\right)\right]\leq u\left[E\left(X\right)\right] \tag{1.4}$$

สำหรับทุก ๆ ลอตเตอรี่

2. คนเป็นกลางต่อความเสี่ยง (Risk Neutral)

เราจะเรียกคนว่าเป็นคนเป็นกลางต่อความเสี่ยงก็ต่อเมื่อ

$$\int u\left(x\right)dF\left(x\right)=u\left(\int xdF\left(x\right)\right) \tag{1.5}$$

นั่นคือ

$$E\left[u\left(X\right)\right]=u\left[E\left(X\right)\right] \tag{1.6}$$

สำหรับทุก ๆ ลอตเตอรี่

3. คนรักความเสี่ยง (Risk Lover)

เราจะเรียกคนว่าเป็นคนรักความเสี่ยงก็ต่อเมื่อ

$$\int u(x)\,dF(x) \geq u\left(\int x\,dF(x)\right) \tag{1.7}$$

นั่นคือ

$$E\left[u(X)\right] \geq u\left[E(X)\right] \tag{1.8}$$

สำหรับทุก ๆ ลอตเตอรี่

ทฤษฎีการวัดความเสี่ยงของ Arrow–Pratt (Arrow – Pratt Absolute Risk Aversion)

ทฤษฎีการวัดความเสี่ยงของ Arrow – Pratt เป็นทฤษฎีการวัดการกลัวความเสี่ยงของบุคคล พัฒนาโดย Arrow (1974) และ Pratt (1964) ซึ่งสำหรับผู้ที่กลัวความเสี่ยง จากความหมายของการกลัวความเสี่ยงจะเห็นได้ว่ายิ่งฟังก์ชันอรรถประโยชน์มีความโค้ง (concave) มากก็จะยิ่งกลัวความเสี่ยงมากขึ้นด้วย การวัดการกลัวความเสี่ยงของคนจึงสามารถวัดได้จากวิธีของ Arrow – Pratt โดยหาได้จาก $r_A(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$ ยิ่งค่ามากยิ่งแสดงว่ากลัวความเสี่ยงมาก ถ้าหากค่าออกมาเป็นลบแสดงว่าบุคคลนั้นเป็นคนรักความเสี่ยง (Risk Lover)

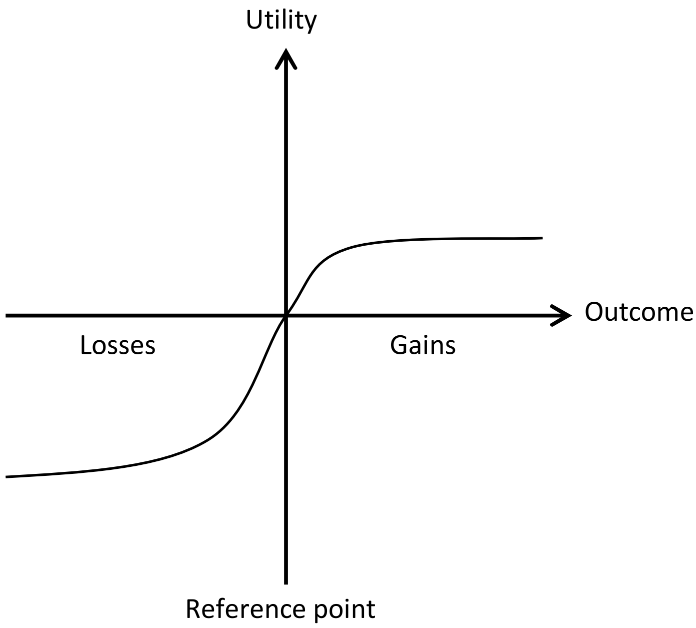
Prospect Theory

จากการทดลองของ Kahneman และ Tversky (1979) พบว่าถ้าความน่าจะเป็นลดต่ำลงมากแล้วผู้ตัดสินใจส่วนใหญ่จะเลือก prospect ที่ให้ผลลัพธ์มากกว่าแม้ว่าค่าคาดหวังจะน้อยกว่าก็ตาม ซึ่งสอดคล้องกับ Allais Paradox นั่นหมายความว่า Independence (Substitution) Axiom ของอรรถประโยชน์คาดหวังไม่เป็นจริง ดังนั้น Kahneman และ Tversky (1979) จึงเสนอ Prospect Theory ซึ่งสามารถอธิบายการไม่เป็นจริงของ Independence Axiom ได้เพื่อใช้ทดแทนอรรถประโยชน์คาดหวัง

จากการศึกษาของ Kahneman และ Tversky (1979) พบว่าฟังก์ชันอรรถประโยชน์จะมีคุณสมบัติ convex สำหรับผลเสียและ concave สำหรับผลได้ นั้นหมายความว่าผู้ตัดสินใจจะเป็นคนรักความเสี่ยงสำหรับผลเสีย และจะเป็นคนกลัวความเสี่ยงสำหรับผลได้ดังภาพ 2.1

ภาพที่ 2.1

แสดงฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Prospect Theory

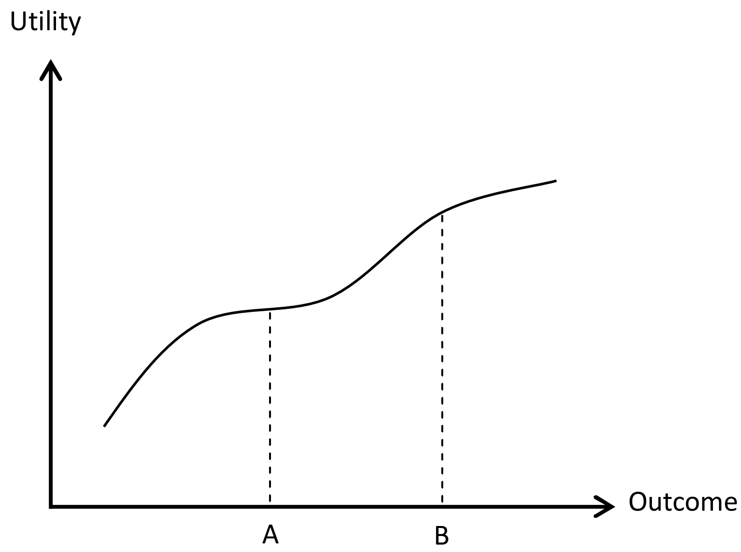


ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Markowitz (Markowitz Utility Function)

ทฤษฎีอรรถประโยชน์คาดหวังไม่สามารถอธิบายการซื้อประกันภัยและลอตเตอรี่ของผู้ตัดสินใจได้ดังนั้น Friedman และ Savage (1948) อ้างใน Markowitz (1952b) เสนอฟังก์ชันอรรถประโยชน์สำหรับอธิบายพฤติกรรมการซื้อประกันภัยและลอตเตอรี่ของผู้ตัดสินใจโดยจะเป็นฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ concave แล้วจะ convex และสุดท้ายจะ concave ดังภาพที่ 2.2 โดย กรณีที่ outcome น้อยกว่าหรือเท่ากับจุด A แสดงถึงการซื้อประกันภัย ถ้ากรณีที่ outcome อยู่ระหว่างจุด A กับจุด B แสดงถึงการซื้อลอตเตอรี่ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าถ้า outcome ลดลงจนถึงจุดจุดหนึ่งหรือเพิ่มขึ้นจนถึงจุดจุดหนึ่งแล้วจะพอใจกับ outcome นั้น แต่ถ้าหาก outcome อยู่ระหว่างจุดสองจุดนั้น (จากภาพ 2.2 คือจุด A และ B) ผู้ตัดสินใจจะยินดีเสี่ยงเพื่อที่จะได้ไปอยู่ในจุด B หรือลงมาอยู่ที่จุด A

ภาพที่ 2.2

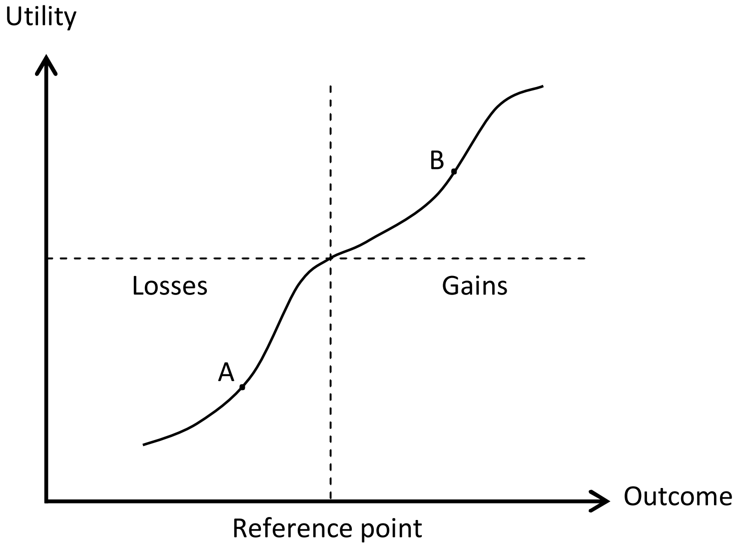
แสดงฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Friedman และ Savage (1948)



อย่างไรก็ตามจากการศึกษาของ Markowitz (1952b) พบว่าฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Friedman และ Savage (1948) ยังไม่สามารถอธิบายพฤติกรรมการซื้อลอตเตอรี่สำหรับคนจนและพฤติกรรมการเก็งกำไรในหุ้นหรือการเล่นคาสิโนของคนรวยได้ ดังนั้น Markowitz (1952b) จึงทำการศึกษาโดยวิธีการทดลองและได้เสนอฟังก์ชันอรรถประโยชน์สำหรับอธิบายพฤติกรรมของผู้ตัดสินใจที่ซื้อประกันภัยและซื้อลอตเตอรี่ซึ่งสามารถแก้จุดอ่อนของ Friedman และ Savage (1948) ได้โดยฟังก์ชันที่ Markowitz (1952b) เสนอนั้นจะเป็นฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ convex จากนั้น concave เมื่อผ่านจุดอ้างอิงแล้วจะกลับมามีคุณสมบัติ convex และสุดท้ายกลับไป concave ดังภาพที่ 2.3 ซึ่งถ้าหากว่าผลลัพธ์ไม่ได้มีค่ามากจนเกินไปตามฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Markowitz (1952b) ผู้ติดสินใจจะเป็นคนกลัวความเสี่ยงสำหรับผลเสียและจะเป็นคนรักความเสี่ยงสำหรับผลได้

ภาพที่ 2.3

แสดงฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Markowitz (b) (1952)



กฎการเลือกที่เหมาะสม (Optimal Selection Rule)

บุคคล (Decision Maker) มีความต้องการที่จะได้รับอรรถประโยชน์คาดหวัง (Expected Utility) สูงสุด ดังนั้นถ้าหากบุคคลต้องเลือกระหว่าง Prospect X และ Y ซึ่งมี cdf คือ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ ตามลำดับ บุคคลจะชอบ Prospect X มากกว่า Y ก็ต่อเมื่อ

$$\Delta E(u) \equiv E_F\left[u(X)\right] - E_G\left[u(Y)\right] \geq 0 \qquad (1.9)$$

Stochastic Dominance **สำหรับคนกลัวความเสี่ยง**

Stochastic Dominance[1] เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ ภายใต้สมมติฐานที่ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของผู้ตัดสินใจมีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันแบบ concave หรือผู้ตัดสินใจเป็นผู้กลัวความเสี่ยงพัฒนาขึ้นโดย Hadar and Russell (1969), Whitmore

[1] ภายหลังจากที่มีการเสนอ Stochastic Dominance สำหรับคนรักความเสี่ยง Stochastic Dominance สำหรับคนกลัวความเสี่ยงจึงถูกเรียกเป็น Ascending Stochastic Dominance (ASD)

(1970) ซึ่งการเปรียบเทียบ Prospect ทั้งสองจะเปรียบเทียบโดยใช้ cdf ของผลลัพธ์ของ Prospect ทั้งสองเป็นเครื่องมือในการเปรียบเทียบ

Stochastic Dominance จะเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ โดยจะเปรียบเทียบเป็นอันดับ ซึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบันมีทั้งสิ้น 3 อันดับ ได้แก่

1. Stochastic Dominance อันดับที่ 1 (First Order Stochastic Dominance)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ First Order Stochastic Dominate Prospect Y ก็ต่อเมื่อ $\mathrm{F}(\cdot) \leq \mathrm{G}(\cdot)$ ซึ่งจะได้ว่า

$$E_F(X) = \int x dF(x) \geq \int x dG(x) = E_G(X) \tag{1.10}$$

ถ้าค่าความคาดหวังสามารถหาค่าได้

2. Stochastic Dominance อันดับที่ 2 (Second Order Stochastic Dominance)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Second Order Stochastic Dominate Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_2^A(z) = \int_{-\infty}^{z} F(x) d(x) \leq \int_{-\infty}^{z} G(x) d(x) = G_2^A(z) \tag{1.11}$$

สำหรับทุก ๆ $z \in \mathbb{R}$

2. Stochastic Dominance อันดับที่ 3 (Third Order Stochastic Dominance)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Third Order Stochastic Dominate Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_3^A(z) = \int_{-\infty}^{t} \int_{-\infty}^{z} F(x) d(x) d(z) \leq \int_{-\infty}^{t} \int_{-\infty}^{z} G(x) d(x) d(z) = G_3^A(z) \tag{1.12}$$

สำหรับทุก ๆ $t \in \mathbb{R}$

จากการศึกษาของ Bawa (1975) กำหนดให้

1. $U_1 = \{u(x) | u(x) < \infty$ สำหรับทุก $x < \infty$ และ $u'(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}\}$
2. $U_2 = \{u(x) | u(x) \in U_1, -\infty < u''(x) < 0\ \forall x \in \mathbb{R}\}$
3. $U_3 = \{u(x) | u(x) \in U_2, u'''(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}\}$
4. $U_4 = \left\{u(x) | u(x) \in U_2, r'(x) \equiv \left(-\frac{u''(x)}{u'(x)}\right)' < 0\ \forall x \in \mathbb{R}\right\}$

ทฤษฎีบทที่ 1 (First Order Stochastic Dominance) กำหนด cdf $F(x)$ และ $G(x)$ สำหรับทุก ๆ ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่เป็นสมาชิกของ U_1 $F(x)$ จะถูกชอบมากกว่า $G(x)$ ก็ต่อเมื่อ

$$F(x) \le G(x) \tag{1.13}$$

นั่นหมายความว่าถ้าผู้ตัดสินใจที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็นสับเซตของ U_1 แล้ว ผู้ตัดสินใจจะชอบ $F(x)$ มากกว่า $G(x)$ ถ้า $F(x)$ Stochastic Dominate $G(x)$ ที่อันดับที่ 1

ทฤษฎีบทที่ 2 (Second Order Stochastic Dominance) กำหนด cdf $F(x)$ และ $G(x)$ สำหรับทุก ๆ ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ ที่เป็นสมาชิกของ U_2 $F(x)$ จะถูกชอบมากกว่า $G(x)$ ก็ต่อเมื่อ

$$\int_{-\infty}^{t} F(x)d(x) \le \int_{-\infty}^{t} G(x)d(x)\ \forall t \in R \tag{1.14}$$

และ

$$\int_{-\infty}^{t} F(x)d(x) < \int_{-\infty}^{t} G(x)d(x)\ \exists t \in R \tag{1.15}$$

นั่นหมายความว่าถ้าผู้ตัดสินใจที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็นสับเซตของ U_2 แล้ว ผู้ตัดสินใจจะชอบ $F(x)$ มากกว่า $G(x)$ ถ้า $F(x)$ Stochastic Dominate $G(x)$ ที่อันดับที่ 2

ทฤษฎีบทที่ 3 (Third Order Stochastic Dominance) กำหนด Cumulative Distribution Function (CDF) $F(x)$ และ $G(x)$ สำหรับทุก ๆ ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่เป็นสมาชิกของ U_3 จะชอบ $F(x)$ มากกว่า $G(x)$ ก็ต่อเมื่อ

$$\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{z} F(x)d(x)d(z) \le \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{z} G(x)d(x)d(z) \forall t \in R \tag{1.16}$$

และ

$$\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{z} F(x)d(x)d(z) < \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{z} G(x)d(x)d(z) \forall t \in R \tag{1.17}$$

นั่นหมายความว่าถ้าผู้ตัดสินใจที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็นสับเซตของ U_3 แล้ว ผู้ตัดสินใจจะชอบ $F(x)$ มากกว่า $G(x)$ ถ้า $F(x)$ Stochastic Dominate $G(x)$ ที่อันดับที่ 3

Stochastic Dominance สำหรับคนรักความเสี่ยง

Descending Stochastic Dominance (DSD) เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ ภายใต้สมมติฐานที่ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของผู้ตัดสินใจมีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันแบบ convex หรือผู้ตัดสินใจเป็นผู้รักความเสี่ยงพัฒนาขึ้นโดย Li และ Wong (1999) อ้างใน Wong และ Chan (2008) และ Wong และ Li (1999) ซึ่งการเปรียบเทียบ Prospect ทั้งสองจะเปรียบเทียบโดยใช้ cdf ของผลลัพธ์ของ Prospect ทั้งสองเป็นเครื่องมือในการเปรียบเทียบ

Descending Stochastic Dominance จะเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ โดยจะเปรียบเทียบเป็นอันดับ ซึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบันมีทั้งสิ้น 3 อันดับ ได้แก่

1. Descending Stochastic Dominance อันดับที่ 1 (First Order DSD)

กำหนดให้ $F(\cdot)$ และ $G(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ First Order DSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_1^D(z) = \int_{z}^{\infty} f(x)d(x) \ge \int_{z}^{\infty} g(x)d(x) = G_1^D(z) \tag{1.18}$$

โดยที่ $f(x)$ และ $g(x)$ คือ pdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ

2. Descending Stochastic Dominance อันดับที่ 2 (Second Order DSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Second Order DSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_2^D(z)=\int_z^{\infty} F_1^D(x)d(x) \geq \int_z^{\infty} G_1^D(x)d(x)=G_2^D(z) \tag{1.19}$$

สำหรับทุก ๆ $\mathrm{z} \in \mathbb{R}$

3. Descending Stochastic Dominance อันดับที่ 3 (Third Order DSD

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Third Order DSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_3^D(z)=\int_t^{\infty}\int_z^{\infty} F_1^D(x)d(x)d(z) \geq \int_t^{\infty}\int_z^{\infty} G_1^D(x)d(x)d(z)=G_3^D(z) \tag{1.20}$$

สำหรับทุก ๆ $z, \mathrm{t} \in \mathbb{R}$

จากการศึกษาของ Bai, et al. (2008) กำหนดเซตของฟังก์ชันอรรถประโยชน์คือ

$$U_j^D\left(U_j^{SD}\right)=\left\{u : u^{(i)} \geq (>) 0,\ i=1,2,\ldots,j\right\}$$

โดยที่ $u^{(\mathrm{i})}$ คืออนุพันธ์อันดับที่ i ของฟังก์ชันอรรถประโยชน์

จะเห็นได้ว่า U_{j}^D คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์สำหรับคนรักความเสี่ยง

ทฤษฎีบทที่ 1 ของ Bai, et al. (2008) ข้อ b กล่าวว่าถ้า Prospect X Descending Stochastic Dominance Prospect Y ที่อันดับใด ๆ ก็ต่อเมื่ออรรถประโยชน์ที่ได้รับจาก X มากกว่าเท่ากับอรรถประโยชน์ของ Y สำหรับฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่เป็นสมาชิกของ $U_j^D\left(U_j^{SD}\right)$

Prospect Stochastic Dominance (PSD) **และ** Markowitz Stochastic Dominance (MSD)

PSD และ MSD เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ พัฒนาเพิ่มเติมจาก Stochastic Dominance โดย Levy และ Wiener (1998), Levy และ Levy (2002), Levy และ Levy (2004) และ Wong และ Chan (2008) ซึ่ง PSD และ MSD มีความแตกต่างจาก ASD และ DSD ตรงที่ ASD และ DSD จะใช้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์คาดหวัง PSD ใช้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Prospect Theory ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะเป็น S-Shape และ MSD ใช้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของ Markowitz (1952b) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะเป็น Reverse S-Shape นั่นคือช่วง AB ในภาพที่ 2.3 เป็นฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่ใช้ในการศึกษา

กำหนดให้มี 2 Prospect คือ X และ Y โดยมี F และ G เป็น cdf ตามลำดับ

$$\mu_F = \mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x), \quad \mu_G = \mu_Y = E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} x dG(x)$$

$$f(x) = F_0^A(x) = F_0^D(x), \quad g(x) = G_0^A(x) = G_0^D(x)$$

$$H_n^A(x) = \int_{-\infty}^{x} H_{n-1}^A(y)\, d(y), \; n = 1,2,3 \qquad (1.21)$$

$$H_n^D(x) = \int_{x}^{\infty} H_{n-1}^D(y)\, d(y), \; n = 1,2,3 \qquad (1.22)$$

โดยที่ $H = F, G$ $\mu_F = \mu_X$ คือค่าเฉลี่ยของ Prospect X $\mu_G = \mu_Y$ คือค่าเฉลี่ยของ Prospect Y $f(x) = F_0^A(x) = F_0^D(x)$ คือ pdf ของ X $g(x) = G_0^A(x) = G_0^D(x)$ คือ pdf ของ Y ซึ่ง $H_n^A(x)$ จะใช้ในการทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนกลัวความเสี่ยง (Ascending Stochastic Dominance) และ $H_n^D(x)$ จะใช้ในการทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนรักความเสี่ยง (Descending Stochastic Dominance)

กำหนดให้

$$F_1^{\mathrm{A}}(-\infty) = 0 \qquad F_1^{\mathrm{D}}(\infty) = 0$$

$$H_1^{\mathrm{a}}(\mathrm{x}) = \mathrm{H}(\mathrm{x}) = \mathrm{H}_1^{\mathrm{A}}, \quad H_1^{\mathrm{d}}(\mathrm{x}) = 1 - \mathrm{H}(\mathrm{x}) = \mathrm{H}_1^{\mathrm{D}}$$

$$H_n^d(y) = \int_y^0 H_{n-1}^d(t)\,d(t)\,,\ \ y \le 0 \qquad (1.23)$$

$$H_n^a(x) = \int_0^x H_{n-1}^a(t)\,d(t)\,,\ \ x \ge 0 \qquad (1.24)$$

กำหนดฟังก์ชัน MSD

$$H_n^M(x) = \begin{cases} H_n^A(x) & x \le 0 \\ H_n^D(x) & x > 0 \end{cases} \qquad (1.25)$$

กำหนดฟังก์ชัน PSD

$$H_n^P(x) = \begin{cases} H_n^d(x) & x \le 0 \\ H_n^a(x) & x > 0 \end{cases} \qquad (1.26)$$

โดยที่ $H = F, G$

MSD จะเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ โดยจะเปรียบเทียบเป็นอันดับ ซึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบันมีทั้งสิ้น 3 อันดับ ได้แก่

1. MSD อันดับที่ 1 (First Order MSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ First Order MSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_1^M(-x) \le G_1^M(-x) \text{ และ } F_1^M(x) \ge G_1^M(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \ge 0 \qquad (1.27)$$

2. MSD อันดับที่ 2 (Second Order MSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Second Order MSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_2^M(-x) \le G_2^M(-x) \text{ และ } F_2^M(x) \ge G_2^M(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \ge 0 \quad (1.28)$$

3. MSD อันดับที่ 3 (Third Order MSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Third Order MSD Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_3^M(-x) \le G_3^M(-x) \text{ และ } F_3^M(x) \ge G_3^M(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \ge 0 \quad (1.29)$$

PSD จะเปรียบเทียบ Prospect เป็นคู่ ๆ โดยจะเปรียบเทียบเป็นอันดับ ซึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบันมีทั้งสิ้น 3 อันดับ ได้แก่

1. PSD อันดับที่ 1 (First Order PSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ First Order PSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_1^P(-x) \ge G_1^P(-x) \text{ และ } F_1^P(x) \le G_1^P(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \ge 0 \quad (1.30)$$

2. PSD อันดับที่ 2 (Second Order PSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Second Order PSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_2^P(-x) \ge G_2^P(-x) \text{ และ } F_2^P(x) \le G_2^P(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \ge 0 \quad (1.31)$$

3. PSD อันดับที่ 3 (Third Order PSD)

กำหนดให้ $\mathrm{F}(\cdot)$ และ $\mathrm{G}(\cdot)$ เป็น cdf ของ Prospect X และ Y ตามลำดับ และ Prospect X จะ Third Order PSD Prospect Y ก็ต่อเมื่อ

$$F_3^P(-x) \geq G_3^P(-x) \text{ และ } F_3^P(x) \leq G_3^P(x) \text{ สำหรับทุก ๆ } x \geq 0 \qquad (1.32)$$

จากการศึกษาของ Wong และ Chan (2008) กำหนดเซตของฟังก์ชันอรรถประโยชน์คือ

$$U_{\mathrm{n}}^{\mathrm{A}}\left(\mathrm{U}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{SA}}\right) = \left\{\mathrm{u} :\ (-1)^{\mathrm{i}+1}\mathrm{u}^{(\mathrm{i})} \geq (>)0, \qquad \mathrm{i} = 1,2,\dots,\mathrm{n}\right\}$$

$$U_n^D(U_n^{SD}) = \left\{u : u^{(i)} \geq (>)0, \qquad i = 1,2,\dots,n\right\}$$

$$U_n^S(U_n^{SS}) = \left\{u :\ u^+ \in U_n^A(U_n^{SA}) \text{ และ } u^- \in \mathrm{U}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{D}}\left(\mathrm{U}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{SD}}\right)\right\}$$

$$U_n^R(U_n^{SR}) = \left\{u :\ u^+ \in U_n^D(U_n^{SD}) \text{ และ } u^- \in U_{\mathrm{n}}^{\mathrm{A}}\left(\mathrm{U}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{SA}}\right)\right\}$$

โดยที่ $u^{(\mathrm{i})}$ คืออนุพันธ์อันดับที่ i ของฟังก์ชันอรรถประโยชน์

u^+ คืออรรถประโยชน์สำหรับ $x \geq 0$

u^- คืออรรถประโยชน์สำหรับ $x \leq 0$

จะเห็นได้ว่า $U_{\mathrm{n}}^{\mathrm{A}}$ คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์สำหรับคนกลัวความเสี่ยง U_{n}^{D} คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์สำหรับคนรักความเสี่ยง $U_{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}$ คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่มีคุณสมบัติเป็น S-Shape และ U_{n}^{R} คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่มีคุณสมบัติเป็น Reverse S-Shape

ทฤษฎีบทที่ 1 ของ Wong และ Chan (2008)

กำหนดให้มีตัวแปรสุ่ม X และ Y ซึ่งมี cdf คือ F และ G ตามลำดับ และกำหนดให้ u คือฟังก์ชันอรรถประโยชน์ สำหรับ n = 1,2,3 จะได้ว่า

1. $F \succcurlyeq_n^M (\succ_n^M)\, G$ ก็ต่อเมื่อ $u(F) \geq (>)u(G)$ สำหรับทุก ๆ $u \in U_n^R(U_n^{SR})$

2. $F \succcurlyeq_n^P (\succ_n^P)\, G$ ก็ต่อเมื่อ $u(F) \geq (>)u(G)$ สำหรับทุก ๆ $u \in U_n^S(U_n^{SS})$

โดยที่ $F \succcurlyeq_n^M (\succ_n^M) G$ คือสัญลักษณ์แทน MSD อันดับที่ n และ $F \succcurlyeq_n^P (\succ_n^P) G$ คือสัญลักษณ์แทน PSD อันดับที่ n

นั่นหมายความว่าถ้าผู้ตัดสินใจที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็นสับเซตของ $U_n^R(U_n^{SR})$ แล้ว ผู้ตัดสินใจจะชอบ F(x) มากกว่า G(x) ก็ต่อเมื่อ $F(x) \succcurlyeq_n^M (\succ_n^M) G(x)$ และผู้ตัดสินใจที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็นสับเซตของ $U_n^S(U_n^{SS})$ แล้ว ผู้ตัดสินใจจะชอบ F(x) มากกว่า G(x) ก็ต่อเมื่อ $F(x) \succcurlyeq_n^P (\succ_n^P) G(x)$

วรรณกรรมปริทรรศน์

งานวิจัยที่ใช้แนวคิดการวิเคราะห์ Stochastic Dominance

Markowitz (1952a) อาศัยค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ของผลตอบแทนของ Prospect มาเป็นเครื่องมือในการจัดอันดับซึ่ง Prospect ที่ดีตามหลักการของ Markowitz (1952a) จะต้องมีค่าเฉลี่ย (Mean) สูงและความแปรปรวน (Variance) ต่ำ และแนวคิดนี้ก็ได้รับการยอมรับให้เป็นเครื่องมือในการจัดอันดับ Prospect เรื่อยมาจนถึงปัจจุบัน แต่อย่างไรก็ตามแนวคิดของ Markowitz (1952a) สนใจเพียงแค่ ค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) โดยไม่ได้คำนึงหลักการอรรถประโยชน์สูงสุดของผู้ที่เลือก Prospect จนกระทั่ง Hadar และ Russell (1969), Whitmore (1970) และ Bawa (1975) เสนอแนวคิดการจัดอันดับ prospect (ordering Prospect) แบบใหม่โดยไม่ได้ยึดถือค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เป็นหลักในการจัดอันดับ วิธีนี้เรียกว่าการทดสอบ Stochastic Dominance ซึ่งเป็นวิธีการจัดอันดับของ Prospect โดยอาศัยหลักการการได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดเป็นหลักในการจัดอันดับ การทดสอบ Stochastic Dominance จึงกลายเป็นอีกกรอบแนวคิด (Framework) หนึ่งที่ใช้ในการจัดอันดับ Prospect

การทดสอบ Stochastic Dominance ได้มีการพัฒนาวิธีการทดสอบออกมาหลายวิธี ดังนั้นจึงได้มีคนตรวจสอบวิธีการทดสอบ Stochastic Dominance ว่าวิธีใดให้ผลการศึกษาที่ดีที่สุด โดยจากการศึกษาของ Tse and Zhang (2004) ใช้วิธีการ Monte Carlo simulation ในการตรวจสอบ การทดสอบ Stochastic Dominance ระหว่าง Davison and Duclos (2000) test, Anderson test (1996) and Kaur el. al (1994) test พบว่า Davison and Duclos (2000) test ให้ผลการทดสอบที่ดีที่สุด นอกจากนี้การศึกษาของ Lean, Wang and Zhang (2008) ใช้วิธีการ

Monte Carlo simulation ในการตรวจสอบ ความสามารถในการทดสอบ Stochastic Dominance ของข้อมูลที่การแจกแจงมีสหสัมพันธ์ (correlation)และมีปัญหา Heteroscedasticity โดยใช้วิธีการทดสอบเหมือนกับการศึกษาของ Tse and Zhang (2004) พบว่าวิธีของ Davidson and Duclos (2000) มีความสามารถในการทดสอบ Stochastic Dominance ได้ดีที่สุด จะเห็นได้ว่าการทดสอบ Stochastic Dominance ด้วยวิธีของ Davidson and Duclos หรือ DD – Test .ให้ผลการทดสอบ Stochastic Dominance ที่ดีที่สุด

นอกจากการทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีการของ Davidson and Duclos หรือ DD – Test แล้ว งานวิจัยที่ออกมาในช่วงหลังจะมีวิธีการทดสอบอีกสองแบบคือการทดสอบตามวิธีของ Barrett and Donale (2003) หรือ BD-Test และวิธีการการทดสอบตามแบบของ Linton, Maasoumi and Whang (2005) หรือ LMW-Test ซึ่งการศึกษาการทดสอบ Stochastic Dominance โดยใช้ DD – test, BD-Test และ LMW – test ทั้งสามวิธีได้แก่การศึกษาของ Wong,et.al. (2007) ประเมินผลการดำเนินงานของ Hedge Fund ที่มีการลงทุนอยู่ในเอเชียโดยใช้ Stochastic Dominance ซึ่งทดสอบ Stochastic Dominance สามแบบคือ DD-Test ,BD-Test และ LMW-Test ซึ่งทั้งสามแบบให้ผลการศึกษาไปในทิศทางเดียวกัน

อย่างไรก็ตามการทดสอบ Stochastic Dominance แต่เดิมนั้น จะเป็นการทดสอบสำหรับคนที่มีฟังก์ชันอรรถประโยชน์ที่มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันที่ concave หรือเป็นคนที่กลัวความเสี่ยงเท่านั้น แต่ในความเป็นจริงแล้วคนเราไม่ได้เป็นคนกลัวความเสี่ยงเสมอไป ดังนั้น Wong และ Li (1999) และ Li และ Wong (1999) ได้พัฒนาทฤษฎีการทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนรักความเสี่ยงขึ้นเรียกว่า Descending Stochastic dominance (DSD) ซึ่ง Wong, et.al.(2007) ได้พัฒนา DD-Test เพื่อทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนรักความเสี่ยง

อย่างไรก็ตามจากการศึกษาของ Markowitz (1952b) และ การศึกษาของ Kahneman และ Tversky (1979) พบว่าฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของคนไม่ได้เป็นฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ concave หรือ convex ตลอดทั้งเส้น นั่นหมายความว่าคนจะเปลี่ยนแปลงการกลัวความเสี่ยงไปตามสถานการณ์ โดยจากการศึกษาของ Markowitz (1952b) พบว่าคนจะเป็นคนรักความเสี่ยงสำหรับผลได้ และจะเป็นคนกลัวความเสี่ยงสำหรับผลเสีย และจากการศึกษาของ Kahneman และ Tversky (1979) พบว่าคนจะเป็นคนรักความเสี่ยงสำหรับผลเสียและจะเป็นคนกลัวความเสี่ยงสำหรับผลได้

Levy และ Wiener (1998), Levy และ Levy (2002) และ Levy, Levy (2004) และ Wong และ Chan (2008) ได้พัฒนา Stochastic Dominance โดยอาศัยฟังก์ชันอรรถรประโยชน์

ตามแบบฟังก์ชันมูลค่าของ Markowitz (1952b) และ Kahneman และ Tversky (1979) เรียกว่า Markowitz และ Prospect Stochastic Dominance ในการทดสอบ Markowitz และ Prospect Stochastic Dominance จะต้องอาศัยการทดสอบ Stochastic Dominance สำหรับคนกลัวความเสี่ยง และคนรักความเสี่ยง โดยในการศึกษาของ Bai, et.al. (2008) เสนอวิธีการทดสอบ Markowitz และ Prospect Stochastic Dominance โดยในกรณีของคนกลัวความเสี่ยงจะใช้วิธีการทดสอบของ Davidson และ Duclos (2000) และวิธีของ Wong, et.al. (2007) อ้างใน Bai, et.al. (2008) ซึ่งปรับปรุง DD-Test เพื่อทดสอบ Stochastic dominance สำหรับคนรักความเสี่ยง

การทดสอบ Stochastic Dominance สามารถประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลายในตลาดทุน Lean, Smyth and Wong (2007) ทดสอบ day-of-the-week และ January effects โดยใช้การทดสอบ Stochastic Dominance ตามวิธีของ Davidson and Duclos (2000), Cho (2007) ประยุกต์ใช้ Stochastic dominance ในการทดสอบ Monday effect โดยใช้วิธีการทดสอบของ LMW-Test