

บทที่ 4

แบบจำลองและวิธีการศึกษา

ในการศึกษาผลกระทบของราคาน้ำมันต่อเศรษฐกิจมหภาคของประเทศไทยจะทำการศึกษาโดยใช้แบบจำลอง Vector Autoregressive Model (VAR) ในการวิเคราะห์เนื่องจากสามารถพิจารณาหลายตัวแปรภายในพร้อมๆกันและแต่ละตัวแปรภายในจะถูกอธิบายโดยจำนวน lag ของตัวแปรภายในนั้นและจำนวน lag ของตัวแปรภายในอื่นๆในแบบจำลอง

แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นจะถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อแสดงผลกระทบของวิกฤตการณ์ราคาน้ำมันต่อเศรษฐกิจมหภาค ตามการศึกษาของ Jiménez-Rodríguez และ Sánchez (2005) และจะทำการเปรียบเทียบผลการศึกษาระหว่างแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นในการศึกษาถึงผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันต่อเศรษฐกิจมหภาค

ในบทนี้จะเป็นการนำเสนอเนื้อหาของเครื่องมือแต่ละชนิด โดยเรียงลำดับตามขั้นตอนของเครื่องมือแต่ละชนิดที่นำมาใช้ ซึ่งประกอบไปด้วย 3 ส่วนดังนี้ คือ

ส่วนแรกคือ การคัดเลือกกลุ่มตัวแปรที่นำมาใช้ในการศึกษา ,ลักษณะทั่วไปของแบบจำลอง VAR เพื่อใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะแสดงความหมายของวิกฤตการณ์ราคาน้ำมัน

ส่วนที่สองจะอธิบายถึง การทดสอบลักษณะนิ่ง (stationary) ซึ่งได้แก่ unit root test , Cointegration test และ Vector Error Correction Model และทดสอบ Granger-causality

ส่วนที่สามจะอธิบายรายละเอียดของ Goodness of fit และการวิเคราะห์การตอบสนองของตัวแปร (Impulse Response Function) ในการตรวจสอบผลกระทบภายใต้ 2 สถานการณ์ คือ ความผันผวนของราคาน้ำมันและวิกฤตการณ์ราคาน้ำมันต่อตัวแปรมหภาค รวมไปถึงการวิเคราะห์ขนาดของอิทธิพลของตัวแปรโดยการแยกส่วนความแปรปรวน (Variance Decomposition) เพื่อพิจารณาบทบาทของนโยบายการเงิน เมื่อเกิดความเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมัน

4.1. ลักษณะทั่วไปของแบบจำลอง VAR แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

4.1.1. แบบจำลองของ VAR

แบบจำลอง VAR ประกอบไปด้วยตัวแปรภายในจำนวน 6 ตัวแปร คือ ราคาน้ำมันดิบที่แท้จริง (Lroil), ผลผลิตมวลรวมในประเทศที่แท้จริง (real GDP), อัตราเงินเฟ้อพื้นฐาน (core), อัตราดอกเบี้ยซื้อคืนพันธบัตรระยะ 14 วัน (rp), ค่าจ้างเฉลี่ยของผู้มีงานทำที่แท้จริง (Lrwage) และอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง (reer) เนื่องจากตัวแปรหลักทางเศรษฐกิจและการเงินตามแนวทางของธนาคารแห่งประเทศไทย คือ ระดับราคา ผลิตภัณฑ์ภายในประเทศ การลงทุนภาคเอกชน ปริมาณเงินในระบบ อัตราดอกเบี้ย และอัตราแลกเปลี่ยน ซึ่งการใช้อัตราเงินเฟ้อพื้นฐาน (core) ในการศึกษาแนวโน้มทางด้านราคาเพราะว่า อัตราเงินเฟ้อพื้นฐานซึ่งมีการตัดรายการสินค้ากลุ่มอาหารสด(มีการเปลี่ยนแปลงง่าย รวมถึงมีลักษณะตามฤดูกาล) และสินค้ากลุ่มพลังงาน(ซึ่งอยู่นอกเหนือการควบคุมของนโยบายการเงิน)ออก เหลือแต่รายการสินค้าที่ราคาเคลื่อนไหวตามกลไกตลาด แต่ก็ยังสะท้อนการปรับขึ้นราคาน้ำมันทางอ้อมจากการปรับขึ้นราคาสินค้าของผู้ประกอบการตามต้นทุนการผลิตและการขนส่งที่ปรับเพิ่มสูงขึ้นจากราคาน้ำมัน และอัตราเงินเฟ้อพื้นฐานยังเป็นเป้าหมายการดำเนินนโยบายการเงินแบบเป้าหมายเงินเฟ้อ ซึ่งอัตราดอกเบี้ยที่ใช้ปรับขึ้นลงตามนโยบายนั้น คือ อัตราดอกเบี้ย 14 วันในตลาดพันธบัตรซื้อคืน โดยเริ่มใช้ตั้งแต่วันที่ 23 เดือนพฤษภาคม พ.ศ.2543 จนถึงช่วงเดือนธันวาคมปีพ.ศ. 2550 และอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง (reer) จะนำมาจากการคำนวณของธนาคารแห่งประเทศไทย

จากทฤษฎีผลกระทบทางด้านอุปทาน (classic supply-side effect) การสูงขึ้นของราคาน้ำมันจะลดการเติบโตของผลผลิตมวลรวมในประเทศ, ระดับราคาสินค้าเพิ่มขึ้น, อัตราดอกเบี้ยปรับตัวเพิ่มขึ้นและค่าจ้างที่แท้จริงลดต่ำลง สำหรับอัตราดอกเบี้ยที่ใช้ปรับขึ้นลงตามนโยบายนั้น คืออัตราดอกเบี้ย 14 วันในตลาดพันธบัตรซื้อคืน เพราะฉะนั้นตัวแปรในแบบจำลองได้แก่

1. ล็อกการเพิ่มขึ้นของผลผลิตมวลรวมในประเทศที่แท้จริง (Lrgdp) ซึ่งนำข้อมูลรายไตรมาสมาปรับเป็นรายเดือนโดยใช้ดัชนีผลผลิตอุตสาหกรรม(MPI) และปรับด้วยดัชนีราคาผู้บริโภค (Consumer Price Index)
2. ล็อกการเพิ่มขึ้นของราคาน้ำมันดิบที่แท้จริง (Lroil) ซึ่งราคาน้ำมันดิบต่อบาร์เรลคำนวณมาจากมูลค่าการนำเข้าน้ำมันดิบแล้วปรับด้วยปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบ และปรับด้วยดัชนี

ราคาผู้ผลิต (Producer Price Index) เนื่องจากว่าราคาน้ำมันดิบเป็นการพิจารณาทางด้านต้นทุนการผลิต ดังนั้นราคาน้ำมันดิบจึงปรับตัวด้วยดัชนีราคาผู้ผลิต

3. ล็อกการขึ้นของค่าจ้างเฉลี่ยของผู้มีงานทำจำแนกตามอุตสาหกรรมที่แท้จริงในรูปสกุลเงินบาท (Lrwage) โดยการปรับรายได้เฉลี่ยด้วยดัชนีราคาผู้บริโภค (Consumer Price Index)

4. อัตราเงินเฟ้อพื้นฐาน (core) ซึ่งเป็นเป้าหมายนโยบายการเงินแบบเป้าหมายอัตราเงินเฟ้อ (Inflation targeting)

5. อัตราดอกเบี้ยซื้อคืนพันธบัตรระยะ 14 วัน (rp) ซึ่งเป็นอัตราดอกเบี้ยนโยบายที่ธนาคารแห่งประเทศไทยใช้เป็นเครื่องมือในการดำเนินนโยบายการเงิน

6. อัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงหรืออัตราแลกเปลี่ยนเงินตราโดยปรับค่าครองชีพ (reer) แบบจำลอง vector autoregression (VAR(p)) สามารถปรับเปลี่ยนแบบจำลองให้อยู่ในรูป Reduced form จากระบบสมการ dynamic simultaneous คือ

$$\mathbf{W}_0 \mathbf{y}_t = \mathbf{a} + \mathbf{W}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{W}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{e}_t \quad (1)$$

โดย $\mathbf{a}$ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด 6x1

$\mathbf{W}_i, i = 0, \dots, p$ คือ เมตริกซ์พารามิเตอร์ของตัวแปรที่มีขนาด 6 x 6

$\mathbf{y}_t = (\text{Lroi1 Lrgdp core rp reer Lrwage})'$

$\mathbf{y}_t$ คือ random vector ขนาด 6x1

$\mathbf{e}_t$ คือ เวกเตอร์ของตัวรบกวนขนาด 6 x 1

การประมาณค่าสมการ dynamic simultaneous นั้น sufficient restriction คือ $\mathbf{W}_i$ ต้องสามารถแสดงค่าได้ (identification) และสมมติว่า $\mathbf{W}_0$ เป็น nonsingular ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการได้ใหม่คือ

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{a} + \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{W}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{W}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{e}_t \quad (2)$$

ดังนั้นแบบจำลอง VAR(p) สามารถเขียนได้ดังสมการ (3) คือ

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{v} + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t \quad (3)$$

หรือ

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{v} + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{u}_t \quad (4)$$

โดยที่

$$\mathbf{v} = \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{a}$$

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{W}_0^{-1} \mathbf{W}_i$$

$\mathbf{A}_1$ ถึง $\mathbf{A}_p$	คือ	เมตริกซ์พารามิเตอร์ของตัวแปรที่มีขนาด 6×6
$\mathbf{v}$	คือ	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด 6×1
p	คือ	จำนวน Lag
$\mathbf{u}_t$	คือ	เวกเตอร์ของตัวรบกวน (Disturbance Term) ขนาด 6×1

$$E(\mathbf{u}_t) = \mathbf{0}$$

$$E(\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t') = \mathbf{\Sigma}; \mathbf{\Sigma} \text{ คือ covariance matrix}$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า Contemporaneous Effects ระหว่างตัวแปรภายในได้ถูกขจัดออกไปเรียบร้อยแล้ว ดังนั้นแต่ละสมการในระบบสมการดังกล่าวสามารถที่จะประมาณค่าได้โดยใช้ OLS และค่าประมาณ OLS ยังมีคุณสมบัติ consistent และมี asymptotically efficient แม้ว่าความคลาดเคลื่อนข้ามสมการจะมีความสัมพันธ์กันและ seemingly unrelated regression (SUR) ก็จะไม่ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของการประมาณค่า เพราะว่าการถดถอยของทุกสมการจะมีตัวแปรทางขวามือเหมือนกันทุกประการ (identical regressors)

4.1.2 แบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

การกำหนดตัวแปรที่ใช้เพื่อแสดงถึงการเกิดวิกฤตการณ์ราคาน้ำมันสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 วิธี ตามการศึกษาตามงานของ Jiménez-Rodríguez และ Sánchez (2005) คือ

1. Asymmetric specification

ศึกษาตาม Jiménez-Rodríguez และ Sánchez (2005) โดยแบ่งแยกการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันที่แท้จริงเป็น มากขึ้น และน้อยลง คือ

$$o_t^+ = \begin{cases} o_t & \text{ถ้า } o_t > 0 \\ 0 & \text{ในกรณีอื่น} \end{cases}$$

โดย o_t^+ คือ positive rate ของการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมัน หรือหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันที่แท้จริงมีค่ามากกว่าศูนย์ และเท่ากับศูนย์ เมื่อเป็นอย่างอื่น

o_t^- คือ negative rate ของการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมัน หรือหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันที่แท้จริงมีค่าน้อยกว่าศูนย์ และเท่ากับศูนย์ เมื่อเป็นอย่างอื่น

o_t คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันที่แท้จริง (real oil price)

$$o_t^- = \begin{cases} o_t & \text{ถ้า } o_t < 0 \\ 0 & \text{ในกรณีอื่น} \end{cases}$$

ในกรณี Asymmetric นี้ $y_t = (o_t^+ \ o_t^- \ Lrgdp \ core \ rp \ reer \ Lrwage)'$ ซึ่งเป็น random vector ขนาด 7x1

2. scaled specification

ทำการศึกษาตาม Lee et.al., (1995) ซึ่งพิจารณาการผันผวน (volatility) ของราคาน้ำมันด้วย โดยใช้ AR (12) – GARCH (1,1) แสดงราคาน้ำมัน :

$$O_t = \alpha_0 + \alpha_1 O_{t-1} + \alpha_2 O_{t-2} + \dots + \alpha_{12} O_{t-12} + e_t$$

$$e_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \gamma_0 + \gamma_1 e_{t-1}^2 + \gamma_2 h_{t-1}$$

$$SOPI_t = \max(0, \hat{e}_t / \sqrt{\hat{h}_t})$$

$$SOPD_t = \min(0, \hat{e}_t / \sqrt{\hat{h}_t})$$

โดยที่ O_t คือ ราคาน้ำมันดิบที่แท้จริง

$SOPI$ คือ scaled oil price increases

$SOPD$ คือ scaled oil price decreases

ในกรณี Scale นี้ $y_t = (SOPI \ SOPD \ Lrgdp \ core \ rp \ reer \ Lrwage)'$ ซึ่งเป็น random vector ขนาด 7x1

3. Net specification

ศึกษาตามงานของ Hamilton (1996) ซึ่งใช้ net oil price increase (NOPI) โดยที่ราคาน้ำมันดิบที่แท้จริงในเดือน t ในรูป $\log(p_t)$ มากกว่า ค่าที่มากที่สุด (maximum value) ใน 12 เดือนก่อนหน้า และ เท่ากับ 0 ในกรณีอื่น สามารถแสดง net oil price increase (NOPI) ได้ดังนี้คือ

$$NOPI_t = \max \{0, p_t - \max \{p_{t-1}, p_{t-2}, p_{t-3}, \dots, p_{t-11}, p_{t-12}\}\}$$

ในกรณี Net specification นี้ $y_t = (NOPI \ Lrgdp \ core \ rp \ reer \ Lrwage)'$ ซึ่งเป็น random vector ขนาด 6×1

ดังนั้นจะใช้ สมการที่ (4) ในการประมาณค่าทั้งการประมาณค่าแบบเชิงเส้นและการประมาณค่าแบบไม่เป็นเชิงเส้น สำหรับแบบจำลองแบบไม่เป็นเชิงเส้นนั้นจะทำการเปลี่ยนตัวแปรราคาน้ำมัน (Lroil) ในสมการเชิงเส้นเป็นตัวแปรแสดงวิกฤตการณ์ราคาน้ำมัน ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (5) คือ

$$y_t = v + \sum_{i=1}^p A_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^p B_i \begin{Bmatrix} Lroil \\ oil_{t-i}^+ \\ SOPI_{t-i} \\ NOPI_{t-i} \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^p C_i \begin{Bmatrix} oil_{t-i}^- \\ SOPD_{t-i} \end{Bmatrix} + u_t \quad (5)$$

โดยที่ $x_t = (Lrgdp \ core \ rp \ reer \ Lrwage)'$

สมการ (5) แสดงให้เห็นว่าค่าของตัวแปรตัวหนึ่งจะถูกกำหนดจากค่าในอดีตของตัวเองและตัวแปรอื่น ดังนั้นการกำหนดให้จำนวน Lag ที่มากขึ้นจะทำให้ความสามารถในการอธิบายพฤติกรรมเชิงพลวัตของแบบจำลอง VAR ในรูปของ Reduced Form สูงขึ้น แต่ในขณะเดียวกัน Degree of Freedom จะลดลง เนื่องจากจำนวนค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกประมาณค่าจะสูงขึ้น ทำให้ผลการประมาณมีความน่าเชื่อถือลดลง ดังนั้นจึงต้องหาจำนวน Lag ที่เหมาะสมในการวิเคราะห์

4.1.3 การเลือกจำนวน Lag ที่เหมาะสม

การศึกษาผลกระทบของวิกฤตการณ์น้ำมัน ที่มีผลต่อระบบเศรษฐกิจนั้น งานวิจัยส่วนมากจะมีวิธีเลือกจำนวน lag ที่เหมาะสมนั้น อยู่ 5 วิธี คือ

1. Akaike information criterion (AIC)

$$AIC = \ln(|\Sigma_u|) + \frac{2pK^2}{T} \quad (6)$$

โดยที่	p	คือ	จำนวน lag
	T	คือ	จำนวนตัวอย่าง(observation)
	K	คือ	จำนวนของสมการ
	Σ_u	คือ	residual variance / covariance matrix
	$ \Sigma_u $	คือ	determinant ของ Σ_u

โดยจะเลือกจำนวน lag จากค่า AIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

2. Likelihood Ratio Test (LR)

$$LL = \left(\frac{T}{2}\right) \left\{ \ln \left(|\hat{\Sigma}^{-1}| \right) - K \ln(2\pi) - K \right\}$$

โดยที่	T	คือ	จำนวนตัวอย่างในสมการ
	K	คือ	จำนวนของสมการ
	$\hat{\Sigma}$	คือ	maximum likelihood estimate ของ $E[\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t']$
	$\mathbf{u}_t$	คือ	เวกเตอร์ของตัวแปรขนาด $K \times 1$

เนื่องจากว่า $\ln|\hat{\Sigma}^{-1}| = -\ln(|\hat{\Sigma}|)$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการ likelihood ใหม่ได้เป็น

$$LL = -\left(\frac{T}{2}\right) \left\{ \ln(|\hat{\Sigma}|) + K \ln(2\pi) + K \right\} \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) ถ้า $LL(j)$ คือ ค่าของ log likelihood ที่ j lag ดังนั้น LR statistic สำหรับ lag ลำดับที่ j คือ

$$LR(j) = 2\{LL(j) - LL(j-1)\} \quad (8)$$

โดยทดสอบ $H_0 : \text{lag} = j - 1$

$H_1 : \text{lag} = j$

การหาจำนวน Lag ที่เหมาะสมนั้น ขั้นแรกต้องประมาณการค่าแบบจำลองโดยใช้จำนวน Lag สูงสุดที่เป็นไปได้ ซึ่งจำนวน lag ที่สูงสุดนั้นจะพิจารณาจากค่าองศาแห่งความอิสระ โดยถ้ามีค่าองศาแห่งความอิสระมากจะส่งผลให้จำนวน Lag ที่สูงสุดมากตามไปด้วย โดยตั้งสมมติฐานหลักว่าจำนวน Lag ที่ต่ำกว่าเป็นจำนวน Lag ที่เหมาะสมโดยพิจารณาจากค่าสถิติ LR กับค่าวิกฤติ หากค่าสถิติ LR ที่คำนวณได้มีค่าต่ำกว่าค่าวิกฤติ อย่างมีนัยสำคัญ หรือยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0 : จำนวน Lag ที่ต่ำกว่าเป็นจำนวน Lag ที่เหมาะสม) ก็จะทำการทดสอบเลือกจำนวน lag ถัดไปจนกระทั่งค่าสถิติ LR ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติอย่างมีนัยสำคัญหรือปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) ดังนั้นจำนวน lag ที่ได้ก็คือ จำนวน Lag ที่เหมาะสม

3. Final prediction error (FPE)

$$FPE = |\Sigma_u| \left(\frac{T + \bar{m}}{T - \bar{m}} \right)^K \quad (9)$$

โดย $\bar{m}$ คือ ค่าเฉลี่ยของจำนวนพารามิเตอร์ที่มากกว่าจำนวน K สมการ

T คือ จำนวนของตัวอย่างในสมการ

Σ_u คือ residual variance / covariance matrix

โดยจะเลือกจำนวน lag จากค่า FPE ที่มีค่าน้อยที่สุด

4. Schwarz information criterion (SBIC)

$$SBIC = \ln(|\Sigma_u|) + \frac{\ln(T)}{T} pK^2 \quad (10)$$

โดยที่ p คือ จำนวน lag

T คือ จำนวนของตัวอย่างในสมการ

K คือ จำนวนของสมการ

Σ_u คือ residual variance / covariance matrix

โดยจะเลือกจำนวน lag จากค่า SBIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

5. Hannan-Quinn information criterion (HQIC)

$$HQIC = \ln(|\Sigma_u|) + \frac{2 \ln\{\ln(T)\}}{T} pK^2 \quad (11)$$

โดยที่ p คือ จำนวน lag

T คือ จำนวนของตัวอย่างในสมการ

K คือ จำนวนของสมการ

Σ_u คือ residual variance / covariance matrix

โดยจะเลือกจำนวน lag จากค่า HQIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

ในการเลือกจำนวน lag นั้นจากการศึกษาของ Liew (2004) พบว่า ถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดเล็ก (จำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 60 ตัวอย่าง) การเลือกจำนวน lag จาก AIC และ FPE จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด และถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (จำนวนมากกว่า 60 ตัวอย่าง) นั้น การเลือกจำนวน lag จาก HQIC จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด และจากการศึกษาของ Asghar และ Abid (2007) พบว่า ถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดเล็ก (จำนวน 30 ตัวอย่าง) การเลือกจำนวน lag จาก AIC และ FPE จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด สำหรับตัวอย่างขนาด 60 ตัวอย่างนั้นการเลือกจำนวน lag จาก HQIC จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุดแต่ผลจาก AIC และ SIC ก็ให้การประมาณค่าที่ถูกต้องด้วยเช่นกัน และพบว่าถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (จำนวน 120 ตัวอย่างขึ้นไป) การเลือกจำนวน lag จาก SIC จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด และจากการศึกษาของ Jiménez-Rodríguez และ Sánchez (2005) นั้นพบว่าจำนวน lag ที่เหมาะสม จากวิธี Likelihood Ratio test (LR) จะให้ผลดีเท่ากับ AIC และ HQIC

ดังนั้นเมื่อได้จำนวน lag ที่เหมาะสมแล้ว ก่อนทำการประมาณค่าแบบจำลองนั้นต้องทำการทดสอบ Unit Root ของตัวแปร เนื่องจากว่าข้อมูลอนุกรมเวลามักจะมีความไม่นิ่งของข้อมูล (nonstationary) และการนำข้อมูลที่ไม่นิ่งมาใช้ในการวิเคราะห์จะทำให้เกิด spurious หรือค่า R^2 มีค่าที่สูงมาก เนื่องจากตัวแปรมีแนวโน้มที่เข้มแข็ง เช่น มีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างถาวร ทั้งๆที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรโดยทางทฤษฎีแล้วไม่มีความหมายในทางเศรษฐศาสตร์ และค่าสถิติ t มีนัยสำคัญ แต่ค่าสถิติ t ที่ได้จากการประมาณค่าของข้อมูลที่ไม่นิ่งนั้นจะมีการแจกแจงไม่ใช่แบบมาตรฐาน ดังนั้นถ้าใช้ตาราง t มาตรฐานในการวิเคราะห์จะทำให้เกิดการสรุปผลผิดพลาดได้

4.2. การทดสอบลักษณะนิ่ง (stationary) ซึ่งได้แก่ unit root test , Cointegration test และ Error Correction Model และทดสอบ Granger-causality

4.2.1. การทดสอบ Unit root

การใช้ข้อมูลอนุกรมเวลามีข้อสมมุติว่าอนุกรมเวลานั้นจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากว่าถ้านำเอาข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่งมาใช้ในการประมาณค่านั้นแม้ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรโดยทางทฤษฎีแล้วไม่มีความหมายในทางเศรษฐศาสตร์เลย แต่ส่วนมากจะได้ R^2 ที่สูงมากและค่าสถิติ t จะมีนัยสำคัญ เพราะว่ามันมาจากการที่อนุกรมเวลานั้นมีแนวโน้มที่สัมพันธ์กัน แต่ไม่ใช่จากความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่างตัวแปรหรือเรียกว่า เป็นความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious)

คำนิยามของคำว่า นิ่ง (stationary) สามารถเขียนในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

กระบวนการแฟรนสุ่ม (X_t) จะเรียกว่า stationary ถ้า

ค่าเฉลี่ย : $E(X_t) = \text{ค่าคงที่} = \mu$

ความแปรปรวน : $V(X_t) = \text{ค่าคงที่} = \sigma^2$

ความแปรปรวนร่วม : $\text{cov}(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \sigma_k$

ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลาไม่นิ่ง เราอาจจะสามารถแก้ไขลักษณะ Nonstationary ด้วยการหาผลต่างของข้อมูลของตัวแปร ซึ่งการทดสอบ unit root จะใช้วิธี Augmented Dickey-Fuller (ADF) test

$H_0 : X_t$ มีคุณสมบัติ Nonstationary

$H_1 : X_t$ มีคุณสมบัติ stationary

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{แนวโน้มเชิงสุ่ม} \quad (12)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{แนวโน้มเชิงสุ่มและจุดตัดแกน} \quad (13)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{แนวโน้มเชิงสุ่ม จุดตัดแกนและแนวโน้ม} \quad (14)$$

โดยที่	X_t	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ.เวลา t
	X_{t-1}	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ.เวลา $t-1$
	$\alpha, \theta, \beta, \phi$	คือ	ค่าพารามิเตอร์
	t	คือ	ค่าแนวโน้ม
	e_t	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

โดยถ้าค่าสัมบูรณ์ (Absolute Value) ของ ADF-Statistics มากกว่าค่าสัมบูรณ์ของ MacKinnon Critical Value ที่ระดับนัยสำคัญ 5% นั้น จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก แสดงว่า ตัวแปรดังกล่าวมีลักษณะหนึ่งที่ระดับนัยสำคัญ 5%

หลังจากการทดสอบ Unit root แล้วถ้าตัวแปรที่ศึกษาที่มีลักษณะหนึ่งที่ first difference หรือ I(1) ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบ Cointegration เพราะว่าถ้าแบบจำลองไม่มี Cointegration นั้น (rank = 0) รูปแบบสมการคือ แบบจำลอง VAR ในรูปของตัวแปร First Difference แต่ถ้าทำการทดสอบ Cointegration แล้วมีจำนวน rank มากกว่าศูนย์รูปแบบสมการคือแบบจำลอง VEC ดังนั้นถ้าแบบจำลองมี Cointegration แล้วยังใช้แบบจำลอง VAR ในการประมาณค่าจะทำให้แบบจำลองเกิดปัญหาการละทิ้งตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

4.2.2 การทดสอบแบบจำลองการปรับตัวของความคลาดเคลื่อน

(Vector Error Correction Model : VEC)

ถ้าตัวแปรมี cointegration ก็คือตัวแปรมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว แต่ในระยะสั้นอาจจะมีการออกนอกดุลยภาพได้ และถ้าระบบจะกลับไปสู่ดุลยภาพระยะยาวการเคลื่อนไหวของตัวแปรอย่างน้อยบางตัวแปรจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกดุลยภาพใน VEC

จากสมการ (3) VAR (p) คือ

$$y_t = v + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t \quad (3)$$

โดยที่	y_t	คือ	เวกเตอร์ของตัวแปรขนาด $K \times 1$
	v	คือ	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $K \times 1$
	A_1 ถึง A_p	คือ	เมตริกซ์พารามิเตอร์ของตัวแปรที่มีขนาด $K \times K$
	u_t	คือ	เวกเตอร์ของตัวรบกวนขนาด $K \times 1$ ซึ่งมี ค่าเฉลี่ย = 0 และ covariance matrix Σ
	K	คือ	จำนวนตัวแปร

จากสมการ (3) เอา $\mathbf{y}_{t-1}$ ไปลบออกทั้งสองข้างจะได้

$$\Delta \mathbf{y}_t = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{I})\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2\mathbf{y}_{t-2} + \mathbf{A}_3\mathbf{y}_{t-3} + \dots + \mathbf{A}_p\mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t \quad (15)$$

จากสมการ (15) บวกเข้าและลบออกทางขวามือด้วย $\mathbf{A}_p\mathbf{y}_{t-(p-1)}$ จะได้

$$\Delta \mathbf{y}_t = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{I})\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2\mathbf{y}_{t-2} + \mathbf{A}_3\mathbf{y}_{t-3} + \dots + \mathbf{A}_{p-2}\mathbf{y}_{t-(p-2)} + (\mathbf{A}_{p-1} + \mathbf{A}_p)\mathbf{y}_{t-(p-1)} - \mathbf{A}_p\Delta \mathbf{y}_{t-(p-1)} + \mathbf{u}_t \quad (16)$$

และจากสมการ (16) บวกเข้าและลบออกทางขวามือด้วย $(\mathbf{A}_{p-1} + \mathbf{A}_p)\mathbf{y}_{t-(p-2)}$ จะได้

$$\Delta \mathbf{y}_t = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{I})\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2\mathbf{y}_{t-2} + \mathbf{A}_3\mathbf{y}_{t-3} + \dots + (\mathbf{A}_{p-2} + \mathbf{A}_{p-1} + \mathbf{A}_p)\mathbf{y}_{t-(p-2)} - (\mathbf{A}_{p-1} + \mathbf{A}_p)\Delta \mathbf{y}_{t-(p-2)} - \mathbf{A}_p\Delta \mathbf{y}_{t-(p-1)} + \mathbf{u}_t$$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จะได้

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{v} + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{u}_t \quad (17)$$

ดังนั้นสมการ (17) คือ การแปลงสมการ VAR (p) ให้อยู่ในรูป VEC โดยที่

$$\Pi = \sum_{j=1}^{j=p} \mathbf{A}_j - \mathbf{I}_K \text{ และ } \Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^{j=p} \mathbf{A}_j$$

ถ้าตัวแปร $\mathbf{y}_t$ เป็น I(1) จะได้ว่า จำนวน rank ของเมทริกซ์ Π จะมีค่า $0 \leq r < K$

ซึ่งค่า rank จะเท่ากับจำนวนของ linearly independent cointegrating vectors ซึ่งสามารถแสดงได้ในรายละเอียดดังนี้

1. ในกรณีค่า rank = 0 เมทริกซ์ Π จะเป็นเมทริกซ์ศูนย์ และสมการ (8) คือแบบจำลอง VAR จะอยู่ในรูปของผลต่างที่หนึ่ง (first difference)
2. ในกรณีค่า rank = K (ซึ่งก็คือ มีค่า rank เป็น full rank) ซึ่ง vector process จะมีลักษณะ stationary และเป็น VAR ใน level
3. ในกรณีค่า rank = 1 เราจะมี cointegrating vector เพียง vector เดียว
4. ในกรณีที่ $1 < \text{rank} < K$ เราก็จะมี cointegrating vectors หลาย cointegrating vectors

ถ้าสมมติว่า เมทริกซ์ Π มีจำนวน rank คือ $0 < r < K$ ดังนั้น $\Pi = \alpha\beta'$ ซึ่ง α และ β เป็น เมทริกซ์ของ rank r ขนาด $K \times r$

ดังนั้นเมื่อได้จำนวน rank ที่เหมาะสมสำหรับแบบจำลองแล้วขั้นตอนต่อไปจะทำการเลือก tend terms จาก 5 กรณีดังแสดงในหัวข้อถัดไป

4.2.3 การทดสอบ Cointegration

การถดถอยด้วยตัวแปรที่ไม่นิ่ง ค่าสถิติ t จะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distributions) ดังนั้นการใช้ตารางมาตรฐานต่างๆ อาจนำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดซึ่งเป็นไปได้ที่จะนำไปสู่การมีถดถอยที่ไม่ถูกต้อง (spurious regressions) แต่ถ้าความสัมพันธ์ดังกล่าว มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์แบบ cointegration จะทำให้ค่าสถิติ t และ F ที่เราใช้กันตามปกติ สามารถที่จะใช้ทดสอบได้ ซึ่งการทดสอบการร่วมกันไปด้วยกัน คือทดสอบว่าตัวแปรมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว และในการทดสอบ cointegration ของระบบที่มีตัวแปรหลายตัวแปรจะทดสอบตาม Johansen (1988) และ Johansen และ Juselius (1990) เพราะว่าวิธีของ Engel และ Granger (1987) นั้น การทดสอบ cointegration ต้องให้ตัวแปรหนึ่งตัวอยู่ซ้ายมือและใช้ตัวแปรอื่นๆ เป็นตัวถดถอยซึ่งสามารถใช้ residuals ที่ได้จากการถดถอยโดยสลับตัวแปรทางขวามือมาอยู่ทางซ้ายมือ และให้ทางซ้ายมือไปอยู่ทางขวามือได้ จึงทำให้ในทางปฏิบัติเป็นไปได้ที่จะพบว่าถดถอยหนึ่งจะชี้ว่าตัวแปรที่มีอยู่ในแบบจำลองมีลักษณะ cointegrate กัน ในขณะที่ถ้าเราทำการถดถอยให้มี order หรือการเรียงลำดับย้อนทางหรือย้อนกลับ ก็อาจจะให้ผลลัพธ์ว่าไม่ cointegrate กัน

Johansen (1988) และ Stock และ Watson (1988) ใช้การประมาณค่าแบบ maximum likelihood เพื่อทดสอบ cointegration ซึ่งทำให้สามารถหลีกเลี่ยงการใช้ตัวประมาณค่า 2 ขั้นตอนได้ (two-step estimators) และสามารถที่จะประมาณค่าและทดสอบการมีอยู่จริงของ cointegrating vectors หลาย vectors ได้ นอกจากนี้แล้วการทดสอบดังกล่าวยังทำให้เราสามารถทดสอบการใส่ข้อจำกัดของพารามิเตอร์ของ cointegrating vectors และความเร็วของการปรับตัว (speed of adjustment) ได้อีกด้วย

จากสมการที่ (17) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้ คือ

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha \beta' \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{v} + \delta t + \mathbf{u}_t \quad (18)$$

$$\mathbf{v} = \alpha \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\gamma} \quad (19a)$$

$$\delta t = \alpha \boldsymbol{\rho} t + \boldsymbol{\tau} t \quad (19b)$$

โดยที่	α	คือ	เมตริกซ์ที่มีขนาด $K \times r$
	δ	คือ	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $K \times 1$
	δt	คือ	quadratic time trend ใน level ของตัวแปร
	$\boldsymbol{\mu}$	คือ	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $r \times 1$

ρ	คือ	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $r \times 1$
γ	คือ	orthogonal ของ $\alpha\mu$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $K \times 1$
τ	คือ	orthogonal ของ $\alpha\rho$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $K \times 1$
K	คือ	จำนวนตัวแปร

ถ้า $\gamma'\alpha\mu = 0$ และ $\tau'\alpha\rho = 0$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการ (18) ใหม่ได้ คือ

$$\Delta y_t = \alpha(\beta'y_{t-1} + \mu + \rho t) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \gamma + \tau t + u_t \quad (20)$$

ดังนั้นข้อจำกัดของ trend terms ในสมการ (20) สามารถแสดงได้ 5 กรณีดังนี้คือ

1. Unrestricted trend ข้อจำกัดนี้หมายความว่า quadratic trends ในตัวแปรที่ level และสมการ cointegration เป็น stationary รอบ time trends (trend stationary)
2. Restricted trend, $\tau = 0$ ข้อจำกัดนี้คือการสมมติว่า trend ในข้อมูลที่ level เป็นเส้นตรง (Linear) แต่ไม่เป็น quadratic และข้อจำกัดนี้อนุญาตให้สมการ cointegration เป็น trend stationary
3. Unrestricted constant, $\tau = 0$ และ $\rho = 0$ ข้อจำกัดนี้คือการไม่รวมความเป็นไปได้ของข้อมูลที่ level ที่จะเป็น quadratic trends และมีข้อจำกัดว่าสมการ cointegration จะเป็น stationary รอบ constant means และการที่ไม่ใส่ข้อจำกัด $\gamma = 0$ ก็คือการให้มี linear time trend ในข้อมูลที่ level
4. Restricted constant, $\tau = 0, \rho = 0$ และ $\gamma = 0$ ข้อจำกัดนี้คือการรวมข้อจำกัด $\gamma = 0$ คือการสมมติว่าไม่มี linear time trend ในข้อมูลที่ level และสมการ cointegration จะเป็น stationary รอบ constant mean แต่ไม่มี trends หรือ constant terms
5. No trend, $\tau = 0, \rho = 0, \gamma = 0$ และ $\mu = 0$ ข้อจำกัดนี้คือ ไม่มี nonzero means และไม่มี trends ซึ่งสมการ cointegration เป็น stationary ด้วยค่าเฉลี่ย เท่ากับศูนย์ และข้อมูลทั้ง level และ differences มีค่าเฉลี่ย เท่ากับศูนย์

ดังนั้นจากวิธีการข้างต้นก็ได้แบบจำลองสำหรับการประมาณค่า แต่การใช้แบบจำลอง VAR และ VEC ในการวิเคราะห์จะเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวแปรแต่ไม่รวมถึงความสามารถในการพยากรณ์ของตัวแปรต่างๆ ดังนั้นจึงต้องใช้การทดสอบ

ความสัมพันธ์ Granger-causality test ร่วมในการทดสอบว่ากลุ่มค่าในอดีต (Lagged Values) ของตัวแปรหนึ่งจะมีความสามารถในการอธิบายพฤติกรรมของตัวแปรภายใน (Endogenous Variable) ที่ต้องการทดสอบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

4.2.4 การทดสอบ Granger causality

Granger Causality Test เป็นวิธีการทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรในแบบจำลอง โดยทดสอบว่ากลุ่มค่าในอดีตของตัวแปรหนึ่งจะมีความสามารถในการอธิบายพฤติกรรมของตัวแปรภายในที่ต้องการทดสอบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

$$y_t = c_1 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \beta_p x_{t-p} + u_t \quad (21)$$

จากนั้นนำสมการ (21) ไปประมาณค่าโดย OLS และทดสอบสมมติฐานคือ

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0 \quad (x_t \text{ ไม่ Granger cause } y_t)$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

ทำการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ F statistic

$$F = \frac{(RSS_2 - RSS_1) / p}{RSS_1 / (T - 2p - 1)}$$

โดยที่ RSS_1 คือ Unrestricted sum of squared

RSS_2 คือ Restricted sum of squared residuals

การทดสอบจะปฏิเสธ H_0 ถ้า $F > F_{\alpha, (p, T-2p-1)}$

ดังนั้นเมื่อได้วิธีการประมาณค่าแบบจำลอง (แบบจำลอง VAR หรือแบบจำลอง VEC) ที่เหมาะสมแล้ว ในอันดับต่อไปจะทำการเลือกแบบจำลองจาก 4 แบบจำลอง อันประกอบไปด้วย แบบจำลองเชิงเส้นและแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น คือ Asymmetric, Scaled และ Net specification จากวิธีการประเมินความใกล้เคียงของแบบจำลอง (goodness of fit) เพื่อนำไปการวิเคราะห์การแยกส่วนความแปรปรวน และการวิเคราะห์การตอบสนองของตัวแปร

4.3. การตรวจสอบผลกระทบของ วิกฤตการณ์ราคาน้ำมันต่อตัวแปรมหภาค

4.3.1 การประเมินความใกล้เคียงของแบบจำลอง (goodness of fit)

ในการประเมินความใกล้เคียงของแบบจำลอง (goodness of fit) คือ การใช้ค่า log likelihood วัดระยะห่างระหว่างข้อมูล จากตัวอย่างกับค่าแท้จริงของแบบจำลอง (true model) โดยใช้เกณฑ์การประเมินแบบจำลอง คือ Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwarz Bayesian Information Criterion (BIC) โดยทั่วไปถ้าค่าของ AIC และ BIC ยิ่งต่ำเท่าไร แบบจำลองก็จะใกล้เคียงค่าที่แท้จริงมากเท่านั้น

$$BIC(M) = -2(\text{maximized loglikelihood under } M) + \log N(\text{จำนวน parameters ใน } M)$$

$$AIC(M) = -2(\text{maximized loglikelihood under } M) + 2(\text{จำนวน parameters ใน } M)$$

โดยที่ N คือ ขนาดตัวอย่าง (sample size)

M คือ แบบจำลอง

ดังนั้นเมื่อเลือกแบบจำลองจาก 4 แบบจำลอง อันประกอบไปด้วย แบบจำลองเชิงเส้น และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น คือ Asymmetric, Scaled และ Net specification จากวิธีการประเมินความใกล้เคียงของแบบจำลองแล้ว ขั้นตอนต่อไปต้องนำแบบจำลองที่ได้ไปวิเคราะห์การตอบสนองต่อความแปรปรวนประกอบกับทางทฤษฎี

4.3.2. วิเคราะห์การตอบสนองต่อความแปรปรวน (impulse response function : IRF)

การวิเคราะห์ด้วยวิธี Impulse Response Function มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดผลกระทบ จาก Shock ของตัวแปรใดๆ ในแบบจำลองที่มีต่อตัวแปรอื่นๆ ในช่วงเวลาเดียวกันและช่วงเวลา ต่างๆ ในอนาคต ซึ่ง shocks หรือ impulses ในความหมายของแบบจำลอง VAR คือ stochastic error terms

ดังนั้นจึงต้องเปลี่ยนแบบจำลอง VAR ในรูปแบบเชิงลดรูปให้อยู่ในรูปของ Vector Moving Average (VMA)

$$y_t = v + \sum_{i=1}^p A_i y_{t-i} + u_t \quad (4)$$

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i u_{t-i} \quad (22)$$

$$\Phi_i = \begin{cases} \mathbf{I}_K & \text{ถ้า } i = 0 \\ \sum_{j=1}^i \Phi_{i-j} \mathbf{A}_j & \text{ถ้า } i = 1, 2, \dots \end{cases}$$

จากสมการ (17) แบบจำลอง VEC คือ

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{v} + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{u}_t \quad (17)$$

$$\Pi = \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i - \mathbf{I}_K$$

$$\Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p \mathbf{A}_j$$

ดังนั้นสามารถแสดงค่า $\mathbf{A}_i$ ได้ดังนี้ คือ

$$\mathbf{A}_1 = \Pi + \Gamma_1 + \mathbf{I}_K$$

$$\mathbf{A}_i = \Gamma_i - \Gamma_{i-1} \quad \text{สำหรับ } i = 2, \dots, p-1$$

$$\mathbf{A}_p = -\Gamma_{p-1}$$

การวิเคราะห์ Impulse Response Function จากแบบจำลอง VAR และแบบจำลอง VEC จะมีกระบวนการเดียวกันซึ่งแตกต่างเฉพาะการประมาณค่า $\mathbf{A}_i$ เท่านั้น

โดยที่	μ	คือ	time-invariant mean ของ $\mathbf{y}_t$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ขนาด $K \times 1$
	Φ_i	คือ	simple impulse response functions
	$\mathbf{I}_K$	คือ	K -dimensional identity matrix
	K	คือ	จำนวนตัวแปร

ดังนั้น $\Phi_{jk}(i)$ คือ การตอบสนองที่ period ที่ i ของ $\mathbf{y}_t$ ในตัวแปร j เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้น ใน $\mathbf{u}_t$ ของตัวแปร k เมื่อตัวแปรอื่นคงที่ แต่ $\mathbf{u}_t$ เป็น contemporaneous correlation ซึ่งทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ shock ของตัวแปรหนึ่งโดยให้ตัวแปรอื่นคงที่ได้ ดังนั้นต้องเปลี่ยนสมการ (22) ให้อยู่ในรูป uncorrelated innovations โดยเมตริกซ์ $\mathbf{P}$ เป็นเมตริกซ์ซึ่งทำให้

$$\Sigma = \mathbf{P}\mathbf{P}'$$

$$\mathbf{P}^{-1}\Sigma\mathbf{P}'^{-1} = \mathbf{I}_K$$

$$E \left\{ \mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}_t (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}_t)' \right\} = \mathbf{P}^{-1} E \left\{ (\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t') \mathbf{P}'^{-1} \right\} = \mathbf{P}^{-1} \Sigma \mathbf{P}'^{-1} = \mathbf{I}_K$$

จากนั้นนำ $\mathbf{P}^{-1}$ ไป orthogonalized ตัวแปร $\mathbf{u}_t$ จะได้สมการที่ (23)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \boldsymbol{\mu} + \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}_{t-i} \\ \mathbf{y}_t &= \boldsymbol{\mu} + \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{\Theta}_i \mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}_{t-i} \\ \mathbf{y}_t &= \boldsymbol{\mu} + \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{\Theta}_i \mathbf{w}_{t-i} \end{aligned} \quad (23)$$

โดยที่ $\mathbf{P}$ คือ Cholesky decomposition ของ $\hat{\Sigma}$

ดังนั้น $\boldsymbol{\Theta}_i = \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{P}$ และ $\mathbf{w}_t = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}_t$ ซึ่ง VAR ที่ถูกประมาณค่านี้มีลักษณะ under identified ทำให้ต้องใส่ข้อจำกัดเพิ่มขึ้นไปอีก เพื่อที่จะ identify impulse responses ได้ และข้อจำกัดสำหรับ identification ก็คือการใช้ Choleski decomposition ซึ่งก็คือการกำหนดให้พจน์ต่างๆ ที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ เท่ากับศูนย์ (upper triangular matrix) และเงื่อนไขที่กำหนดโดย Choleski Decomposition จะบอกถึงการเรียงลำดับ (ordering) ของตัวแปร ว่าตัวแปรใดมีผลทางตรงต่อตัวแปรอื่นๆ มากที่สุดจะอยู่ในลำดับสุดท้าย ถัดขึ้นมาเป็นตัวแปรที่มีผลทางตรงต่อตัวแปรอื่นๆ ในจำนวนที่ลดหลั่นกัน และเซตของสัมประสิทธิ์ $\boldsymbol{\Theta}_i$ คือ impulse response functions เช่น $\boldsymbol{\Theta}_{jk}(i)$ คือการตอบสนองของ period ที่ i ของตัวแปร j เมื่อเกิด shock ในค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปร k เมื่อตัวแปรอื่นคงที่ ดังนั้นผลรวมของผลกระทบที่เกิดขึ้นจาก shock ของตัวแปร k สามารถประมาณได้จากค่าสัมประสิทธิ์ใน impulse response function

การวิเคราะห์การตอบสนองต่อความแปรปรวนนี้เป็นการพิจารณาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันต่อตัวแปรเศรษฐกิจมหภาคในช่วงระยะเวลาหนึ่ง ดังนั้นถ้าจะพิจารณาผลกระทบสะสมของตัวแปรเศรษฐกิจมหภาคจากการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันต้องพิจารณาจากการวิเคราะห์ผลกระทบสะสมของการตอบสนองต่อความแปรปรวน

4.3.3. วิเคราะห์ผลกระทบสะสมของการตอบสนองต่อความแปรปรวน

(Cumulative impulse response functions: CIRFs)

จากสมการการประมาณค่า simple impulse response functions

$$\hat{\Phi}_i = \sum_{j=1}^i \hat{\Phi}_{i-j} \hat{A}_j \quad (24)$$

โดยที่ $\hat{A}_j = 0_K$ สำหรับ $j > p$

ดังนั้นผลกระทบสะสมของ impulse response functions สำหรับระยะเวลาที่ n period คือ สมการ (25)

$$\hat{\Psi}_n = \sum_{i=0}^n \hat{\Phi}_i \quad (25)$$

การวิเคราะห์ผลกระทบของการตอบสนองต่อความแปรปรวน และการวิเคราะห์ผลกระทบสะสมของการตอบสนองต่อความแปรปรวนเป็นการศึกษาถึงผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันต่อระบบเศรษฐกิจมหภาค แต่ถ้าจะพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรว่ามีสัดส่วนมาจากการเปลี่ยนแปลงตัวแปรใดบ้างในแบบจำลองต้องพิจารณาจากการวิเคราะห์การแยกส่วนของความแปรปรวนในอันดับต่อไป

4.3.4 การวิเคราะห์การแยกส่วนของความแปรปรวน

(Variance decomposition)

การวิเคราะห์แยกส่วนของความแปรปรวนเป็นวิธีที่ทำให้สามารถแยกได้ว่าสัดส่วนของข้อมูลที่ได้จากแบบจำลอง VAR นั้น มาจากการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจากตัวเองหรือได้รับผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการส่งผ่านของตัวแปรอื่นๆในแบบจำลอง

จากสมการ h - step forecast error สามารถเขียนได้ดังสมการ (26) คือ

$$y_{t+h} - \hat{y}_t(h) = \sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i u_{t+h-i} \quad (26)$$

โดยที่ y_{t+h} คือ ค่าสังเกตที่เวลา t+h
 $\hat{y}_t(h)$ คือ h - step-ahead predicted value ของ y_{t+h} ที่เวลา t
 u_t คือ disturbance

ดังนั้นต้องใช้เมตริกซ์ P ซึ่งก็คือ $\Sigma = PP'$ ในการไป orthogonalized ตัวแปร u_t ให้อยู่ในรูป $w_t = P^{-1}u_t$ ดังสมการ (27)

$$\begin{aligned} y_{t+h} - \hat{y}_t(h) &= \sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i PP^{-1} u_{t+h-i} \\ y_{t+h} - \hat{y}_t(h) &= \sum_{i=0}^{h-1} \Theta_i w_{t+h-i} \end{aligned} \quad (27)$$

ถ้าให้ $\theta_{mn,i}$ คือ สมาชิกแถวที่ m ลำดับที่ n ของ Θ_i จะสามารถเขียน h - step forecast error ของตัวแปร j ของ $\mathbf{y}_t$ ได้ดังสมการ (28) คือ

$$\begin{aligned} y_{t+h} - \hat{y}_t(h) &= \sum_{i=0}^{h-1} \theta_{j1,i} w_{1,t+h-i} + \dots + \theta_{jK,i} w_{K,t+h-i} \\ y_{t+h} - \hat{y}_t(h) &= \sum_{k=0}^{h-1} \theta_{jk,0} w_{k,t+h} + \dots + \theta_{jk,h-1} w_{k,t+1} \end{aligned} \quad (28)$$

ดังนั้นสามารถเขียน mean squared error (MSE) ของการพยากรณ์ของตัวแปร j ที่ horizon h ในเทอมของ $\mathbf{w}_t$ ดังสมการที่ (29) คือ

$$E\left[\left\{y_{j,t+h} - \hat{y}_{j,t}(h)\right\}^2\right] = \sum_{k=1}^K (\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2) \quad (29)$$

ผลรวมของสมาชิกที่ (j,k) สามารถเขียนดังสมการ (30) คือ

$$(\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2) = \sum_{i=0}^{h-1} (\mathbf{e}'_j \Theta_i \mathbf{e}_k)^2 \quad (30)$$

ถ้าให้ $\mathbf{e}_i$ คือคอลัมที่ i ของ $\mathbf{I}_K$ ดังนั้นสามารถ normalize โดย forecast error ของตัวแปรที่ j ที่ $t+h$ ดังสมการ (31) คือ

$$w_{jk,h} = \frac{\sum_{i=0}^{h-1} (\mathbf{e}'_j \Theta_i \mathbf{e}_k)^2}{\text{MSE}[y_{j,t}(h)]} \quad (31)$$

โดยที่ $\text{MSE}[y_{j,t}(h)] = \sum_{i=0}^{h-1} \sum_{k=1}^K \theta_{jk,i}^2$

สัดส่วนตัวเลขที่คำนวณได้จากสมการ (31) จะทำให้ทราบถึงอิทธิพลที่ตัวแปรภายในตัวหนึ่งจะมาจากตัวแปรภายในอื่นๆ ในสัดส่วนเท่าใด ซึ่งหากค่าสัดส่วนของตัวเลขดังกล่าวยิ่งสูงขึ้นมากเท่าไรแสดงว่าตัวแปรนั้นจะมีความสำคัญในการอธิบายการเคลื่อนไหวของตัวแปรอื่นๆ มากขึ้นเท่านั้น