

## รายการอ้างอิง

- [1] Ministry of Public Health. Burden of disease and injuries in Thailand: priority setting for policy. Nonthaburi: Thai Working Group on Burden of Disease and Injuries. Ministry of Public Health 1 (2002): 14–16.
- [2] The Stroke Center at Barnes-Jewish Hospital and Washington University School of Medicine. The internet stroke center [Online]. 2008. Available from : <http://www.strokecenter.org/patients/stats.html>
- [3] Surachai Khaoroptham, M.D. Collective review carotid artery stenosis [Online]. 2008. Available from : <http://www.md.chula.ac.th/surgery/collective/pps/20031218.pps>
- [4] Arbeille P., Bouin-Pineau M. H., and Herault S., Accuracy of the main Doppler methods for evaluating the degree of carotid (continuous wave, pulsed wave, and color Doppler). Ultrasound in Medicine and Biology 25, 1 (January 1999): 65–73
- [5] Allott C. P., Barry C. D., Pickford R., and Waterton J. C., Volumetric assessment of carotid artery bifurcation using freehand-acquired, compound 3-D ultrasound. The British Journal of Radiology 72 (March 1999): 289–292.
- [6] Barratt D. C., Ariff B. B., Humphries K. N., Thom S. A. M., and Hughes A. D., Reconstruction and quantification of the carotid artery bifurcation from 3-D ultrasound images. IEEE Transactions on Medical Imaging 23, 5 (May 2004): 567–583.
- [7] Nelson T. R., and Pretorius D. H., Three-dimensional ultrasound imaging. Ultrasound in Medicine and Biology 24, 9 (1998): 1243–1270.
- [8] Sanches J. M., Marques J. S., Pinto F., and Ferreira P. J., A 3D Ultrasound System for Medical Diagnosis. Pattern Recognition and Image Analysis 2652 (2003): 893–901.
- [9] Sanches J. M., and Marques J. S., A rayleigh reconstruction/interpolation algorithm for 3-d ultrasound. Pattern Recognition Letters 21, 10 (September 2000): 917–926.
- [10] José-Estépar R. S., Martín-Fernández M., Caballero-Martínez P. P., Alberola-López C., and Ruiz-Alzola J., A theoretical framework to three-dimensional ultrasound

- reconstruction from irregularly sampled data. Ultrasound in Medicine and Biology 29, 2 (February 2003): 255–269.
- [11] Housden R. J., Gee A. H., Treece G. M., and Prager R. W., Sensorless reconstruction of unconstrained freehand 3-d ultrasound data. Ultrasound in Medicine and Biology 33, 9 (March 2007): 408–419.
- [12] Fenster A., and Downey D. B., 3-d ultrasound imaging: A review. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine 15, 6 (November 1996): 41–51.
- [13] Abbott J. G., and Thurstone F. L., Acoustic speckle: theory and experimental analysis. Ultrasonic Imaging 1, 4 (October 1979): 303–324.
- [14] Canny J., A computational approach to edge detector. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 8(6) (November 1986): 679–698.
- [15] Rohling R. N., Gee A. H., and Berman L., A comparison of freehand three-dimensional ultrasound reconstruction techniques. Medical Image Analysis 3, 4 (December 1999): 339–359.
- [16] Prager R. W., and Rohling R., Gee A., Berman L., Rapid calibration for freehand ultrasound. Ultrasound in Medicine and Biology 24, 6 (July 1998): 855–869.
- [17] McCann H. A., Sharp J. C., Kinter T. M., McEwan C. N., Barillot C., and Greenleaf J. F., Multidimensional ultrasonic imaging for cardiology. Proceedings of the IEEE 76, 9 (September 1988): 1063–1073.
- [18] Barry C. D., Allott C. P., John N. W., Mellor P. M., Arundel P. A., Thomson D. S., and Waterton J. C., Three-dimensional freehand ultrasound: image reconstruction and volume analysis. Ultrasound in Medicine and Biology 23, 8 (1997): 1209–1224.
- [19] Huang Q. H., and Zheng Y. P., Volume reconstruction of freehand three-dimensional ultrasound using median filters. Ultrasonics 48, 3 (July 2008): 182–192.
- [20] Huang Q. H., Lu M. H., Zheng Y. P., and Chi Z. R., Speckle suppression and contrast enhancement in reconstruction of freehand 3D ultrasound images using an adaptive distance-weighted method. Applied Acoustics 70, 1 (January 2009): 21–30.
- [21] Savitzky A., and Golay M. J. E., Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedure. Analytical Chemistry 36, 8 (July 1964): 1627–1639.

- [22] Bamber J. and Daft C., Adaptive filtering for reduction of speckle in ultrasound pulse-echo images. Ultrasonics 24, 1 (January 1986): 41–44.
- [23] Loupas T., McDicken W., and Allen P., An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasound images. IEEE Transactions on Circuits and Systems 36, 1 (January 1989): 129–135.
- [24] Huang W., and Zheng Y., MMSE reconstruction for 3D freehand ultrasound imaging. International Journal of Biomedical Imaging 1, 3 (March 2008): 1–8.
- [25] Evans A. N. and Nixon M. S., Mode filtering to reduce ultrasound speckle for feature extraction. IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing 142, 2 (April 1995): 87–94.
- [26] Chinrungrueng C., and Suvichakorn A., Fast edge preserving noise reduction for ultrasound images. IEEE Transactions on Nuclear Science 48, 3 (June 2001): 849–854.
- [27] Chinrungrueng C., and Toonkum P., Directional Savitzky-Golay Filters for Real-Time Speckle Reduction and Coherence Enhancement of Medical Ultrasound Images. TENCON 2004. 2004 IEEE Region 10 Conference 1 (November 2004): 163–166.
- [28] Tikhonov A. N., and Arsenin V. Y., *Solution of Ill-posed Problems*, Winston & Sons, Washington, 1977.
- [29] Engl H. K., Hanke M., and Neubauer A., Regularization of Inverse Problems. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [30] Toonkum P., Boonvisut P., and Chinrungrueng C., Real-time speckle reduction of ultrasound images based on regularized Savitzky-Golay filters. The 2<sup>nd</sup> International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering, 2008. ICBBE 2008. 1 (May 2008): 2311–2314.
- [31] Wagner R. F., Smith S. W., Sandrik J. M., and Lopez H., Statistics of speckle in ultrasound b-scans. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics 30, 3 (May 1983): 156–163.
- [32] Foley J. D., Dam A. V., Feiner S. K., and Hughes J. F., Computer Graphics: Principle and Practice, 2<sup>nd</sup> edition. USA: Addison-Wesley Publishing company, Inc., 1995.

- [33] Duda R. O., Hart P. E., and Stork D. G., Pattern Classification. 2<sup>nd</sup> edition. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [34] Krissian K., Westin C. F., Kikinis R., and Vosburgh K. G., Oriented speckle reducing anisotropic diffusion. IEEE Transactions on Image Processing 16, 5 (May 2007): 1412–1424.
- [35] Gorry P. A., General least-squares smoothing and differentiation of nonuniformly spaced data by the convolution method. Analytical Chemistry 63, 5 (March 1991): 534–536.
- [36] Pavlidis T. and Liow Y.-T., Integrating region growing and edge detection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 12, 3 (March 1990): 225–233.
- [37] Abd-Elmoniem K. Z., Youssef A., and Kadah Y., Real-time speckle reduction and coherence enhancement in ultrasound imaging via nonlinear anisotropic diffusion. IEEE Transactions on Biomedical Engineering 49, 9 (September 2002): 997-1014.
- [38] Gonzalez R. C., and Woods R. E., Digital Image Processing. 2<sup>nd</sup> edition. USA: Prentice-Hall, Inc., 2002.

ภาคผนวก  
(Appendices)

ภาคผนวก ก  
(Appendix A)

## ภาคผนวก ก

### สัญญาณรบกวนแบบจุดในภาพอัลตราซาวนด์ (Speckle Noise in Ultrasound Images)

สัญญาณรบกวนหลักในภาพอัลตราซาวนด์เป็นสัญญาณรบกวนแบบจุด (Speckle noise) อันเป็นปรากฏการณ์สุ่มซึ่งเกิดจากการรบกวนกันระหว่างคลื่นอัลตราซาวนด์ที่สะท้อนกลับจากตัวสะท้อน (Scatterers) เล็ก ๆ ที่กระจัดกระจายอยู่ทั่วไปในเนื้อเยื่อ สัญญาณรบกวนดังกล่าวมีการแจกแจงแบบเรย์ลี (Rayleigh distribution) เนื่องจากสมมุติฐานที่ว่าผลรวมแบบเฟสเซอร์ของคลื่นที่สะท้อนกลับจากตัวสะท้อนนั้นมีการแจกแจงร่วม (Joint distribution) ของค่าจริง  $X_r$  และค่าจินตภาพ  $X_i$  เป็นแบบเกาส์ (Gaussian) ตามหลักการของทฤษฎีบทขีดจำกัดสู่ศูนย์กลาง (Central limit theorem) ดังสมการ

$$p_{X_r, X_i}(X_r, X_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{X_r^2 + X_i^2}{2\sigma^2}\right), \quad (\text{ก.1})$$

เมื่อ  $\sigma^2$  เป็นค่าแปรปรวนของ  $X_r$ , และ  $X_i$ , การแปลงผลรวมแบบเฟสเซอร์ของคลื่นสะท้อนดังกล่าวมาเป็นความเข้มในภาพอัลตราซาวนด์จะใช้เพียงขนาดของผลรวมและละเลยเฟสของผลรวมนั้นไป ดังนั้นการแจกแจงของความเข้มเนื่องจากตัวสะท้อน  $X = \sqrt{X_r^2 + X_i^2}$  จึงกลายเป็นแบบเรย์ลี [0]

$$p_X(X) = \begin{cases} \frac{X}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{X^2}{2\sigma^2}\right), & X > 0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (\text{ก.2})$$

โดยความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลี  $\sigma^2$  นั้นขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยตามความสัมพันธ์

$$\sigma^2 = \mu^2 \frac{(4-\pi)}{\pi}, \quad (\text{ก.3})$$

และผลกระทบของสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลีต่อค่าความเข้มของภาพจะเป็นแบบคูณ [0] ตามสมการ

$$f_X = \bar{f}_X \times N_{\text{Rayleigh}, X}, \quad (\text{ก.4})$$

เมื่อ  $\bar{f}_X$  คือค่าความเข้มของภาพต้นแบบ,  $N_{\text{Rayleigh}, X}$  คือสัญญาณรบกวนที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลีตามสมการที่ (ก.2) และ  $f_X$  คือความเข้มของภาพที่ได้หลังการคูณ โดยความมากมายของ

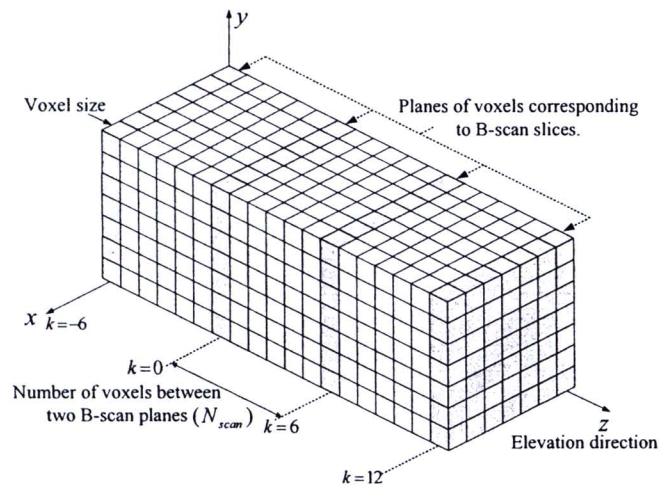
สัญญาณรบกวนแบบจุดจะวัดจากจำนวนของตัวสะท้อนต่อความละเอียดเซลล์ (Number of Scatterers per Resolution) หรือที่เรียกกันว่าความหนาแน่นของตัวสะท้อน (Scatterers Number Density : SND) ซึ่งถ้า SND ที่วัดได้มีค่าอยู่ในช่วง  $SND > 10$  จะทำให้ย่านดังกล่าวเป็นย่านที่ทำให้เกิดรูปแบบของสัญญาณรบกวนแบบจุดอย่างเต็มที่ (Fully Formed Speckle : FFS) แต่ถ้า SND มีค่าอยู่ในช่วง  $SND < 10$  จะทำย่านดังกล่าวเป็นย่านที่ทำให้เกิดรูปแบบการกระจายของสัญญาณรบกวนแบบจุดอย่างไม่เป็นแบบสุ่มในระดับวิถีไกล (Nonrandomly distributed with long-range order : NRLR) [0]

ภาคผนวก ข  
(Appendix B)

## ภาคผนวก ข

### การทำงานแบบวนของวงจรรองชาวิสกี้-โกเลย์

จากคุณลักษณะของของชุดภาพที่บันทึกได้บนพื้นฐานของการสแกนแบบเชิงเส้นทางกล ดังแสดงในรูปที่ ข.1 จะเห็นได้ว่าแต่ละสไลซ์ของภาพปัสแกนเมื่อนำไปบรรจุในระบบพิกัดเชิงปริมาตรซึ่งระบุด้วยว็อกเซลสี่เหลี่ยมจะมีลักษณะที่ขนานกันและมีระยะห่างของแต่ละสไลซ์ที่เท่ากัน โดยในรูปจะเห็นว่า ทุกๆ ระยะห่างขนาด  $N_{scan}$  เพียงเท่านั้นที่จะมีข้อมูลของชุดภาพปัสแกนที่บันทึกได้ โดยมีพิกัดของแต่ละว็อกเซล  $v$  คือ  $(i, j, k)$  เมื่อ  $i$  มีค่าในช่วง  $\dots, -1, 0, 1, \dots$   $j$  มีค่าในช่วง  $\dots, -1, 0, 1, \dots$  และ  $k$  มีค่าในช่วง  $\dots, -1, 0, 1, \dots$  ยิ่งไปกว่านั้นจะเห็นได้ว่าความละเอียดของชุดภาพปัสแกนที่บรรจุในระบบพิกัดเชิงปริมาตรจะมีความละเอียดในทิศทางเอเลลิเวชันหรือทิศทางในแนวแกน  $z$  ที่น้อยกว่าความละเอียดภายในภาพปัสแกนอยู่  $N_{scan}$  เท่าทำให้เราต้องทำการประมาณค่าในช่วงข้อมูลที่ขาดหายไปจำนวน  $N_{scan} - 1$  สไลซ์ระหว่างสองภาพปัสแกนใดๆ ที่บันทึกได้



รูปที่ ข.1 ระบบพิกัดเชิงปริมาตรที่ใช้ในการสร้างกลับภาพอัลตราซาวนด์สามมิติจากชุดภาพปัสแกนที่บันทึกได้ด้วยโพรบสามมิติที่มีการสแกนแบบเชิงเส้นทางกล

สมมุติในขนาดของว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง (Voxel Neighborhood :  $V_{\{i,j,k\}}$ ) มีค่าเท่ากับ  $13 \times 13 \times 13$  ว็อกเซลเมื่อ  $(m, n, o)$  คือพิกัดของตำแหน่งข้อมูลในว็อกเซลบริเวณใกล้เคียงในทิศทางของ  $(x, y, z)$  ตามลำดับ ตารางที่ ข.1 สรุปตำแหน่งของข้อมูลภาพปัสแกนที่อยู่ในว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง  $V_{\{i,j,k\}}$  ในทิศทางเอเลลิเวชันโดยจะเห็นได้ว่าทุกๆ ระยะห่าง  $N_{scan}$  ของตำแหน่งศูนย์กลางของว็อกเซลบริเวณใกล้เคียงในแนวเอเลลิเวชัน  $k$  จะมีค่ากลับมาเท่าเดิมเช่นที่ตำแหน่ง

ตารางที่ ข.1 ลักษณะการวนของตำแหน่งข้อมูลภาพปัสแกนที่อยู่ในว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง

$V_{\{i,j,k\}}$  ในทิศทางเอลลิเวชัน

| ตำแหน่งศูนย์กลางของว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง<br>ในแนวเอลลิเวชัน $k$ เท่ากับ | ตำแหน่งของชุดภาพปัสแกนในแนวเอลลิเวชัน<br>$o$ , ที่จะถูกนำมาช่วยใช้ในการสร้างกลับใน<br>พิกัดของตำแหน่งข้อมูลในว็อกเซลบริเวณ<br>ใกล้เคียง $V_{\{i,j,k\}}$ |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| -6                                                                       | -6, 0, 6                                                                                                                                                |
| -5                                                                       | -1, 5                                                                                                                                                   |
| -4                                                                       | -2, 4                                                                                                                                                   |
| -3                                                                       | -3, 3                                                                                                                                                   |
| -2                                                                       | -4, 2                                                                                                                                                   |
| -1                                                                       | -5, 1                                                                                                                                                   |
| 0                                                                        | -6, 0, 6                                                                                                                                                |
| 1                                                                        | -1, 5                                                                                                                                                   |
| 2                                                                        | -2, 4                                                                                                                                                   |
| 3                                                                        | -3, 3                                                                                                                                                   |
| 4                                                                        | -4, 2                                                                                                                                                   |
| 5                                                                        | -5, 1                                                                                                                                                   |
| 6                                                                        | -6, 0, 6                                                                                                                                                |
| 7                                                                        | -1, 5                                                                                                                                                   |
| 8                                                                        | -2, 4                                                                                                                                                   |



ศูนย์กลางของว็อกเซลบริเวณใกล้เคียงในแนวเอลลิเวชัน  $k$  เท่ากับ -6, 0, 6 จะมีตำแหน่งของชุดภาพปัสแกนในแนวเอลลิเวชัน  $o$ , ที่จะถูกนำมาช่วยใช้ในการสร้างกลับในพิกัดของตำแหน่งข้อมูลในว็อกเซลบริเวณใกล้เคียงที่ตำแหน่ง -0, 0 และ 6 ส่วนที่ตำแหน่ง  $k$  เท่ากับ -5, 1 และ 7 จะมีค่า  $o$ , เท่ากับ -1 และ 5 และจะมีลักษณะการวนค่าตำแหน่งในแนวเอลลิเวชันเช่นนี้ไปเรื่อยๆ ดังนั้น เราสามารถเขียนระบุตำแหน่งของชุดภาพปัสแกนในแนวเอลลิเวชัน  $o$ , ที่จะถูกนำมาช่วยใช้ในการสร้างกลับในพิกัดของตำแหน่งข้อมูลในว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง  $V_{\{i,j,k\}}$  ด้วยฟังก์ชันซึบออก  $I_{\{i,j,k\}}(m,n,o)$  ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$I_{\{i,j,k\}}(m,n,o) = \begin{cases} 1, & \text{if } \phi_{\{i,j,k\}}(o) = 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(ข.1)

โดย  $\phi_{\{i,j,k\}}$  เป็นฟังก์ชันของเลขจำนวนเต็มมีค่าเท่ากับ

$$\phi_{\{i,j,k\}}(o) = |k + o| \bmod N_{SCAN}, \tag{ข.2}$$

เมื่อ  $o \in [-O:O]$ . จากสมการที่ (ข.1) และ (ข.2) แสดงให้เห็นว่าเมื่อ  $k$  มีค่าในช่วง  $\dots, -1, 0, 1, \dots$  และสมมุติให้ค่า  $o$ , มีค่าในช่วง  $-6, \dots, 0, \dots, 6$  และ  $N_{scan}$  มีค่าเท่ากับ 6 และจากคุณสมบัติเฉพาะทางของฟังก์ชัน modulo ที่มีลักษณะการให้ค่าผลลัพธ์แบบวนแล้วจะทำให้เราสามารถเขียนสรุปฟังก์ชันที่บอกในสมการที่ (ข.1) ขึ้นมาใหม่ได้ดังสมการ

$$I_{\{i,j,k\}}(m,n,o) = I_{\sigma(k)}(o), \tag{ข.3}$$

เมื่อ  $\sigma(k) = k \bmod N_{SCAN}$ , ผลการทำงานของฟังก์ชันดังกล่าวข้างต้นสามารถเขียนแสดงผลได้ดังตารางที่ ข.2 ด้านล่าง

ตารางที่ ข.2 ลักษณะการวนของว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง  $V_{\{i,j,k\}}$  ในทิศทางเอลลิพซัน

| $k$ | $o$                                          | $\phi_{\{i,j,k\}}(o) =  k + o  \bmod N_{SCAN},$ | ตำแหน่งของ $o$ ที่ทำให้ $\phi_{\{i,j,k\}}(o) = 0$ | $\sigma(k) = k \bmod N_{SCAN},$ |
|-----|----------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------|
| -6  | -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. | 0, 5, 4, 3, 2, 1, <u>0</u> , 5, 4, 3, 2, 1, 0   | -6, 0, 6                                          | 0                               |
| -5  |                                              | 5, 4, 3, 2, 1, 0, <u>5</u> , 4, 3, 2, 1, 0, 1   | -1, 5                                             | 1                               |
| -4  |                                              | 4, 3, 2, 1, 0, 5, <u>4</u> , 3, 2, 1, 0, 1, 2   | -2, 4                                             | 2                               |
| -3  |                                              | 3, 2, 1, 0, 5, 4, <u>3</u> , 2, 1, 0, 1, 2, 3   | -3, 3                                             | 3                               |
| -2  |                                              | 2, 1, 0, 5, 4, 3, <u>2</u> , 1, 0, 1, 2, 3, 4   | -4, 2                                             | 4                               |
| -1  |                                              | 1, 0, 5, 4, 3, 2, <u>1</u> , 0, 1, 2, 3, 4, 5   | -5, 1                                             | 5                               |
| 0   |                                              | 0, 5, 4, 3, 2, 1, <u>0</u> , 5, 4, 3, 2, 1, 0   | -6, 0, 6                                          | 0                               |
| 1   |                                              | 5, 4, 3, 2, 1, 0, <u>5</u> , 4, 3, 2, 1, 0, 1   | -1, 5                                             | 1                               |
| 2   |                                              | 4, 3, 2, 1, 0, 5, <u>4</u> , 3, 2, 1, 0, 1, 2   | -2, 4                                             | 2                               |
| 3   |                                              | 3, 2, 1, 0, 5, 4, <u>3</u> , 2, 1, 0, 1, 2, 3   | -3, 3                                             | 3                               |
| 4   |                                              | 2, 1, 0, 5, 4, 3, <u>2</u> , 1, 0, 1, 2, 3, 4   | -4, 2                                             | 4                               |
| 5   |                                              | 1, 0, 5, 4, 3, 2, <u>1</u> , 0, 1, 2, 3, 4, 5   | -5, 1                                             | 5                               |
| 6   |                                              | 0, 5, 4, 3, 2, 1, <u>0</u> , 5, 4, 3, 2, 1, 0   | -6, 0, 6                                          | 0                               |
| 7   |                                              | 5, 4, 3, 2, 1, 0, <u>5</u> , 4, 3, 2, 1, 0, 1   | -1, 5                                             | 1                               |
| 8   |                                              | 4, 3, 2, 1, 0, 5, <u>4</u> , 3, 2, 1, 0, 1, 2   | -2, 4                                             | 2                               |

จากสมการที่ (ข.3) และผลที่ได้ในตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันชั๊บออกในสมการที่ (ข.3) เป็นฟังก์ชันที่ค่าดัชนีขึ้นอยู่กับค่า  $\sigma(k)$  ซึ่งให้ค่าที่มีลักษณะแบบวนดังแสดงในคอลัมน์สุดท้ายของตารางที่ ข.2 ทำให้เราสามารถสร้างรูปแบบของฟังก์ชันชั๊บออกได้เป็น  $N_{scan}$  ชุดที่แตกต่างกัน ส่งผลทำให้เราสามารถนำฟังก์ชันชั๊บออกจำนวน  $N_{scan}$  ชุดที่แตกต่างกันนี้ไปคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองขาวีสกี-โกเลย์แบบวนในกรรมวิธีล่วงหน้าจำนวน  $N_{scan}$  ชุดสำหรับนำไปใช้ในการสร้างกลับภาพอัลตราซาวนด์สามมิติจากชุดภาพบีสแกนที่บันทึกได้บนพื้นฐานของการสแกนแบบเชิงเส้นทางกล

ภาคผนวก ค  
(Appendix C)

## ภาคผนวก ค

การแบ่งกลุ่มของฟังก์ชันชี้บอก  $I_{\{i,j,k\}}$  ออกเป็น  $N_{SCAN}$  กลุ่มที่แตกต่างกัน  
(Partition of Indicator Function  $I_{\{i,j,k\}}$  into  $N_{SCAN}$  Distinct Groups)

พิจารณาแถวลำดับของว็อกเซลสามมิติ (3-D voxel array)  $v$  ที่มีดัชนีบอกตำแหน่งคือ  $(i, j, k)$  และกำหนดให้ว็อกเซลบริเวณใกล้เคียง (Voxel neighborhood)  $V_{\{i,j,k\}}$ , มีค่าเท่ากับ

$$V_{\{i,j,k\}} = \{ v(i+m, j+n, k+o) \}, \quad (ข.1)$$

เมื่อ  $m = \{-M : M\}$ ,  $n = \{-N : N\}$ , และ  $o = \{-O : O\}$ .

กำหนดให้  $I_{\{i,j,k\}}$  คือฟังก์ชันชี้บอกซึ่งนิยามบนว็อกเซลบริเวณ  $V_{\{i,j,k\}}$ , เขียนได้ดังสมการ

$$I_{\{i,j,k\}}(m, n, o) = \begin{cases} 1, & \text{if } \phi_{\{i,j,k\}}(o) = 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (ข.2)$$

โดยที่  $\phi_{\{i,j,k\}}$  คือฟังก์ชันระบุค่าจำนวนเต็ม (Integer-valued function) นิยามโดย

$$\phi_{\{i,j,k\}}(o) = |k + o| \bmod N_{SCAN}, \quad (ข.3)$$

เมื่อ  $o \in [-O : O]$ .

ให้  $k$  และ  $\tilde{k}$  คือเลขจำนวนเต็มค่าใดๆ และ  $o$  คือเลขจำนวนเต็มซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง  $[-O : O]$ . จากนิยามที่ได้กำหนดไว้ในข้างต้นนี้ทำให้เราสามารถพิสูจน์โดยใช้พื้นฐานทางคุณลักษณะแบบวน (Cyclic characteristic) ของฟังก์ชันมอดุโล (Modulo) ได้ดังต่อไปนี้

$$|k + o| \bmod N_{SCAN} = |(k + \tilde{k}N_{SCAN}) + o| \bmod N_{SCAN}. \quad (ข.4)$$

จะเห็นได้ว่าด้านซ้ายมือของสมการ (ข.4) คือนิยามของฟังก์ชัน  $\phi_{\{i,j,k\}}$  ในสมการที่ (ข.3), ส่วนทางด้านขวามือของสมการ (ข.4) คือการนิยามฟังก์ชัน  $\phi_{\{i,j,k+\tilde{k}N_{SCAN}\}}$ , สมการที่ (ข.4) ข้างต้นนี้แสดงให้เห็นว่าค่าของฟังก์ชัน  $\phi_{\{i,j,k\}}$  และฟังก์ชัน  $\phi_{\{i,j,k+\tilde{k}N_{SCAN}\}}$  จะมีค่าเท่ากันสำหรับทุกๆ ค่า  $o$  ใดๆ นอกจากนั้นเรายังสามารถสรุปได้ว่า  $\phi_{\{i,j,k\}}$  เป็นฟังก์ชันรายคาบที่ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์  $k$  และมีคาบหลักมูล (Fundamental period) เท่ากับ  $N_{SCAN}$ .

จากความจริงที่ว่าฟังก์ชันซึบออก  $I_{\{i,j,k\}}$  จะถูกนิยามอย่างสมบูรณ์ด้วยฟังก์ชัน  $\phi_{\{i,j,k\}}$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันรายคาบที่ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์  $k$  และเป็นอิสระกับ  $i$ , และ  $j$ , ดังนั้นเราจึงสรุปได้ว่า

$$I_{\{i,j,k\}} = I_{\{i',j',(k+\tilde{k}N_{SCAN})\}}, \quad (ข.5)$$

สำหรับทุกค่าดัชนี  $i, i', j, j', k$ , และ  $\tilde{k}$ . สมการที่ (ข.5) ในข้างต้นทำให้เราสามารถแบ่งกลุ่มฟังก์ชันซึบออก  $I_{\{i,j,k\}}$  ที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่ง  $\{i,j,k\}$  ออกเป็น  $N_{SCAN}$  กลุ่มที่แตกต่างกันออกไปได้เป็น  $I_0, \dots, I_\kappa, \dots, I_{(N_{SCAN}-1)}$  โดยที่  $I_\kappa$  สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$I_\kappa(o) = \begin{cases} 1, & \text{if } |\kappa + o| \bmod N_{SCAN} = 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (ข.6)$$

เมื่อ  $\kappa \in \{0, 1, \dots, (N_{SCAN} - 1)\}$ . จะสังเกตได้ว่าเราเขียนแสดงเฉพาะค่าอาร์กิวเมนต์ของฟังก์ชันซึบออก  $I_\kappa$  ด้วย  $(o)$  แทนที่จะแสดงด้วย  $(m, n, o)$  เนื่องจากค่าของฟังก์ชันซึบออก  $I_\kappa$  นั้นเป็นอิสระต่อไปค่าอาร์กิวเมนต์  $m$ , และ  $n$ .

ยิ่งไปกว่านั้นกลุ่มของ  $I_\kappa$  ซึ่งใช้เป็นตัวแทนระบุแต่ละฟังก์ชันซึบออก  $I_{\{i,j,k\}}$  สามารถนำมาเขียนระบุด้วยฟังก์ชันระบุค่าจำนวนเต็ม  $\sigma$  ซึ่งนิยามได้ดังสมการ

$$\sigma(k) = k \bmod N_{SCAN}, \quad (ข.7)$$

เมื่อ  $k$  มีค่าในช่วง  $\dots, -1, 0, 1, \dots$  และฟังก์ชัน  $\sigma$  ดังกล่าวนี้อย่างทำให้เราสามารถเขียนสรุปได้ว่า

$$I_{\{i,j,k\}}(m, n, o) = I_{\sigma(k)}(o), \quad (ข.8)$$

สำหรับทุกๆ ค่า  $m = \{-M : M\}$ ,  $n = \{-N : N\}$ , และ  $o = \{-O : O\}$ .

ภาคผนวก ง  
(Appendix D)

## ภาคผนวก ง

การแบ่งกลุ่มของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $\mathbf{W}_{\sigma(k)}$  ออกเป็น  $N_{SCAN}$  กลุ่มที่แตกต่างกัน (Partition of Weight Matrix  $I_{(i,j,k)}$  into  $N_{SCAN}$  Distinct Groups)

กำหนดให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักแบบทแยง  $\mathbf{W}_{\sigma(k)}$  สามารถเขียนได้ให้อยู่ในรูปของสมการ

$$\mathbf{W}_{\sigma(k)} = \text{diag}\{ I_{\sigma(k)}(o(t)) ; t=1, \dots, (2M+1)(2N+1)(2O+1) \}. \quad (\text{ค.1})$$

สำหรับค่าจำนวนเต็ม  $k$ , และ  $\tilde{k}$  ใดๆ เราจะกำหนดเมตริกซ์  $\mathbf{W}_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})}$  โดยอ้างอิงจากสมการ (ค.1) ข้างต้นใหม่ได้ดังนี้

$$\mathbf{W}_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})} = \text{diag}\{ I_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})}(o(t)) ; t=1, \dots, (2M+1)(2N+1)(2O+1) \}. \quad (\text{ค.2})$$

จากความจริงที่ว่าฟังก์ชันซับอก  $I_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})}$  และ  $I_{\sigma(k)}$  จะมีค่าเท่ากันเนื่องจากมีคุณลักษณะแบบวนของฟังก์ชัน  $\sigma$  ดังที่ได้อธิบายในภาคผนวก ก ดังนั้นเราจะแทนที่  $I_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})}$  ในสมการที่ (ค.2) ด้วย  $I_{\sigma(k)}$  และสามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ

$$\mathbf{W}_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})} = \text{diag}\{ I_{\sigma(k)}(o(t)) ; t=1, \dots, (2M+1)(2N+1)(2O+1) \}. \quad (\text{ค.3})$$

และเนื่องจากด้านขวามือของสมการที่ (ค.1) และ (ค.3) มีค่าเท่ากันดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่า

$$\mathbf{W}_{\sigma(k+\tilde{k}N_{SCAN})} = \mathbf{W}_{\sigma(k)}. \quad (\text{ค.4})$$

นอกจากนั้นรูปแบบของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักในสมการที่ (ค.4) ยังเป็นฟังก์ชันรายคาบที่ขึ้นอยู่กัค่าพารามิเตอร์  $k$  และมีคาบหลักมูลเท่ากับ  $N_{SCAN}$ . ดังนั้นเราจึงสามารถแบ่งกลุ่มเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $\mathbf{W}_{\sigma(k)}$  ออกเป็น  $N_{SCAN}$  กลุ่มที่แตกต่างกันออกไปได้เป็น  $\mathbf{W}_0, \dots, \mathbf{W}_\kappa, \dots, \mathbf{W}_{(N_{SCAN}-1)}$  โดยที่  $\mathbf{W}_\kappa$  สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\mathbf{W}_\kappa = \text{diag}\{ I_\kappa(o(t)) ; t=1, \dots, (2M+1)(2N+1)(2O+1) \}, \quad (\text{ค.5})$$

โดย  $\kappa \in \{0, \dots, (N_{SCAN}-1)\}$ .

ภาคผนวก จ  
(Appendix E)



## ภาคผนวก จ

### ความเอนเอียงและความแปรปรวนในเรื่องของการฟิตเส้นโค้ง (Bias and Variance for Curve Fitting)

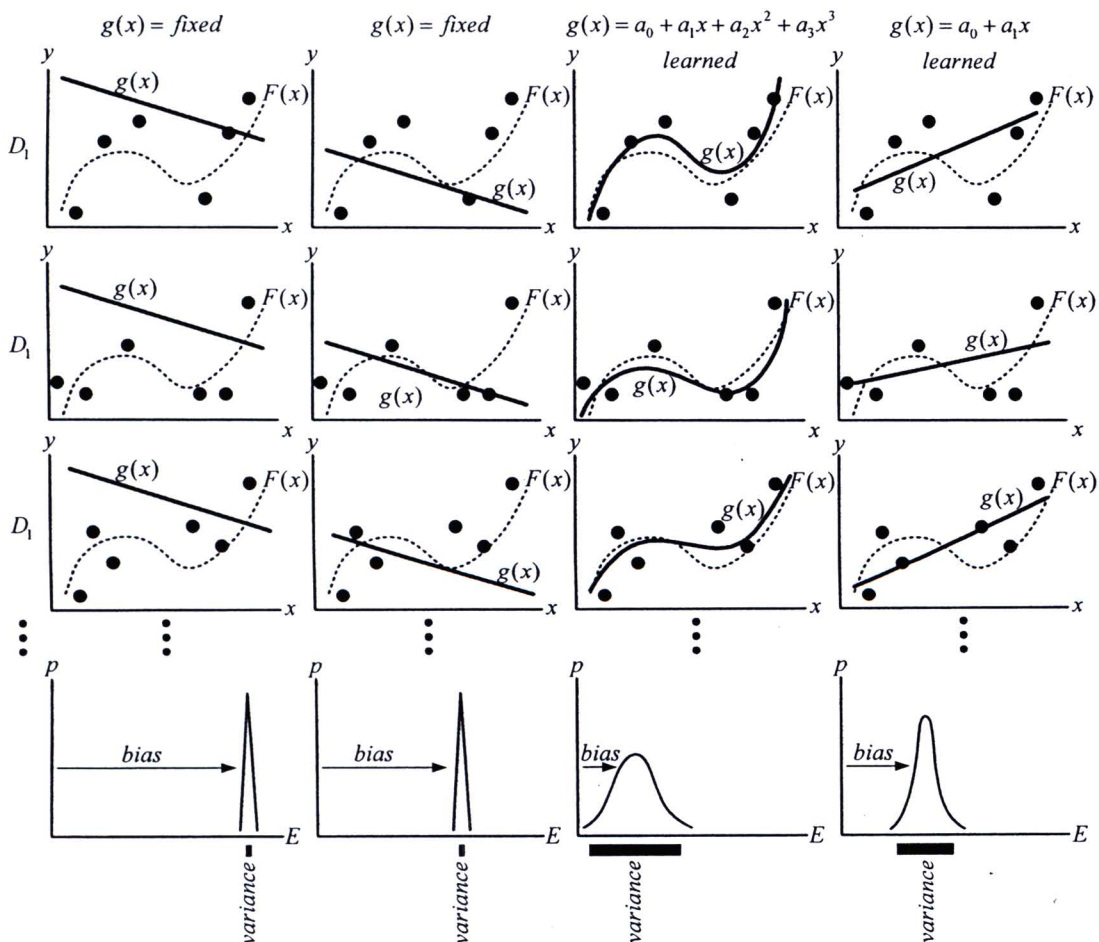
สมมติว่ามีฟังก์ชันจริงซึ่งเราไม่ทราบค่า  $F(\vec{x})$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนชุดหนึ่ง และเราต้องการที่จะประมาณฟังก์ชัน  $F(\square)$  จากจุดตัวอย่างของฟังก์ชัน  $F(\vec{x})$  ที่มีอยู่  $n$  จุดใน training set  $D$  ด้วยการฟิตเส้นโค้งเข้าไปยังจุดข้อมูลตัวอย่างดังกล่าวนั้น ฟังก์ชันที่จะนำมาใช้ในการฟิตเส้นโค้งไปยังข้อมูลใน training set  $D$  ที่เราสนใจและเป็นอิสระต่อเซตอื่นๆ จะสามารถนิยามได้ด้วย  $g(\vec{x}; D)$  อย่างไรก็ตามเนื่องจากมีความไม่แน่นอนในการเลือกตัวอย่างข้อมูลอย่างจำกัดแบบสุ่มจากฟังก์ชัน  $F(\vec{x})$  ซึ่งถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนนั้น ชุดตัวอย่างข้อมูลใน training set  $D$  บางชุดอาจทำให้เราสามารถประมาณค่าได้อย่างถูกต้องและใกล้เคียงกับข้อมูลจริง ในขณะที่ข้อมูลในเซตอื่นๆ ซึ่งมีขนาดจำนวนข้อมูลสำหรับการประมาณค่าที่เท่ากันอาจทำให้การประมาณค่ามีลักษณะที่ไม่ดี ตัววัดประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าในทางธรรมชาติสามารถอธิบายได้ด้วยค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error : MSE) จากค่าเหมาะสมที่สุดที่เราประมาณได้ (The desired optimal) โดยการเฉลี่ยเชิงสถิติของข้อมูลในทุกๆ training set  $D_i$  ที่มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ  $n$  เท่ากันดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= E_D \left[ \{ g(\vec{x}; D) - F(\vec{x}) \}^2 \right] \\ &= \underbrace{E_D \left[ \{ E_D [g(\vec{x}; D)] - F(\vec{x}) \}^2 \right]}_{\text{bias}^2} + \underbrace{E_D \left[ \{ g(\vec{x}; D) - E_D [g(\vec{x}; D)] \}^2 \right]}_{\text{variance}}. \end{aligned} \quad (จ.1)$$

พจน์แรกทางขวามือในสมการที่ (จ.1) ข้างต้นคือค่าความเอนเอียง (Bias) กำลังสองซึ่งก็คือผลต่างระหว่างค่าที่คาดหวังไว้และค่าจริงที่ไม่ทราบล่วงหน้า ในขณะที่พจน์ที่สองด้านขวามือคือค่าความแปรปรวน (Variance) ของตัวประมาณค่าในแต่ละ training set  $D_i$  โดยหากพจน์ความเอนเอียงมีค่าน้อยๆ จะหมายความว่าตัวประมาณค่าของ  $F$  โดยเฉลี่ยมีค่าใกล้เคียงกับทุกๆ training set  $D_i$  ในขณะที่ถ้าหากพจน์ความแปรปรวนมีค่าน้อยๆ จะหมายความว่าตัวประมาณค่าของ  $F$  จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงมากนักในแต่ละ training set  $D_i$  ที่เปลี่ยนแปลงไป อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าตัวประมาณค่าที่เรากำหนดจะมีลักษณะที่ไม่เอนเอียง นั่นคือมีค่า  $\text{bias} = 0$  และค่าเฉลี่ยเชิงสถิติมีค่าเท่ากับค่าจริง แต่ตัวประมาณค่าดังกล่าวอาจจะทำให้เกิดค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่มีค่ามากอันเนื่องมาจากตัวประมาณค่าดังกล่าวมีค่าความแปรปรวนที่สูง

สมการที่ (จ.1) ในช่วงต้นแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยสามารถเขียนแสดงได้ด้วยผลรวมของพจน์ความเอนเอียงและพจน์ความแปรปรวน จากบทบัญญัติของการถ่วงดุลกันระหว่างค่าความเอนเอียงและค่าความแปรปรวนซึ่งให้เราเห็นว่าตัวประมาณค่าที่มีความยืดหยุ่นสูง มีแนวโน้มที่จะทำให้เกิดค่าความเอนเอียงที่ต่ำและมีค่าความแปรปรวนที่สูง

รูปที่ จ.1 แสดงฟังก์ชันจริง  $F(\bar{x})$  ตัวอย่างซึ่งเป็นฟังก์ชันพหุนามอันดับสามและถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน และเราต้องการหาตัวประมาณค่าของฟังก์ชัน  $F(\bar{x})$  จากชุดของ training set  $D_i$  ที่แตกต่างกัน โดยจะเห็นได้ว่าคอลัมน์แรกในรูปที่ จ.1 ซึ่งใช้ตัวประมาณค่า  $g(x)$  ด้วยฟังก์ชันเส้นตรงแบบตายตัวในลักษณะที่ไม่สอดคล้องตามข้อมูลในแต่ละ training set  $D_i$  นั้น ผลฮิสโทแกรม (Histogram) ของค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยในแถวล่างสุดของรูปที่ จ.1 จะมีลักษณะเป็นสัญญาณยอดแหลม (Spike) ซึ่งมีค่าความแปรปรวนเท่ากับศูนย์ อย่างไรก็ตามแบบจำลองของตัวประมาณค่าดังกล่าวมีลักษณะที่ไม่ดีเนื่องจากทำให้เกิด MSE ที่มีค่าสูงโดยจะสังเกตได้จากการมีค่าความเอนเอียงในภาพฮิสโทแกรมที่สูงมากเช่นกัน



รูปที่ จ.1 การอธิบายบทบัญญัติของความเอนเอียงและความแปรปรวนในเรื่องของการฟิตเส้นโค้ง

คอลัมน์ที่สองในรูปที่ ๑.1 ซึ่งใช้ตัวประมาณค่า  $g(x)$  ด้วยฟังก์ชันเส้นตรงแบบตายตัว เช่นเดียวกับที่ใช้ในคอลัมน์แรกต่างกันที่แบบจำลองของตัวประมาณค่าดังกล่าวมีความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกับข้อมูลในแต่ละ training set  $D_i$  มากกว่า ผลฮิสโทแกรมของค่า MSE ในแถวล่างสุด จะมีลักษณะเป็นสัญญาณยอดแหลมเหมือนกันแต่มีค่าความเอนเอียงในภาพฮิสโทแกรมที่น้อยกว่า เปรียบเทียบกับคอลัมน์ที่สามซึ่งใช้ตัวประมาณค่า  $g(x)$  ด้วยฟังก์ชันพหุนามอันดับสามซึ่งเรียนรู้ตามข้อมูลในแต่ละ training set  $D_i$  ผลฮิสโทแกรมของค่า MSE จะมีค่าความเอนเอียงที่ต่ำ อันเนื่องมาจากแบบจำลองมีการเรียนรู้ที่เข้าใกล้ฟังก์ชันจริง แต่แบบจำลองดังกล่าวจะมีค่าความแปรปรวนที่สูงขึ้นเนื่องจากมีความยืดหยุ่นตามข้อมูลในแต่ละ training set  $D_i$  ที่มากเกินไป ในขณะที่การใช้ฟังก์ชันพหุนามอันดับหนึ่งเป็นตัวประมาณค่าแต่ละ training set  $D_i$  ในคอลัมน์ที่สี่ จะให้ผลฮิสโทแกรมของค่า MSE ที่มีความแปรปรวนที่น้อยกว่าการใช้ตัวประมาณค่าในคอลัมน์ที่สามเนื่องจากมีความยืดหยุ่นที่น้อยกว่า อย่างไรก็ตามเนื่องจากตัวประมาณค่าในคอลัมน์ที่สี่เป็นตัวประมาณค่าที่ยังไม่ตรงกับแบบจำลองของฟังก์ชันจริง ดังนั้นจึงมีค่าความเอนเอียงที่สูงกว่าตัวประมาณค่าในคอลัมน์ที่สามด้วยเช่นกัน

จากบทบัญญัติของความเอนเอียงและความแปรปรวนในเรื่องของการพิตเส้นโค้งที่ได้กล่าวมาในข้างต้น จึงมีคำถามตามมาว่าควรจะใช้ตัวประมาณค่าแบบไหนจึงจะทำให้ MSE โดยภาพรวมมีค่าที่ต่ำ หนึ่งในวิธีการนั้นก็คือการใช้เทคนิคในการเรกกูลาร์ไรเซชันซึ่งเป็นวิธีการเพิ่มองค์ความรู้ล่วงหน้าของผลเฉลยเพื่อถ่วงดุลกันระหว่างค่าความเอนเอียงและความแปรปรวนที่จะส่งผลกระทบต่อค่า MSE ซึ่งมีสาเหตุมาจากคุณลักษณะทางสถิติของสัญญาณรบกวนที่อยู่ในฟังก์ชันจริง (ประเด็นนี้จะเห็นผลของการเรกกูลาร์ไรซ์ได้ชัดเจนมากเมื่อได้ทำการทดลองกับภาพทรงกลมสามมิติในเชิงสถิติจำนวน 10 ครั้ง เนื่องจากค่า MSE ของการพิตเส้นโค้งจะมีค่าเท่ากับ  $\text{bias}^2 + \text{variance}$  ซึ่งการที่เราเพิ่มพจน์เรกกูลาร์ไรซ์เช่นที่ค่า  $\lambda = 0.1$  จะทำให้ฟังก์ชันซึ่งใช้หลักการในการพิตเส้นโค้งไม่เปลี่ยนแปลงไปตามอิทธิพลของความแปรปรวนทางสถิติของสัญญาณรบกวนได้ในระดับหนึ่ง ส่งผลให้ค่าความผิดพลาดที่เกิดจากพจน์ความแปรปรวนมีค่าลดลง ส่วนพจน์ของความเอนเอียงนั้น จะขึ้นอยู่กับการใช้อันดับของฟังก์ชันพหุนามว่าฟังก์ชันที่สร้างขึ้นมานั้นจะเข้าใกล้กับฟังก์ชันของจริงมากน้อยเพียงใด ในกรณีนี้เราใช้อันดับของฟังก์ชันพหุนามคงที่คือมีอันดับเท่ากับสอง ผลของค่าความเอนเอียงในแต่ละ Realization จะมีค่าไม่แตกต่างกันนัก ดังนั้นส่วนที่มีผลกระทบมากกว่าจะเป็นส่วนของพจน์ความแปรปรวน สรุปก็คือการเพิ่มพจน์เรกกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในฟังก์ชันจุดประสงค์ในประเด็นนี้จะทำให้ค่าความแปรปรวนใน MSE มีค่าลดลงแน่นอน ส่วนค่าความเอนเอียงใน MSE จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงต้องไปดูว่าผลของพจน์เรกกูลาร์ไรเซชันที่ใส่เข้าไปทำให้ผลโดยรวมของการพิตเส้นโค้งเข้าใกล้หรือออกจากฟังก์ชันของจริงมากน้อยเพียงใด ถ้าเข้าใกล้มากก็จะมีค่าความเอนเอียงที่น้อย ถ้าเข้าใกล้น้อยก็มีค่าความเอนเอียงที่มาก)

ภาคผนวก จ  
(Appendix F)

## ภาคผนวก จ

### การแบ่งส่วนภาพด้วยวิธีการเติบโตทางพื้นที่ (Region Growing Segmentation)

การเติบโตทางพื้นที่ (Region growing) เป็นหนึ่งในวิธีการแบ่งส่วนภาพทางพื้นที่ (Region-based segmentation) อาศัยหลักการในการจัดกลุ่มของจุดภาพ (Pixel) หรือกลุ่มของจุดภาพเชิงปริมาตร (Voxel) ที่สอดคล้องกับจุดภาพต้นกำเนิด (Seed point) ซึ่งถูกกำหนดโดยผู้ใช้งาน (Supervised mode)

การแบ่งส่วนภาพด้วยวิธีการเติบโตทางพื้นที่นี้จะเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน (Homogeneity) ระหว่างจุดภาพต้นกำเนิดกับจุดภาพบริเวณใกล้เคียงว่ามีจุดภาพใดที่ควรจะถูกจัดกลุ่มให้อยู่ในกลุ่มภาพเดียวกันกับจุดภาพต้นกำเนิด หากจุดภาพใดอยู่ในเงื่อนไขการจัดกลุ่มที่สอดคล้องกับค่าความเข้มของจุดภาพต้นกำเนิด จุดภาพดังกล่าวนั้นจะถูกระบุด้วยค่าความเข้มในภาพผลลัพธ์ของการแบ่งส่วน เช่นระบุให้มีค่าเท่ากับหนึ่งเช่นเดียวกับความเข้มของจุดภาพต้นกำเนิดในภาพการแยกส่วน ในขณะที่จุดภาพอื่นๆ ที่ไม่ได้อยู่ในกลุ่มมีค่าความเข้มเท่ากับศูนย์ จากนั้นจุดภาพที่ถูกจัดกลุ่มให้อยู่กลุ่มเดียวกันกับจุดภาพต้นกำเนิดจะถูกกระทำซ้ำเสมือนกับเป็นจุดกำเนิดใหม่ และจะทำการตรวจสอบจุดภาพบริเวณใกล้เคียงต่อไปเรื่อยๆ จนกว่าทุกๆ ตำแหน่งของจุดภาพที่ถูกขยายตัวออกไปจะถูกตรวจสอบจนครบและไม่สามารถขยายพื้นที่ออกไปได้อีก หลักการของการแบ่งส่วนภาพทางพื้นที่สามารถเขียนอธิบายด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ [38]

$$\bigcup_{i=1}^n R_i = R. \quad (จ.1)$$

$$R_i \text{ is a connected region, } i = 1, 2, \dots, n. \quad (จ.2)$$

$$R_i \cap R_j = \emptyset \text{ for all } i \text{ and } j, i \neq j. \quad (จ.3)$$

$$P(R_i) = \text{TRUE for } i = 1, 2, \dots, n. \quad (จ.4)$$

$$P(R_i \cup R_j) = \text{FALSE for } i \neq j. \quad (จ.5)$$

เมื่อ  $R$  เป็นพื้นที่ทั้งหมดในภาพที่จะทำการแบ่งส่วนออกเป็น  $n$  ส่วน  $R_1, R_2, \dots, R_n$ .  $\cup$  คือตัวดำเนินการ Union, สมการ (จ.1) ในข้างต้นหมายความว่า การแบ่งส่วนภาพจะเสร็จสมบูรณ์เมื่อ

ทุกๆ จุดภาพถูกระบุให้เข้าไปอยู่ในแต่ละพื้นที่  $R_i$  ในขณะที่สมการ (ง.2) หมายความว่าพื้นที่ที่จะทำการแบ่งส่วนออกเป็น  $n$  ส่วนจะต้องเชื่อมต่อกัน, สมการ (ง.3) เป็นเงื่อนไขที่ระบุว่าแต่ละพื้นที่ที่ได้จากการแบ่งส่วนจะต้องไม่มีส่วนที่ซ้ำซ้อนกัน, ส่วน  $P(R_i)$  ในสมการที่ (ง.4) คือการกำหนดเงื่อนไขของจุดภาพที่จะอยู่ใน  $R_i$  เช่น ทุกๆ จุดภาพใน  $R_i$  มีค่าความเข้มอยู่ในระดับของการขีดแบ่ง (Threshold) เดียวกัน และสมการที่ (ง.5) หมายความว่าเงื่อนไขของจุดภาพในพื้นที่  $R_i$  และ  $R_j$  จะต้องแตกต่างกัน

ประสิทธิภาพของการแบ่งส่วนภาพวิธีนี้จะขึ้นอยู่กับทางเลือกตำแหน่งของจุดภาพต้นกำเนิดและระดับในการขีดแบ่งกลุ่มของแต่ละกลุ่มซึ่งกำหนดโดยผู้ใช้งาน อย่างไรก็ตามค่าระดับในการขีดแบ่งนี้อาจสามารถหาได้โดยอัตโนมัติจากฮิสโทแกรมของภาพโดยการพิจารณาค่า ณ ตำแหน่งสูงสุดหรือต่ำสุดของกราฟฮิสโทแกรมที่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งนูนเว้าเฉพาะที่ (Local convex-concave curve) มาใช้ในการแบ่งกลุ่มพื้นที่ที่สอดคล้องกับจุดภาพต้นกำเนิดได้ ยิ่งไปกว่านั้นการแบ่งกลุ่มเพื่อแยกส่วนภาพโดยปกติแล้วอาจจะมีค่าความเข้มเริ่มต้นมากกว่าหนึ่งค่าต่อหนึ่งกลุ่ม ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการรวมกลุ่มพื้นที่ (Merging) ที่มีลักษณะทางสถิติใกล้เคียงกันโดยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมาช่วยใช้ในการพิจารณาดังสมการ

$$m_i = \frac{1}{n_{R_i}} \sum_{R_i} f(R_i), \quad (ง.6)$$

และ

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n_{R_i}} \sum_{R_i} (f(R_i) - m_i)^2}, \quad (ง.7)$$

เมื่อ  $f(R_i)$ ,  $m_i$ , และ  $\sigma_i$ , คือค่าความเข้ม ค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของจุดภาพในพื้นที่  $R_i$  ตามลำดับโดยมีจำนวนจุดภาพในพื้นที่เท่ากับ  $n_{R_i}$  ค่าเหล่านี้จะนำไปใช้ในการตัดสินใจจะสามารถรวมกลุ่ม  $R_1, R_2, \dots, R_n$  เข้าด้วยกันได้หรือไม่ซึ่งถ้าหากค่าเฉลี่ยของกลุ่มพื้นที่เหล่านี้มีค่าที่ใกล้เคียงกันก็สามารถรวมกันได้ดังเขียนแสดงเงื่อนไขได้ดังสมการ

$$|m_i - m_j| < k\sigma_{(i \text{ or } j)}; \quad (ง.8)$$

เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ของการสเกลซึ่งโดยปกติจะกำหนดให้มีค่าในช่วง  $0 < k < 1$ ,  $i$  และ  $j$  เป็นตัวแปรดัชนีซึ่งมีค่าในช่วง  $\{1, 2, \dots, n\}$  โดยที่  $i \neq j$ .

ภาคผนวก ช  
(Appendix G)

## ภาคผนวก ข

### บทความที่ได้รับการเผยแพร่ (International Publication)

#### International Journal

1. P. Toonkum, N. C. Suwanwela and C. Chinrungrueng "Reconstruction of 3-D ultrasound images based on Cyclic Regularized Savitzky-Golay filters," *Ultrasonics, Elsevier Publishing Corporation, Available online 20 July 2010 at website of ScienceDirect* : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ultras.2010.07.003> (ISI Impact Factor = 1.223 according to Journal Citation Reports<sup>®</sup> released by Thomson Reuters 2010).

#### International Conference

1. P. Toonkum, P. Boonvisut and C. Chinrungrueng "Real-Time Speckle Reduction of Ultrasound Images Based on Regularized Savitzky-Golay Filters," *International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering, IEEE ICBBE 2008, Shanghai, China, vol. 2, no. 1, pp. 2311–2314, May 16-18, 2008.*

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพลกฤษณ์ ทุนคำ เกิดเมื่อวันที่ 18 กรกฎาคม พ.ศ. 2522 ที่จังหวัดเชียงใหม่ สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนมงฟอร์ตวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ในระหว่างปีการศึกษา พ.ศ. 2541 ถึง พ.ศ. 2545 จนสำเร็จการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม หลังจากนั้นได้เข้าศึกษาต่อที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร ในระหว่างปีการศึกษา พ.ศ. 2545 ถึง พ.ศ. 2547 จนสำเร็จการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในสังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยกรรมวิธีสัญญาณดิจิทัล ระหว่างปีการศึกษา พ.ศ. 2548 ถึง พ.ศ. 2553 มีความสนใจในงานวิจัยทางด้านการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล การประมวลผลสัญญาณแบบปรับตัวได้ และการประมวลผลภาพทางการแพทย์



