

ชื่อเรื่อง : ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเมอบิอุสเนียนทั่วไป

ผู้วิจัย : นิตติยา ปภากจน์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย

ปีที่แล้วเสร็จ : 2551

จำนวนหน้า : 36 หน้า

คำสำคัญ : ฟังก์ชันเลขคณิต ฟังก์ชันเมอบิอุสเนียนทั่วไป ฟังก์ชันออยเลอร์-ฟี
ไมอัสระเชิงเส้น

บทคัดย่อ*

ผู้วิจัยได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเมอบิอุสเนียนทั่วไป, μ_α อยู่ 2 ลักษณะคือ

I. ศึกษาสมบัติต่างๆของฟังก์ชันออยเลอร์-ฟีเนียนทั่วไป, $\phi_{s,\alpha}$ นิยามโดย

$$\phi_{s,\alpha}(n) = \sum_{d|n} d^s \mu_\alpha\left(\frac{n}{d}\right) \quad (s \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{C})$$

ซึ่งสมบัติต่างๆที่ศึกษาประกอบด้วย

1. สร้างเอกลักษณ์ที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชัน $\phi_{s,\alpha}$ กับ ฟังก์ชัน σ_s โดยที่ $\sigma_s(n) = \sum_{d|n} d^s$ ($s \in \mathbb{R}$) ซึ่งนิยามโดย Toth
2. สร้างนิยามทั่วไปของสูตรเมอบิอุสผกผัน ในรูปแบบใหม่ซึ่งเป็นกรณีทั่วไปของผลงานของ Suryanarayana และนำสูตรการผกผันเมอบิอุสเนียนทั่วไปไปประยุกต์ใช้ในการสร้างเอกลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับการนับจำนวนพริมิทีฟในฟิลด์จำกัด
3. ใช้ฟังก์ชัน $\phi_{s,\alpha}$ ในการตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันแยกคูณแบบบริบูรณ์ ซึ่งเป็นการขยายผลงานวิจัยของ Sivaramakrishnan

II. ศึกษาการไมอัสระเชิงเส้นใน \mathbb{C} ของฟังก์ชันแยกคูณ โดยศึกษาเกณฑ์การตรวจสอบจากแนวคิดเดิมในผลงานของ Popken ซึ่งผู้วิจัยได้พิสูจน์เงื่อนไขของเกณฑ์การตรวจสอบที่ง่ายขึ้นกว่าเดิม เกณฑ์การตรวจสอบเหล่านี้ได้ถูกไปประยุกต์ใช้ในการพิสูจน์ผลงานของ Kaczorowski-Molteni-Perelli รวมทั้งการตรวจสอบการไมอัสระเชิงเส้นใน \mathbb{C} ของฟังก์ชันแยกคูณที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเมอบิอุสเนียนทั่วไป

Title: Relations among arithmetic functions related to generalized Möbius functions

Researcher: Nittiya Pabhapote Department of Mathematics
School of Science
University of the Thai Chamber of Commerce

Year of Accomplishment: 2008 **No. of Pages:** 36 Pages

Keywords: arithmetic functions, generalized Möbius functions, Euler's phi functions, linearly dependent

Abstract*

Two investigations are made on relations among arithmetic functions related to generalized Möbius functions (SHM-function).

The first deals with several properties of a generalized Euler's phi function, defined as

$$\phi_{s,\alpha}(n) = \sum_{d|n} d^s \mu_\alpha\left(\frac{n}{d}\right) \quad (s \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{C}),$$

including

1. identities relating to the divisor function extending those proved by Toth,

$$\sigma_s(n) = \sum_{d|n} d^s \quad (s \in \mathbb{R});$$

2. a general Möbius inversion formula extending the one due to Suryanarayana which is applied to derive certain counting formulae for the number of primitive elements in a finite field;
3. a use to characterize completely multiplicative functions extending the one by Sivaramakrisnan.

The second deals with \mathbb{C} -linearly dependent of multiplicative functions using certain ideas from an old work of Popken, simpler conditions are proved. These criteria are applied to derive recent result of Kaczorowski-Molteni-Perelli as well as to those functions involving generalized Möbius functions.