บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การพยากรณ์อนุกรมเวลา (Time Series Forecasting) เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้วิเคราะห์หาตัวแบบอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างค่าสังเกตที่เก็บตามลำดับเวลาของข้อมูลในอดีตและใช้ตัวแบบนั้นในการพยากรณ์ค่าสังเกตในอนาคต ข้อมูลอนุกรมเวลาเป็นข้อมูลที่มีการเก็บรวบรวมที่มีระยะเวลาห่างเท่าๆกันและต่อเนื่องกัน ดังนั้นข้อมูลอนุกรมเวลาจึงแสดงการเปลี่ยนแปลงตามคาบเวลาโดยอาจจะเป็นปี เดือน สัปดาห์ วัน หรือชั่วโมง

ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาสามารถแยกความผันแปรของข้อมูลออกได้เป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1) แนวโน้ม (Trend) เป็นการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในระยะยาว

2) ความผันแปรตามฤดูกาล (Seasonal Variation) เป็นการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลที่เกิดขึ้นเนื่องจากอิทธิพลของฤดูกาล ซึ่งเกิดขึ้นซ้ำๆกันในช่วงเวลาเดียวกันของแต่ละปี

3) ความผันแปรตามวัฏจักร (Cyclical Variation) เป็นการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลที่เกิดขึ้นซ้ำๆกันในระยะยาวมากกว่า 1 ปี

4) ความผันแปรที่ไม่แน่นอน (Irregular Variation) เป็นการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน ดังนั้นจึงไม่สามารถคาดคะเนหรือพยากรณ์ความผันแปรที่ไม่แน่นอนโดยใช้ข้อมูลจากอดีตได้

ข้อมูลอนุกรมเวลาแต่ละชุดอาจได้รับอิทธิพลของปัจจัยที่เป็นส่วนประกอบของอนุกรมเวลาทั้ง 4 องค์ประกอบหรือบางปัจจัยเท่านั้น ในการวิเคราะห์จึงควรแยกวิเคราะห์ทีละปัจจัย

เทคนิคการพยากรณ์มีหลายวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีที่สนใจศึกษา คือ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins' Method) และวิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1 วิธีบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins' Method)

ข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจำเป็นต้องไม่มีสหสัมพันธ์กัน George E.P.Box และ Gwilym M. Jenkins ได้เสนอวิธีหาตัวแบบพยากรณ์ (วิธีบอกซ์-เจนกินส์) โดยพิจารณาสหสัมพันธ์ระหว่าง Y ที่คาบเวลา t (Y_t) กับคาบเวลาที่ผ่านมา ($Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots$) ซึ่งจะได้ตัวแบบซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y_t กับ $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots$ ในอนาคต ตัวแบบจากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ โดยทั่วไปจึงใช้พยากรณ์ข้อมูลในช่วงเวลาข้างหน้าที่เป็นระยะสั้น หรือ ปานกลาง ทั้งนี้เพราะตัวแบบโดยทั่วไปจะให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตระยะใกล้มากกว่าข้อมูลในอดีตที่ช่วงเวลาซึ่งห่างไกลออกไปมากๆ

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่สามารถนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ได้ อาจเป็นข้อมูลที่เป็นเลขจำนวนเต็ม หรือมีทศนิยมก็ได้ อาจมีค่าเป็นบวก หรือเป็นลบได้แต่จะต้องเป็นข้อมูลที่จัดเก็บโดยมีช่วงห่างของเวลาในระยะมี่เท่ากัน นอกจากนี้ยังใช้ได้กับข้อมูลที่มีแนวโน้ม การผันแปรตามวัฏจักร หรือการผันแปรตามฤดูกาล ซึ่งข้อมูลอนุกรมเวลาชุดหนึ่งๆอาจมีองค์ประกอบมากกว่าหนึ่งองค์ประกอบได้ ในการหาตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ จะใช้จำนวนข้อมูลค่อนข้างมาก ซึ่งควรมีอย่างน้อย 50 ค่า อย่างไรก็ตามในบางกรณีก็พบว่าการใช้ข้อมูลจำนวนน้อยกว่า 50 ค่าไม่มากนักก็สามารถใช้ได้ ในกรณีที่ข้อมูลมีองค์ประกอบฤดูกาลควรใช้ข้อมูลจำนวนมากกว่า 50 เพราะถ้ามีจำนวนข้อมูลน้อยก็อาจจะไม่เห็นอิทธิพลของฤดูกาล นอกจากนี้วิธีบอกซ์-เจนกินส์ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในสถานะนิ่งหรือคงที่ (Stationary) การทดสอบสถานะนิ่งหรือสถานะคงที่ของอนุกรมเวลาสามารถใช้การทดสอบโค-รีโลแกรม (Correlogram Test) และการทดสอบยูนิทรูท (Unit Root Test) ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะการทดสอบยูนิทรูท โดยมีรายละเอียดดังนี้

จากตัวแบบอนุกรมเวลา $Y_t = \rho Y_{t-1} + \mu_t$ โดย μ_t เป็นค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม ซึ่งหาก $|\rho| < 1$ แสดงว่าข้อมูลมีสถานะคงที่ และหาก ρ =1 แสดงว่าข้อมูลมีสถานะไม่คงที่ ดังนั้นในการทดสอบว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีสถานะคงที่หรือไม่ จะตั้งสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$ ซึ่งหากยอมรับสมมติฐานหลักจะได้ผลสรุปว่าข้อมูลไม่มีสถานะคงที่ แต่หากปฏิเสธสมมติฐานหลักจะสรุปว่าข้อมูลอยู่ในสถานะคงที่ หากพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลจากคาบเวลาหนึ่งไปอีกคาบเวลาหนึ่งได้เช่นกัน ซึ่งสามารถเขียนเป็นตัวแบบ $Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + \mu_t$ ถ้าให้ $(1-\rho) = \theta$ จะได้ $\rho = 1 + \theta$ โดย ΔY_t เป็นผลต่างอันดับที่ 1 ดังนั้นสามารถเขียนตัวแบบของผลต่างอันดับที่ 1 ดังนี้ $Y_t = (1+\theta)Y_{t-1} + \mu_t$ ในการทดสอบสมมติฐานว่าค่าผลต่างอันดับที่ 1 มีสถานะคงที่หรือไม่ จะตั้งสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$ ซึ่งหาก $\theta = 0$ จะได้ $\rho = 1$ ซึ่งจะสรุปว่าค่าผลต่างอันดับที่ 1 ไม่มีสถานะคงที่ สำหรับในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีแนวโน้มและความผันแปรตามฤดูกาลรวมอยู่ด้วย $\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \theta Y_{t-1} + \mu_t$ ในการทดสอบว่าข้อมูลอยู่ในสถานะคงที่หรือไม่ก็สามารถตั้งสมมติฐานเพื่อการทดสอบในรูปแบบเดียวกัน

แนวคิดของการพัฒนาตัวแบบบอกซ์-เจนกินส์ มาจากการศึกษาวิเคราะห์กระบวนการเชิงเส้นหรือตัวกรองเชิงเส้น

$$Y_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.1)$$

โดย μ เป็นค่าเฉลี่ยของ Y_t เมื่ออนุกรมเวลาอยู่ในสถานะคงที่หรือสถานะนิ่ง ค่าพารามิเตอร์ $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots$ เป็นน้ำหนักที่ให้กับตัวแปรสุ่ม $a_{t-1}, a_{t-2}, a_{t-3}, \ldots$

ในการกำหนดตัวแบบเชิงเส้นจำเป็นต้องให้มีพารามิเตอร์จำนวนจำกัดและเพียงพอที่จะอธิบายอนุกรมเวลาได้

ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function : ACF) เป็นมาตรวัดความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกิดขึ้นในเวลาต่างๆ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y_t

และ Y_{t+k} ในอนุกรมเวลาที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลา เขียนแทนด้วย ρ_k โดยมี r_k เป็นค่าประมาณ

ซึ่งคำนวณจากสูตร $r_k = \dfrac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t - \overline{Y})(Y_{t+k} - \overline{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \overline{Y})^2}$, k = 1 , 2 , 3 , ... โดย $\overline{Y} = \dfrac{\sum_{t=1}^{n} Y_t}{n}$

การทดสอบความสัมพันธ์ในตัวเองของประชากร มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

(1) ตั้งสมมติฐานในการทดสอบ $H_0 : \rho_k = 0$; $H_1 : \rho_k \neq 0$

(2) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ r_k

(3) เกณฑ์ที่ใช้ในการปฏิเสธ H_0 จากการใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง (n) มีค่ามาก คือ $|r_k| > \dfrac{t_{\alpha/2};df}{n}$ ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่าค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองของประชากรที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลามีค่าแตกต่างจากศูนย์

ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function : PACF)

เป็นค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองระหว่างตัวแปร Y_t และ Y_{t+k} ในอนุกรมเวลาที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลาที่ขจัดอิทธิพลของตัวแปรที่อยู่ระหว่างตัวแปรทั้งสองได้แก่ $Y_{t+1}, Y_{t+2}, Y_{t+3}, ..., Y_{t+k-1}$ ออกไป โดยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $r_{k,k}$ ซึ่งสามารถประมาณด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจากตัวอย่างที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลา (Sample Partial Autocorrelation of Lag k) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $r_{k,k}$ ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$r_{k,k} = \begin{cases} r_1 \ , k = 1 \\ \dfrac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} \ , k = 2,3,... \end{cases} \quad \text{โดยที่ } r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{kk} r_{k-1,k-j} \ \ j = 1,2,3,...,k-1$$

การทดสอบความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของประชากร มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

(1) ตั้งสมมติฐานในการทดสอบ $H_0 : \phi_{k,k} = 0$; $H_0 : \phi_{k,k} \neq 0$

(2) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $r_{k,k}$

(3) เกณฑ์ที่ใช้ในการปฏิเสธ H_0 จากการใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง (n) มีค่ามาก คือ $|r_{k,k}| > \dfrac{t_{\alpha/2};df}{n}$ ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่าค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองของประชากรที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลามีค่าแตกต่างจากศูนย์

2.1.1 ตัวแบบสถานะนิ่ง (Stationary Models)

- ตัวแบบอัตถดถอย (Autoregressive Models : AR)

ภายใต้สถานะนิ่งหรือสถานะคงที่ อนุกรมเวลาจะเคลื่อนไหวรอบค่าคงที่ค่าหนึ่งให้เป็น μ ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของ Y_t เมื่ออนุกรมเวลาอยู่ในสถานะนิ่ง ดังนั้นจึงได้ "ตัวแบบอัตถดถอยอันดับ p " หรือ "กระบวนการถดถอยอันดับ p " (autoregressive process of order p) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ AR(p) ซึ่งมีตัวแบบทั่วไปดังนี้

$$Y_t - \mu = \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \phi_2(Y_{t-2} - \mu) + ... + \phi_p(Y_{t-p} - \mu) + a_t$$

หรือ $$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + ... + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

หรือ $$Y_t = c + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + ... + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad .....(2.2)$$

โดยให้ $Z_t = Y_t - \mu$, $Z_{t-1} = Y_{t-1} - \mu$,.... และ $c = \mu(1 - \phi_1 - \phi_2 - ... - \phi_p)$ และ $\phi_1, \phi_2, \phi_3, ..., \phi_p, \mu$ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่าโดยอาศัยข้อมูลอนุกรมเวลา

จากตัวแบบ AR (p) สามารถเขียนแทนด้วยตัวแบบสั้นๆได้ดังนี้

$$\phi_p(B) Z_t = a_t \quad .....(2.3)$$

โดย $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p)$

และ $BZ_t = Z_{t-1}$, $B^2 Z_t = Z_{t-2}$,..., $B^p Z_t = Z_{t-p}$; $Z_t = Y_t - \mu$ เรียก B ว่า "ตัวถอยหลังเวลา" (backward - shift operator)

- **ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average Models : MA)**

จากตัวแบบเชิงเส้น (2.1) สามารถพัฒนาเป็น "ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับ q " หรือ "กระบวนการค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับ q " (moving average process of order q) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ MA(q) ซึ่งมีตัวแบบทั่วไปดังนี้

$$Y_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - .... - \theta_q a_{t-q} \quad .....(2.4)$$

หรือ $$Z_t = \theta_q(B) a_t \quad .....(2.5)$$

โดย $Z_t = Y_t - \mu$; $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q)$

ตัวแบบบอกซ์-เจนกินส์ ยังมีเงื่อนไขที่สอดคล้องอีกเงื่อนไขหนึ่งนอกเหนือจากเงื่อนไขคงที่หรือนิ่ง คือเงื่อนไข "ผกผันได้" (invertibility) ซึ่งพบว่าตัวแบบ AR(p) , $0 < p < \infty$ มีคุณสมบัติผกผันได้เสมอ แต่อาจไม่นิ่ง ขณะที่ตัวแบบ MA(q) , $0 < q < \infty$ มีคุณสมบัติคงที่เสมอแต่อาจจะผกผันไม่ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องตรวจสอบคุณสมบัตินิ่งในตัวแบบ AR และตรวจสอบคุณสมบัติผกผันได้ในตัวแบบ MA

- ตัวแบบผสมอัตถดถอย-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Autoregressive Moving : ARMA)

ในบางกรณีการใช้ตัวแบบหรือกระบวนการผสมระหว่างตัวแบบ AR และ MA จะเป็นตัวแบบที่ประหยัดแทนการใช้ตัวแบบ AR อันดับสูงๆ ตัวแบบเดียว หรือใช้ตัวแบบ MA อันดับสูงๆตัวแบบเดียว ตัวแบบผสมระหว่าง AR(p) และMA(q)เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ARMA (p,q) โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$Y_i = \mu + \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \phi_2(Y_{t-2} - \mu) + ... + \phi_p(Y_{t-p} - \mu) + a_t$$
$$-\theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - ... - \theta_q a_{t-q} \quad .....(2.6)$$

หรือ $\phi_p(B)Z_t = \theta_q(B)a_t$ .....(2.7)

2.1.2 ตัวแบบที่ไม่อยู่ในสถานะคงที่ (Nonstationary Models)

ในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลาหรือกระบวนการ Y_t ไม่อยู่ในสถานะคงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือความแปรปรวน จำเป็นต้องแปลงข้อมูลให้อยู่ในสถานะนิ่งก่อนจึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์

1) ในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลาไม่นิ่งหรือไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย ให้พิจารณาจากค่าผลต่างของข้อมูลในคาบเวลาที่ติดกัน ในบางกรณีต้องหาค่าผลต่างมากกว่าสองครั้งจึงจะทำให้ข้อมูลอยู่ในสถานะนิ่ง ซึ่งการหาค่าผลต่างหลายครั้งจะทำให้การพยากรณ์มีความคลาดเคลื่อนสูง

- ในการหาค่าผลต่างครั้งที่หนึ่งจะได้ข้อมูล $W_t = (1-B)Y_t = Y_t - Y_{t-1}$, $t = 2,3,4,...,n$
- ในการหาค่าผลต่างครั้งที่สองจะได้ข้อมูลชุดใหม่ดังนี้

$$X_t = (1-B)W_t = (1-B)^2 Y_t = (1-2B+B^2)Y_t$$
$$= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}, t = 3,4,5,...,n$$

- ในการหาค่าผลต่างครั้งที่ d (หาผลต่าง d ครั้ง) จะได้ข้อมูลชุดใหม่ดังนี้

$W_t = (1-B)^d Y_t$, $t = d+1, d+2, d+3,...,n$ โดย B คือตัวดำเนินการถอยหลัง (backshift operator) ของตัวแปร X_t ใดๆ ซึ่งมีนิยามดังนี้ $B^k X_t = X_{t-k}$, $k = 0,1,2,...$ และสำหรับค่าคงที่ใดๆจะไม่มีผลจาก B ซึ่ง $B^k C = C$, $k = 0,1,2,...$

2) ในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลาไม่นิ่งหรือไม่คงที่ในความแปรปรวน หรือมีการเคลื่อนไหวเป็นเส้นโค้ง

วิธีการแปลงข้อมูลที่ใช้เมื่อความแปรปรวนมีค่าผันแปรตามค่าเฉลี่ย (ความแปรปรวนมีค่ามากขึ้นเมื่ออนุกรมมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น หรือมีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น) คือการหาค่า ln ของอนุกรม Y_t ดังนั้นจึงได้ข้อมูลชุดใหม่ $X_t = \ln Y_t$, $Y_t > 0$, $t = 1,2,3,...,n$ ในกรณีที่ใช้วิธีนี้ไม่ได้ผลอาจใช้วิธีหารากที่สองของอนุกรม Y_t ซึ่งจะได้ข้อมูลชุดใหม่ $X_t = \sqrt{Y_t}$, $Y_t > 0$, $t = 1,2,3,...,n$

ในกรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ทั้งในค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน จะต้องแปลงข้อมูลให้นิ่งในค่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ซึ่งโดยทั่วไปจะแปลงข้อมูลให้นิ่งในความแปรปรวนก่อนแต่หากค่าผลต่างมีค่าเป็นลบก็จำเป็นต้องหาค่ารากที่สองของข้อมูลก่อนจึงหาค่าผลต่างของข้อมูล ตัวแบบ ARIMA (p,d,q) ของข้อมูลที่หาค่าผลต่าง d ครั้ง มีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B)a_t \quad .....(2.8)$$

หรือ $\phi_p(B)W_t = \delta + \theta_q(B)a_t$ .....(2.9)

โดย $W_t = (1-B)^d Y_t$ ซึ่ง Y_t เป็นอนุกรมเวลาที่ถูกแปลงให้มีความแปรปรวนคงที่แล้ว

และ δ เป็นค่าคงที่ในตัวแบบ ซึ่งโดยปกติในทางปฏิบัติจะให้ $\delta = 0$ ถ้าค่าเฉลี่ยของอนุกรม W_t มีค่าไม่แตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ

2.1.3 ตัวแบบ ARIMA เมื่อมีองค์ประกอบฤดูกาล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาโดยใช้ ตัวแบบ ARIMA เมื่อมีองค์ประกอบฤดูกาล สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$ หรือ ARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$ มีสมการดังนี้

SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$: $\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t$

โดย $\Phi_P(B^s) = (1-\Phi_s B^s - \Phi_{2s}B^{2s} - ...\Phi_{Ps}B^{Ps})$

$\Theta_Q(B^s) = (1-\Theta_s B^s - \Theta_{2s}B^{2s} - ...\Theta_{Qs}B^{Qs})$

ในที่นี้ขอยกตัวอย่างการเขียนรูปแบบของสมการที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้ตัวแบบ SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$ ใน 2 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ SARIMA $(0,1,0)(0,1,1)_4$ และตัวแบบ SARIMA $(0,1,1)(1,1,0)_{12}$ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตัวแบบ SARIMA $(0,1,0)(0,1,1)_4$: $(1-B)(1-B^4)Y_t = \delta + (1-\Theta_4 B^4)Y_t$

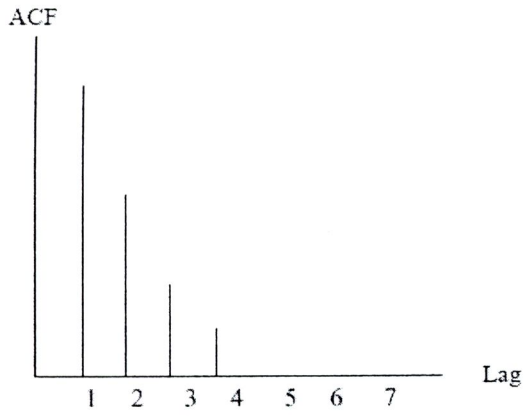
หรือ $W_t = \delta + a_t - \Theta_4 a_{t-4}$, $W_t = (1-B)(1-B^4)Y_t$

ตัวแบบ SARIMA $(0,1,1)(1,1,0)_{12}$: $(1-\Phi_{12}B^{12})(1-B)(1-B^{12})Y_t = \delta + (1-\theta_1 B)a_t$

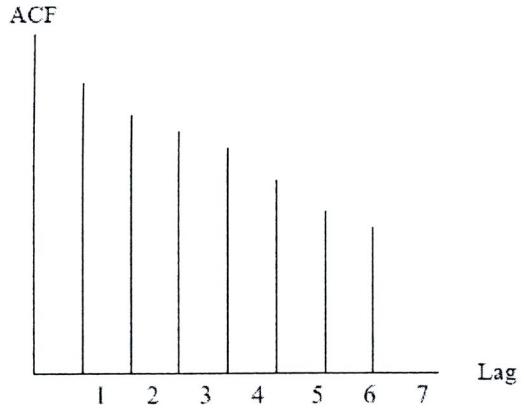
หรือ $W_t = \delta + \Phi_{12}W_{t-12} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$, $W_t = (1-B)(1-B^{12})Y_t$

การกำหนดอันดับ (p,d,q) และ$(P,D,Q)_s$ ในตัวแบบ SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$ จะพิจารณาแยกกันแต่ใช้หลักเกณฑ์ในการพิจารณาเหมือนกัน ซึ่งกระบวนการ AR และ MA ต่างมีรูปแบบโครงสร้างเฉพาะสำหรับอันดับ p และ q ของฟังก์ชันอัตตสหสัมพันธ์ ACF (Autocorrelation Function : ρ_k) และโครงสร้างของฟังก์ชันอัตตสหสัมพันธ์ย่อย PACF (Partial Autocorrelation Function : $\phi_{k,k}$) ในการกำหนดค่า p , q , P และ Q จะต้องประมาณค่า ρ_k และ $\phi_{k,k}$ โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวอย่าง ดังนั้นจึงใช้ค่าประมาณของ ρ_k และ $\phi_{k,k}$ ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ r_k และ $r_{k,k}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ตัวอย่าง (Sample Autocorrelation Function : SACF) และฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ย่อยของตัวอย่าง (Sample Partial Autocorrelation Function : SPACF) ตามลำดับ

จากการเปรียบเทียบลักษณะของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนในตัวเอง (PACF) ของค่าสังเกตกับลักษณะของ ACF และ PACF ตามทฤษฎีของตัวแบบ ARIMA อันดับต่างๆ ซึ่งเสนอโดย บอกซ์-เจนกินส์ (1976) ซึ่งในการกำหนดอันดับของ p และ q พิจารณาจาก ACF และ PACF ประกอบกัน ถ้าเป็นตัวแบบ AR อันดับ p (AR(p)) กราฟของ ACFจะมีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว ในขณะที่ กราฟของ PACF ที่ห่างกันเกิน p ช่วงจะมีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว



รูปที่ 2.1 กราฟ ACF ของข้อมูลที่คงที่ (stationary)



รูปที่ 2.2 กราฟ ACF ของข้อมูลที่ไม่คงที่ (non-stationary)

ถ้าเป็นตัวแบบ MA (Moving Average) อันดับ q ((MA (q)) สหสัมพันธ์ในตัวเองที่ห่างกันเกิน q ช่วงเวลาจะมีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วและสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจะมีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว

ถ้าเป็นตัวแบบผสมระหว่าง AR และ MA (Mixed Autoregressive Moving Average : ARMA (p,q)) สหสัมพันธ์ในตัวเองที่ห่างกันเกิน q ช่วงเวลา และสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนที่ห่างกันเกิน p ช่วงเวลา จะมีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว

ถ้าทั้งสหสัมพันธ์ในตัวเองและสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนมีค่าเท่ากับศูนย์ทุกช่วงห่าง จะได้แบบจำลองที่เรียกว่า White Noise โดยมีตัวแบบ $Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t \; ; \; \varepsilon_t \sim IN(0, \sigma_A^2)$

ถ้าทั้งสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจากข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการแปลงให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่โดยการหาผลต่าง มีค่าเท่ากับศูนย์จะได้ตัวแบบที่เรียกว่า Random Walk โดย

$Y_t = Y_{t-1} + \theta_0 + \varepsilon_t \; ; \; \varepsilon_t \sim IN(0, \sigma_A^2)$

ในการเลือกตัวแบบ ARIMA จำเป็นต้องทราบลักษณะการผันแปรของค่า ρ_k และ $\phi_{k,k}$ ทางทฤษฎี ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

กระบวนการ	ACF	PACF
AR(1)	ค่า ρ_k ลดลงอย่างรวดเร็วขณะที่ k>1	ค่า $\phi_{k,k}$ จะมีค่าสูงที่ k = 1 และมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อ k>1
AR(2)	ค่า ρ_k ลดลงอย่างรวดเร็วขณะที่ k>1	ค่า $\phi_{k,k}$ จะมีค่าสูงที่ k = 1 , 2 และมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อ k>2
MA(1)	ค่า ρ_k มีค่าสูงที่ k = 1 และเท่ากับศูนย์เมื่อ k > 1	ค่า $\phi_{k,k}$ ลดลงอย่างรวดเร็วขณะที่ k>1
ARMA(1,1)	ค่า ρ_k ลดลงอย่างรวดเร็วหลัง lag k=1	ค่า $\phi_{k,k}$ ลดลงอย่างรวดเร็วหลัง lag k=1

สำหรับกระบวนการ AR , MA และ ARMA ที่อันดับอื่นๆ มีวิธีพิจารณาในทำนองเดียวกัน ในองค์ประกอบที่เป็นฤดูกาลที่มีคาบฤดูกาล s นั้น การกำหนดอันดับ P และ Q มีวิธีพิจารณาทำนองเดียวกับองค์ประกอบที่ไม่มีฤดูกาล โดยพิจารณาโครงสร้างของการผันแปรของค่าอัตสหสัมพันธ์ r_k และ $r_{k,k}$ ที่ lag ฤดูกาล s , 2s , 3s , ... เปรียบเทียบกับโครงสร้างของ ρ_k และ $\phi_{k,k}$ ทางทฤษฎี ซึ่งมีลักษณะการผันแปรที่เหมือนกับกรณีที่ไม่มีองค์ประกอบฤดูกาล

การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation) หลังจากได้กำหนดแบบจำลองในขั้นตอนที่ 1 แล้วจะประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least-Squares Method) โดยโปรแกรมสำเร็จรูปจะกำหนดค่าประมาณเบื้องต้น (initial estimates) เพื่อประมวล ผลจนได้ค่าประมาณสุดท้าย โปรแกรมสำเร็จรูปจะคำนวณแบบย้อนซ้ำ (iterative) จนกว่าจะให้ค่าผลรวมของค่าประมาณความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($\sum_{t=1}^{n} \hat{\varepsilon}^2$) มีค่าน้อยที่สุด โดย $\hat{\varepsilon}_t$ เป็นค่าประมาณความคลาดเคลื่อน ε_t จากนั้นนำตัวแบบที่ได้ไปตรวจสอบความเหมาะสม

การวินิจฉัยตัวแบบ ARIMA หลังจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบแล้วจำเป็น ต้องตรวจสอบว่าตัวแบบมีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งหากตัวแบบไม่เหมาะสมจำเป็นต้องกลับไปปรับปรุงตัวแบบ ประมาณค่าพารามิเตอร์และตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบอีกครั้ง โดย จะทำกระบวนซ้ำๆกันไปจนกระทั่งได้ตัวแบบที่เหมาะสม ในการวินิจฉัยตัวแบบจะตรวจสอบคุณสมบัติเชิงสถิติของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม $\{a_t\}$ และทดสอบว่าค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มมีอัตสหสัมพันธ์กันหรือไม่ เป็นการตรวจสอบที่สำคัญมากที่สุดในการวินิจฉัยความเหมาะสมในเชิงสถิติ โดยคำนวณค่า SACF ของค่าตกค้าง (residuals) $\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{y}_t$ (เป็นค่าประมาณของ a_t) ที่ lag k จากนั้นจึงทดสอบว่าค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มมีอัตสหสัมพันธ์หรือไม่ที่แต่ละ lag k=1 , 2 , 3 ,..., m และทดสอบว่าค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มไม่มีอัตสหสัมพันธ์กันใน k lag แรก โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Box-Pierce หรือ ตัวสถิติทดสอบ Ljung-Box นอกจากนี้อาจตรวจสอบด้วยการเขียนกราฟของค่าตกค้างกับเวลา ซึ่งหากพบว่าค่าตกค้างกระจายเป็นแนวในลักษณะขนานรอบค่าศูนย์ อาจกล่าวได้ว่าค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนคงที่ แต่หากการกระจายของค่าตกค้างมีรูปแบบต่างไปจากแนวขนานแสดงว่าค่าความแปรปรวนยังไม่คงที่ ควรพิจารณาปรับปรุงแก้ไขตัวแบบโดยอาจจะใช้วิธีแปลงข้อมูล

การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ (Diagnostic Checking) เป็นการตรวจสอบว่าแบบจำลองที่เลือกเหมาะสมกับข้อมูลอนุกรมเวลาหรือไม่โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้

1) ทดสอบค่าประมาณพารามิเตอร์ในแบบจำลองตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

(1) ตั้งสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H_0: พารามิเตอร์ = 0 ; H_1: พารามิเตอร์ $\neq$ 0

(2) ตัวสถิติทดสอบ t = ($\frac{\text{ค่าประมาณพารามิเตอร์}}{\text{ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณ}}$)

(3) เกณฑ์ที่ใช้ในการปฏิเสธ H_0 จากการใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง (n) มีค่ามาก คือ $|r_{k,k}| > \frac{t_{\alpha/2};df}{n}$

(4) สรุปผลการทดสอบ ซึ่งหากปฏิเสธสมมติฐานว่างสามารถสรุปได้ว่าพารามิเตอร์มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ควรรวมพารามิเตอร์ตัวนั้นในแบบจำลอง

2) พิจารณาค่าประมาณความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้จากสมการพยากรณ์

(1) พิจารณากราฟความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดเคลื่อนกับเวลา หากค่าประมาณความคลาดเคลื่อนมีการกระจายไม่คงที่ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลาแสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และข้อมูลอนุกรมเวลามีความแปรปรวนไม่คงที่

(2) เปรียบเทียบกับกราฟ ACF และ PACF ทางทฤษฎีของค่าประมาณความคลาดเคลื่อน ถ้าแบบจำลองมีลักษณะเป็น White Noise แสดงว่าแบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองที่เหมาะสม

(3) การทดสอบสหสัมพันธ์ในตนเองของค่าประมาณความคลาดเคลื่อน Box และ Pierce ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ $Q = n\sum_{k=1}^{K} r_k^2(\hat{\varepsilon})$ โดย n = จำนวนข้อมูลของค่าความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตอนุกรมเวลาหลังจากปรับให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่แล้ว K = จำนวนสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าประมาณความคลาดเคลื่อนที่ใช้ในการคำนวณค่า Q และ $r_k(\hat{\varepsilon})$= ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าประมาณความคลาดเคลื่อน โดยตัวสถิตินี้ที่มีการแจกแจงไคสแควร์มีค่าองศาอิสระ (degree of freedom) เท่ากับจำนวนสหสัมพันธ์ในตัวเองจากตัวอย่าง (sample autocorrelation) ของค่าความคลาดเคลื่อน K ตัวที่ใช้ในการทดสอบลบจำนวนพารามิเตอร์ (m) ในแบบจำลองที่ประมาณค่า

(4) การทดสอบว่าค่าความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

- ตั้งสมมติฐานในการทดสอบ

  $H_0 : \rho_k = 0$ ทุกๆค่า $k \le K$

  $H_1 : \rho_k \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่าที่ $k \le K$

- ตัวสถิติทดสอบ $t = n\sum_{k=1}^{K} r_k^2(\hat{\varepsilon})$

- เกณฑ์ที่ใช้ในการปฏิเสธ H_0 จากการใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 คือ $Q > \chi^2_{\alpha,k-m}$

- หากผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลักแสดงว่าความคลาดเคลื่อนยังสหสัมพันธ์กันจึงต้องปรับปรุงแบบจำลองใหม่ แต่หากผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าแบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองที่เหมาะสม

2.2 วิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing)

เป็นวิธีที่ใช้ในการปรับข้อมูลให้เรียบและใช้ประมาณอนุกรมเวลาโดยไม่จำเป็นต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ ในการประมาณจะเป็นการแทนค่าซ้ำขั้นตอนเดิม ซึ่งค่าพยากรณ์จะถูกปรับค่าเมื่อมีค่าสังเกตใหม่ โดยมีการกำหนดค่าปรับให้เรียบ α (Smoothing Factor) ซึ่งทำให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Average Square Residual) ของการประมาณโดยใช้ค่าสังเกตก่อนหน้าคาบเวลา t หนึ่งคาบ มีค่าน้อยที่สุด แบ่งเป็น 3 วิธี ดังนี้

(1) วิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย (Simple Exponential Smoothing) วิธีนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่ไม่มีแนวโน้มและไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล ซึ่งข้อมูลมีลักษณะการเคลื่อนไหวที่ค่อนข้างคงที่ ซึ่งมีสมการดังนี้

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)F_t \quad \text{.....(2.10)}$$

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 14 พ.ย. 2556
เลขทะเบียน 218746
เลขเรียกหนังสือ

โดย Y_t เป็นข้อมูล ณ คาบเวลา t

F_{t+1} เป็นค่าพยากรณ์ที่ต้องการทราบล่วงหน้า ณ คาบเวลา t+1

α เป็นค่าคงที่ซึ่งใช้ในการปรับค่าพยากรณ์

วิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลอย่างง่ายเป็นกระบวนการสำหรับการทบทวนการพยากรณ์อย่างต่อเนื่อง ค่าคงที่ซึ่งใช้ในการปรับค่าพยากรณ์ (Smoothing constant) ใช้ในการให้น้ำหนักแก่ปัจจัย ค่าที่แท้จริงของ α จะกำหนดค่าสังเกตในปัจจุบันซึ่งจะมีอิทธิพลในการพยากรณ์อนาคต ถ้าค่า α เข้าใกล้ 1 การพยากรณ์ใหม่จะรวมกันปรับเปลี่ยน สำหรับความผิดพลาดที่เกิดจากการพยากรณ์ที่ผ่านมา ในทางตรงกันข้าม ถ้าค่า α เข้าไปใกล้ศูนย์ ค่าพยากรณ์ใหม่จะคล้ายคลึงกับค่าพยากรณ์เก่า

(2) วิธีปรับให้เรียบแบบโฮลท์ (Holt's linear method)

Holt (1957) ได้ปรับปรุงวิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย ให้เป็นวิธีปรับให้เรียบในเชิงเส้นตรง(Linear Smoothing Method) สำหรับการพยากรณ์ข้อมูลที่มีลักษณะเป็นแนวโน้มเชิงเส้น (trend) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากที่สุด ดังนั้นจึงมีค่าคงที่ที่ทำให้เรียบ 2 ค่าคือ α และ β จึงอาจเรียกว่า วิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง (Double Exponential Smoothing Method) ซึ่งมีสมการดังนี้

$$L_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad \text{.....(2.11)}$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad \text{.....(2.12)}$$

$$F_{t+m} = L_t + b_t m \quad \text{.....(2.13)}$$

โดย Y_t เป็นข้อมูล ณ คาบเวลา t

F_{t+1} เป็นค่าพยากรณ์ที่ต้องการทราบล่วงหน้า ณ คาบเวลา t+1

α เป็นค่าคงที่ซึ่งใช้ในการปรับค่าพยากรณ์

β เป็นค่าที่ทำให้เรียบระหว่างค่าแนวโน้มจริงกับค่าประมาณของแนวโน้ม

ค่า α และ β จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 ในกรณีที่ $\alpha = \beta$ จะเรียกว่า" Brown's Double Exponential Smoothing "

L เป็นค่าประมาณ level ของอนุกรมที่เวลา t

b เป็นค่าประมาณความชันของอนุกรมที่เวลา t

m เป็นจำนวนของคาบที่ต้องการพยากรณ์ล่วงหน้า

ซึ่งเทคนิคของโฮลท์ จะปรับระดับความลาดชันโดยตรงด้วยการใช้ค่าปรับคงที่ (smoothing constant) ของแต่ละช่วงเวลาต่างกัน ค่าปรับคงที่เหล่านี้จะประมาณการระดับ และความลาดชันตลอดเวลาเมื่อมีค่าสังเกตใหม่ ดังนั้นจุดเด่นของวิธีนี้คือ มีความคล่องตัวในการเลือกอัตราระดับและแนวโน้ม

(3) วิธีปรับให้เรียบแบบโฮลท์วินเตอร์ (Holt-Winters'trend and seasonality method) ได้ถูกพัฒนาขึ้นจากวิธี Holt's linear method โดย Winters (1960) เป็นวิธีที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีแนวโน้ม(trend) และอิทธิพลของฤดูกาล (seasonality) เข้ามาเกี่ยวข้อง จึงเหมาะสมกับระยะสั้นและระยะปานกลางดังนี้

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)[L_{t-1} + b_{t-1}] \quad \text{.....(2.14)}$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad \text{.....(2.15)}$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-s} \quad \text{.....(2.16)}$$

$$\hat{Y}_{t+m} = (L_t + b_t m)S_{t-s+m} \quad \text{.....(2.17)}$$

โดย γ เป็นค่าประมาณของฤดูกาลจริงกับค่าประมาณแนวโน้ม จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 1

L เป็นค่าประมาณ level ของอนุกรม ที่เวลา t

b เป็นค่าประมาณของความชันของอนุกรม ที่เวลา t

S ส่วนประกอบของฤดูกาล

s คาบเวลาของฤดูกาล

Y_t เป็นค่าสังเกตใหม่หรือค่าที่แท้จริงในช่วงเวลา t

β เป็นค่าปรับคงที่สำหรับการประมาณแนวโน้ม ($0 \le \beta \le 1$)

การปรับอนุกรมให้เรียบในช่วงเวลาปัจจุบัน (Update) ด้วย L_t จะทำให้ L_t ที่ได้แตกต่างจากค่า L_t ในแบบจำลองของโฮลท์ นอกจากนั้น การที่ค่า Y_t / S_{t-s} เป็นปรับฤดูกาลออกจากข้อมูล Y_t หลังจากการปรับประมาณการแนวโน้ม (b_t) และการประมาณฤดูกาล (S_t)

แล้ว จึงทำการพยากรณ์หาค่า $\hat{Y}_{t+m}$ โดยช่วงเวลาในอดีต คือ t+m จะต้องคูณด้วย S_{t-s+m} หรือดัชนีฤดูกาล (seasonal index) เพื่อนำไปปรับการพยากรณ์ที่มีฤดูกาล สำหรับแบบจำลองของ Winters จะใช้ค่า α, β และ γ เป็นค่าคงที่ในการปรับเรียบ เพื่อลดค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ให้ต่ำที่สุด มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนแรก

การคำนวณเริ่มจากการปรับให้ค่าประมาณลำดับที่หนึ่งที่ได้ปรับเรียบแล้ว ให้มีค่าเท่ากับค่าสังเกตลำดับที่หนึ่ง ($L_t = Y_1$) ซึ่งจะประมาณการได้ว่าแนวโน้มจะเป็นศูนย์ (b=0) และดัชนีฤดูกาลเท่ากับหนึ่ง ($S_1 = 1.0$)

ขั้นตอนที่สอง

นำค่าเฉลี่ยของฤดูกาลลำดับที่หนึ่งหรือค่าสังเกต s ครั้ง (ช่วงความยาวของฤดูกาล) เพื่อใช้เป็นค่าปรับเรียบขั้นต้น เส้นแนวโน้มจะประมาณการความลาดชัน (slope) ที่เหมาะสมกับค่าสังเกต (observation) ดัชนีฤดูกาลคือ $S_t = \frac{Y_t}{L_s}$

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาในกรณีที่ตัวแปรหนึ่งตัว วิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลอย่างง่ายเป็นวิธีที่ใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีแนวโน้มและไม่มีฤดูกาล มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงช้าๆ หรือมีลักษณะค่อนข้างคงที่ ส่วนวิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองเหมาะที่จะใช้กับอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้ม ไม่มีฤดูกาล ซึ่งแนวโน้มอาจมีลักษณะความชันไม่คงที่ วิธีการ์ดเนอร์และวิธีแมคเคนซีเหมาะที่จะใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้มซึ่งมีลักษณะไม่เพิ่มในอัตราคงที่ตลอดมีความหน่วงในช่วงปลายไม่มีฤดูกาล ส่วนวิธีโฮลท์วินเตอร์เหมาะที่ใช้กับอนุกรมเวลาที่มีฤดูกาลและมี/ไม่มีแนวโน้ม

2.3 เกณฑ์การพิจารณาตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสม

ในการพิจารณาแบบจำลองที่เหมาะสมในการพยากรณ์นั้น อาจพิจารณาจากความแตกต่างระหว่างค่าที่แท้จริงกับค่าพยากรณ์ซึ่งเรียกว่าค่าความคลาดเคลื่อน (residuals) สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ $\hat{\varepsilon}_t = Y_t - \hat{Y}_t$ โดย $\hat{\varepsilon}_t$ = ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ในช่วงเวลา t Y_t = ค่าของข้อมูลในช่วงเวลา t และ $\hat{Y}_t$ = ค่าที่พยากรณ์ในช่วงเวลา t

1) ค่าความคลาดเคลื่อนที่แท้จริงเฉลี่ย (Mean Absolute Deviation :MAD)

$\text{MAD} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|$ ใช้วัดความแม่นยำของค่าพยากรณ์โดยการเฉลี่ยค่าความผิดพลาดของค่าพยากรณ์ซึ่งจะมีประโยชน์มากสำหรับการวิเคราะห์ที่ต้องการวัดความผิดพลาดในหน่วยเดียวกันกับข้อมูลอนุกรมเวลาเดิม

2) ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยกำลังสอง (Root Mean Square Error : RMSE) $\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2}$

3) ค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percent Error : MAPE) $MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right|$

ในการเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมจะเลือกตัวแบบที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีการน้อยที่สุด