บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อศึกษาเกี่ยวกับประชากรที่สนใจ อาจทำได้โดยการสำรวจทุกหน่วยประชากรเรียกว่า การสำมะโน หรืออาจรวบรวมข้อมูลจากบางหน่วยประชากรเรียกว่าการสำรวจตัวอย่างโดยทั่วไปแล้วประชากรที่สนใจศึกษามักจะมีขนาดใหญ่ การศึกษาคุณลักษณะของทุกหน่วยประชากรจะทำให้เสียเวลาและค่าใช้จ่ายมากดังนั้นจึงนิยมศึกษาคุณลักษณะของตัวอย่างแทน นั่นคือใช้การสำรวจตัวอย่างในการเก็บรวบรวมข้อมูล แล้วนำผลการศึกษาที่ได้ไปสรุปผลและอ้างอิงเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญในการนำสถิติมาประยุกต์ใช้ ดังนั้นเทคนิคการชักตัวอย่างจึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งของการเพิ่มความถูกต้องในการประมาณค่าโดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง เทคนิคการชักตัวอย่างที่นิยมคือ การชักตัวอย่างที่ใช้ความน่าจะเป็นเพื่อให้ตัวอย่างเป็นตัวแทนที่ดีของประชากรมีอยู่ 4 วิธี คือ การชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว (Simple Random Sampling) การชักตัวอย่างแบบมีระบบ (Systematic Sampling) การชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) และการชักตัวอย่างแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified Sampling)

การศึกษาคุณลักษณะของข้อมูลจากตัวอย่างที่ได้เก็บรวบรวม แล้วนำผลการศึกษาที่ได้ไปสรุปและอ้างอิงเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรเรียกว่า การอนุมานทางสถิติซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะใหญ่ๆ คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing) โดยที่การประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นวิธีการที่อาศัยข้อมูลซึ่งเก็บรวบรวมจากตัวอย่างที่สุ่มจากประชากร แล้วนำมาวิเคราะห์เพื่อนำไปสู่ผลสรุปคุณลักษณะของประชากรที่ทำการศึกษา การสรุปดังกล่าวอาจมีข้อผิดพลาดได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตัวประมาค่าพารามิเตอร์จะถูกต้องใกล้เคียงกับพารามิเตอร์เพียงใด โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถทำได้ 2 แบบ คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation)

การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) เป็นการใช้ค่าเพียงค่าเดียวประมาณค่าพารามิเตอร์ และสามารถหาข้อผิดพลาดของตัวประมาณค่าได้ โดยหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ (Standard Error of Parameter Estimator) ส่วนการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปช่วงของค่า

2 ค่า ซึ่งเป็นช่วงที่เชื่อมั่นได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจจะอยู่ในช่วงนี้ด้วยความน่าจะเป็นที่ระดับหนึ่ง เรียกตัวประมาณค่าแบบช่วงว่า ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) และเรียกความน่าจะเป็นที่เชื่อมั่นได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจจะอยู่ในช่วงที่ได้จากการประมาณค่าว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) โดยที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ต้องการสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละครั้งจะต้องเป็นช่วงที่แคบและเชื่อมั่นได้สูงว่าช่วงดังกล่าวครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ (ประชุม สุวัตถี, 2545)

เมื่อต้องการที่จะหาคำตอบเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อาจทำได้โดยทำการทดลองเพื่อสังเกตผลที่ได้จากการทดลองที่ทำซ้ำกันหลายๆ ครั้งภายใต้สถานการณ์เดียวกัน ถ้าผลที่ได้เหมือนกันทุกครั้ง เรียกว่า การทดลองที่ทราบผลแน่นอน ถ้าผลที่ได้ไม่เหมือนกันทุกครั้ง เรียกว่า การทดลองเชิงสุ่ม (Random Experiment) สำหรับการทดลองเชิงสุ่มที่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เพียง 2 ทาง คือ เกิดลักษณะที่สนใจ หรือเกิดผลสำเร็จ (Success) และเกิดลักษณะที่ไม่สนใจ หรือไม่เกิดผลสำเร็จ (Failure) ในการทดลอง 1 ครั้งจะเรียกการทดลองเชิงสุ่มที่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เพียง 2 ทางว่า การทดลองแบบเบอร์นูลลี ถ้ากำหนดให้เลข 1 แทนเหตุการณ์ที่เกิดลักษณะที่สนใจ และเลข 0 แทนเหตุการณ์ที่เกิดลักษณะที่ไม่สนใจสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นของการเกิดลักษณะที่สนใจ เท่ากับ p จะได้ความน่าจะเป็นของการเกิดลักษณะที่ไม่สนใจ เท่ากับ 1-p ถ้าทำการทดลองซ้ำๆ กัน n ครั้ง โดยการทำซ้ำแต่ละครั้งเป็นอิสระกัน เมื่อกำหนดให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ คือ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลีที่เป็นอิสระกัน โดยมีพารามิเตอร์เป็น p ซึ่ง p จะเป็นสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร (Population Proportion) ถ้าให้ $y = \sum_{i=1}^{n} x_i$ พบว่า y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution) โดยที่ตัวแปรสุ่ม y แทนจำนวนครั้งที่เกิดลักษณะที่สนใจในการทดลองเบอร์นูลลี n ครั้ง แล้วตัวแปรสุ่ม y มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ p ซึ่งตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ p คือ $\hat{p} = \frac{y}{n}$ โดยที่ $\hat{p}$ เป็นสัดส่วนของการเกิดลักษณะที่สนใจในตัวอย่างสุ่ม และเป็นตัวประมาณที่มีคุณสมบัติไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Unbiased Estimator : MVUE) (วีนัส พีรวณิชย์, ชินนะพงษ์ บำรุงทรัพย์, 2547)

การหาค่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร p ที่ใช้กันทั่วไปจะได้มาจากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) ที่ว่า ถ้าตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่พอการแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่างสามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ถ้าให้ y เป็นตัวแปรสุ่มแบบทวินามนั่นคือ y จะเท่ากับจำนวนผลสำเร็จทั้งหมดในการทดลองแบบเบอร์นูลลีที่

เป็นอิสระซึ่งกันและกัน n ครั้ง และเขียนแทนด้วย $y \sim B(n,p)$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่สามารถประมาณการแจกแจงของ y ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น np และความแปรปรวนเป็น np(1-p) เขียนแทนด้วย y~N(np,np(1-p)) และถ้า $\hat{p} = \frac{y}{n}$ จะได้ว่าเมื่อ n มีขนาดใหญ่ $\hat{p}$ ประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น p และ ความแปรปรวนเป็น $\frac{p(1-p)}{n}$ เขียนแทนด้วย $\hat{p} \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$

ดังนั้น $Z = \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่

ซึ่งรูปแบบที่มักใช้กันทั่วไปในการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร p เมื่อกำหนดค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) 1-α คือ

$$\hat{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

ซึ่ง $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ (1-$\frac{\alpha}{2}$)100 ของ N(0,1) และเรียกช่วงที่คำนวณได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นที่มีระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 100(1-α)% สำหรับสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร p รูปแบบการประมาณค่าข้างต้น เรียกว่า วิธีปกติ ซึ่งวิธีปกติจะให้ค่าประมาณที่ดี หรือ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ n มีขนาดใหญ่ (ประชุม สุวัตถี, 2545) อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างอาจจะไม่สามารถหาตัวอย่างได้จำนวนมาก เนื่องจากข้อจำกัดบางอย่างการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรโดยใช้วิธีปกติ อาจทำให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต้องการ จึงอาจทำให้ช่วงที่ได้จากวิธีการประมาณดังกล่าวไม่เป็นไปตามคุณสมบัติที่คาดหวัง (Oranji, 2006)

ด้วยเหตุดังกล่าวได้มีผู้ที่คิดค้น หาวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนประชากรที่เหมาะสมกว่าวิธีปกติเมื่อไม่สามารถหาตัวอย่างจำนวนมากได้ จากการศึกษาของผู้วิจัยพบว่ามีวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนประชากรอยู่หลายวิธี เช่น วิธีการของวิลสัน (Wilson, 1927 อ้างจาก Brown, 2001) วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวประมาณเบส์โดยเชน (Chen, 1990), วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ (Ghosh, 1979), วิธีลอจิก (Stone, 1995 อ้างจาก Brown, 2001), วิธีความควรจะเป็น (Brown, 2001) เป็นต้น และได้มีผู้ที่ศึกษาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่น

สำหรับสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรของวิธีการดังกล่าวจำนวนมาก เช่น โกช (Ghosh, 1979) ,นภาพร (นภาพร สีมาเงิน, 2536), ปัทมนันท์ (ปัทมนันท์ พันธุ์ประเสริฐ, 2546) และ สาริณีย์ (สาริณีย์ คงกัน, 2546) เป็นต้น แต่การศึกษาเหล่านั้นได้ดำเนินการภายใต้ตัวอย่างที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ หรือ มีการแจกแจงแบบทวินามเท่านั้น โดยที่ไม่ได้คำนึงว่าตัวอย่างที่ได้มานั้นมาจากเทคนิคการชักตัวอย่างแบบใด

ในการศึกษาคุณลักษณะของประชากรที่เกี่ยวข้องกับโครงการใหญ่ๆที่ประชากรมีขนาดใหญ่ เช่น การศึกษาคุณลักษณะของข้าราชการในระดับภาค หรือ ประเทศ ซึ่งมีวิธีการดำเนินการในการชักตัวอย่างที่ยุ่งยากมาก จึงมีแผนแบบการชักตัวอย่างที่ใช้เทคนิคการชักตัวอย่างหลายเทคนิคมาใช้ร่วมกัน ซึ่งจะใช้แตกต่างกันไปตามสถานการณ์ที่เหมาะสมกับแผนแบบการชักตัวอย่างนั้นๆ แผนแบบการชักตัวอย่างที่ใช้เทคนิคการชักตัวอย่างหลายเทคนิคมาใช้ร่วมกัน เรียกว่า แผนแบบการชักตัวอย่างเชิงซ้อน (Complex Sample Designs) เช่นกำหนดให้ใช้แผนแบบการชักตัวอย่างแบบแบ่งเป็นชั้น และแผนแบบการชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่มหลายขั้นร่วมกัน เรียกว่า แผนแบบการชักตัวอย่างเกาะกลุ่มหลายขั้นแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified Multi-Stage Cluster Sampling) โดยตัวอย่างที่ได้จากแผนแบบนี้เรียกว่าตัวอย่างเชิงซ้อน (Complex Sample) (สุชาดา กีระนันทน์ ,2541 และ Gray, 2004)

การหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรที่เหมาะสมกับตัวอย่างเชิงซ้อนนั้นมีวิธีดำเนินการที่ยุ่งยากมาก เพราะว่ามีข้อจำกัดบางประการทำให้การชักตัวอย่างขั้นที่ 1(Primary Sampling Units : PSU) มีจำนวนน้อยทำให้องศาแห่งเสรี (Degree of Freedom)มีค่าต่ำ และเนื่องจากตัวประมาณค่าที่ดีจะขึ้นอยู่กับความคลาดเคลื่อนในการสุ่มตัวอย่างของแต่ละ PSU เมื่อ PSU มีจำนวนน้อยจึงทำให้ความคลาดเคลื่อนของตัวประมาณมีค่าผิดปกติ คือ มีค่าสูงหรือ ต่ำกว่าที่ควรจะเป็น (Oranji, 2006) ซึ่งทั้งสองสาเหตุสามารถแก้ไขได้โดยการใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพที่แนะนำโดย คอร์นและกรูบาร์ด (Korn and Graubard, 1998 อ้างจาก Gray,Haslett and Kuzmicich, 2004) โดยที่ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ (Effective Sample Size) ประมาณได้โดยการปรับขนาดตัวอย่างแบบเดิมด้วยอิทธิพลของ แผนแบบ (Design Effect) ที่คำนวณจากอัตราส่วน ระหว่างค่าประมาณความแปรปรวนของตัวอย่างที่ได้จากการชักตัวอย่างเชิงซ้อน และค่าประมาณความแปรปรวนของตัวอย่างที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว โดยที่ค่าประมาณความแปรปรวนของตัวอย่างที่ได้จากการชักตัวอย่างเชิงซ้อน จะคำนวณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และออแรนจิ (Oranji, 2006) ได้นำขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพมาประยุกต์ใช้

กับวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรตามวิธีที่ได้เคยมีผู้ศึกษามาก่อนสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อน

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาและพัฒนาวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยดัดแปลงวิธีการของวิลสัน (Wilson Method) ที่มีการประยุกต์ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ เพื่อเสนอการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรโดยวิธีการของวิลสันให้เหมาะสมกับตัวอย่างเชิงซ้อน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1.พัฒนาการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรโดยดัดแปลงวิธีการของวิลสันให้เหมาะสมกับตัวอย่างเชิงซ้อน

2.เปรียบเทียบผลของการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยใช้วิธีการของวิลสัน ระหว่างการใช้ขนาดตัวอย่างแบบเดิมกับการใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ

สมมติฐานของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีสมมติฐาน ดังต่อไปนี้

1. ช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2. ช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ จะให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบกว่าวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างแบบเดิม

ขอบเขตของการวิจัย

ในการศึกษาวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยดัดแปลงวิธีการของวิลสันครั้งนี้มีขอบเขตการวิจัยดังนี้

1.กำหนดแผนแบบการชักตัวอย่างเชิงซ้อน ให้เป็นแผนแบบการชักตัวอย่างเกาะกลุ่มสองขั้นแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified Two-Stage Cluster Sampling) โดยกำหนดให้มีจำนวนกลุ่มเท่ากับ 11, 9, 12 และ 8 กลุ่มในชั้นภูมิที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

2.กำหนดให้แต่ละกลุ่มของแต่ละชั้นภูมิมีจำนวนประชากร 2 กรณีดังนี้

2.1 กรณีที่มีจำนวนประชากรในแต่ละกลุ่มของแต่ละชั้นภูมิเท่ากัน โดยกำหนดให้เท่ากับ 100 หน่วย

2.2 กรณีที่มีจำนวนประชากรในแต่ละกลุ่มของแต่ละชั้นภูมิไม่เท่ากัน กำหนดให้

ชั้นภูมิที่ 1 มีจำนวนประชากรกลุ่มที่ 1 ถึงกลุ่มที่ 11 เท่ากับ 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145 และ 150 ตามลำดับ

ชั้นภูมิที่ 2 มีจำนวนประชากรกลุ่มที่ 1 ถึงกลุ่มที่ 9 เท่ากับ 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190 และ 195 ตามลำดับ

ชั้นภูมิที่ 3 มีจำนวนประชากรกลุ่มที่ 1 ถึงกลุ่มที่ 12 เท่ากับ 200, 205, 210, 215, 220, 225, 230, 235, 240, 245, 250 และ 255 ตามลำดับ

ชั้นภูมิที่ 4 มีจำนวนประชากรกลุ่มที่ 1 ถึงกลุ่มที่ 8 เท่ากับ 260, 265, 270, 275, 280, 285, 290 และ 295 ตามลำดับ

3.กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้เป็น 2 กลุ่ม คือ

3.1 กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก คือ ตัวอย่างที่มีขนาดน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5% ของจำนวนประชากร ในที่นี้กำหนดให้ตัวอย่างมีขนาด 3% ของจำนวนประชากรในแต่ละกลุ่มของแต่ละชั้นภูมิ

3.2 กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ คือ ตัวอย่างที่มีขนาดมากกว่า 5% ของจำนวนประชากร ในที่นี้กำหนดให้ตัวอย่างมีขนาด 7% ของจำนวนประชากรในแต่ละกลุ่มของแต่ละชั้นภูมิ

4.กำหนดสัดส่วนประชากร (p) รวมทุกชั้นภูมิเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3 , 0.4 , 0.5 และ 0.6 โดยกำหนดให้สัดส่วนประชากรในแต่ละชั้นภูมิดังตารางต่อไปนี้

สัดส่วนประชากรรวมทุกชั้นภูมิ	สัดส่วนประชากรของชั้นภูมิที่ 1(p_1)	สัดส่วนประชากรของชั้นภูมิที่ 2 (p_2)	สัดส่วนประชากรของชั้นภูมิที่ 3 (p_3)
0.10	0.02	0.05	0.10
0.20	0.08	0.04	0.20
0.30	0.20	0.06	0.60
0.40	0.30	0.09	0.70
0.50	0.70	0.40	0.20
0.60	0.70	0.40	0.80

และสัดส่วนประชากรของชั้นภูมิที่ 4 (p_4) คำนวณได้โดย $(Np - N_1p_1 - N_2p_2 - N_3p_3)/N_4$

5.กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เป็น 0.95 และ 0.99

6.ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา

สถานการณ์ทั้งหมด เท่ากับ $2 \times 2 \times 6 \times 2 \times 2 = 96$ สถานการณ์

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

ในการเปรียบเทียบผลของการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนโดยใช้วิธีการของวิลสัน ระหว่างการใช้ขนาดตัวอย่างแบบเดิมกับการใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ กำหนดให้มี 2 เกณฑ์ดังนี้

1.ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ (Confidence Coefficient) คือค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงสุ่มจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะทำการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\hat{\alpha})$ที่คำนวณได้จาก

$$1-\hat{\alpha} = \frac{\left[\begin{array}{l}\text{จำนวนครั้ง ทั้งหมดที่ ช่วงความเชื่อมั่น}\\ \text{ครอบคลุมพา รามิเตอร์ p}\end{array}\right]}{R}$$ โดยที่ R คือ จำนวนรอบของการทดลอง

กับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(1-\alpha_0)$ เพื่อตรวจสอบว่าวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นใดให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ซึ่งผู้วิจัยได้ตรวจสอบด้วยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ Z-test ดังนี้

ให้ P = $1-\alpha$ และ P_0 = $1-\alpha_0$

สมมติฐาน

$H_0 : P = P_0$

$H_1 : P \neq P_0$

กำหนดระดับนัยสำคัญ(α^*)เท่ากับ 0.05

จะปฏิเสธสมมุติฐาน H_0 ถ้า

$$\frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}}} < -Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}}} > Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$$

นั่นคือ $\hat{P} < P_0 - Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}}$ หรือ $\hat{P} > P_0 + Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}}$

ดังนั้น วิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ดังนี้

$$P_0 - Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}} \leq \hat{P} \leq P_0 + Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{R}}$$

เมื่อ P_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด หรือเท่ากับ $1-\alpha_0$

$\hat{P}$ คือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง หรือเท่ากับ $1-\hat{\alpha}$

R คือ จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 1,000 รอบ

α^* คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ในที่นี้กำหนดเท่ากับ 0.05 ($Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}} = 1.96$)

จะได้เกณฑ์การตัดสินใจ คือ

เมื่อ $P_0 = 0.95$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $0.9365 \leq \hat{P} \leq 0.9635$

เมื่อ $P_0 = 0.99$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $0.9838 \leq \hat{P} \leq 0.9961$

2. ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Average Length : AL) คำนวณได้จาก

$$AL = \frac{\sum_{j=1}^{R}(U_j - L_j)}{R} \quad ; \quad j=1, 2, \ldots, R$$

เมื่อ R คือ จำนวนรอบของการทดลอง

L_j คือ ขีดจำกัดล่างของความเชื่อมั่นของรอบที่ j

U_j คือ ขีดจำกัดบนของความเชื่อมั่นของรอบที่ j

ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งอาศัยการทดสอบสมมติฐาน โดยใช้ t-test กรณีกลุ่มตัวอย่างไม่เป็นอิสระกัน ดังนี้

ให้ L_1 แทน ค่าความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างแบบเดิม

L_2 แทน ค่าความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ

D แทน $L_1 - L_2$

$H_0 : \mu_D \leq 0$

$H_1 : \mu_D > 0$

กำหนดระดับนัยสำคัญ(α^*)เท่ากับ 0.05

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ

$$\frac{\overline{D}}{(s_D / \sqrt{R})} > t_{1-\alpha^*,R-1}$$

เมื่อ $\overline{D}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ D

s_D คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ D

R คือ จำนวนรอบของการทดลอง

ดังนั้น ถ้าปฏิเสธ H_0 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ จะแคบกว่าวิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างแบบเดิม

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1.เป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนให้เหมาะสมกับสถานการณ์ของจำนวนตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในตัวอย่างที่ทำการทดลอง

2.เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาพัฒนาวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากรสำหรับการชักตัวอย่างเชิงซ้อนแบบอื่นต่อไป

คำจำกัดความและสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร (Population) คือ เซตที่สมบูรณ์ของหน่วยข้อมูลในเรื่องที่กำลังพิจารณา กล่าวคือ เมื่อทำการศึกษาเรื่องใดหน่วยข้อมูลทั้งหมดของเรื่องนั้นจะประกอบกันขึ้นเป็นประชากรในเรื่องนั้น ประชากรสามารถจัดเป็น 2 ประเภทคือ ประชากรมีจำนวนจำกัด และมีจำนวนไม่จำกัด

ตัวอย่าง (Sample) คือ เซตย่อยของประชากร หรือส่วนหนึ่งของประชากร โดยเซตย่อยนี้ประกอบขึ้นด้วยหน่วยบางหน่วยของประชากร

หน่วยตัวอย่าง (Sampling unit) คือ หน่วยที่ใช้สำหรับการชักตัวอย่าง

ความแปรปรวนของการชักตัวอย่าง (Sampling Variance) คือ ค่าที่วัดว่าตัวประมาณเบี่ยงเบนไปจากค่าความคาดหวังของตัวประมาณนั้นเพียงใด $\hat{p}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของพารามิเตอร์ p จึงสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความแปรปรวนของการชักตัวอย่างได้ดังนี้

$$\sigma^2_{\hat{p}} = E[\hat{p} - E(\hat{p})]^2 = V(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$$

กรณีที่ไม่ทราบค่า p จึงประมาณได้ด้วย $\sigma^2_{\hat{p}} = \hat{V}(\hat{p})$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ (Standard Error of Estimate) คือ ค่ารากที่สองของความแปรปรวนของตัวประมาณ $\hat{p}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของพารามิเตอร์ p ดังนั้นความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณ $\hat{p}$ คือ

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\sigma^2_{\hat{p}}} = \sqrt{V(\hat{p})}$$

กรณีที่ไม่ทราบค่า p จึงประมาณได้ด้วย $\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{\hat{V}(\hat{p})}$

แผนแบบการเลือกตัวอย่าง (Sample Design) คือ การกำหนดวิธีการชักตัวอย่างและวิธีการประมาณค่าประชากรจากข้อมูลตัวอย่าง

การชักตัวอย่างเชิงซ้อน (Complex Sampling) คือ แผนแบบการชักตัวอย่างที่เกิดจากการนำวิธีการหลักมาผสมผสานกันทำให้เกิดความซับซ้อน ในที่นี้หมายถึงแผนแบบการชักตัวเกาะกลุ่มสองขั้นแบบแบ่งเป็นชั้น

สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) คือ ความน่าจะเป็นที่ช่วงสุ่มจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) คือ ช่วงของค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ช่วงสุ่ม (Random Interval) คือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากค่าสถิติของตัวอย่างสุ่ม

การดัดแปลงวิธีการของวิลสัน (Modified Wilson Method) คือ วิธีการของวิลสันที่ถูกดัดแปลงโดยการใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพและเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการของวิลสันที่ใช้ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ

N แทน ขนาดประชากร

n แทน ขนาดตัวอย่างแบบเดิม

$\tilde{n}$ แทน ขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ

p แทน ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร

$\hat{p}$ แทน ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในตัวอย่าง

$\hat{p}_{(n)}$ แทน ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในตัวอย่างที่คำนวณจากขนาดตัวอย่างแบบเดิม

$\hat{p}_{(\tilde{n})}$ แทน ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในตัวอย่างที่คำนวณจากขนาดตัวอย่างที่มีประสิทธิภาพ