

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°

จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : เส้นขนาน

คาบที่ 6

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

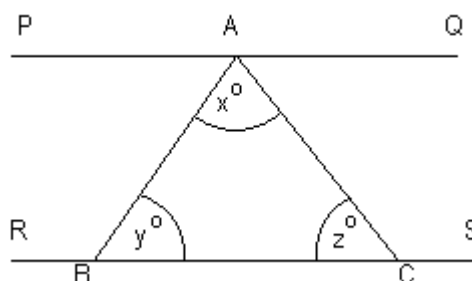
1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
 - 1.1 บอกได้ว่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
 - 1.2 บอกสมบัติของผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่มุมประชิดมีขนาดเท่ากับมุมภายนอกได้
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ
 - 2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
 - 2.2 บอกสมบัติของมุมที่เกิดจากเส้นขนานแล้วมีเส้นตัดได้อย่างมีเหตุผลอ้างอิงความรู้ได้
 - 2.3 สำรวจ สืบเสาะ และสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับมุมภายในรูปสามเหลี่ยมได้
 - 2.4 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ
 - 3.1 ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
 - 3.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
 - 3.3 มีความร่วมมือกันในการทำงาน
 - 3.4 สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบท มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้เท่ากับ 180°

ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม สามารถหาได้โดยใช้สมบัติของเส้นขนาน

ดังต่อไปนี้



กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ให้ $\hat{x}$, $\hat{y}$ และ $\hat{z}$ แทนมุม $\hat{BAC}$, $\hat{ABC}$ และ $\hat{ACB}$ ตามลำดับ

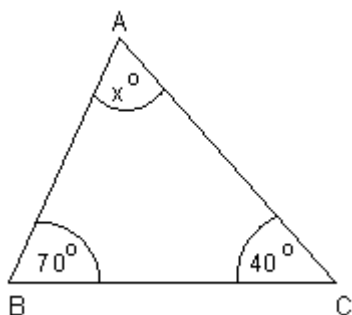
ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{x} + \hat{y} + \hat{z} = 180^\circ$

วิธีการพิสูจน์

1. สร้างส่วนของเส้นตรง PQ ผ่านจุด A และ ส่วนของเส้นตรง RS ผ่านจุด B และ C โดยให้ $\overline{PQ}$ ขนานกับ $\overline{RS}$
2. $\hat{PAB} = \hat{ABC} = y^\circ$ สมบัติของมุมแย้ง
3. $\hat{QAC} = \hat{ACB} = z^\circ$ สมบัติของมุมแย้ง
4. $\hat{BAC} = x^\circ$ โจทย์กำหนด
5. $\hat{PAB} + \hat{BAC} + \hat{CAQ} = 180^\circ$ เป็นมุมตรง
6. $\hat{x} + \hat{y} + \hat{z} = 180^\circ$ เพราะแทนค่าในข้อ 2, 3 และ 4

ดังนั้นขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180°

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ x



จากรูป เนื่องจากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°

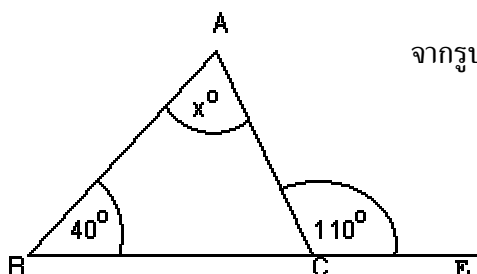
$$\text{ดังนั้น } \hat{x} + 70^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{x} + (70^\circ + 40^\circ) - (70^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ)$$

$$\begin{aligned} \hat{x} &= 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

เมื่อต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x



จากรูป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่มุมประชิด

$$\text{ดังนั้น } \hat{x} + 40^\circ = 110^\circ$$

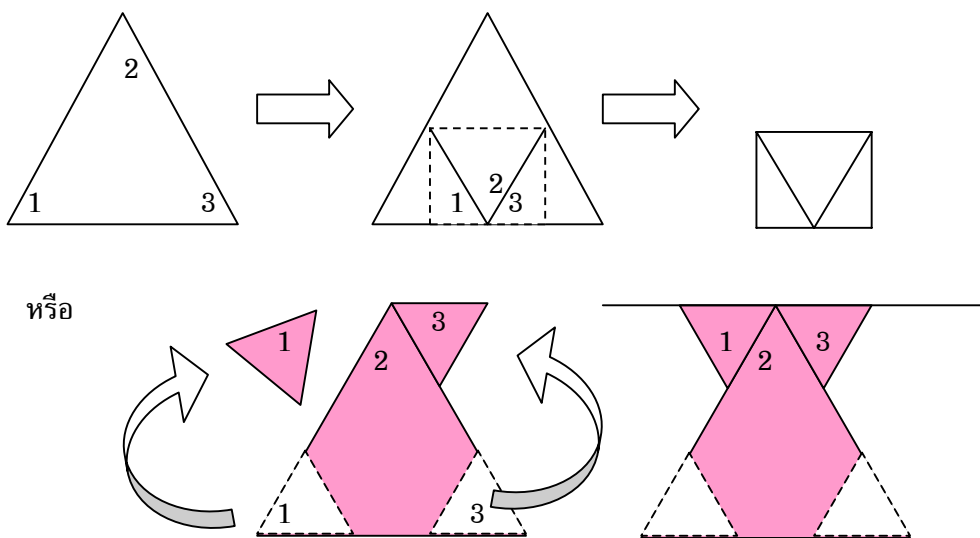
$$\begin{aligned} \hat{x} &= 110^\circ - 40^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ มุมภายในรูปสามเหลี่ยม.gsp
กิจกรรม7.gsp ฝึกหัด5.gsp
2. ชิ้นงานที่ 6 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา, ใบกิจกรรมที่ 7 และเอกสารฝึกหัดที่ 5

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การถามตอบประกอบการใช้โปรแกรม GSP
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันสำรวจมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ มุมภายในรูปสามเหลี่ยม ทำชิ้นงานที่ 6 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา แล้วร่วมกันอภิปรายสิ่งที่นักเรียนค้นพบ
3. ครูใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ มุมภายในรูปสามเหลี่ยม สาธิตพร้อมให้เหตุผลเกี่ยวกับมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180° โดยการเคลื่อนย้ายมุม ให้มุมทั้งสามจรดกันเป็นมุมประชิด ซึ่งจะได้มุมทั้งสามเป็นเส้นตรง นั่นคือ มุมตรง มีขนาดเท่ากับ 180°



4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
5. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่า เมื่อต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอก

6. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ กิจกรรม7 จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ ฝึกหัด5

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1.นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ชิ้นงาน ที่ 6 และจากการทำใบกิจกรรมที่ 7	2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 85%
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 5	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้อง ประมาณ 70 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่ใช้โปรแกรม GSP ปฏิบัติการสร้างเส้นขนานได้คล่องและรวดเร็ว นักเรียนได้นำทฤษฎีบทของเส้นขนานมาพิสูจน์ทฤษฎีเกี่ยวกับ “ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา” โดยนักเรียนได้ดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานด้วยโปรแกรม GSP เพื่อทำการพิสูจน์ทฤษฎีข้างต้น ซึ่งถือว่าเป็นขั้น 3 เป็นขั้นการพิสูจน์นิรนัยอย่างมีแบบแผนแผนของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี เพราะนักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ได้

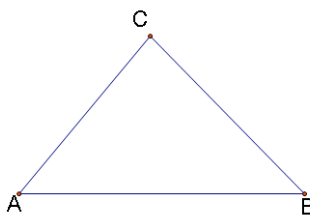
ครูใช้โปรแกรม GSP ในการแสดงภาพการเคลื่อนที่ของมุมให้นักเรียนได้เห็นความเท่ากันของมุมประชิด นักเรียนเข้าใจอย่างดีและรู้สึกตื่นเต้นกับการนำเสนอภาพการเคลื่อนไหวของมุมที่จรดกันเป็นมุมประชิด จะได้มุมทั้งสามประกอบกันเป็นมุมตรงซึ่งมีขนาดเท่ากับ 180° นักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยสามารถทำการพิสูจน์ได้ว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°

จากการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 5 ครูพบว่าการหาค่าตัวแปรของมุม x และ y นักเรียนบางคนทำไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลของมุมที่ต้องการหาได้ ฉะนั้นครูต้องเฉลยโดยใช้การถามตอบในห้องเรียนเพิ่มเติม พร้อมทั้งหมุนภาพของมุมให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP เพื่อช่วยให้นักเรียนความเข้าใจที่ชัดเจนยิ่งขึ้น

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

ชิ้นงานที่ 6 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม.gsp
2. สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC โดยใช้กล่องเครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรงและเลือกเครื่องมือ ส่วนของเส้นตรง พร้อมตั้งชื่อรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



3. วัดขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ได้ดังนี้

$\angle CAB = \dots\dots\dots$ องศา $\angle ABC = \dots\dots\dots$ องศา $\angle BCA = \dots\dots\dots$ องศา

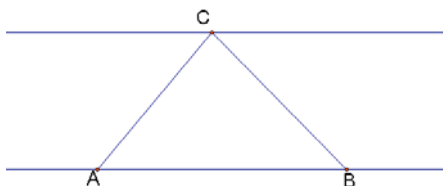
4. คำนวณผลบวกมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ได้ว่า $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = \dots\dots\dots$ องศา
5. คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ สังเกตผลบวกมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้นพบว่า

ข้อความคาดการณ์

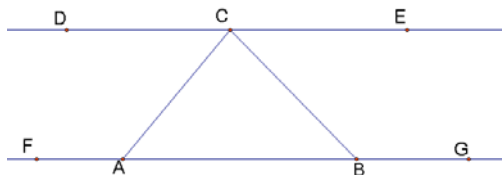
ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับองศา

พิสูจน์เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

1. จากรูปสามเหลี่ยมข้างต้น สร้างเส้นขนานกับส่วนของเส้นตรง AB โดย
 - 1.1 คลิกที่จุด C และเส้นตรง AB เลือกคำสั่งในเมนู สร้าง > เส้นขนาน
 - 1.2 สร้างเส้นตรงบนส่วนของเส้นตรง AB โดยใช้กล่องเครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง และเลือกเครื่องมือเส้นตรง(วางจุดเพื่อสร้างเส้นตรงที่จุด A และจุด B)



2. คลิกที่จุด A จุด B หรือ จุด C เพื่อทำการเคลื่อนโยกจุด สังเกตมุมที่ปรากฏ
3. สร้างจุด D และ จุด E ข้างจุด C และสร้างจุด F และ จุด G บนเส้นตรง AB ดังรูป



4. วัดขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม $\hat{DCA} = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{ECB} = \dots\dots\dots$ องศา
สังเกตขนาดของมุม พบว่า

$\hat{DCA} \dots\dots\dots \hat{CAB}$ (= หรือ $\neq$) เพราะ.....

$\hat{ECB} \dots\dots\dots \hat{ABC}$ (= หรือ $\neq$) เพราะ.....

5. คำนวณผลบวกของขนาดของมุม

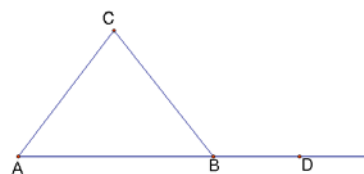
$\hat{DCA} + \hat{ECB} + \hat{BCA} = \dots\dots\dots$ องศา เพราะ.....

ข้อความคาดการณ์

ขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกัน.....(เท่ากับหรือไม่เท่ากับ) 180°

การสร้างครั้งที่ 2

- สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC
- สร้างรังสี AD บนส่วนของเส้นตรง AB ดังรูป



วัดขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม ได้ว่า $\hat{CBD} = \dots\dots\dots$ องศา

3. คำนวณผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกข้อ 2

$\hat{CAB} + \hat{BCA} = \dots\dots\dots$ องศา

- คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ สังเกตความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่าง ข้อ 2 และ ข้อ 3
- วัดขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมอีกหนึ่งมุม ฉะนั้น

$\hat{CBD} \dots\dots\dots \hat{ABC} + \hat{BCA}$ (= หรือ $\neq$)

6. สร้างรังสีกับด้านต่างๆ ของรูปสามเหลี่ยม สังเกตมุมภายนอกและผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกพบว่า

.....
.....

ข้อความคาดการณ์

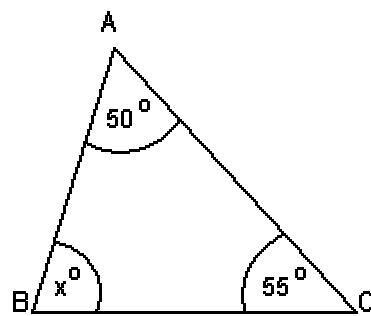
ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาด
.....(เท่ากับหรือไม่เท่ากับ) ผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

ใบกิจกรรมที่ 7 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

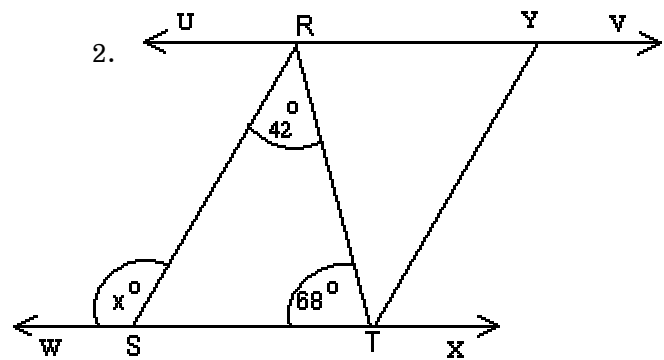
เปิดไฟล์ กิจกรรม7.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้
 จงหาค่าของ x และ y จากรูปที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

1.



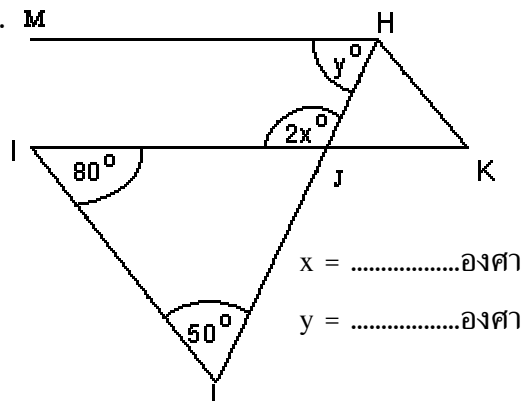
$x = \dots\dots\dots$ องศา

2.



$x = \dots\dots\dots$ องศา

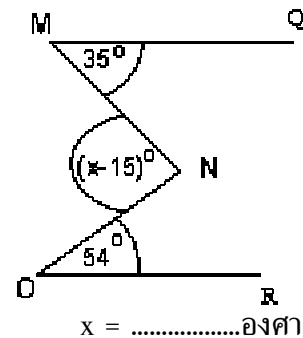
3. M



$x = \dots\dots\dots$ องศา

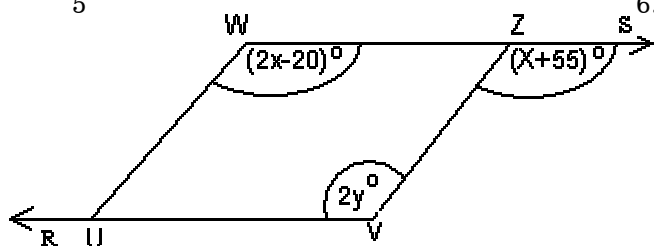
$y = \dots\dots\dots$ องศา

4.



$x = \dots\dots\dots$ องศา

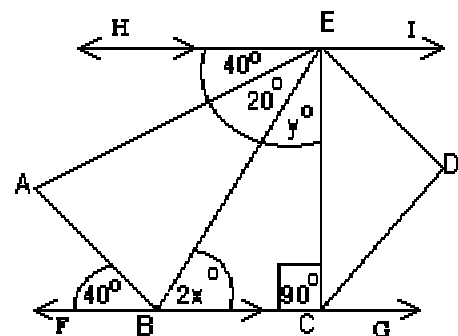
5.



$x = \dots\dots\dots$ องศา

$y = \dots\dots\dots$ องศา

6.



$x = \dots\dots\dots$ องศา

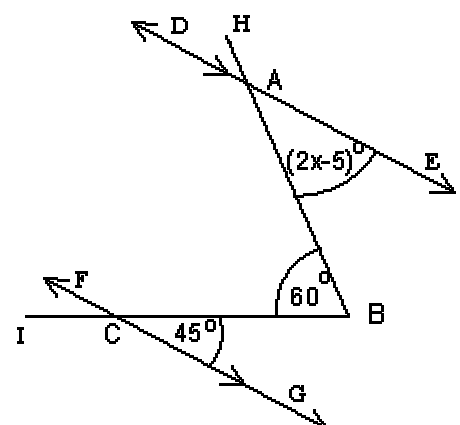
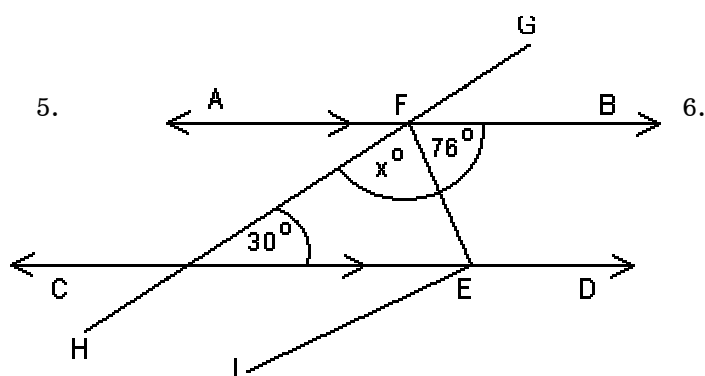
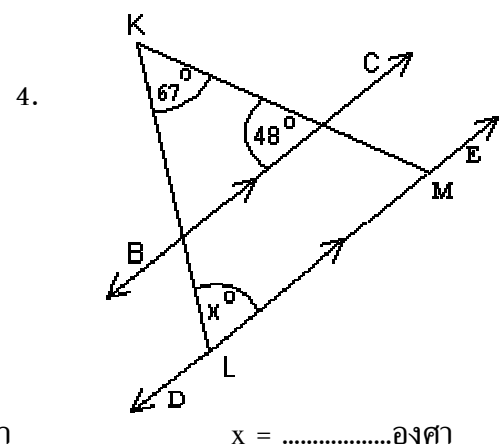
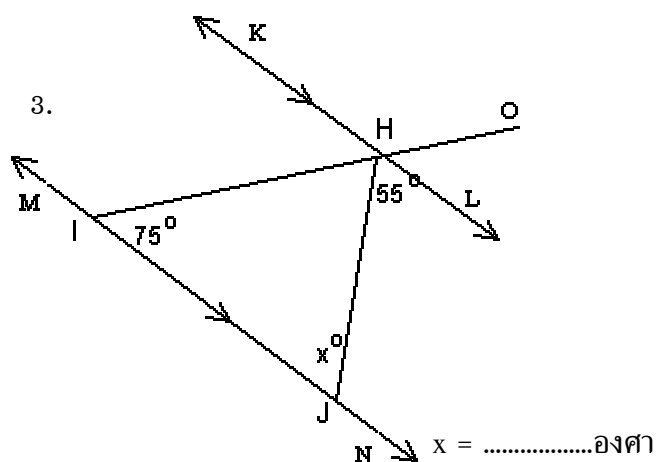
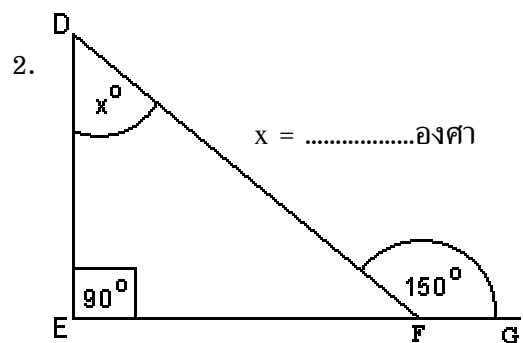
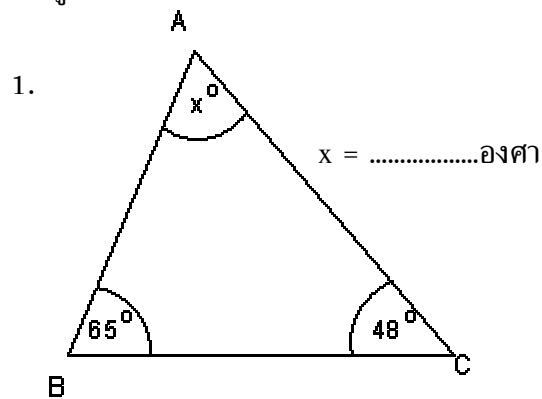
$y = \dots\dots\dots$ องศา

เอกสารฝึกหัดที่ 5 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ ฝึกหัด 5.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่าของ x



แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้าย

จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 : ความคล้าย

คาบที่ 7

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้

1.2 บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

1.3 สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้

2.2 สำรวจ สืบเสาะ และสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้

2.3 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

1.1 ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน

1.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ

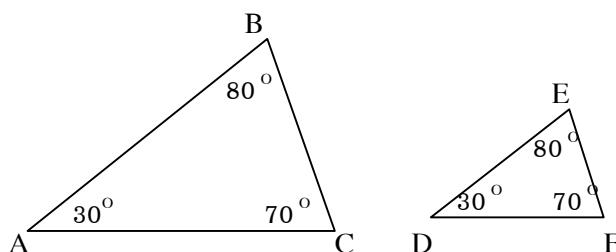
1.3 มีความร่วมมือกันในการทำงาน

1.4 สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณารูปสามเหลี่ยมสองรูปดังต่อไปนี้



จากรูป $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ เราใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน
 ดังนั้นจะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ เพราะมีมุมเท่ากันสามมุม มุมต่อมุม โดย

$$\hat{BAC} = \hat{EDF}, \hat{ABC} = \hat{DEF} \text{ และ } \hat{BCA} = \hat{EFD}$$

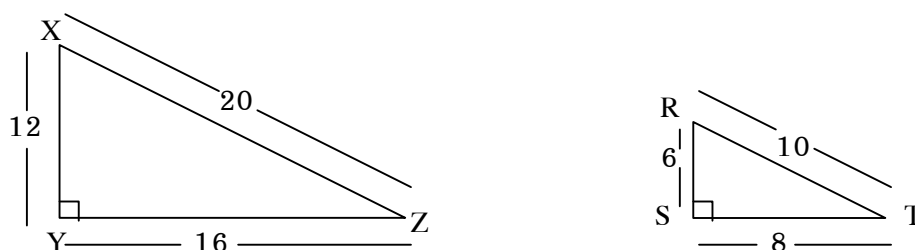
หรือเขียนได้ว่า $\triangle BCA \sim \triangle EFD$ หรือ $\triangle CAB \sim \triangle FDE$

ทั้งนี้การเขียนชื่อของรูปสามเหลี่ยมคล้ายกันสองรูป ต้องเขียนชื่อของรูปสามเหลี่ยมที่ขนาดของมุมเท่ากันให้เรียงลำดับเหมือนกันทั้งสองรูป

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน
2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยจะเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2



จากรูปจะได้ว่า $\triangle XYZ \sim \triangle RST$ เพราะมีมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม

$$\text{ดังนั้น } \frac{XY}{RS} = \frac{XZ}{RT} = \frac{YZ}{ST}$$

$$\text{แทนค่า } \frac{12}{6} = \frac{20}{10} = \frac{16}{8}$$

$$\text{หรือ } \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$$

นั่นคือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกันแล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยจะเท่ากัน

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ รูปสามเหลี่ยมคล้าย.gsp กิจกรรม8.gsp ไฟล์หัด6.gsp
2. ชิ้นงานที่ 7 : การสร้างและสำรวจรูปสามเหลี่ยมคล้าย ใบกิจกรรมที่ 8 และเอกสารฝึกหัดที่

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
2. ครูใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ *รูปสามเหลี่ยมคล้าย* ให้นักเรียนสังเกตลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ และทำชิ้นงานที่ 7 : การสร้างและสำรวจรูปสามเหลี่ยมคล้าย ให้นักเรียนวัดมุมทั้งสามมุมเพื่อทำการสำรวจและใช้คำสั่งย่อ-ขยายของโปรแกรม GSP
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยการใช้โปรแกรม GSP พร้อมการถามตอบประกอบการอธิบาย
4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมคล้ายจะมีมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม และการเขียนชื่อรูปสามเหลี่ยมคล้ายต้องเขียนมุมต่อมุมที่มีขนาดของมุมเท่ากัน
5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ *กิจกรรม 8* จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ *ฝึกหัด 7*

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ชิ้นงานที่ 7 และจากการทำใบกิจกรรมที่ 8	2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 80%
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 6	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้อง ประมาณ 80 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

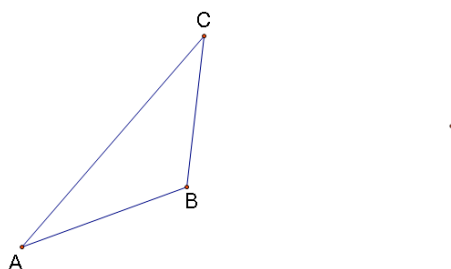
ในคาบนี้นักเรียนเรียนเรื่องความคล้าย สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติสร้างรูปสามเหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยมคล้ายด้วยโปรแกรม GSP ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้นพื้นฐานหรือขั้น 0 ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี ที่นักเรียนสามารถสร้างรูป วาดรูป และเรียกชื่อรูปได้ถูกต้อง จากนั้นนักเรียนได้สำรวจความสัมพันธ์ของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุม ของรูปสามเหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้น 1 หรือขั้นการวิเคราะห์ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี ที่นักเรียนสามารถระบุและตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของรูปได้ ทั้งนี้พบว่านักเรียนบางคนยังเขียนและเรียกชื่อรูปสามเหลี่ยมคล้ายไม่ถูกต้อง ครูต้องย้ำเรื่องการเขียนชื่อของรูปสามเหลี่ยมคล้ายว่าต้องเขียนชื่อขนาดของมุมที่เท่ากันมุมต่อมุมให้เรียงลำดับกัน และอัตราส่วนความยาวด้านที่สมนัยเรียงกันตามลำดับ

การใช้คำสั่งใหม่ของโปรแกรม GSP ในคาบนี้ คือ คำสั่ง *การแปลง>ระบุจุดศูนย์กลาง* และ *การแปลง>ย่อ/ขยาย...* พบว่ารูปสามเหลี่ยมที่ได้หลังการแปลงซ้อนทับรูปเดิม ฉะนั้นในการสร้างแรกเริ่ม ครูต้องให้นักเรียนสร้างจุดห่างจากรูปสามเหลี่ยม และเนื่องจากการเรียนคำสั่งใหม่ ครูจึงให้นักเรียนทำไปพร้อมกันโดยให้เพื่อนที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันคอยช่วยเหลือกันหากมีปัญหา จากนั้นครูให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย

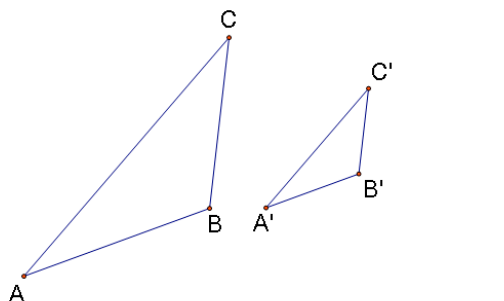
ชื่อชั้น.....เลขที่.....

ชิ้นงานที่ 7 : การสร้างและสำรวจรูปสามเหลี่ยมคล้าย

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ รูปสามเหลี่ยมคล้าย.gsp
2. สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC พร้อมตั้งชื่อ
3. สร้างจุดภายนอกรูปสามเหลี่ยม โดยใช้กล้องเครื่องมือลงจุดตั้งรูป



4. คลิกจุดที่สร้างในข้อที่ 3 พร้อมคลิกที่เมนูการแปลง>ระบุจุดศูนย์กลาง จากนั้นเลือก $\triangle ABC$ โดยคลิกเมาส์ค้างบริเวณที่วางรอบรูปสามเหลี่ยม จากนั้นลากเมาส์ให้คลุม $\triangle ABC$
5. ย่อขนาดรูปสามเหลี่ยม โดยการคลิกที่เมนูการแปลง>ย่อขยาย... จากนั้นคลิกที่ปุ่มย่อ/ขยายด้านล่างขวามือ พร้อมตั้งชื่อรูปสามเหลี่ยมที่ได้ ดังรูป



สังเกต $\triangle A'B'C'$ ที่ได้จากการย่อขนาด $\triangle ABC$

6. วัดขนาดของมุมภายใน $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ ได้ดังนี้

$\hat{CAB} = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{ABC} = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{BCA} = \dots\dots\dots$ องศา

$\hat{C'A'B'} = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{A'B'C'} = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{B'C'A'} = \dots\dots\dots$ องศา

7. สังเกตขนาดของมุมภายในของ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ พบว่าขนาดของมุมมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$\hat{CAB} \dots\dots\dots \hat{C'A'B'} (= \text{หรือ } \neq)$

$\hat{ABC} \dots\dots\dots \hat{A'B'C'} (= \text{หรือ } \neq)$

$\hat{BCA} \dots\dots\dots \hat{B'C'A'} (= \text{หรือ } \neq)$

7. นั่นคือ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ มีมุมเท่ากัน.....คู่
 8. คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ ของ $\triangle ABC$ สังเกตขนาดมุมของ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ พบว่า

.....

9. $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ เป็นรูปสามเหลี่ยม.....(คล้ายกันหรือไม่คล้ายกัน)

11. ฉะนั้น รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
 แทนด้วย $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

12. วัดความยาวด้านของ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ ได้ดังนี้

ความยาวด้าน $AB = \dots\dots\dots$ ความยาวด้าน $BC = \dots\dots\dots$ ความยาวด้าน $CA = \dots\dots\dots$

ความยาวด้าน $A'B' = \dots\dots\dots$ ความยาวด้าน $B'C' = \dots\dots\dots$ ความยาวด้าน $C'A' = \dots\dots\dots$

สังเกตความสัมพันธ์ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป พบว่า

.....

13. คำนวณอัตราส่วนความยาวด้านของ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ โดยใช้เครื่องมือการวัด>คำนวณ...

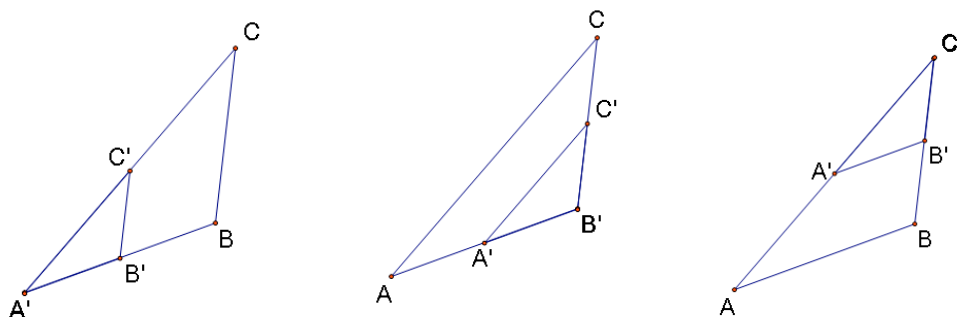
$$\frac{AB}{A'B'} = \dots\dots\dots \quad \frac{BC}{B'C'} = \dots\dots\dots \quad \frac{CA}{C'A'} = \dots\dots\dots$$

พบว่าอัตราส่วนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

14. คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ ของ $\triangle ABC$ สังเกตอัตราส่วนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป
 พบว่า

.....

15. คลิกลากที่สร้าง(จากข้อที่ 3) ไปยังจุดยอด A, B และ C ดังรูป



16. ดังนั้น เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันสามคู่แล้ว อัตราส่วนความยาวด้านทั้งสามด้าน(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
17. ฉะนั้น เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันคู่ และอัตราส่วนความยาวด้านทั้งสามด้านหรืออัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน..... (เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

สรุปความเข้าใจ

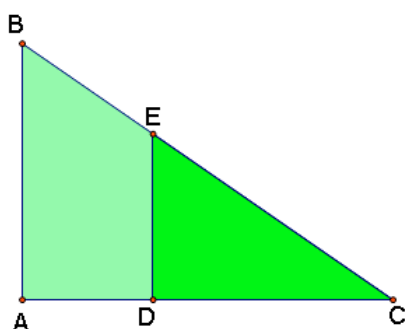
- เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ รูปสามเหลี่ยมคล้าย.gsp คลิกแป้นหน้าที่ 2
- คลิกที่จุด D เลื่อนไปมา
- พบว่า เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันสามคู่แล้ว อัตราส่วนความยาวด้านทั้งสามด้าน(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากัน
คู่ และอัตราส่วนความยาวด้านทั้งสามด้านหรืออัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

$$\begin{aligned} m\angle CAB &= 90.00^\circ & m\angle CDE &= 90.00^\circ \\ m\angle ABC &= 55.37^\circ & m\angle DEC &= 55.37^\circ \\ m\angle ECD &= 34.63^\circ & m\angle BCA &= 34.63^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{m \overline{AB}}{m \overline{DE}} &= 1.55 \\ \frac{m \overline{AC}}{m \overline{DC}} &= 1.55 \\ \frac{m \overline{BC}}{m \overline{EC}} &= 1.55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \overline{AB} &= 4.84 \text{ ซม.} & m \overline{DE} &= 3.13 \text{ ซม.} \\ m \overline{BC} &= 8.52 \text{ ซม.} & m \overline{DC} &= 4.54 \text{ ซม.} \\ m \overline{AC} &= 7.01 \text{ ซม.} & m \overline{EC} &= 5.51 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

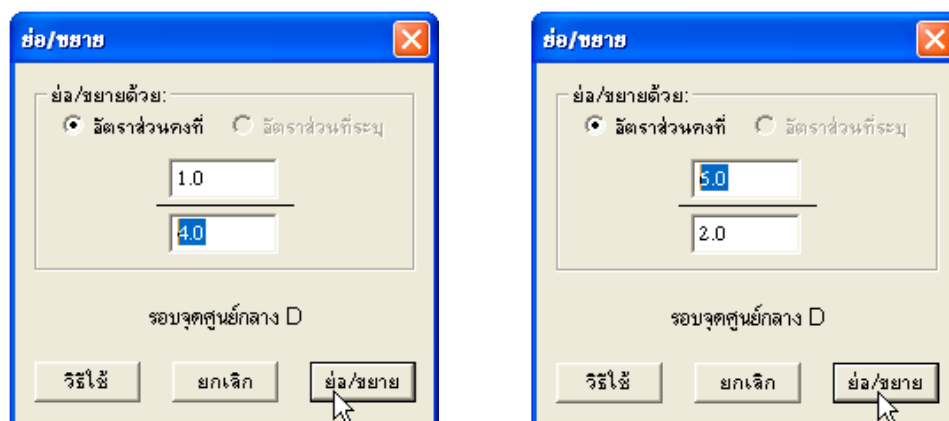


$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$m \overline{AB}$	$m \overline{BC}$	$m \overline{AC}$	$m \overline{DE}$	$m \overline{DC}$	$m \overline{EC}$	$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{DE}}$	$\frac{m \overline{AC}}{m \overline{DC}}$	$\frac{m \overline{BC}}{m \overline{EC}}$
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	2.68 ซม.	3.88 ซม.	4.71 ซม.	1.81	1.81	1.81
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	2.93 ซม.	4.25 ซม.	5.16 ซม.	1.65	1.65	1.65
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	2.35 ซม.	3.40 ซม.	4.13 ซม.	2.06	2.06	2.06
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	4.84 ซม.	7.01 ซม.	8.52 ซม.	1.00	1.00	1.00
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	0.52 ซม.	0.75 ซม.	0.92 ซม.	9.30	9.30	9.30
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	1.01 ซม.	1.47 ซม.	1.78 ซม.	4.77	4.77	4.77
4.84 ซม.	8.52 ซม.	7.01 ซม.	3.13 ซม.	4.54 ซม.	5.51 ซม.	1.55	1.55	1.55

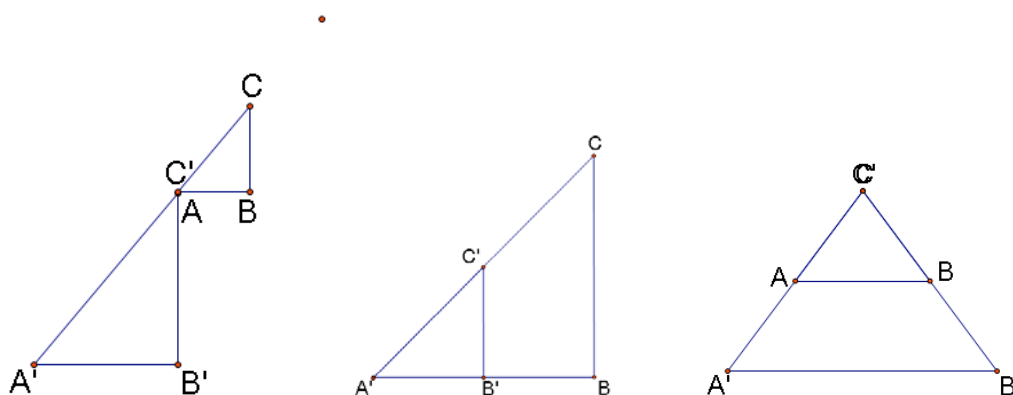
การสร้างรูปสามเหลี่ยมคล้ายเพิ่มเติม

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ รูปสามเหลี่ยมคล้าย.gsp คลิกแป้นหน้าที่ 3
2. สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC พร้อมตั้งชื่อ
3. สร้างจุดภายนอกรูปสามเหลี่ยม โดยใช้กล้องเครื่องมือลงจุด
4. คลิกจุดที่สร้างในข้อที่ 3 พร้อมเลือก $\triangle ABC$ โดยคลิกเมาส์ค้างบริเวณที่ว่างรอบรูปสามเหลี่ยม จากนั้นลากเมาส์ให้คลุม $\triangle ABC$
5. ย่อหรือขยายขนาดรูปสามเหลี่ยม โดยการคลิกที่เมนูการแปลง>ย่อ/ขยาย... หากต้องการย่อขนาดรูปสามเหลี่ยม ให้กรอกตัวเลขที่ช่องตัวเลขให้มีค่ามากกว่าตัวเลขที่ช่องตัวเลข แต่ต้องการขยายรูปสามเหลี่ยม ให้กรอกตัวเลขที่ช่องตัวเลขให้มีค่ามากกว่าตัวเลขที่ช่องตัวเลข จากนั้นคลิกที่ปุ่มย่อ/ขยายด้านล่างขวามือ ดังรูป



สังเกต $\triangle A'B'C'$ ที่ได้จากการย่อหรือขยายขนาด $\triangle ABC$

6. ทดลองสร้างรูปสามเหลี่ยมคล้ายแบบต่าง ๆ โดยใช้อัตราส่วนที่แตกต่างกัน



7. วัดขนาดของมุมภายใน $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$ และอัตราส่วนความยาวด้านของ $\triangle ABC$ และ $\triangle A'B'C'$

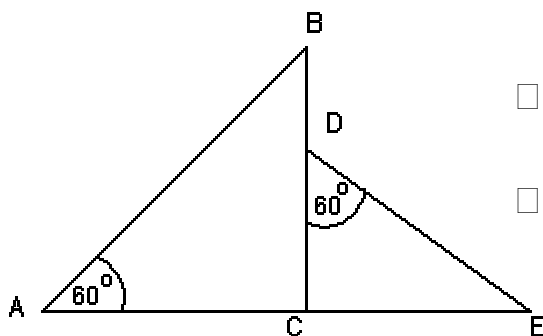
ใบกิจกรรมที่ 8 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้าย
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ กิจกรรม8.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

พิจารณารูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายหรือไม่

1.

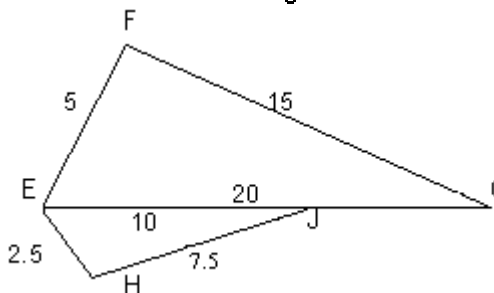


☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

2.

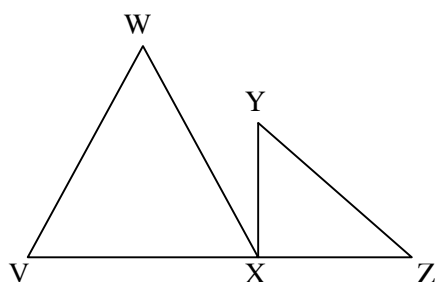


☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

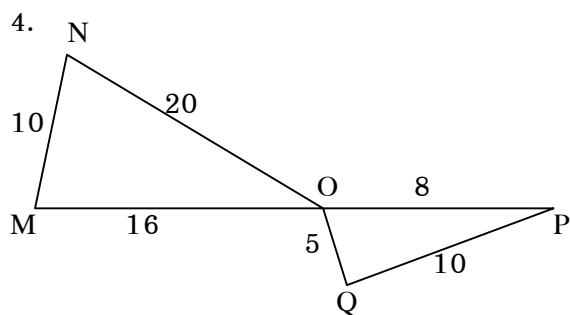
3.



☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

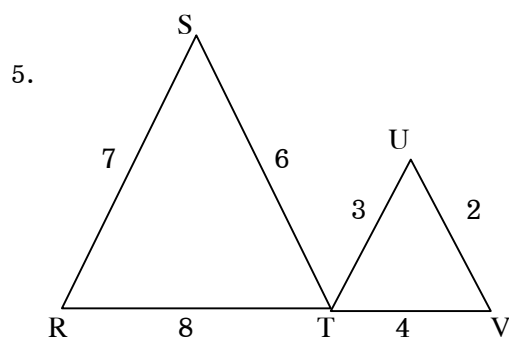
☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย



☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

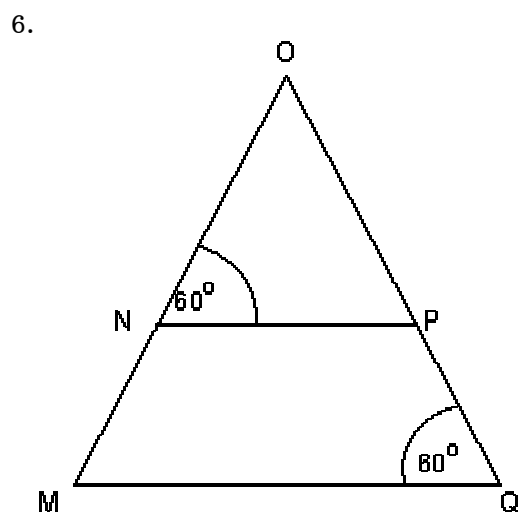
☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย



☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย



☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า.....

☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

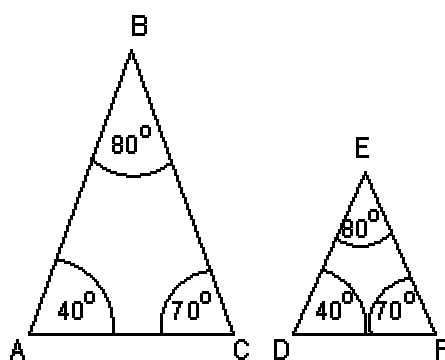
เอกสารฝึกหัดที่ 6 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้าย
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ ฝึกหัด6.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

จากรูปที่กำหนดให้ จงเขียนสัญลักษณ์ของรูปสามเหลี่ยมคล้าย และให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด

1.



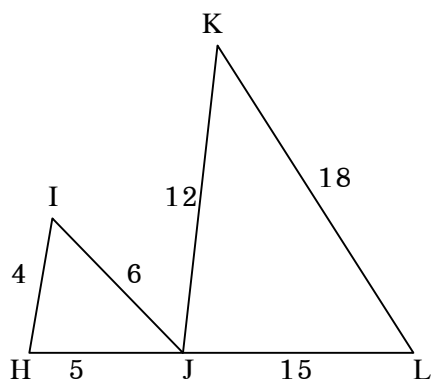
$\Delta \dots\dots\dots \sim \Delta \dots\dots\dots$

เพราะ.....

.....

.....

2.



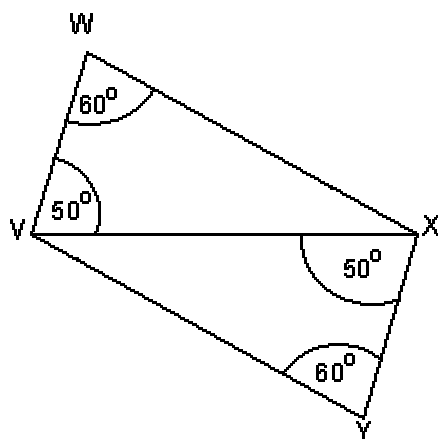
$\Delta \dots\dots\dots \sim \Delta \dots\dots\dots$

เพราะ.....

.....

.....

3.



$\Delta \dots\dots\dots \sim \Delta \dots\dots\dots$

เพราะ.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน

จำนวน 2 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 : ความคล้าย

คาบที่ 8-9

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
 - 1.1 บอกอัตราส่วนของด้านที่สมนัยได้
 - 1.2 สรุปได้ว่าอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน
 - 1.3 หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้ายโดยใช้อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกัน
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ
 - 2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
 - 2.2 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ
 - 3.1 มีความตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
 - 3.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
 - 3.3 มีความร่วมมือกันในการทำงาน
 - 3.4 สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

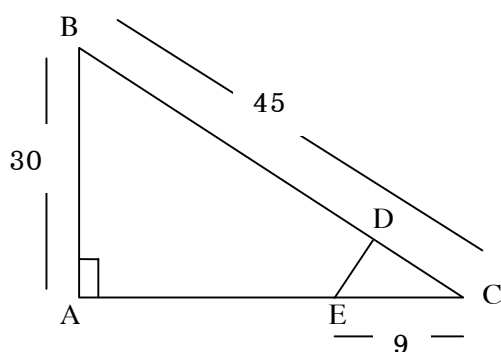
อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่นั้นจะเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1

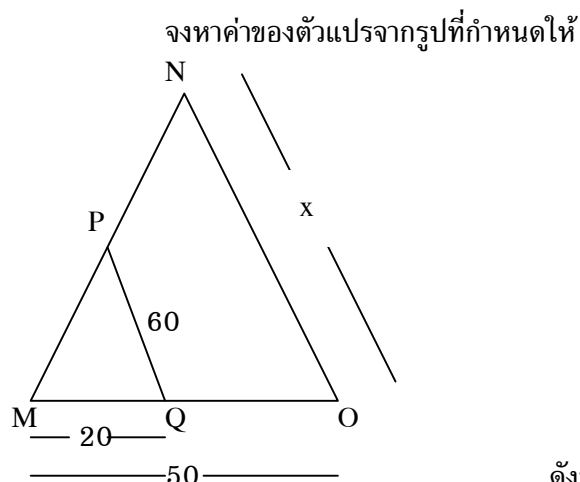
จากรูป $\triangle ABC$ และ $\triangle CDE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จงหาความยาวของ $\overline{DE}$



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle DEC \\ \text{ดังนั้น} \quad \frac{AB}{DE} &= \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \\ \text{นั่นคือ} \quad \frac{AB}{DE} &= \frac{BC}{EC} \\ \text{แทนค่าได้} \quad \frac{30}{DE} &= \frac{45}{9} \\ DE &= \frac{30}{45} \times 9 = 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้าน DE ยาว 6 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2



ดังนั้น

$$\triangle MPQ \sim \triangle MNO$$

$$\frac{MP}{MN} = \frac{MQ}{MO} = \frac{PQ}{NO}$$

นั่นคือ

$$\frac{MQ}{MO} = \frac{PQ}{NO}$$

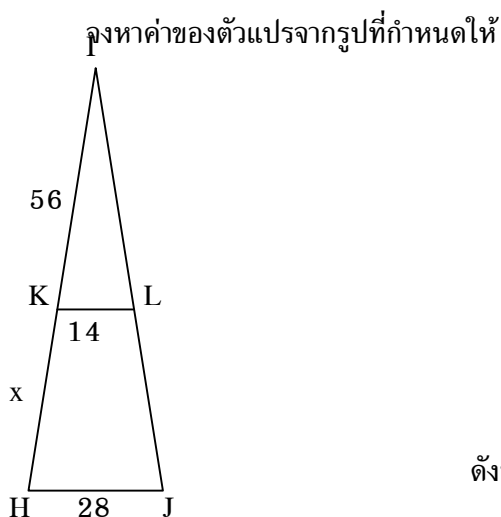
$$\frac{20}{50} = \frac{60}{NO}$$

$$NO = \frac{60}{20} \times 50$$

$$= 150$$

ดังนั้น ด้าน NO ยาว 150 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3



ดังนั้น

$$\triangle HIJ \sim \triangle KIL$$

$$\frac{HI}{KI} = \frac{HJ}{KL} = \frac{IJ}{IL}$$

นั่นคือ

$$\frac{HI}{KI} = \frac{HJ}{KL}$$

$$\frac{x+56}{56} = \frac{28}{14}$$

$$x+56 = \frac{28}{14} \times 56$$

$$x = 56$$

ดังนั้น ด้าน HK ยาว 56 หน่วย

สื่อการเรียนรู้

- โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน1.gsp อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน2.gsp กิจกรรม9.gsp กิจกรรม10.gsp และ ฝึกหัด7.gsp
- ใบกิจกรรมที่ 9 กิจกรรมที่ 10 และเอกสารฝึกหัดที่ 7

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 8

- ครูทบทวนสมบัติเรื่งรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยการถามตอบ
- ครูใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน1 ให้นักเรียนบอกด้านที่สมนัยกัน

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมคล้ายจะมีมุมเท่ากัน 3 มุม และการเขียนชื่อรูปสามเหลี่ยมคล้ายต้องเขียนมุมต่อมุมที่มีขนาดของมุมเท่ากัน
5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ กิจกรรม9 จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการหาความยาวของด้านสมนัยของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

คาบที่ 9

7. ครูทบทวนสมบัติเรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยการถามตอบ
8. ครูใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน2 เพื่อยกตัวอย่างที่ 2 และ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
9. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ กิจกรรม10 จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
10. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ ฝึกหัด7

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
คาบที่ 8 1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน1.gsp และจากการทำใบกิจกรรมที่ 9 และ ใบกิจกรรม 10	คาบที่ 8 1.นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 80%
คาบที่ 9 1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน2.gsp และจากการทำใบกิจกรรม 10 3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 7	คาบที่ 9 1.นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 80% 3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 75 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 8

ในคาบนี้นักเรียนได้เรียนการหาอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้าย พบว่านักเรียนสามารถเขียนอัตราส่วนด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ แต่นักเรียนบางคนยังไม่ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ครูแนะนำให้ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมจำนวนสองรูป และให้นักเรียนค้นหาเหตุผลว่าเพราะเหตุใดรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงคล้ายกัน ให้นักเรียนพิจารณามุมของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันมุมต่อมุม และอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน พร้อมใช้โปรแกรม GSP ประกอบการอธิบาย การหมุนรูปสามเหลี่ยมให้เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้น 1 หรือขั้นการวิเคราะห์ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี เพราะนักเรียนสามารถระบุและตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของรูปได้

ครูต้องย้ำเรื่องการเขียนชื่อของรูปสามเหลี่ยมคล้ายให้ถูกต้องว่าต้องเขียนชื่อรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมที่เท่ากันมุมต่อมุมให้เรียงลำดับกัน และอัตราส่วนความยาวด้านที่สมนัยเรียงกันตามลำดับ และเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบเรื่องการแก้สมการ การใช้สมบัติของการเท่ากัน ในการหาคำตอบได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ โดยครูทบทวนพร้อมแสดงตัวอย่างจากการแก้สมการจากโจทย์ในใบกิจกรรมที่ 9 และ ใบกิจกรรม 10 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน

คาบที่ 9

ในคาบนี้ครูเน้นให้นักเรียนฝึกหาค่าความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ความรู้เรื่องความคล้าย หาอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้าย กิจกรรมที่ให้ทำในคาบนี้นักเรียนต้องใช้เทคนิคการคิดมากกว่าคาบที่ 8 แต่พบว่านักเรียนสามารถมองเห็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกัน และสามารถเขียนอัตราส่วนด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ หากนักเรียนคนใดยังไม่ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกัน

ครูแนะนำให้ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมจำนวนสองรูป และให้นักเรียนค้นหาเหตุผลว่าเพราะเหตุใดรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงคล้ายกัน ให้นักเรียนพิจารณามุมของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันมุมต่อมุม และอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน พร้อมใช้โปรแกรม GSP ประกอบการอธิบาย การหมุนรูปสามเหลี่ยมให้เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้น 1 หรือขั้นการวิเคราะห์ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี

นักเรียนบางคนเขียนสัญลักษณ์ของรูปสามเหลี่ยมคล้ายไม่ถูกต้อง ครูต้องย้ำอีกครั้งหนึ่งว่าต้องเขียนชื่อขนาดของมุมที่เท่ากันมุมต่อมุมให้เรียงลำดับกัน และอัตราส่วนความยาวด้านที่สมนัยเรียงกันตามลำดับ