

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศาและมุมแย้ง

จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: เส้นขนาน

คาบที่ 3

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 บอกมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดได้
- 1.2 บอกขนาดผลรวมของมุมภายในของเส้นตัดข้างเดียวกันได้
- 1.3 บอกลักษณะและขนาดของมุมแย้งได้

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
- 2.2 สังเกต สำรวจ สืบเสาะ และสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนานได้
- 2.3 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 3.1 ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
- 3.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
- 3.3 มีความร่วมมือในการทำงาน
- 3.4 นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

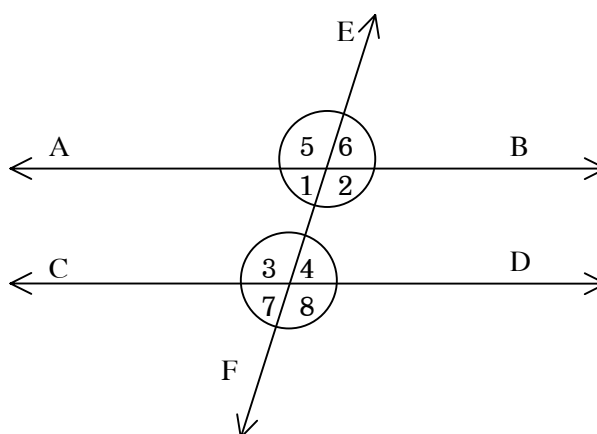
เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงตัดแล้ว จะทำให้เกิดมุมภายในและมุมภายนอก

เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงตัดแล้ว มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา

มุมแย้ง คือ มุมที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดที่ไม่ใช่มุมประชิด และมีขนาดเท่ากัน

ให้นักเรียนพิจารณารูปดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากรูปที่กำหนดให้ เมื่อเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ขนานกัน และมีเส้นตรง EF เป็นเส้นตัด จะทำให้เกิด

- มุม 8 มุม ประกอบด้วย
มุมภายใน 4 มุม ได้แก่ $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$
มุมภายนอก 4 มุม ได้แก่ $\hat{5}, \hat{6}, \hat{7}, \hat{8}$
- มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่ $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ และ $\hat{2}$ กับ $\hat{4}$
- มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา ดังนั้น
 $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$
 $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$
- มุมแย้ง คือ มุมที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดที่ไม่ใช่มุมประชิด ประกอบด้วย
มุมแย้งภายใน ได้แก่ $\hat{1}$ กับ $\hat{4}$ และ $\hat{3}$ กับ $\hat{2}$
มุมแย้งภายนอก ได้แก่ $\hat{5}$ กับ $\hat{8}$ และ $\hat{6}$ กับ $\hat{7}$
ขนาดของมุมแย้งแต่ละคู่เท่ากัน

สื่อการเรียนรู้

- โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน2.gsp
สร้างและสำรวจเส้นขนาน3.gsp กิจกรรม4.gsp ฝึกหัด 2.gsp
- ชิ้นงานที่ 3 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมแย้งภายในและมุมแย้งภายนอก, ชิ้นงาน
ที่ 4 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180
องศา, ใบกิจกรรมที่ 4 และเอกสารฝึกหัดที่ 5

กิจกรรมการเรียนรู้

- ครูทบทวนความรู้เรื่องมุมและเส้นขนานโดยใช้การถามตอบ พร้อมแสดงประกอบการใช้โปรแกรม GSP
- ครูยกตัวอย่างที่ 1 แนะนำมุมต่าง ๆ ที่เกิดจากการลากเส้นตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง ให้นักเรียนพิจารณาและใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย และให้นักเรียนทำชิ้นงานที่ 3 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมแย้งภายในและมุมแย้งภายนอก โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน2 และทำชิ้นงานที่ 4 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศาโดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน3
- ครูให้นักเรียนเป็นผู้สำรวจขนาดของมุมต่าง ๆ พร้อมกับให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตที่เกิดขึ้นและค้นหาความสัมพันธ์ที่ค้นพบ
- ครูแสดงการเท่ากันของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา

5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ *กิจกรรม4* จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับมุมภายในข้างเดียวกันรวมกันได้ 180 องศาโดยใช้การถามตอบ
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ *ฝึกหัด 2*

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ชิ้นงานที่ 3 ชิ้นงานที่ 4 และจากการทำใบกิจกรรมที่ 4	2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้อง ประมาณ 80%
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 2	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้อง ประมาณ 80 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบนี้นักเรียนได้เรียนการเรียกชื่อมุมที่เกิดขึ้น เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง เช่น มุมภายนอก มุมภายใน มุมแย้ง ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็น ขั้นพื้นฐานหรือขั้น 0 ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีส เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถเรียกชื่อโดยใช้คำศัพท์เฉพาะทางเรขาคณิตได้ และนักเรียนได้ทำการสำรวจทฤษฎีบทของเส้นขนานโดยใช้โปรแกรม GSP จึงถือว่าขั้นนี้เป็นขั้น 1 หรือขั้นการวิเคราะห์ของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีส นักเรียนส่วนใหญ่ใช้โปรแกรม GSP ในการสร้างและสำรวจมุมและเส้นขนานได้ค่อนข้างคล่องและรวดเร็วเนื่องจากได้เคยสร้างมาก่อนหน้านั้นในคาบที่ 2

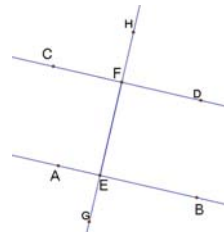
การสร้างและสำรวจเส้นขนานในคาบนี้มีกิจกรรมชิ้นงานหลายชิ้น นักเรียนบางคนร่วมกันสำรวจ สังเกต คิด ค่อยปรึกษากันเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ และจดบันทึกสิ่งที่นักเรียนค้นพบตามชิ้นงานที่ครูให้ในชั้นเรียน ได้แก่ การสังเกตขนาดของมุมแย้งเมื่อคลิกโยกเส้นขนานทั้งคู่ ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด การวัดระยะห่างระหว่างเส้นขนานและการวัดระยะห่างเส้นที่ไม่ขนานกัน

ข้อผิดพลาดในการสร้างและสำรวจเส้นขนานด้วยโปรแกรม GSP ที่พบคือ การวัดขนาดของมุมที่ต้องการ ให้คลิกที่จุดยอดของมุมที่ต้องการเป็นครั้งที่สองเสมอ และการคำนวณผลบวกขนาดของมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา ที่ต้องใช้คำสั่ง *การวัด > คำนวณ...* และคลิกขนาดของมุมที่ต้องการนำมาบวกกันทั้งสองมุมให้ถูกต้อง

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

ชิ้นงานที่ 3 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมแย้งภายในและมุมแย้งภายนอก

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน2.gsp
2. สร้างจุด G และ จุด H บนเส้นตรง EF ใต้จุด E และเหนือจุด F ตามลำดับ โดยใช้เครื่องมือลงจุดที่กล่องเครื่องมือ



3. วัดขนาดของมุมแย้งภายใน และมุมแย้งภายนอกได้ดังนี้

มุมแย้งภายในคู่ที่ 1	$\angle CFE = \dots\dots\dots$ องศา	กับ	$\angle BEF = \dots\dots\dots$ องศา
มุมแย้งภายในคู่ที่ 2	$\angle DFE = \dots\dots\dots$ องศา	กับ	$\angle AEF = \dots\dots\dots$ องศา
มุมแย้งภายนอกคู่ที่ 1	$\angle CFH = \dots\dots\dots$ องศา	กับ	$\angle BEG = \dots\dots\dots$ องศา
มุมแย้งภายนอกคู่ที่ 2	$\angle DFH = \dots\dots\dots$ องศา	กับ	$\angle AEG = \dots\dots\dots$ องศา

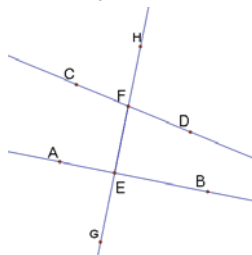
4. คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ ไปมา สังเกตขนาดของมุมแย้งที่เกิดขึ้น พบว่า

มุมแย้งภายในคู่ที่ 1	$\angle CFE$ กับ $\angle BEF$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
มุมแย้งภายในคู่ที่ 2	$\angle DFE$ กับ $\angle AEF$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
มุมแย้งภายนอกคู่ที่ 1	$\angle CFH$ กับ $\angle BEG$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
มุมแย้งภายนอกคู่ที่ 2	$\angle DFH$ กับ $\angle AEG$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

5. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าเส้นตรงคู่หนึ่งขนานกันแล้ว มุมแย้งมีขนาด.....(เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

การสร้างครั้งที่ 2

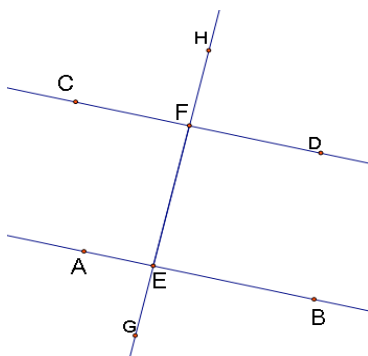
1. คลิกลูกแถบเป็นหน้าที่ 2 (ด้านล่างซ้ายมือ)
2. สร้างจุด G และ จุด H บนเส้นตรง EF ใต้จุด E และเหนือจุด F ตามลำดับ โดยใช้เครื่องมือลงจุดที่กล่องเครื่องมือ



3. วัดขนาดของมุมทุกมุมที่ปรากฏ สังเกตขนาดของมุมแย้งภายในและมุมแย้งภายนอก
4. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้ามุมแย้งภายในมีขนาดไม่เท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่หนึ่ง.....(ขนานกัน/ไม่ขนานกัน)

ชิ้นงานที่ 4 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน :
มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน3.gsp



2. วัดขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยเลือกคำสั่งในเมนู การวัด > มุม ได้ดังนี้
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 1 $\angle AEF = \dots\dots\dots$ องศา $\angle CFE = \dots\dots\dots$ องศา
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 2 $\angle BEF = \dots\dots\dots$ องศา $\angle DFE = \dots\dots\dots$ องศา
 สังเกตขนาดของมุมที่วัดได้

.....

3. คำนวณผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
 ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 1 $\angle AEF + \angle CFE = \dots\dots\dots$ องศา
 ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 2 $\angle BEF + \angle DFE = \dots\dots\dots$ องศา

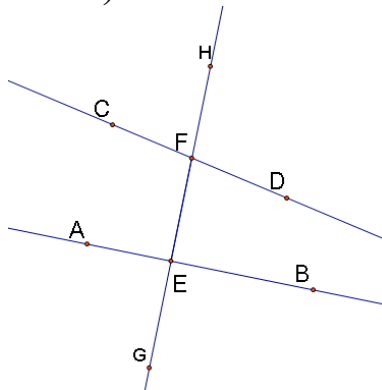
4. คลิกลากหรือโยกจุด A หรือจุด B สังเกตผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เกิดขึ้น

.....

5. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันแล้ว มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ องศา

การสร้างครั้งที่ 2

1. คลิกที่แถบแผ่นหน้าที่ 2 (ด้านล่างซ้ายมือ)



2. วัดขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยเลือกคำสั่งในเมนู การวัด > มุม ได้ดังนี้
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 1 $\hat{A}EF = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{C}FE = \dots\dots\dots$ องศา
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 2 $\hat{B}EF = \dots\dots\dots$ องศา $\hat{D}FE = \dots\dots\dots$ องศา

สังเกตขนาดของมุมที่วัดได้

.....

3. คำนวณผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 1 $\hat{A}EF + \hat{C}FE = \dots\dots\dots$ องศา
 ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ที่ 2 $\hat{B}EF + \hat{D}FE = \dots\dots\dots$ องศา

4. คลิกลากหรือโยกจุด A หรือ B สังเกตผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เกิดขึ้น
5. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าเส้นตรงคู่หนึ่ง *ไม่ขนานกัน* แล้ว มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) 180 องศา หรือ สองมุมฉาก

ใบกิจกรรมที่ 4 วิชา คณิตศาสตร์

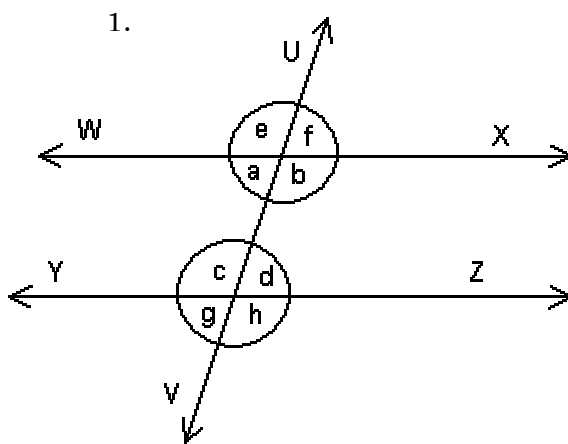
เรื่อง มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา และมุมแย้ง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ กิจกรรม4.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

จากรูปที่กำหนดให้ เมื่อเส้นตรง WX และเส้นตรง YZ ขนานกัน มีเส้นตรง UV เป็นเส้นตัด
จงตอบคำถามดังต่อไปนี้



ตอบ

1. มุมภายใน ได้แก่
มุมภายนอก ได้แก่.....

2. มุมแย้งภายใน ได้แก่
มุมแย้งภายนอก ได้แก่

3. $\hat{a}$ = $\hat{b}$ = $\hat{c}$ = $\hat{d}$ =
 $\hat{e}$ = $\hat{f}$ = $\hat{g}$ = $\hat{h}$ =

4. มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด UV ได้แก่กับ..... และกับ.....

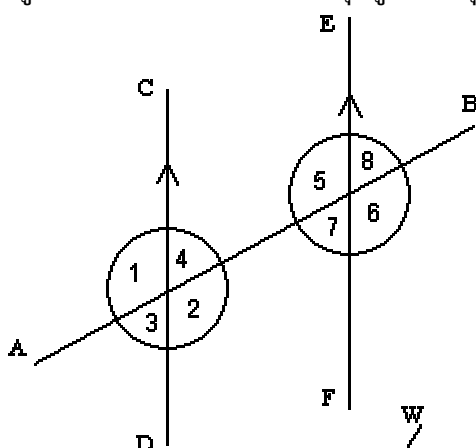
5. มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ องศา

เอกสารฝึกหัดที่ 2 วิชา คณิตศาสตร์
เรื่อง มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา และมุมแย้ง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ ฝึกหัด2.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

จากรูปที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่ามุมคูใดเป็นมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด

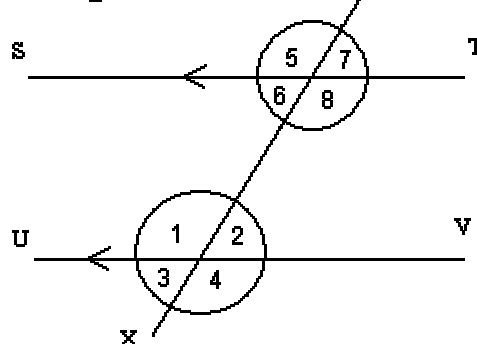
1. 

ตอบ

.....

.....

.....

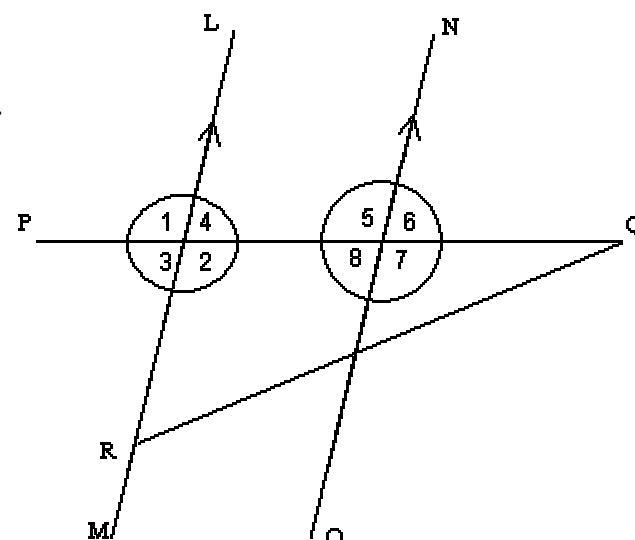
2. 

ตอบ

.....

.....

.....

3. 

ตอบ

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : เส้นขนาน

คาบที่ 4

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 บอกมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้
- 1.2 บอกลักษณะและขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
- 2.2 สังเกต สำรวจ สืบเสาะ และสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนานได้
- 2.3 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

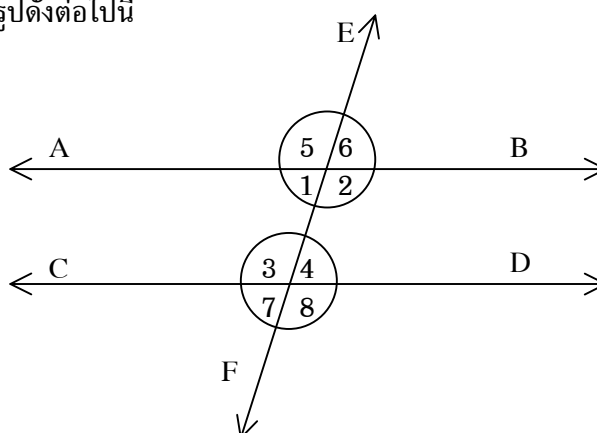
- 3.1 ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
- 3.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
- 3.3 มีความร่วมมือในการทำงาน
- 3.4 สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงตัดแล้ว

มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จะมีขนาดเท่ากัน
ให้นักเรียนพิจารณารูปดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากรูปที่กำหนดให้ เมื่อเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ขนานกัน และมีเส้นตรง EF เป็นเส้นตัด จะทำให้เกิด

1. มุม 8 มุม ประกอบด้วย

มุมภายใน 4 มุม ได้แก่ $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$

มุมภายนอก 4 มุม ได้แก่ $\hat{5}, \hat{6}, \hat{7}, \hat{8}$

2. มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่ $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ และ $\hat{2}$ กับ $\hat{4}$

3. มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา ดังนั้น

$$\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$$

$$\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$$

4. มุมแย้ง คือ มุมที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดที่ไม่ใช่มุมประชิด ประกอบด้วย

มุมแย้งภายใน ได้แก่ $\hat{1}$ กับ $\hat{4}$ และ $\hat{3}$ กับ $\hat{2}$

มุมแย้งภายนอก ได้แก่ $\hat{5}$ กับ $\hat{8}$ และ $\hat{6}$ กับ $\hat{7}$

ขนาดของมุมแย้งแต่ละคู่เท่ากัน

5. มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน

ได้แก่ $\hat{5}$ กับ $\hat{3}$, $\hat{6}$ กับ $\hat{4}$, $\hat{1}$ กับ $\hat{7}$ และ $\hat{2}$ กับ $\hat{8}$

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน4.gsp
กิจกรรม5.gsp ฝึกหัด3.gsp
2. ชิ้นงานที่ 5 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด, ใบกิจกรรมที่ 5 และเอกสารฝึกหัดที่ 3

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา และมุมแย้ง โดยใช้การถามตอบ พร้อมแสดงประกอบการใช้โปรแกรม GSP
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 แนะนำมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เกิดจากการลากเส้นตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง และให้นักเรียนพิจารณาพร้อมกับใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน4 และทำชิ้นงานที่ 5 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. ครูให้นักเรียนเป็นผู้สำรวจขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดพร้อมกับให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตที่เกิดขึ้น และค้นหาคำความสัมพันธ์ที่ค้นพบ
4. ครูแสดงการเท่ากันของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดโดยการวัดมุมด้วยเครื่องมือวัดมุมของโปรแกรม GSP
5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ กิจกรรม5 จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดโดยใช้การถามตอบ
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ ฝึกหัด3

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1.นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ชิ้นงานที่ 5 และจากการทำใบกิจกรรมที่ 5	2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้องประมาณ 90%
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 3	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้องประมาณ 90 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

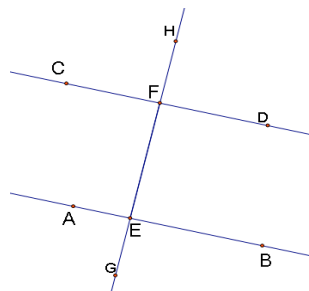
การสร้างและการสำรวจทฤษฎีบทของเส้นขนานโดยใช้โปรแกรม GSP ในคาบนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้โปรแกรม GSP ปฏิบัติในการสร้างเส้นขนานได้อย่างถูกต้อง และรวดเร็ว

นักเรียนได้เรียนรู้ทฤษฎีบทเส้นขนานเพิ่มเติม การสร้างและสำรวจขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมทั้งการศึกษบทกลับของทฤษฎีที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน” มาเขียนใหม่โดยใช้ “ก็ต่อเมื่อ” จะได้ทฤษฎีบทว่า “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้น 2 หรือขั้นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนของลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี กล่าวคือนักเรียนสามารถใช้ภาษาอย่างไม่เป็นทางการแต่แสดงออกถึงความเป็นนิรนัย เช่น การใช้คำว่า “ทั้งหมด” “บ้าง” “ไม่” “ถ้า.....แล้ว.....”

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

**ชิ้นงานที่ 5 : การสร้างและสำรวจเส้นขนาน : มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
บนข้างเดียวกันของเส้นตัด**

1. เปิดโปรแกรม Geometer's Sketchpad เปิดไฟล์ สร้างและสำรวจเส้นขนาน4.gsp
2. วัดขนาดของมุมดังต่อไปนี้

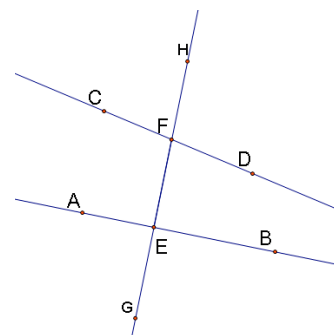


$\angle CFH = \dots\dots\dots$ องศา $\angle AEF = \dots\dots\dots$ องศา
 $\angle AEQ = \dots\dots\dots$ องศา $\angle CFE = \dots\dots\dots$ องศา
 $\angle DFH = \dots\dots\dots$ องศา $\angle BEF = \dots\dots\dots$ องศา
 $\angle BEG = \dots\dots\dots$ องศา $\angle DFE = \dots\dots\dots$ องศา

3. คลิกลากหรือโยกจุดต่าง ๆ สังเกตขนาดของมุมที่เกิดขึ้น พบว่า
 มุมภายนอก $\angle CFH$ กับมุมภายใน $\angle AEF$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
 มุมภายนอก $\angle AEQ$ กับมุมภายใน $\angle CFE$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
 มุมภายนอก $\angle DFH$ กับมุมภายใน $\angle BEF$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
 มุมภายนอก $\angle BEG$ กับมุมภายใน $\angle DFE$ มีขนาด.....(เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
4. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด(เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
5. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด(เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

การสร้างครั้งที่ 2

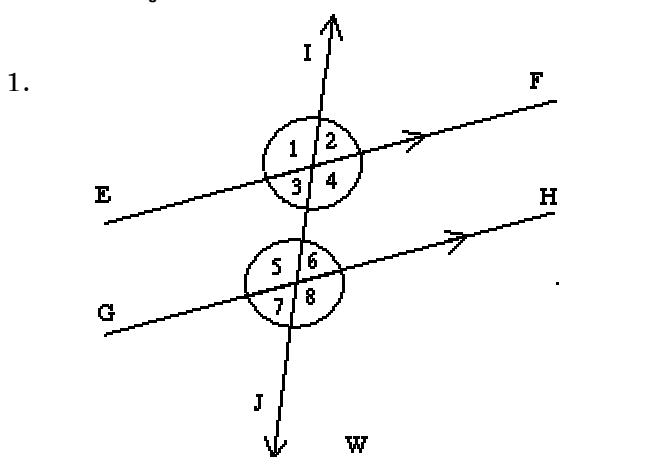
1. คลิกที่แถบแป้นหน้าที่ 2 (ด้านล่างซ้ายมือ)
2. วัดขนาดของมุมทุกมุมที่ปรากฏ สังเกตมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดไม่เท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้น.....(ขนานกัน/ไม่ขนานกัน)



ใบกิจกรรมที่ 5 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง
มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

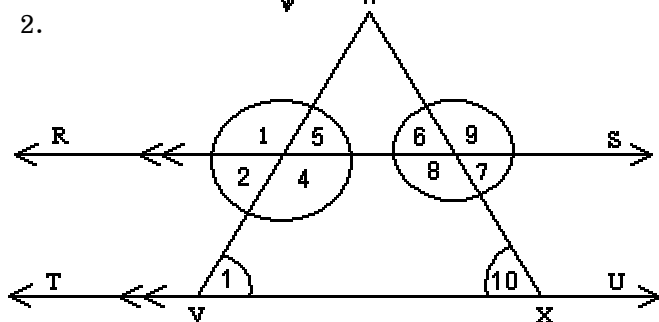
ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ กิจกรรม5.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้
จากรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามดังต่อไปนี้



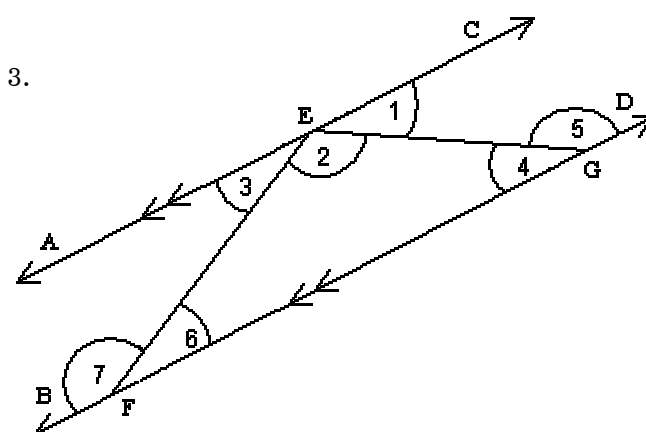
มุมภายใน ได้แก่.....
มุมภายนอก ได้แก่.....
มุมแย้ง ได้แก่.....
มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่

.....
.....



มุมภายใน ได้แก่.....
มุมภายนอก ได้แก่.....
มุมแย้ง ได้แก่.....
มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่

.....
.....



มุมภายใน ได้แก่.....
มุมภายนอก ได้แก่.....
มุมแย้ง ได้แก่.....
มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่

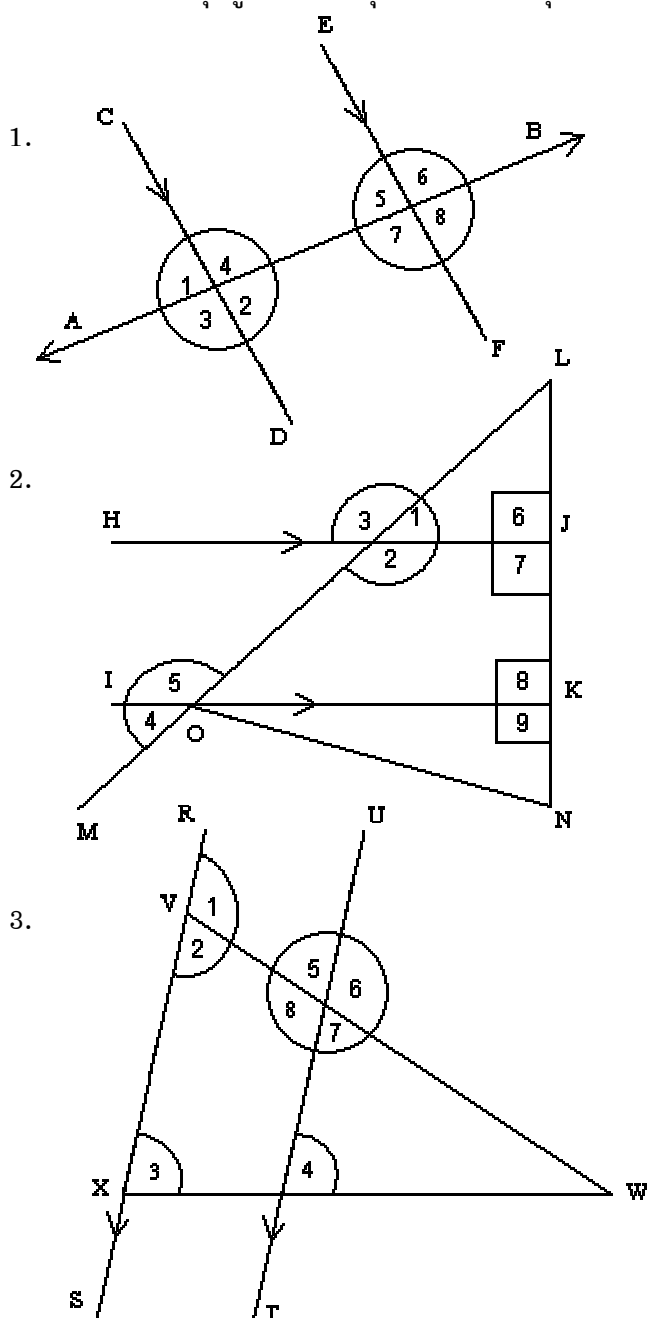
.....
.....

เอกสารฝึกหัดที่ 3 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ ฝึกหัด3.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

จงพิจารณาว่ามุมคูใดบ้างเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด



ตอบ

.....

ตอบ

.....

ตอบ

.....

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง การหาค่าตัวแปร

จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : เส้นขนาน

คาบที่ 5

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

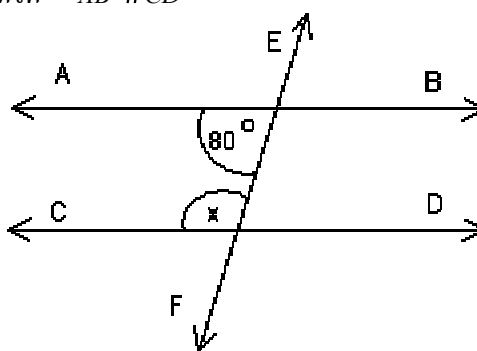
เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าของตัวแปร
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ
 - 2.1 แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
 - 2.2 เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ
 - 3.1 ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
 - 3.2 ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
 - 3.3 มีความร่วมมือกันในการทำงาน
 - 3.4 สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระการเรียนรู้

1. เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงตัดแล้ว มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา
2. มุมแย้ง คือ มุมที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดที่ไม่ใช่มุมประชิด และมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



วิธีทำ จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ดังนั้น $80^\circ + x^\circ = 180^\circ$

$$80 + x - 80 = 180 - 80$$

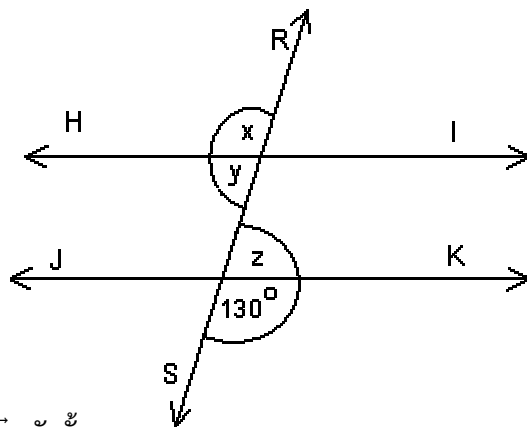
(สมบัติการเท่ากัน)

$$x = 180 - 80$$

$$x = 100$$

ดังนั้น $x = 100$ องศา

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x และ y เมื่อกำหนดให้ $\overline{HI} \parallel \overline{JK}$ มี $\overline{RS}$ เป็นเส้นตัด ดังรูป



วิธีทำ จากรูป $\overline{HI} \parallel \overline{JK}$ ดังนั้น

$$z + 130 = 180 \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$z + 130 - 130 = 180 - 130$$

$$z = 50$$

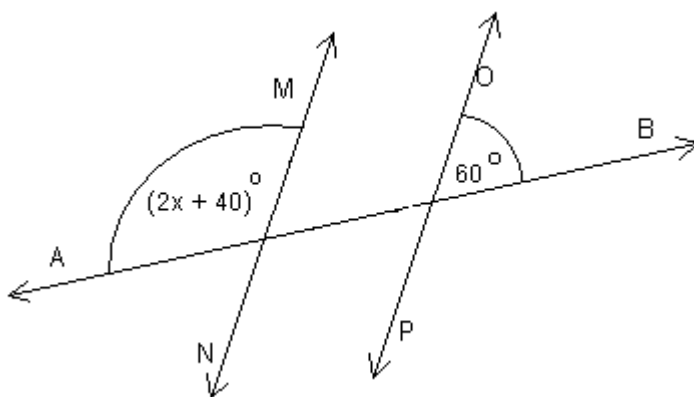
$$y = z \quad (\text{มุมแย้งภายใน})$$

$$y = 50$$

$$x = 130 \quad (\text{มุมแย้งภายนอก})$$

ดังนั้น $y = 50^\circ$ และ $x = 130^\circ$

ตัวอย่างที่ 3 เมื่อกำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัด ดังรูป จงหาค่าของ x



วิธีทำ จากรูป $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ ดังนั้น

$$(2x + 40) + 60 = 180$$

$$2x + (60 + 40) - (60 + 40) = 180 - (60 + 40)$$

$$x = 40$$

ดังนั้น $x = 40^\circ$

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad(GSP) ชื่อไฟล์ การหาค่าตัวแปร.gsp กิจกรรม6.gsp แบบฝึก4.gsp
2. ใบกิจกรรมที่ 6 และเอกสารฝึกหัดที่ 4

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องมุมแย้ง มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา โดยใช้การถามตอบพร้อมแสดงประกอบการใช้โปรแกรม GSP
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายพร้อมใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ การหาค่าตัวแปร
3. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ กิจกรรม6 จากนั้นครูเฉลยคำตอบโดยใช้การถามตอบ
4. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน โดยใช้โปรแกรม GSP ชื่อไฟล์ ฝึกหัด4

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1.นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน และจากการทำใบกิจกรรมที่ 6	2. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกิจกรรมได้ถูกต้องประมาณ 80%
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 4	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้องประมาณ 75 %

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

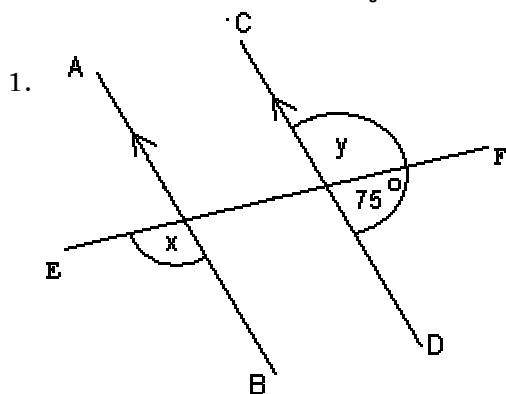
ในการหาค่าของมุมซึ่งเป็นตัวแปร นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง สามารถบอกเหตุผลการหาค่าของมุมที่ต้องการได้ เช่น การใช้เหตุผลประกอบว่า เนื่องจากเป็นมุมแย้ง เนื่องจากเป็นมุมตรง เนื่องจากเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จากการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 4 พบว่านักเรียนบางคนแก้สมการไม่ถูกต้อง ครูต้องทบทวนสมบัติของการเท่ากัน และให้นักเรียนคิดหาเหตุผลของมุมที่ต้องการหา โดยใช้การถามตอบประกอบกับการใช้โปรแกรม GSP แสดงให้นักเรียนดู และทบทวนข้อผิดพลาดเรื่องการแก้สมการ

ใบกิจกรรมที่ 6 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าตัวแปร
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

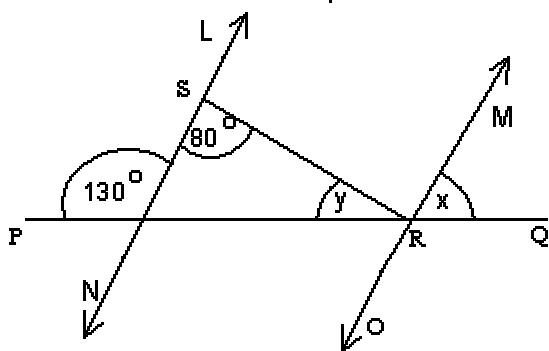
เปิดไฟล์ กิจกรรม6.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้
 จงหาค่าของ x และ y จากรูปที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้



ตอบ

.....

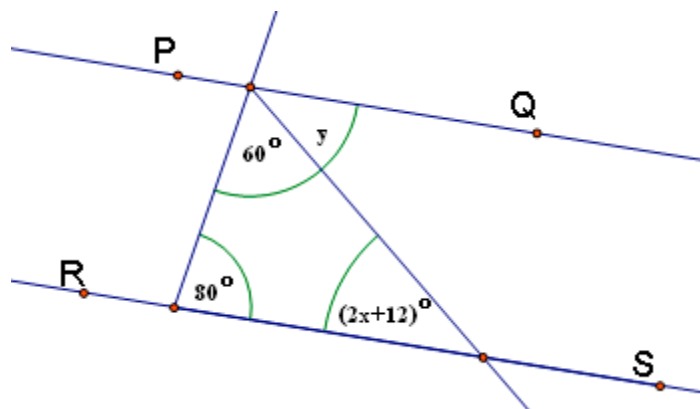
2. เมื่อกำหนดให้ $\overline{LN} \parallel \overline{MO}$



ตอบ

.....

3. เมื่อกำหนดให้ $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$



ตอบ

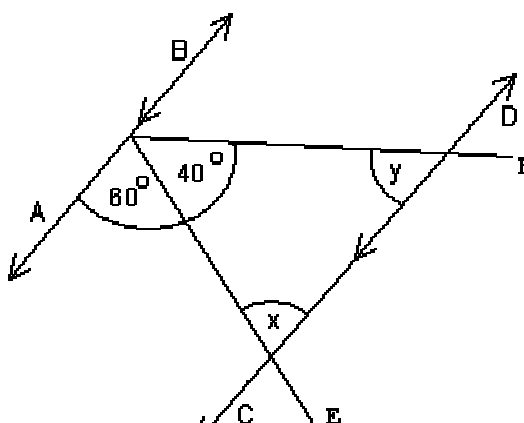
.....

เอกสารฝึกหัดที่ 4 วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าตัวแปร
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคปลาย ปีการศึกษา 2548

ชื่อชั้น.....เลขที่.....

เปิดไฟล์ ฝึกหัด4.gsp แล้วตอบคำถามดังต่อไปนี้

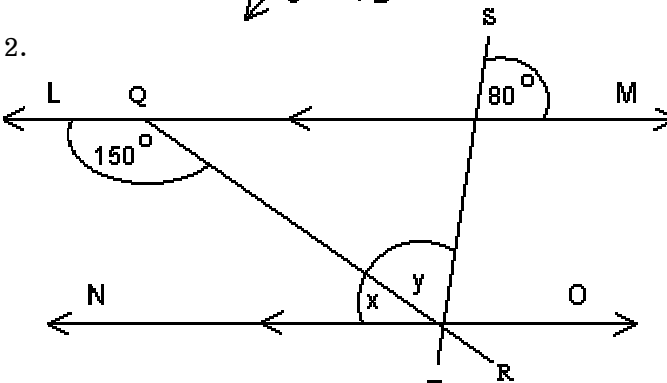
จงหาค่า x และ y จากรูปที่กำหนดให้

- 

ตอบ

.....

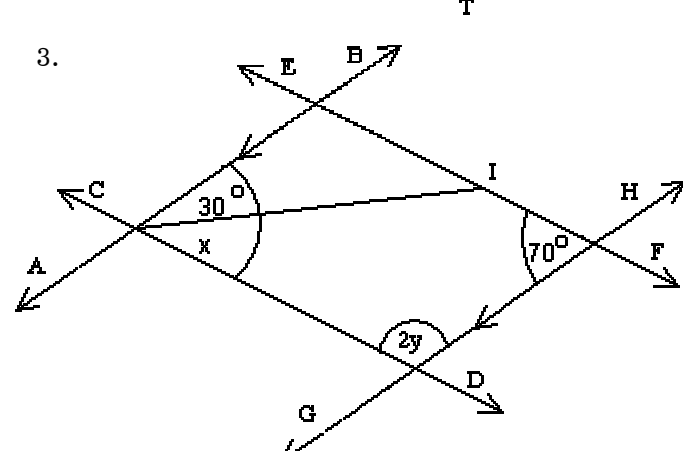
.....

.....
- 

ตอบ

.....

.....

.....
- 

ตอบ

.....

.....

.....