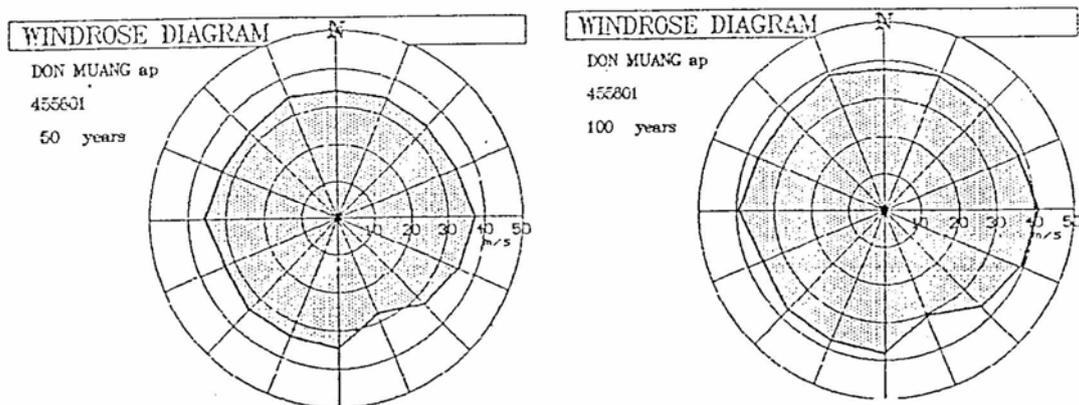


บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 สภาพอากาศในเขตกรุงเทพมหานคร

สภาพอากาศในเขตกรุงเทพมหานคร จากข้อมูลที่ได้จากสถานีตรวจอากาศดอนเมือง และ เข็มวัดที่ความสูง 19 และ 33 เมตร ซึ่งมีความเร็วลมสูงสุด 157(43.61) และ 148(41.11) กิโลเมตรต่อชั่วโมง (เมตรต่อวินาที) (เป็นหนึ่ง 2546) เกิดขึ้นจากผลของพายุฝนฟ้าคะนอง (Thunderstorm) มิได้เกิดจากลมมรสุมตามฤดูกาล หรือ พายุหมุนเขตร้อน (เช่นพายุดีเปรสชัน พายุโซนร้อน หรือ พายุไต้ฝุ่น) พายุฝนฟ้าคะนองนี้จัดเป็นพายุขนาดย่อมมีผลทำให้เกิดสภาพลมแรงในพื้นที่เพียงไม่กี่ตารางกิโลเมตรในช่วงเวลาสั้นๆประมาณ 5 ถึง 30 นาที ซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ในทุกทิศทาง สำหรับในเขตกรุงเทพมหานครมีพายุประเภทนี้เกิดขึ้นหลายครั้ง ในแต่ละปี โดยเฉพาะในช่วงเดือนเมษายน-พฤษภาคม และในช่วงเดือน กันยายน-ตุลาคม-พฤศจิกายน แต่ส่วนใหญ่จะเป็นพายุลูกเล็กที่ไม่ทำให้เกิดลมแรงมากนัก พายุลูกใหญ่หน่อยที่ทำให้เกิดลมแรงมากก็นั้นเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก แต่เมื่อเกิดขึ้นครั้งใด ก็มักสร้างความเสียหายแก่อาคารบ้านเรือน ในบริเวณนั้นๆ และเมื่อพิจารณาถึงทิศทางลมกับความเร็วมจากสถานีตรวจอากาศดอนเมืองที่มีคาบการกลับ 50 และ 100 ปี ดังแสดงในรูปที่ 3.1 มีลักษณะการกระจายของค่าความเร็วมสม่ำเสมอเกือบเท่ากันทุกทิศทาง สำหรับความเร็วมในเขตกรุงเทพมหานคร



รูปที่ 3.1 ความสัมพันธ์ของทิศทางลมกับความเร็วมจากสถานีตรวจอากาศดอนเมืองที่คาบเวลากลับ 50 และ 100 ปี (นรินทร์ 2538)

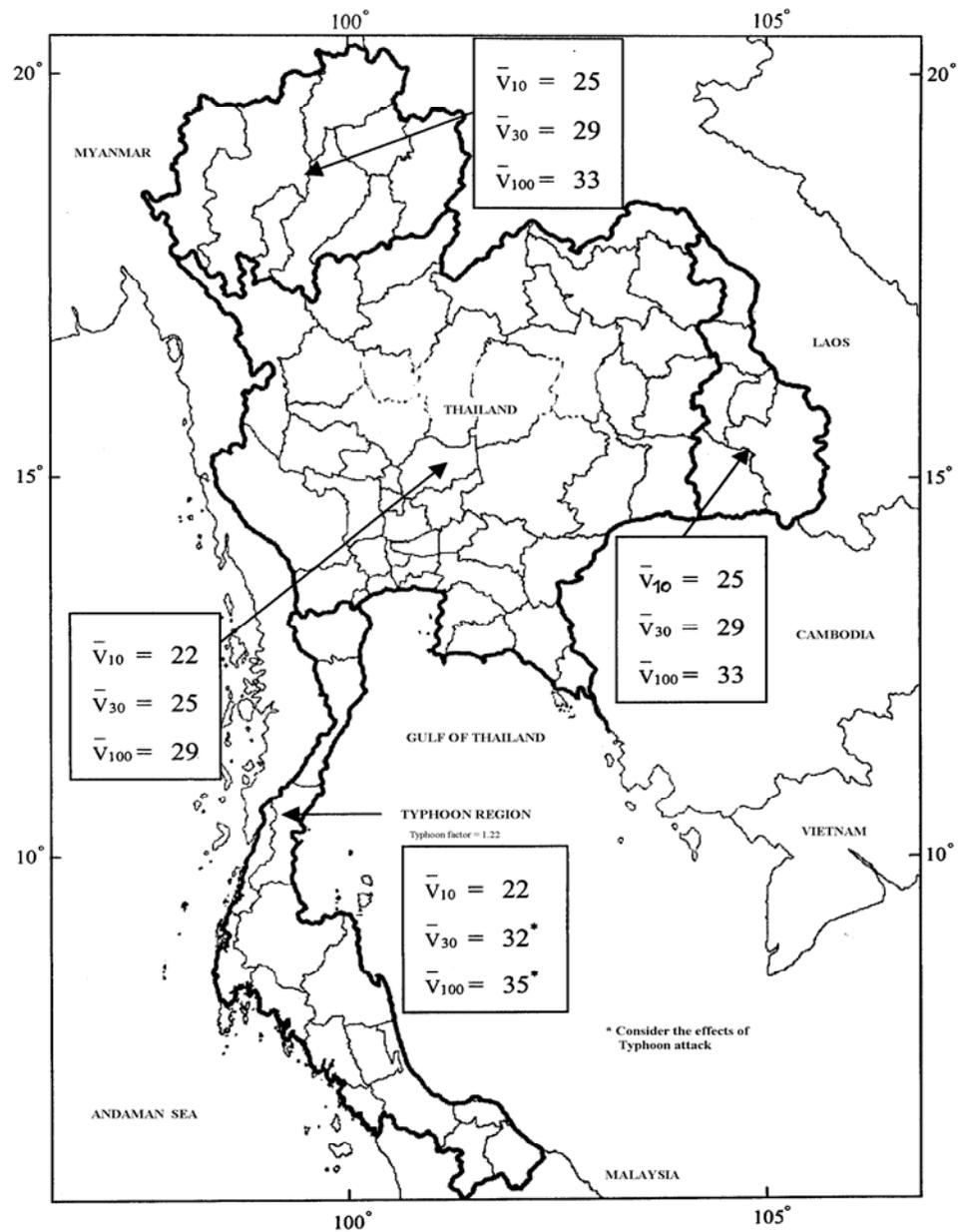
3.2 แผนที่ความเร็วลมพื้นฐานของประเทศไทย

มาตรฐานการคำนวณแรงลม ว.ส.ท. (2546) นิยามความเร็วลมพื้นฐานว่าหมายถึงความเร็วลมเฉลี่ยในหนึ่งชั่วโมงที่ระดับความสูง 10 เมตรเหนือพื้นดิน ณ บริเวณสภาพภูมิประเทศแบบเปิดโล่ง จะนำเสนอความเร็วลมพื้นฐาน ณ บริเวณพื้นที่ต่าง ๆ ที่คาบเวลากลับ 10 ปี 30 ปี และ 100 ปี ในหน่วยเมตรต่อวินาที ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ความเร็วลมสูงสุดที่วิเคราะห์ได้จากแต่ละสถานีเป็นความเร็วลมสูงสุดเฉลี่ยใน 5 วินาที ณ ระดับของหัวตรวจวัด และสอดคล้องกับภูมิประเทศของสถานีตรวจอากาศแต่ละแห่ง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการปรับแก้ความเร็วลมสูงสุดที่วิเคราะห์ได้จากแต่ละสถานี ให้สอดคล้องกับนิยามของความเร็วลมพื้นฐานเสียก่อนที่จะนำไปสร้างแผนที่ความเร็วลมพื้นฐาน

สำหรับพื้นฐานในการพัฒนาแผนที่ความเร็วลมพื้นฐานใน มาตรฐานการคำนวณแรงลม ว.ส.ท. (2546) ได้มาจากข้อมูลที่รวบรวมได้ตั้งแต่ปี พ.ศ 2494 .ถึงปี พ.ศ. 2533 เป็นข้อมูลความเร็วลมสูงสุดรายเดือน ส่วนข้อมูลตั้งแต่ปี พ.ศ. 2524 ปัจจุบัน จะเป็นข้อมูลความเร็วลมสูงสุดรายวัน ร่วมกับผลงานวิจัยเกี่ยวกับลมมรสุมปกติ นรินทร์ (2538) ใช้ทฤษฎี Extreme value distribution, EVD ด้วยข้อมูลความเร็วลมที่ได้จากสถานีตรวจอากาศในสังกัดของกรมอุตุนิยมวิทยา 66 สถานี โดยแยกวิเคราะห์ความเร็วลม 16 ทิศทางเป็นอิสระต่อกัน ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อมูลความเร็วลมสูงสุดรายปีมีความสอดคล้องกับ EVD Type I ในส่วนของงานวิจัยเกี่ยวกับพายุไต้ฝุ่นนั้น Mikitiuk และคณะ (1995) ได้ใช้ข้อมูลพายุไต้ฝุ่นในบริเวณตะวันตกเฉียงเหนือของมหาสมุทรแปซิฟิก เพื่อจำลองการเกิดพายุไต้ฝุ่นในประเทศไทยด้วยวิธี Monte Carlo simulation จากการวิเคราะห์พบว่าที่คาบเวลากลับต่ำๆ ความเร็วลมสูงสุดของลมมรสุมปกติจะมีค่าสูงกว่าความเร็วลมสูงสุดของพายุไต้ฝุ่น แต่ที่คาบเวลากลับสูงมาก ๆ ปณิธานและคณะ (2539) เสนอว่าสำหรับพื้นที่ภาคใต้ของประเทศไทยนั้น ผลการคำนวณพบว่าความเร็วลมพื้นฐานในบริเวณภาคใต้ควรคูณด้วยตัวประกอบไต้ฝุ่นซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.22 โดยทั่วไปแล้ว การวิเคราะห์ความเร็วลมสูงสุด จะพิจารณาความเร็วลมโดยไม่แยกตามทิศทาง เนื่องจากการวิเคราะห์แยกทิศทางจะให้ค่าความเร็วลมสูงสุดที่ต่ำกว่า อีกทั้งต้องตรวจสอบว่าความเร็วลมในแต่ละทิศทางนั้นเป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน

แผนที่ดังกล่าวจะแสดงความเร็วลมพื้นฐานโดยแบ่งกลุ่มจังหวัดตามความเหมาะสมของผลการวิเคราะห์ สำหรับพื้นที่ทางภาคใต้ของประเทศซึ่งมีโอกาสประสบกับพายุไต้ฝุ่นได้มากกว่าบริเวณอื่น ความเร็วลมพื้นฐานที่คาบเวลากลับ 30 ปี และ 100 ปี จะเป็นค่าความเร็วพื้นฐานที่คูณด้วยตัวประกอบไต้ฝุ่นที่ได้ปรับแก้แล้วเช่นกัน

สำหรับค่าความเร็วลมมีคาบเวลากลับ 50 ปี ภายใต้สภาพภูมิประเทศแบบชานเมือง โดยอ้างอิงความเร็วลมที่ระบุ มาตรฐานการคำนวณแรงลม ว.ส.ท. (2546) ค่าความเร็วลมอ้างอิงที่ความสูง 10 เมตร และที่ความสูงเกรเดียนต์ (400 เมตร) เท่ากับ 26.5 และ 42.7 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ



รูปที่ 3.2 แผนที่ความเร็วพื้นฐานเฉลี่ยในหนึ่งชั่วโมงที่ความสูง 10 เมตรในสภาพภูมิประเทศโล่ง
สำหรับคาบเวลากลับ 10, 30, และ 100 ปี หน่วย: เมตรต่อวินาที (ว.ส.ท. 2546)

3.3 หน่วยแรงลมอ้างอิงเนื่องจากความเร็วลม

หน่วยแรงลมอ้างอิงเนื่องจากความเร็วลมสามารถคำนวณได้จาก

$$q = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{g} \right) \bar{V}^2 \quad (3.1)$$

โดยที่

- q คือ ค่าความดันลมพลวัต มีหน่วยเป็น (kg/m²)
- \bar{V} คือ ค่าความเร็วลมอ้างอิง สำหรับคาบเวลากลับ 10, 30 และ 100 ปี มีหน่วยเป็น (m/s)
- g คือ ค่าอัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งมีค่าเท่ากับ 9.81 มีหน่วยเป็น (m/s²)

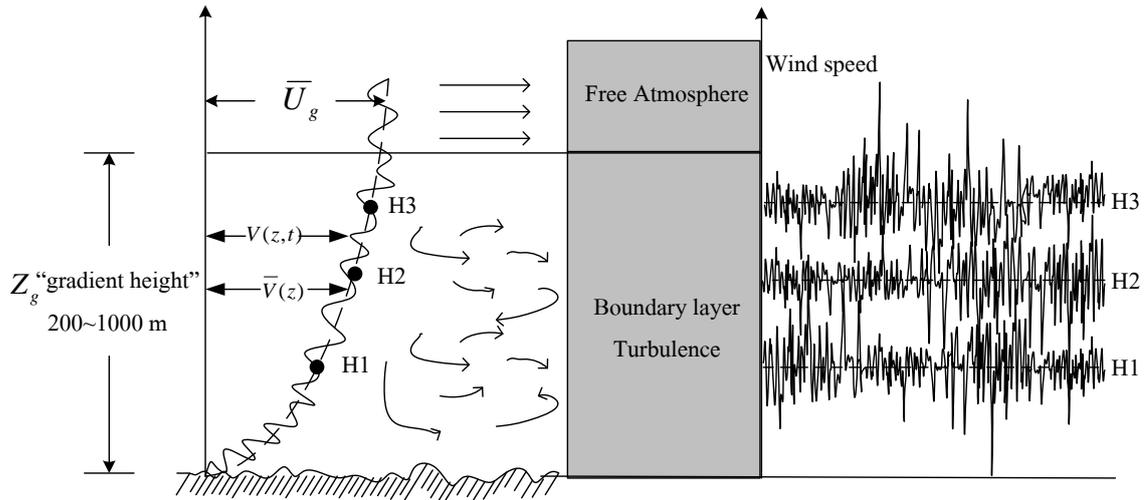
3.4 สภาพลักษณะของลมตามธรรมชาติ

ลมตามธรรมชาติเป็นของไหลที่มีคุณสมบัติของความหนืด และความเสียดทาน เมื่อเคลื่อนที่ผ่านพื้นผิวโลกซึ่งมีความขรุขระ ย่อมทำให้เกิดแรงเสียดทานมีผลทำให้ความเร็วของการเคลื่อนที่ลดลง ดังนั้นผลกระทบจากแรงเสียดทานของผิวโลกจะลดลงขณะที่ความสูงจากผิวโลกเพิ่มขึ้น จนกระทั่งถึงความสูงระดับหนึ่ง ผลของแรงเสียดทานนี้น้อยมากจนไม่จำเป็นต้องนำมาพิจารณา ความสูงนี้ เรียกว่า ความสูงเกรเดียนต์ (gradient height) และชั้นของบรรยากาศที่อยู่ระหว่างผิวโลกกับความสูงเกรเดียนต์นี้เรียกว่า ชั้นบาวดารีเลเยอร์ (boundary layer) ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ซึ่งเป็นพฤติกรรมของสภาพลักษณะลมตามธรรมชาติ และมีความสำคัญต่อค่าหน่วยแรงลมที่เกิดขึ้นกับโครงสร้าง สำหรับในงานวิศวกรรมโยธา พิจารณาสภาพลักษณะของลมตามธรรมชาติ มีการไหลแบบปั่นป่วน เนื่องจากคุณสมบัติของความหนืดที่ค่อนข้างต่ำ ค่าความเร็วลมจึงมีการแปรเปลี่ยนอยู่ตลอดเวลา ค่าความเร็วลม ณ ความสูงจากพื้นดินที่ระดับใดระดับหนึ่ง ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ขณะใดขณะหนึ่ง สามารถคำนวณได้จาก

$$V(z,t) = \bar{V}(z) + V'(z,t) \quad (3.2)$$

โดยที่

- $V(z,t)$ คือ ค่าความเร็วลม (wind speed) มีหน่วยเป็น (m/s)
- $\bar{V}(z)$ คือ ค่าความเร็วลมเฉลี่ย (mean wind speed) มีหน่วยเป็น (m/s)
- $V'(z,t)$ คือ ค่าความเร็วลมกรรโชก (gust wind speed) ซึ่งเป็นค่าของความเร็วลมส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะที่ไม่แน่นอนตลอดเวลา มีหน่วยเป็น (m/s)



รูปที่ 3.3 ชั้นบาวคาร์ลีเออร์ที่อยู่ระหว่างผิวโลกกับความสูงเกรเดียนต์ และค่าของความเร็วลม ณ ความสูงจากพื้นดินที่ระดับใดๆ

สภาพลักษณะลมตามธรรมชาติที่เกิดขึ้นมีความเร็วและทิศทางที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายๆอย่าง เช่น สภาพภูมิอากาศ การขึ้นลงของอุณหภูมิ การหมุนของโลก การถ่ายเทความร้อน และสภาพภูมิประเทศ ดังนั้นการทดสอบในอุโมงค์ลมจำเป็นต้องมีการจำลองสภาพลักษณะลมภายในอุโมงค์ลมเหมือนสภาพลักษณะลมตามธรรมชาติจริง คุณสมบัติที่สำคัญของการจำลองสภาพลักษณะลมภายในอุโมงค์ ได้แก่ ความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน (variation of mean wind speed with height) สภาพความแปรปรวนของลมที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน (turbulence intensity profile) และลักษณะของลมกระโชกในช่วงความถี่ต่างๆ (power spectral density of longitudinal) จากมาตรฐาน ASCE (1999) ได้กำหนดแนวทางในการจำลองสภาพลักษณะลมภายในอุโมงค์ลม และเสนอทฤษฎีสำหรับการคำนวณ เพื่อเปรียบเทียบค่าความถูกต้องของคุณสมบัติในการจำลองสภาพลักษณะลมภายในอุโมงค์ลม ดังนั้นการศึกษานี้จำลองสภาพลมตามแนวทางของมาตรฐาน ASCE (1999)

3.4.1 ความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน

รูปแบบความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วลมเฉลี่ยกับระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดินในช่วงชั้นบาวคาร์ลีเออร์ สามารถอธิบายได้จากทฤษฎีกฎยกกำลัง (power law) และกฎลอการิทึม (logarithmic law) ค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดินขึ้นอยู่กับลักษณะสภาพภูมิประเทศด้านเหนือลม (upstream) ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ซึ่งลักษณะสภาพภูมิ

ทฤษฎีกฎยกกำลัง

$$\left(\frac{U}{U_g}\right) = \left(\frac{Z}{Z_g}\right)^\alpha \quad (3.3)$$

โดยที่

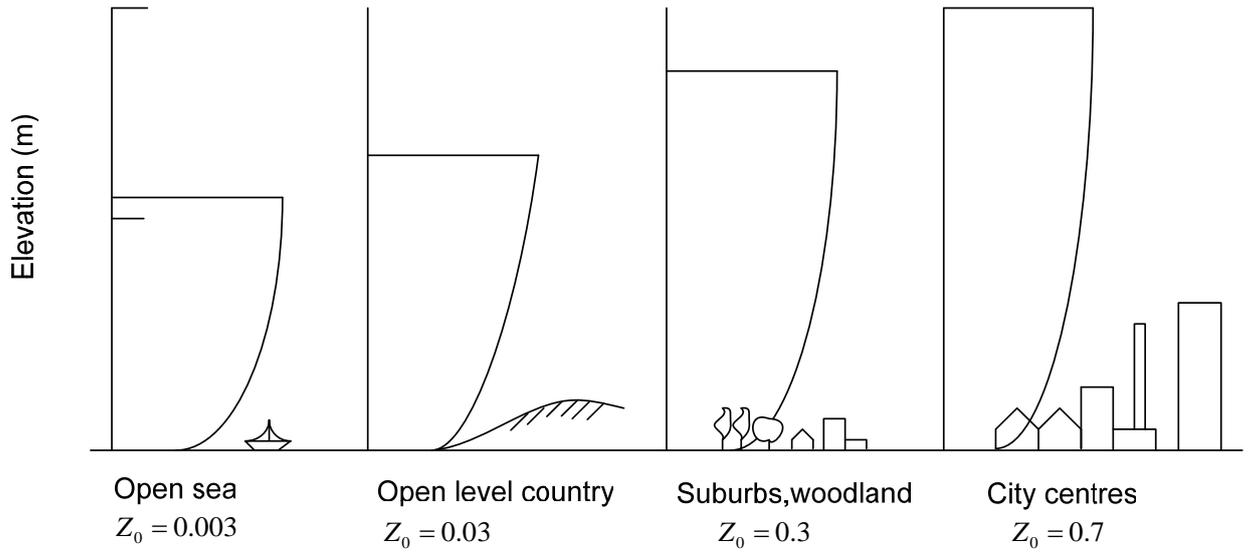
- U คือ ค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูง Z มีหน่วยเป็น (m/s)
- U_g คือ ค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงเกรเดียนต์ มีหน่วยเป็น (m/s)
- Z_g คือ ค่าระดับความสูงเกรเดียนต์ มีหน่วยเป็น (m)
- α คือ ค่ายกกำลังซึ่งเป็นค่าคงที่ ตลอดช่วงความสูง z
- Z คือ ค่าระดับความสูง ณ ตำแหน่งที่ต้องการรู้ค่าความเร็วลมเฉลี่ย มีหน่วยเป็น (m)

ทฤษฎีกฎลอการิทึม

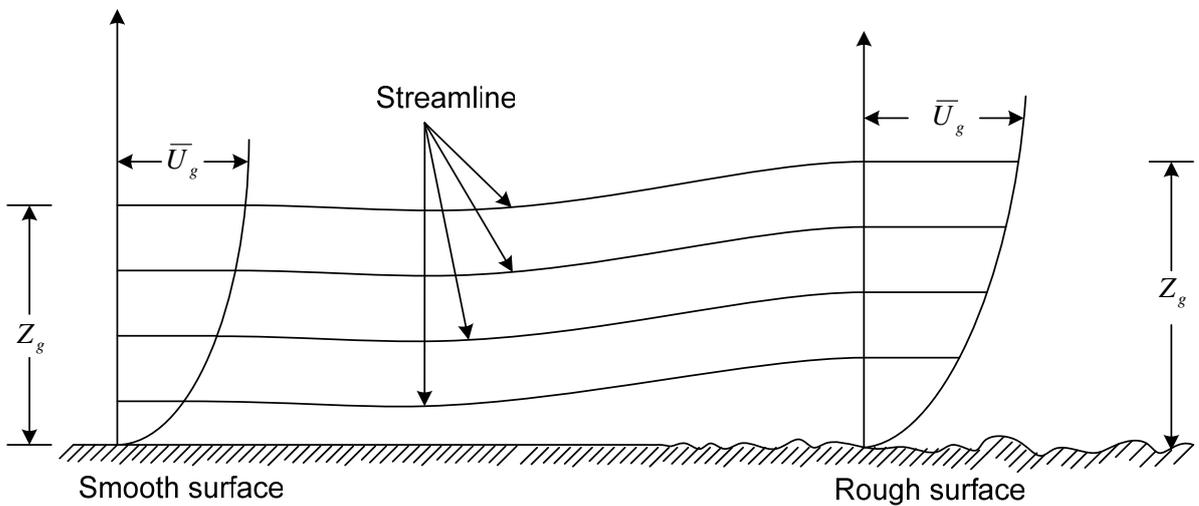
$$U(z) = \frac{1}{k} u_* \ln\left(\frac{z-d_0}{z_0}\right) \quad (3.4)$$

โดยที่

- z_0 คือ ค่าความยาวของความขรุขระ มีหน่วยเป็น (m)
- k คือ ค่าคงที่ของ Von Karman เท่ากับ 0.4
- u_* คือ ค่าความเร็วลมเสียดทาน มีหน่วยเป็น (m/s)
- $U(z)$ คือ ค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูง z มีหน่วยเป็น (m/s)
- d_0 คือ ค่าความสูงที่ทำให้ค่าความเร็วลมเท่ากับศูนย์ มีหน่วยเป็น (m)



รูปที่ 3.4 ลักษณะค่าความเร็วลมเฉลี่ย ตามลักษณะสภาพภูมิประเทศ



รูปที่ 3.5 การเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วลมเฉลี่ยตามความสูงเนื่องจากความขรุขระของพื้นผิวโลก

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของลักษณะสภาพภูมิประเทศต่างๆ

Terrain types	z_0 (m)	α	Z_g (m)	d_0 (m)
Center of large cities	0.7	1/3	460	15-25
Suburban terrain	0.3	1/4.5	400	5-10
Open terrain	0.03	1/7	275	0
Coastal area	0.003	1/10	215	0

3.4.2 สภาพความแปรปรวนของลมที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน

สภาพความแปรปรวนของลมที่ระดับความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน เป็นอัตราส่วนระหว่าง ค่ารากกำลังสองเฉลี่ย (root mean square) ความแปรปรวนของความเร็วลมกับค่าเฉลี่ยของความเร็วลม ที่ความสูงต่างๆเหนือพื้นดิน ดังสมการที่ (3.5)

$$I_u(z) = \frac{\sqrt{u'(z)^2}}{U(z)} = \frac{\sigma_u(z)}{U(z)} \quad (3.5)$$

โดยที่

- $u'(z)$ คือ องค์กรประกอบความแปรปรวนของความเร็วลมตามยาว ที่ความสูง z
- $U(z)$ คือ ค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ความสูง z
- $\sigma_u(z)$ คือ ค่ารากกำลังสองเฉลี่ยของ $u'(z)$

สำหรับค่าองค์กรประกอบความแปรปรวนของความเร็วลมตามยาวสามารถอธิบายด้วยค่ารากกำลังสองเฉลี่ย ดังสมการที่(3.6)

$$\sigma_u(z) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(z,t)^2 dt} \quad (3.6)$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าเฉลี่ย rms ของความเร็วที่มีการแปรปรวนกับค่า spectral density ดังสมการที่ (3.7)

$$\sigma_u^2 = \int_0^\infty s_u(f) df \quad (3.7)$$

จากวิธีของ Simui (1996) จะได้สภาพความแปรปรวนของลมหาได้จากสมการที่ (3.8)

$$\sigma_u^2(z) = u'(z)^2 = \int_0^{\infty} s_u(z, f) df \cong \beta u_*^2 \quad (3.8)$$

โดยที่

β คือ พารามิเตอร์ของความขรุขระของพื้นที่

และเมื่อแทนสมการ (3.4) และ (3.8) ในสมการ (3.5) จะได้

$$I_u(z) = \frac{0.4\sqrt{\beta}}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (3.9)$$

ตารางที่ 3.2 แสดงค่า β ที่ความยาวขรุขระต่างๆ (empirical formula)

Type of surface	Z_0 (m)	β_u
Sand	0.0001-0.001	6.5
Snow, Water	0.001-0.006	6.5
Low grass	0.01-0.04	6.0
High grass	0.04-0.1	6.0
Sparsely built-up suburb	0.20-0.40	5.25
Densely built-up suburb, town	0.80-1.2	4.85
Center of large cities	2-3	4.0

3.4.3 ลักษณะของลมกระโชกในช่วงความถี่ต่างๆ

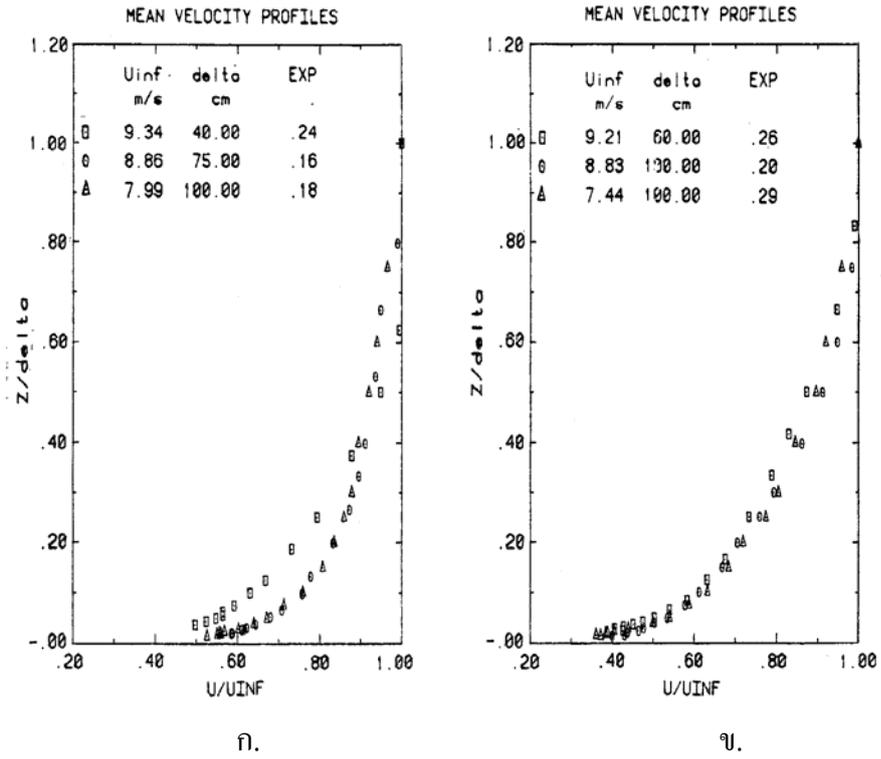
ลักษณะของลมกระโชกในช่วงความถี่ต่างๆหรือสเปกตรัมความแปรปรวนของความเร็วลม การพิจารณาถึงสเปกตรัมการกระโชกของลม คือ การกระจายความน่าจะเป็นประเภทหนึ่งในรูปความถี่ของความเร็วลม โดยเลือกสเปกตรัมให้เหมาะสมกับบริเวณที่ต้องการจำลอง แบบจำลองของสเปกตรัมได้มีการนำเสนอมากมาย สำหรับงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้สมการของ Von Karman ดังแสดงในสมการที่ (3.10)

$$\frac{fS_u(f)}{\sigma^2} = \frac{4[fL_u^x/\bar{U}]}{[1 + 70.8[fL_u^x/\bar{U}]^2]^{5/6}} \quad (3.10)$$

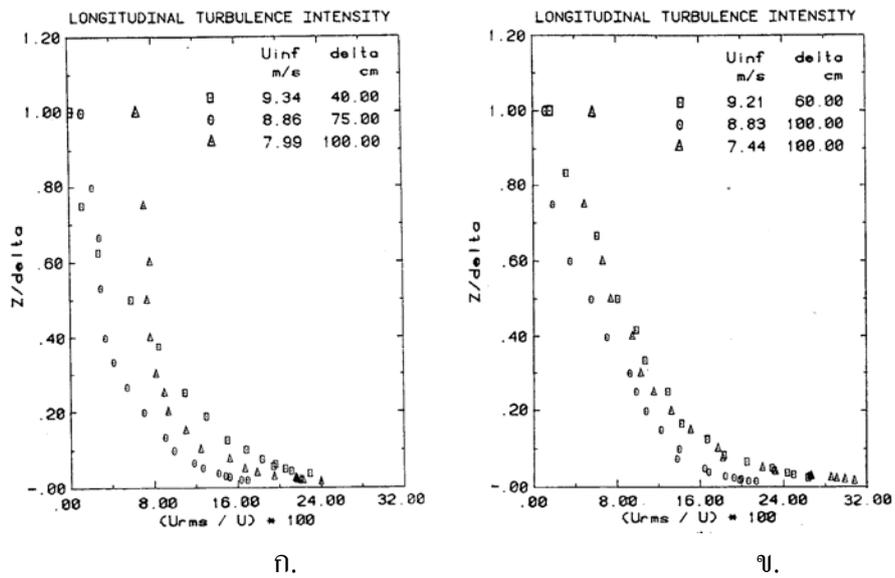
โดยที่

- $S_u(f)$ คือ power spectrum density ของความเร็วลม
 σ_u^2 คือ ค่าความแปรปรวนของความเร็วลม
 L_u^x คือ integral length scale
 f คือ ความถี่ของความเร็วลม มีหน่วยเป็น (Hz)

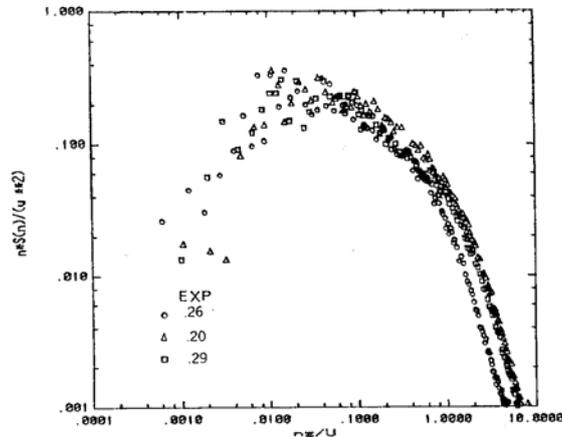
ตัวอย่างการจำลองสภาพลักษณะของลมภายในอุโมงค์ลมของ Cermark (1982) จากผลของการจัดอุปกรณ์แบบพาสสิฟ เป็น 3 แบบ เพื่อจำลองสภาพลักษณะลมตามธรรมชาติ สำหรับค่าความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงเหนือพื้นดิน ดังแสดงรูปที่ 3.6 ค่าสภาพความแปรปรวนของลม ที่ตำแหน่งความสูง 6.1 และ 18.3 เมตร เหนือพื้นดินในทิศทางตามลม ดังแสดงในรูปที่ 3.7 จากจุดเริ่มต้นของการศึกษา ที่พื้นของอุโมงค์ลมได้ถูกจำลองความขรุขระด้วยบล็อกสี่เหลี่ยมขนาด 1.27 ซม. โดยวางเรียงกันทุก 5.08 ซม. (ค่าความสูงของชั้นบาวเดอรีเลเยอร์ δ ความเร็วลมเฉลี่ย U ที่ระดับความสูง δ และเลขยกกำลัง α แทนด้วย delta, Uinf และ EXP ตามลำดับ) ค่าลักษณะสภาพของลมที่มีเลขยกกำลัง $\alpha = 0.16$ ที่ตำแหน่ง 6.1 เมตร และค่าลักษณะของลมที่มีเลขยกกำลัง $\alpha = 0.29$ ที่ตำแหน่ง 18.3 เมตร สมมุติให้การจำลองสภาพลักษณะของลมธรรมชาติ ในสภาพภูมิประเทศแบบเปิดโล่งและแบบชานเมืองตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.8 แสดงลักษณะสเปกตรัมความแปรปรวนของความเร็วลมในทิศทางตามลม ทำการตรวจวัด ณ ตำแหน่ง 18.3 เมตร ที่ความสูง $Z/\delta = 0.05$ ของลักษณะการจัดอุปกรณ์ทั้ง 3 แบบ สำหรับรูปแบบของลมที่มีค่าเลขยกกำลัง $\alpha = 0.29$ ที่ความถี่ลดรูป $nZ/U(z) = 0.8$ ค่า $nS(n)/\bar{u}^2 \cong 0.05$ เทียบกับ ค่า 0.06 ที่ต้องการ



รูปที่ 3.6 สภาพลักษณะของลมธรรมชาติในอุโมงค์ลมที่ตำแหน่ง ก. 6.1 เมตร ข. 18.3 เมตร (Cermak 1982)



รูปที่ 3.7 (ต่อ) สภาพลักษณะของลมธรรมชาติในอุโมงค์ลมที่ตำแหน่ง ก. 6.1 เมตร ข. 18.3 เมตร (Cermak 1982)



รูปที่ 3.8 สเปกตรัมความแปรปรวนของความเร็วลมในทิศทางตามลม (Cermak 1982)

3.5 กลศาสตร์ของไหล (Fluid Mechanics)

แรงลมที่เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของอากาศ (fluid flow) ผ่านตัวกลาง (bluff body) เมื่ออากาศมีคุณสมบัติของความหนืด เคลื่อนที่ผ่านตัวกลางย่อมเกิดแรงเสียดทาน ทำให้เกิดแรงอากาศพลศาสตร์หรือ แรงลมที่กระทำกับโครงสร้าง ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีทางอากาศพลศาสตร์(aerodynamic)

3.5.1 สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes)

จากสมการการเคลื่อนที่ของของไหล(The equation of motion for the fluid)

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad \text{เมื่อ} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.11)$$

โดยที่ $\frac{D(\quad)}{Dt} = \frac{\partial(\quad)}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial(\quad)}{\partial x_j}$; $\frac{D(\quad)}{Dt}$ คือ substantial หรือ material derivative

ρ คือ ความหนาแน่นของมวลอากาศ ซึ่งมีค่าโดยประมาณเท่ากับ 1.25 kg/m^3

F_i The i th component of body force per unit mass

σ_{ij} Inter stresses of fluid

จากกฎอนุรักษ์พลังงานของมวล (Conservation of mass) ของไหลไม่เกิดการอัดตัว (incompressible fluid) เนื่องจากปริมาตรของของไหลเปลี่ยนแปลงไปน้อยมาก เมื่อความดันเปลี่ยนแปลง ดังนั้นผลรวมของการเปลี่ยนแปลงของไหลในหนึ่งปริมาตรจึงเท่ากับศูนย์

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad i=1,2,3 \quad (3.12)$$

เมื่อความหนืดของของไหลเป็นความต้านทานต่อแรงเฉือน พิจารณาแผ่นเรียบบางๆ ที่วางขนานกันสองแผ่น ห่างกันเป็นระยะ h โดยมีของไหลบรรจุระหว่างกลาง ถ้าให้แผ่นเรียบแผ่นล่างอยู่นิ่งกับที่ และให้ดึงแผ่นเรียบบนให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U จะได้

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (3.13)$$

จะเกิดความเค้นเฉือน (shear stress) ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นเส้นตรง

$$\sigma_{ij} = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.14)$$

ความเค้นเฉือนของของไหล จะอยู่ในรูปทั่วไป

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \sum_{k=1}^3 e_{kk} \right) \quad (3.15)$$

โดยที่
$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{และ} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{for } i=j \\ 0 & \text{for } i \neq j \end{cases}$$

จะเห็นว่าในพจน์ $-p\delta_{ij}$ คือ ความดันของของไหล และพจน์ $2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \sum_{k=1}^3 e_{kk} \right)$ คืออนุพันธ์ของความเค้นของของไหล เมื่อแทนสมการ(3.12) และสมการ (3.15) ในสมการ (3.11) จะเท่ากับสมการนาเวียร์-สโตก

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{F} - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial p}{\partial x_i} \mathbf{i}_i + \mu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x_j^2} \quad (3.16)$$

เมื่อพจน์ $\rho \frac{D\psi}{Dt}$ คือ แรงเฉื่อยของของไหล พจน์ ρF คือ แรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหล พจน์ $\sum_{i=1}^3 \frac{\partial p_i}{\partial x_i}$ คือ ความดันของของไหล และพจน์ $\mu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_j^2}$ คือ แรงเนื่องจากความหนืดของของไหล

3.5.2 สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

สมมติฐานสำหรับการเคลื่อนที่ของของไหล จะคิดว่าของไหลไม่มีความหนืด (inviscid flow, $\mu = 0$) และแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลเท่ากับศูนย์ (negligible body force, $F = 0$) ดังนั้นจากสมการที่ (3.16) จะได้ว่า

$$\rho \frac{D\psi}{Dt} = - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial p_i}{\partial x_i} \quad (3.17)$$

จากสมการที่ (3.17) ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของของไหลเฉพาะทิศทางแนวนอน ($u_1 = u, u_2 = 0, u_3 = 0$) และพิจารณาว่าการเคลื่อนที่ของของไหลมีลักษณะสม่ำเสมอ (steady flow, $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$) จะได้ว่า

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x_1} = - \frac{\partial p}{\partial x_1} \quad (3.18)$$

จากสมการที่ (3.18) ถ้าพิจารณาตลอดทั้งของเส้นการไหลจะได้เป็นสมการเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + p = \text{constant} \quad (3.19)$$

จากสมการที่ (3.19) จะเห็นได้ว่าพจน์ของ p จะเป็น พลังงานภายในของหน่วยปริมาตรอากาศ คือ พลังงานของหน่วยแรงดันต่อหน่วยปริมาตร (internal energy of unit of air) ซึ่งอธิบายว่าเป็นการชนกันของโมเลกุล (molecular bombardment) ส่วนในพจน์ $\frac{1}{2} \rho u^2$ เป็นพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่โดยเฉลี่ยของหน่วยปริมาตรของอากาศ (kinetic energy of mean motion of unit volume of air) เรียกว่าค่าความดันลมพลวัต (dynamic pressure)

3.5.3 ตัวเลขเรโนลด์ (Reynold Number)

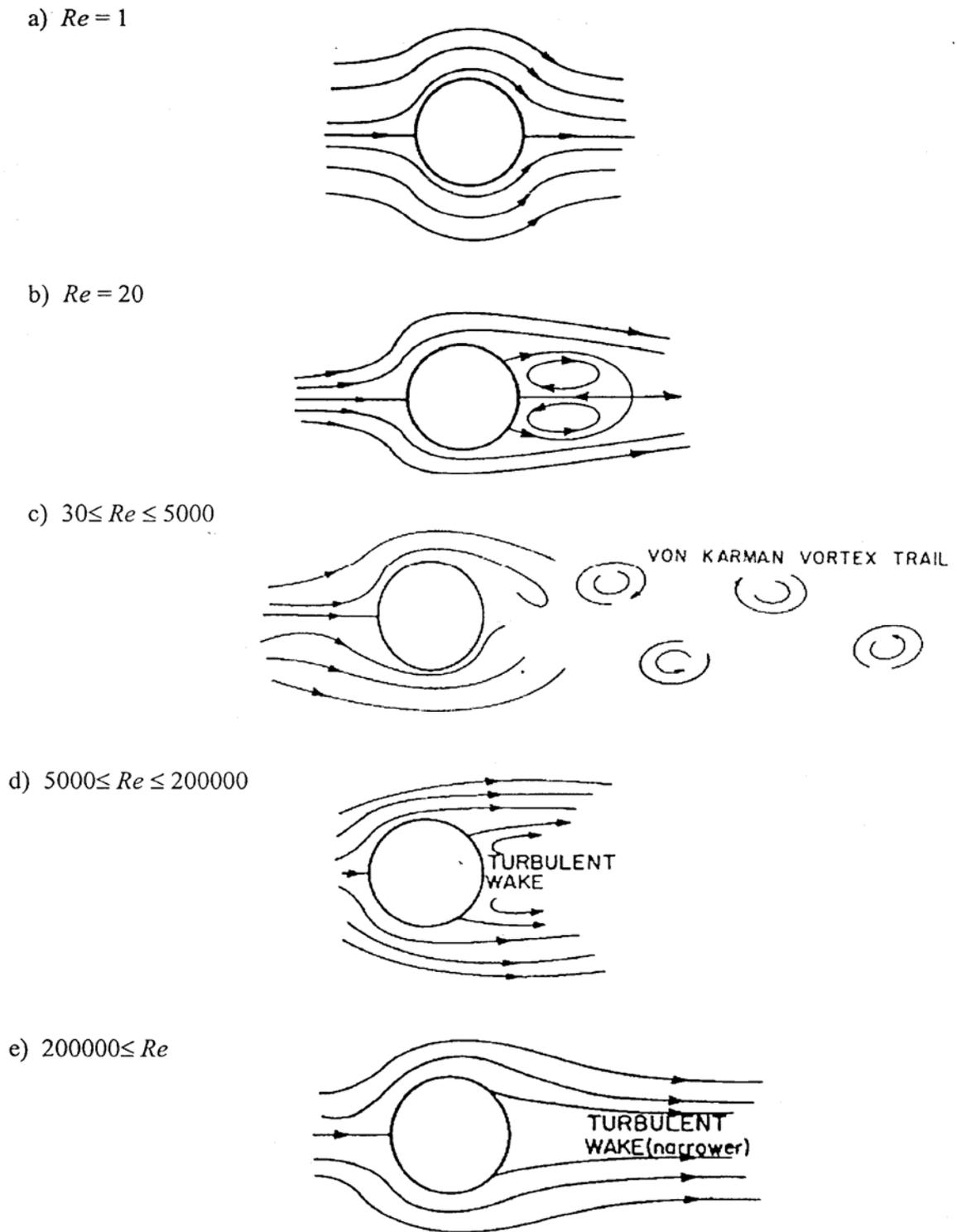
ค่าตัวเลขเรโนลด์ คือ อัตราส่วนของแรงเฉื่อยของของไหล (inertia force), $\rho \frac{U^2}{L}$ กับ แรงเนื่องจากความหนืดของของไหล (viscous force), $\mu \frac{U}{L}$ เป็นค่าที่ใช้อธิบายสภาวะการไหลของของไหล

$$\text{Re} = \frac{\rho U^2 L^2}{\mu U L^2 / L} = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{U L}{\nu} \quad (3.20)$$

โดยที่

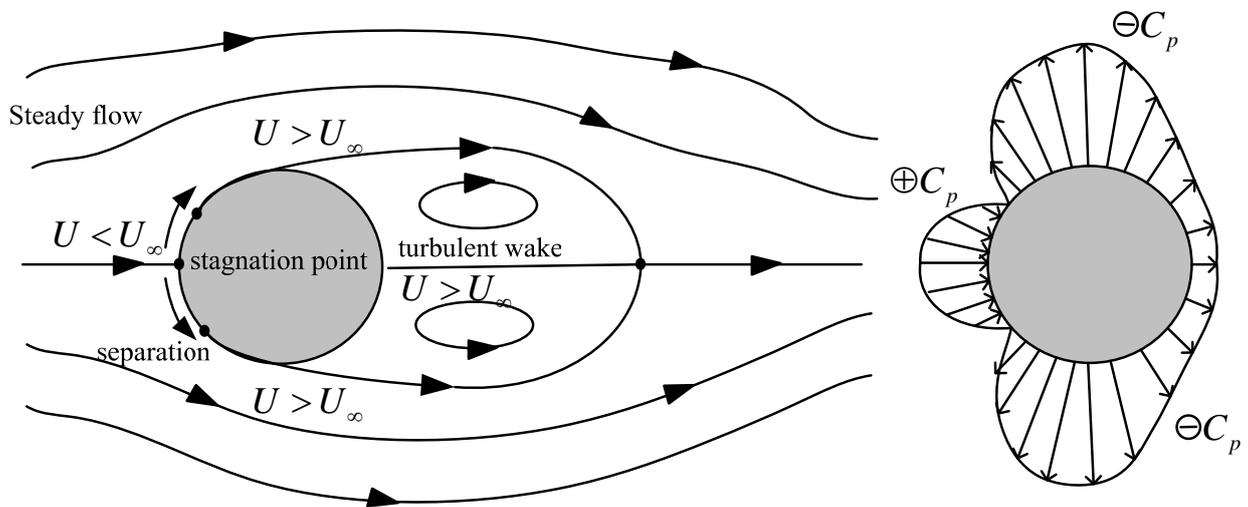
- ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล
- L คือ ความกว้างของวัตถุ
- U คือ ความเร็วของของไหล
- μ คือ ความหนืดพลวัต (absolute viscosity) สำหรับอากาศเท่ากับ 1.8×10^{-5} ($N \cdot s / m^2$)
- ν คือ ความหนืดคิเนมาติก (kinematic viscosity) สำหรับอากาศเท่ากับ 0.150 (cm^2 / s)

สำหรับโครงสร้างที่มีรูปทรงกลมมน ค่าตัวเลขเรโนลด์จะสามารถบอกได้ถึงลักษณะการแยกตัวของลม (separation of flow) และการแตกตัวของระลอกกลมวน (vortex-shedding) และบนโครงสร้าง ซึ่งมีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์หน่วยแรงลม เมื่อพิจารณาการไหลที่มีค่าตัวเลขเรโนลด์เท่ากับ 1 ทำให้ความปั่นป่วนของลมที่กระทำบนผิวของโครงสร้างน้อยมาก เมื่อลมเข้าปะทะกับผิวของโครงสร้าง พฤติกรรมของลมที่กระทำกับโครงสร้างก็จะเกือบเป็นการไหลแบบอุดมคติ (ideal flow) ซึ่งการไหลแบบนี้จะพิจารณาว่า ของไหลนั้นไม่เกิดการอัดตัว และไม่มีความหนืด แต่ในความเป็นจริง จะไม่สามารถเกิดได้ เพราะยังมีผลพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่จะสูญเสียเนื่องจากผลกระทบของความหนืด (effect of the viscosity) และเมื่อ ค่าตัวเลขเรโนลด์เพิ่มสูงขึ้น ทำให้ความปั่นป่วนของลมมากขึ้น มีผลต่อลักษณะการแยกตัวของลม และการแตกตัวของระลอกกลมวนที่เกิดขึ้นดังแสดงรูปที่ 3.9 ค่าตัวเลขเรโนลด์ที่ใช้งานทางวิศวกรรมโยธาจะอยู่ในช่วง $10^4 \sim 10^8$ สำหรับในการทดสอบแบบจำลองในอุโมงค์ลม ควรทำการทดสอบที่ค่าตัวเลขเรโนลด์ ไม่ต่ำกว่า 5×10^4 โดยคำนวณจากด้านที่แคบที่สุดของแบบจำลองและความเร็วลมเฉลี่ยที่ขอดอากาศของแบบจำลอง มาตรฐานการคำนวณแรงลม มยผ.1131-50 (2550)



รูปที่ 3.9 ผลของค่าตัวเลขเรโนลด์ต่อโครงสร้างที่มีรูปทรงกลมมน (Simiu 1996)

3.5.4 พฤติกรรมการเกิดหน่วยแรงดันลมและหน่วยแรงลมดูด



รูปที่ 3.10 แนวการไหลของลมรอบวัตถุรูปทรงกลม

จากรูปที่ 3.10 ความเร็วลมและหน่วยแรงดันลมที่ด้านต้นลม U_∞, P_∞ เมื่อมวลของอากาศไหลเข้าใกล้วัตถุรูปทรงกลมความเร็วลมลดลง เมื่อถึงจุดประทะกับวัตถุ (stagnation point) ความเร็วลมก็จะเท่ากับศูนย์ ทำให้หน่วยแรงดันลมจะมีค่ามากที่สุด เมื่อมวลของอากาศไหลถึงจุดแยกตัวของลม (separation) ความเร็วลมจะมีค่าสูง และเกิดเป็นหน่วยแรงลมดูด ค่าหน่วยแรงดันลมและหน่วยแรงลมดูดที่จุดใดๆสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3.19)

$$P_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 = P + \frac{1}{2}\rho U^2 = \text{constant} \quad (3.20)$$

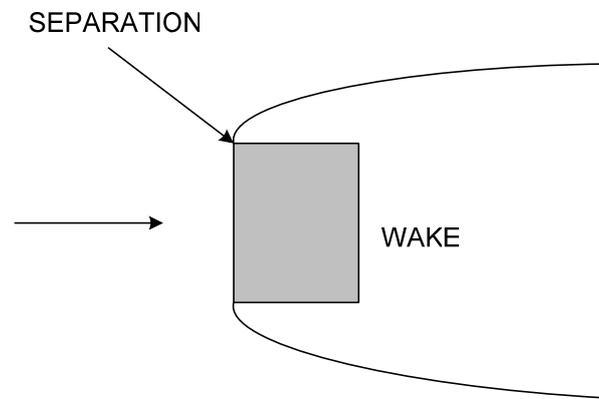
$$\Delta P = P - P_\infty = \frac{1}{2}\rho(U_\infty^2 - U^2) = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^2\right\} \quad (3.21)$$

พจน์ของ $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ คือ ค่าความพลวัตที่ตำแหน่งด้านต้นลมหรือที่ตำแหน่งอ้างอิง และพจน์ของ $1 - \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^2$ ขึ้นอยู่กับรูปทรงของวัตถุ เมื่อค่า ΔP มีค่าเป็นบวก ก็ต่อเมื่อ $U < U_\infty$ ทำให้ ณ จุดนั้นเกิดหน่วยแรงดันลม และ ค่า ΔP มีค่าเป็นลบ ก็ต่อเมื่อ $U > U_\infty$ ทำให้ ณ จุดนั้นเกิดหน่วยแรงลมดูด ดังแสดงในรูปที่ 3.10 สำหรับรูปทรงกลม

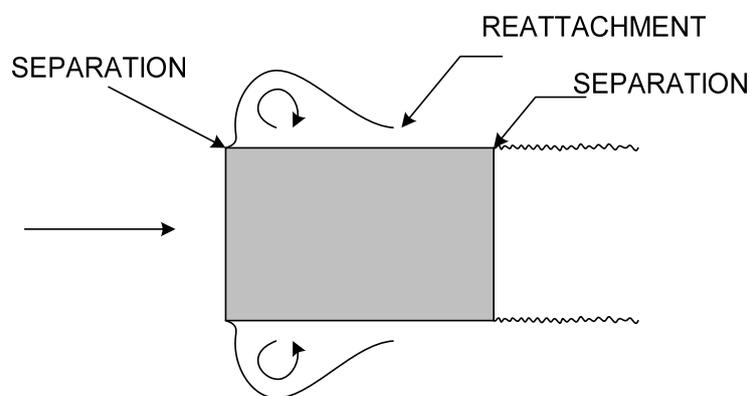
3.5.5 ผลของการไหลของกระแสลมรอบๆอาคารสูง

สภาพการไหลวนลมตามธรรมชาติ เมื่อกระแสลมไหลวนรอบๆอาคาร ส่งผลกระทบบทำให้เกิดแรงในทิศทางตามลม (drag force) แรงในทิศทางตั้งฉากกับลม (lift force) และแรงบิด (twisting moment) ที่เกิดบนอาคาร ทั้งนี้แรงดังกล่าวเกิดขึ้นจากกลไก 3 ประเภท คือ การแยกตัวของลมบริเวณขอบมุมอาคาร(separation) การพัดผ่านของลมด้านข้างอาคาร(reattachment) และการพัดของลมที่ผันผวนจากผลของระลอกลมบริเวณด้านหลังของอาคาร (wake-induced fluctuating pressure) ซึ่งกลไกดังกล่าว จะเกิดขึ้นควบคู่กัน ถ้ารูปทรงของอาคารสี่เหลี่ยมด้านสั้น เกิดการพัดผ่านของลมด้านข้างอาคาร และหลังจากนั้นจึงเกิดการพัดของลมที่ผันผวนจากผลของระลอกลมบริเวณด้านหลังของอาคาร ดังแสดงในรูปที่ 3.11 สำหรับอาคารที่มีรูปทรงสี่เหลี่ยมที่มีด้านยาว เกิดการแยกตัวของลมบริเวณมุมของอาคารก่อน และลมจะพัดผ่านของลมด้านข้างอาคาร ดังแสดงในรูปที่ 3.12 จากขนาดของรูปทรงหน้าตัดทั้งขนาดความกว้าง และความลึกนั้นสามารถส่งผลกระทบต่อหน่วยแรงลมที่กระทำกับวัตถุ ดังแสดงในรูปที่ 3.13 ดังนั้นการเลือกรูปทรงของอาคารที่ดี เช่น การปรับแต่งมุมของอาคาร หรือเลือกความกว้าง และความยาวที่เหมาะสมก็จะช่วยลดค่าสัมประสิทธิ์หน่วยแรงลมในทิศทางตามลมลงได้ดังแสดงในรูปที่ 3.14 แสดงความสัมพันธ์ของรูปทรงอาคารกับค่าสัมประสิทธิ์หน่วยแรงลม

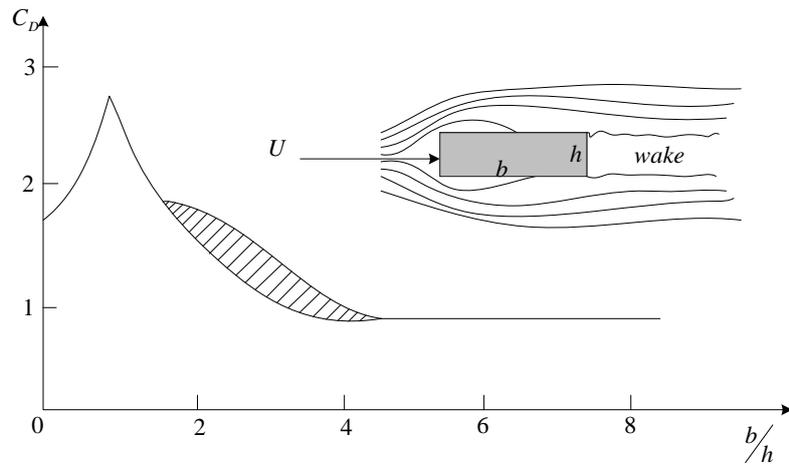
ในกรณีนี้จะพิจารณาถึงอาคารที่มีรูปทรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีด้านยาวจะส่งผลกระทบต่อค่าสัมประสิทธิ์หน่วยแรงลมในแนวทิศทางลม C_D ลมที่การแยกตัวของลมกลับมากระทำที่วัตถุซ้ำ เกิดเป็นการพัดผ่านของลมด้านข้างอาคาร ซึ่งทำให้การลดแรงหรือเกิดการต้านทานแรงในแนวทิศทางลมที่เกิดขึ้น และลดความผันผวนจากผลของระลอกลมบริเวณด้านหลังของอาคาร กรณีที่อาคารมีรูปทรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีด้านสั้น จะมีค่า C_D มีค่าสูงกว่าอาคารที่มีรูปทรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีด้านยาว เนื่องจากอาคารที่มีด้านสั้นมีการเพิ่มของแรงดูด ซึ่งเกิดความผันผวนจากผลของระลอกลมบริเวณด้านหลังของอาคาร สำหรับความสัมพันธ์ของรูปทรงอาคารต่างๆกับค่าสัมประสิทธิ์หน่วยแรงลมในแนวทิศทางลม C_D ได้แสดงในตารางที่ 3.3



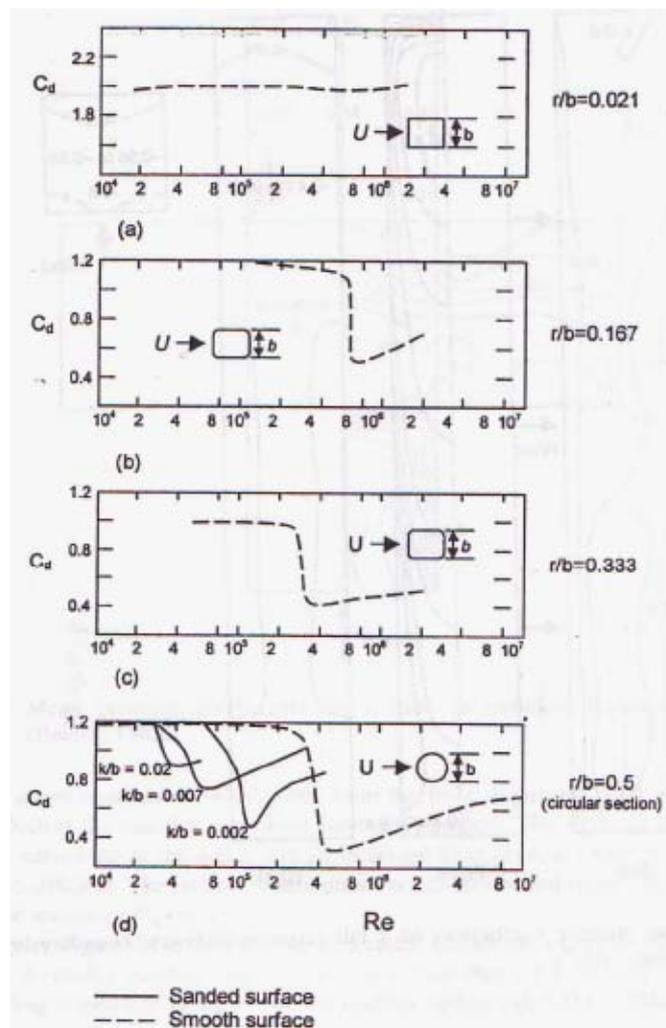
รูปที่ 3.11 ลักษณะลมที่กระทำกับรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านสั้น (Simiu 1996)



รูปที่ 3.12 การแยกตัวของลมบริเวณมุมของอาคาร การพัดผ่านของลมด้านข้างอาคารและการเกิดลมผันผวนด้านหลังอาคาร (Simiu 1996)



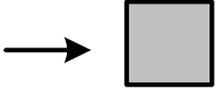
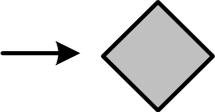
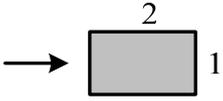
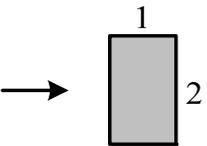
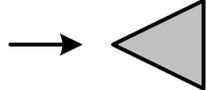
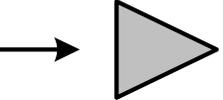
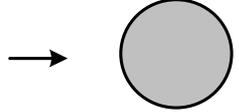
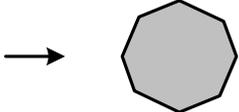
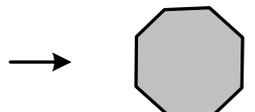
รูปที่ 3.13 ผลกระทบของอัตราส่วนรูปร่างต่อค่าสัมประสิทธิ์ของแรงในแนวทิศทางลม (Simiu 1996)



รูปที่ 3.14 รูปทรงและขนาดของอาคารมีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ของแรงในแนวทิศทางลม

(Simiu 1996)

ตารางที่ 3.3 ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงในแนวทิศทางลม C_D ของรูปทรงต่างๆ

Shape	Description	C_D^*
	Flat plate	2.0
	Square with face to wind	2.0
	Square with corner to wind	1.5
	Rectangle with narrow face to wind	1.4
	Rectangle with wide face to wind	2.2
	Equilateral triangle with apex to wind	1.2
	Equilateral triangle with face to wind	2.0
	Circle	1.2
	Octagon	1.3
	Octagon	1.4

3.6 ทฤษฎีความน่าจะเป็น และช่วงเวลาเกิดซ้ำ

เหตุการณ์ขึ้นแก่กัน (dependence) และเหตุการณ์ไม่ขึ้นแก่กัน (independence) สมมุติให้ A และ B ตามลำดับเป็นเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ และกำหนดให้ $P(A \cap B)$ แทนความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B จะเกิดขึ้นพร้อมกัน เหตุการณ์ A และ B จะถูกเรียกว่าเป็นเหตุการณ์ที่ขึ้นแก่กันเมื่อ

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B) = P(A)P(B/A) \quad (3.22)$$

และเหตุการณ์ A และ B จะถูกเรียกว่าเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ขึ้นแก่กันเมื่อ

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (3.23)$$

โดยที่

$P(A)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A

$P(B)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B

$P(A/B)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A เมื่อเกิดเหตุการณ์ B

$P(B/A)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เมื่อเกิดเหตุการณ์ A

แนวความคิดของโอกาสความเป็นไปได้ของค่าตัวแปรสุ่ม โดยกำหนดให้ X คือ ตัวแปรสุ่ม, x เป็นค่าที่เป็นไปได้ของ X และ $F(x)$ คือ ฟังก์ชันแจกแจงสะสม (cumulative distribution function, CDF) ของค่าตัวแปรสุ่ม X หรืออาจเรียกได้อีกว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x (non-exceedance probability)

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3.24)$$

สามารถเขียนในรูปความสัมพันธ์กับ $f(x)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของโอกาสเป็นไปได้ (probability density function, PDF)

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.25)$$

ในทางวิศวกรรมโยธาขนาดของเหตุการณ์ที่มีโอกาสจะเกิดขึ้นอีก หลักที่นำไปใช้ในการ ออกแบบต่างๆ เรียกว่า ช่วงเวลาเกิดซ้ำ (return period) หรือความน่าจะเป็นสะสมที่จะเกิดเหตุการณ์ ($X \leq x$) ในทางตรงกันข้ามอาจแสดงถึงความสัมพันธ์กับโอกาสเกิดของเหตุการณ์ ($X > x$) (exceedance probability) และสามารถแสดงได้โดยช่วงเวลาเกิดซ้ำ T ปี ในทางปฏิบัติคาบการเกิดซ้ำ T เมื่อ

$$T = \frac{1}{1-p} \quad (3.26)$$

จะเห็นได้ว่าช่วงเวลาเกิดซ้ำ T หมายถึง หนึ่งรอบที่เหตุการณ์มีโอกาสจะเกิดขึ้น โดยปกติ นิยมใช้ในการระบุขนาดของเหตุการณ์ที่มีโอกาสจะเกิดขึ้น มักถูกเข้าใจว่าควรเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียว เท่านั้นในช่วงเวลา T ปี แต่ที่จริงแล้วเหตุการณ์ที่มีโอกาสจะเกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{1}{T}$

3.7 ตัวแปรสุ่ม (random variable) และขบวนการสุ่ม (random process)

สำหรับเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง ตัวแปรสุ่มของเหตุการณ์นั้นคือเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเหตุการณ์นั้นและขบวนการใดๆถูกเรียกว่าเป็นขบวนการสุ่ม เมื่อสมาชิกของ ขบวนการนั้นๆ ณ เวลาใดๆ ประกอบขึ้นด้วยตัวแปรสุ่ม

ขบวนการสุ่มใดๆ ถูกเรียกว่าเป็นขบวนการสุ่มตัวแบบไม่เคลื่อนที่ (stationary random process) เมื่อค่าทางสถิติของขบวนการสุ่มนั้นไม่ขึ้นอยู่กับช่วงเวลาของการสุ่มตัวอย่าง และ ขบวนการสุ่มแบบไม่เคลื่อนที่ใดๆ จะถูกเรียกว่าเป็นขบวนการ เออร์годิก (ergodic process) ก็ ต่อเมื่อค่าเฉลี่ยที่ได้จากช่วงเวลาใดๆของขบวนการนั้น และค่าเฉลี่ยจากช่วงเวลาทั้งหมดของ ขบวนการนั้นมีค่าเท่ากัน กล่าวคือ สำหรับขบวนการที่ไม่มีความต่อเนื่องทางด้านเวลา

$$E[X(t)] = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n X(t) \quad (3.27)$$

สำหรับขบวนการที่มีความต่อเนื่องทางด้านเวลา

$$E[X(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (3.28)$$

โดยที่

$E[X(t)]$ คือ ค่าเฉลี่ยจากช่วงเวลาทั้งหมด

$$\frac{1}{n} \sum_{n=1}^n X(t), \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \text{ คือ ค่าเฉลี่ยจากช่วงเวลาใด}$$

3.8 ทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็น

3.8.1 ทฤษฎีแจกแจงแบบปกติ (normal probability distribution)

ทฤษฎีแจกแจงแบบปกติ นี้เป็นทฤษฎีพื้นฐานของทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็น และการกระจายตัวของข้อมูลที่เป็นแบบเกาส์เซียน(gaussian probability distribution) มีประโยชน์สำหรับอธิบายพฤติกรรมของตัวแปรสุ่มที่มีความแปรปรวนน้อยๆได้ เนื่องจากถ้าตัวแปรสุ่มหนึ่ง เกิดจากผลรวมของตัวแปรสุ่มใดๆซึ่งกระจายอย่างเป็นอิสระด้วยทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นเดียวกัน โดยไม่จำกัดว่าจะต้องเป็นทฤษฎีใด ตัวแปรสุ่มนี้จะมีทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่ประมาณใกล้เคียงกับทฤษฎีแจกแจงแบบเกาส์เซียน ในการศึกษานี้จะพิจารณาการแจกแจงการกระจายตัวของตัวแปรสุ่มเป็น ทฤษฎีแจกแจงแบบเกาส์เซียน และทฤษฎีแจกแจงไม่เป็นแบบเกาส์เซียน(non-gaussian probability distribution)

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad (3.29)$$

โดยที่

- μ_x คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม
- σ_x คือ ค่ารากกำลังสองเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม
- σ_x^2 คือ ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม

3.8.2 ทฤษฎีแจกแจงแบบแกมมา (gamma probability distribution)

ทฤษฎีแจกแจงแบบแกมมานี้เป็นทฤษฎีแจกแจงไม่เป็นแบบเกาส์เซียน สามารถใช้อธิบายพฤติกรรมของตัวแปรสุ่มที่มีความแปรปรวนมากๆได้ เนื่องจาก ทฤษฎีแจกแจงแบบแกมมามีค่าพารามิเตอร์ ที่สามารถปรับขอบเขตบนและล่าง หรือความเบ้ซ้ายและขวา ตามการกระจายตัวของตัวแปรสุ่มได้ ดังนั้นค่าความถูกต้องของตัวแปรสุ่มที่มีทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่ประมาณใกล้เคียงกับทฤษฎีแจกแจงแบบแกมมา ขึ้นกับการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์

$$f(X) = \frac{\left(\frac{X - \mu}{\beta}\right)^{\gamma-1} \exp\left[-\frac{(X - \mu)}{\beta}\right]}{\beta\Gamma(\gamma)} \quad \text{เมื่อ } X - \mu > 0 \quad (3.30)$$

โดยที่

μ คือ ค่ากำหนดตำแหน่ง (location factor) หรือค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม

β คือ ค่ากำหนดการกระจายตัว (Scale factor)

γ คือ ค่ากำหนดรูปร่าง (shape factor)

$\Gamma(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันแกมมา (gamma function)

3.8.3 ทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 1 (Extreme value distribution type I)

ทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 1 วิธีนี้มีการสมมุติฐานว่าฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่มนั้น สอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 1 โดยที่ทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 1 เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีขอบเขตบน (unbounded above) และบริเวณหางตอนบน (upper tail) หรือช่วงหางด้านขวา (right-handed tail) ซึ่งทฤษฎีนี้สามารถหาค่าสูงสุด หรือหาค่าต่ำสุดได้จาก

$$F(x) = P(X \leq x) = \exp[-\exp^{-y}] \quad \text{เมื่อ } y = \frac{1}{\sigma}(x - \beta) \quad (3.31)$$

โดยที่

β คือค่ากำหนดตำแหน่ง (Location factor)

σ คือค่ากำหนดการกระจายตัว (Scale factor)

y คือ ตัวแปรลดรูป (reduced variate)

3.8.4 ทฤษฎีค่าปลายสุดแบบทั่วไป (Generalized extreme value distribution)

ทฤษฎีค่าปลายสุดแบบทั่วไป เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ซึ่งรวมทั้ง 3 ประเภท คือทฤษฎีค่าปลายสุด EVD1(gumbel), EVD2(frechet) และEVD3(reverse weibull) วิธีนี้ไม่เจาะจงว่าฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่มนั้นสอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบใด สำหรับฟังก์ชันนี้หาได้จาก

$$F(C_p) = \exp\left[-\exp^{-\frac{1}{\sigma}(C_p - \beta)}\right] \quad \text{เมื่อ } k = 0 \quad (3.32)$$

$$F(C_p) = \exp\left[-\left(1 - \frac{k}{\sigma}(C_p - \beta)\right)^{1/k}\right] \quad \text{เมื่อ } k \neq 0 \quad (3.33)$$

ดังนั้นจึงมีค่าพารามิเตอร์ที่ต้องคำนวณ 3 ค่า คือค่ากำหนดตำแหน่ง (Location factor, β) ค่ากำหนดการกระจายตัว (Scale factor, σ) และค่ากำหนดรูปร่าง (Shape factor, k) วิธีนี้สามารถบ่งชี้ว่าฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่มนั้นสอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบใด ในกรณีที่ k มีค่าประมาณศูนย์ แสดงว่าสอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 1 ในกรณีที่ k มีค่าน้อยกว่าศูนย์อย่างชัดเจน แสดงว่าสอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 2 ในกรณีที่ k มีค่ามากกว่าศูนย์อย่างชัดเจน แสดงว่าสอดคล้องกับทฤษฎีค่าปลายสุดแบบที่ 3

3.9 ทฤษฎีการหาค่าสูงสุด (probability distribution of the largest of the peak)

พิจารณาข้อมูลที่เป็นอิสระต่อกันจำนวน N สำหรับการหาค่าสูงสุดของข้อมูลจาก X_1, \dots, X_n เมื่อ $f_p(X)$ คือฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าสูงสุด (probability density of the largest of the peak) จะได้ว่าเท่ากับ

$$f_p(X) = N \cdot F(X)^{N-1} f(X) \quad (3.34)$$

โดยที่ $F(X)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และ $f(X)$ คือฟังก์ชันความหนาแน่น ถ้าค่าสูงสุดของ $f(X)$ เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น N คือจำนวนค่าสูงสุดที่เป็นอิสระต่อกันในช่วงเวลา T จะได้ว่าเท่ากับ

$$F(X) = \int_x^\infty f(X) dX \quad (3.35)$$

สำหรับการหาค่าสูงสุดของทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ (3.35) เมื่อพิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นของทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน และเมื่อแก้สมการตามวิธีเสนอโดย Davenport (1964) ซึ่งประยุกต์จากหลักการ upcrossing theory (Rice 1944) โดยที่ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของค่าสูงสุดของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน คือ

$$F(X_e) = \exp\left[-vT \cdot \exp\left(-\frac{X^2}{2}\right)\right] \quad (3.36)$$

สำหรับฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าสูงสุดของการแจกความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน คือ

$$f(X_e) = Xv_0T \cdot \exp\left[-\frac{X^2}{2} - vT \cdot \exp\left(-\frac{X^2}{2}\right)\right] \tag{3.37}$$

โดยที่

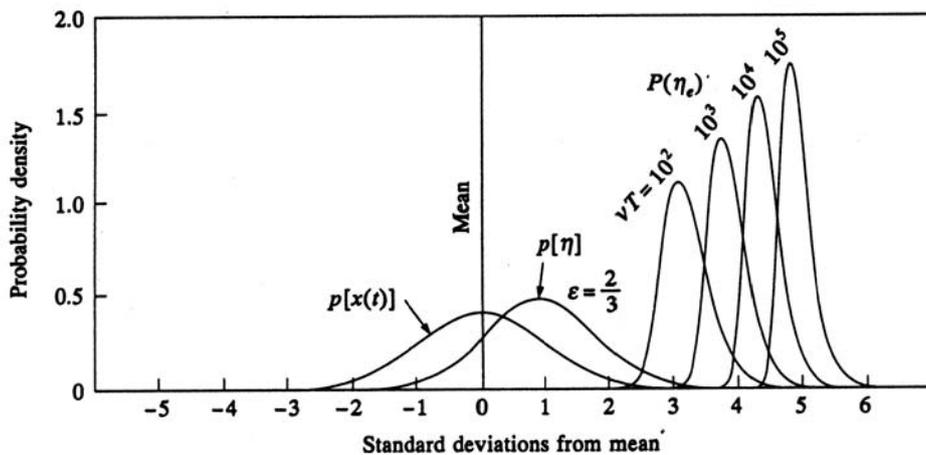
T คือ ช่วงเวลาของตัวแปรสุ่มที่พิจารณา

v rate of zero upcrossing of the Gaussian process โดยที่

$$v = \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2}$$

โดยที่ $m_r = \int_0^\infty n^r S(n) dn$ โดยที่ $S(n)$ คือ ฟังก์ชันที่แสดงสัดส่วนพลังงานกับความถี่ของคลื่น, m_r คือ โมเมนต์ของคลื่นสเปกตรัม ลำดับที่ r และ n คือ ความถี่ของตัวแปรสุ่ม

สำหรับรูปร่างของฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าสูงสุดของการแจกความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน จะขึ้นอยู่กับค่า number of uncrossing, ($N = vT$) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง N กับลักษณะของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าสูงสุดของการแจกความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน ดังแสดงในรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์ระหว่าง N กับลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าสูงสุดของการแจกความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน (Davenport 1964)

สำหรับการหาค่าสูงสุดของทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่เป็นแบบเกาส์เซียน หรือการหาค่าสูงสุดของทฤษฎีแจกแจงแบบแกมมา ซึ่งสามารถหาได้จากวิธี standard translation processes approach, Tieleman, Ge และ Hajj (2003) คือ วิธีใช้ความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันแจกแจงสะสม, $F_y(y)$ ในการย้ายระหว่างคือค่าตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายตัวเป็นแบบเกาส์เซียน, $y(t)$ ไปยังค่าตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายตัวไม่เป็นแบบเกาส์เซียน, $x(t)$ ถ้านำมาใช้ในการแปลงจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของค่าสูงสุดของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน, $F'_{pk}(y_{pk})$ ไปยังฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของค่าสูงสุดของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่เป็นแบบเกาส์เซียน, $F_{pk}(x_{pk})$ เพื่อใช้ทำนายหาค่าสูงสุดสำหรับข้อมูลที่มีการกระจายที่ไม่เป็นแบบเกาส์เซียน, x_{pk} จะได้เท่ากับ

$$x_{pk} = \Phi_{gam}^{-1} [\Phi_{nor}(y)] \quad (3.38)$$

เมื่อ Φ_{nor} คือ ฟังก์ชันแปลงค่าตัวแปรสุ่มให้เป็นค่าฟังก์ชันแจกแจงสะสมที่มีการกระจายตัวเป็นแบบเกาส์เซียน และ Φ_{gam}^{-1} คือค่าฟังก์ชันแจกแจงสะสมผกผันที่มีการกระจายตัวแบบแกมมา (inverse gamma distribution)

3.10 พล็อตของความน่าจะเป็น (probability plots)

พล็อตของความน่าจะเป็นจะมีประโยชน์อย่างมากในการแสดงลักษณะของข้อมูล และสามารถตรวจสอบได้ว่าทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่ถูกนำมาใช้กับข้อมูลมีความเหมาะสมหรือไม่ และสามารถหาค่ากำหนดตำแหน่ง (Location factor) กับค่ากำหนดการกระจายตัว (Scale factor) ได้จากสมมุติฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มขึ้นมา แล้วพล็อตชุดข้อมูลตามสมมุติฐานนั้น ถ้าทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่สมมุติขึ้นมีความสอดคล้องกับชุดข้อมูล กราฟที่พล็อตได้จะแสดงแนวโน้มให้เห็นเป็นเส้นตรงโดยประมาณหรือกราฟเส้นตรง ดังนั้นค่าความชันและจุดตัดแกนของกราฟเส้นตรง คือค่ากำหนดตำแหน่งและค่ากำหนดการกระจายตัวของทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่สมมุติขึ้น ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนดังนี้

ถ้ากำหนดให้ x_i คือค่าตัวแปรสุ่มที่พิจารณา และเรียงลำดับจากค่าน้อยไปค่ามาก U_i คือความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $P(X \leq x_i)$ จะนิยามได้ดังนี้คือ

$$U_i = F_x(x_i) \quad (3.39)$$

สำหรับความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $P(X \leq x_i)$ สามารถประมาณการด้วยตำแหน่งการพล็อตของความน่าจะเป็น

$$F_x(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad (3.40)$$

โดยที่

- i คือ ลำดับที่ของข้อมูลจากค่าน้อยไปค่ามาก
- n คือ จำนวนของข้อมูล

สำหรับค่าประมาณการของค่าจริงในการพล็อตของความน่าจะเป็นได้มาจากการสมมุติฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มของทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบผกผัน (inverse-cumulative distribution)

$$N(i) = G(U_i) = \Phi^{-1}(U_i) \quad (3.41)$$

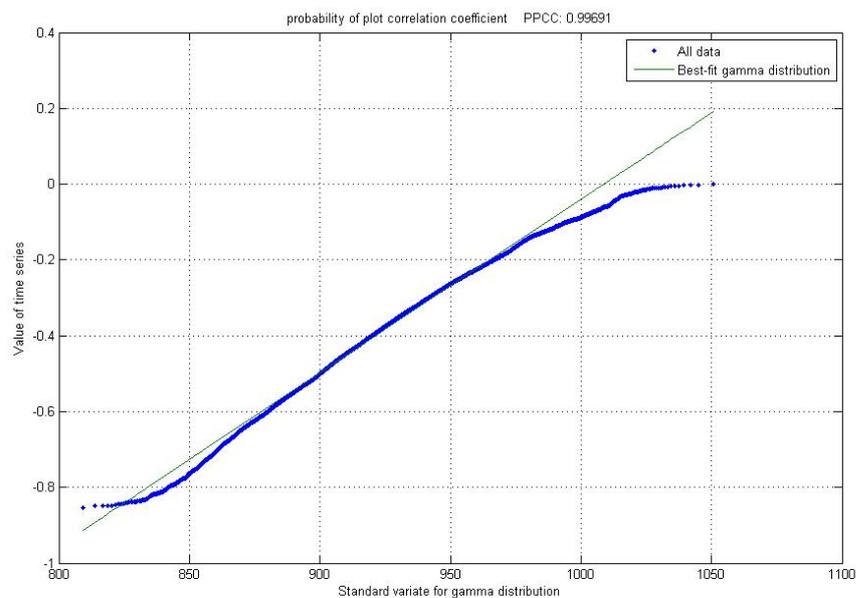
การเปรียบเทียบความพิคเป็นเส้นตรงระหว่างข้อมูลกับทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่พิจารณา โดยใช้รูปพล็อตของข้อมูลจัดลำดับ x_i กับค่าประมาณการของค่าจริง $N(i)$ เมื่อถูกพล็อตควรจะเป็นเส้นตรงหรือถ้าหากจะเบี่ยงเบนจากเส้นตรงก็ควรที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากความแปรปรวนของการสุ่มตัวอย่างเท่านั้น

3.11 การทดสอบด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของพล็อตความน่าจะเป็น (probability plot correlation coefficient, PPCC)

การทดสอบทางสถิติที่แม่นยำสำหรับประเมินว่าชุดข้อมูลหนึ่งถูกสุ่มจากทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นมีความเหมาะสมเพียงใด มีการใช้ด้วยกันอยู่หลายเกณฑ์ จะขออธิบายถึงเฉพาะที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายคือ การทดสอบด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของพล็อตความน่าจะเป็น (probability plot correlation coefficient, PPCC) การทดสอบด้วยเกณฑ์ PPCC ของ Filliben (1975) เป็นวิธีทดสอบที่ง่ายแต่มีประสิทธิภาพมาก ผลการทดสอบด้วยเกณฑ์ PPCC นี้จะมีโอกาสเป็นไปได้ที่จะไม่ยอมรับ ชุดข้อมูลถูกสุ่มมาจากทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่พิจารณา การทดสอบวิธี PPCC ใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ ระหว่างข้อมูลจัดลำดับ x_i ค่าประมาณการของค่าจริง $N(i) = \Phi^{-1}(U_i)$ ของ x_i ซึ่งคำนวณได้โดย

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(N_i - \bar{N})}{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.42)$$

เมื่อ \bar{N} คือค่าเฉลี่ยของ $N(i)$ ให้สังเกตว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์, ρ ของสมการที่ (3.31) แท้ที่จริงแล้วก็คือ เครื่องมือวัดความเป็นเส้นตรงของพล็อตของความน่าจะเป็นนั่นเอง ดังนั้น ถ้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์, ρ มีค่าเข้าใกล้ 1.0 แสดงว่า พล็อตความน่าจะเป็นของชุดข้อมูลมีแนวโน้มเป็นเส้นตรง ทำให้ยอมรับข้อมูลกลุ่มมาจากทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นที่พิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 3.16 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ $\rho = 0.99691$ ในการทดสอบด้วยวิธี PPCC ความสัมพันธ์ของชุดข้อมูลกับทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแกมมา



รูปที่ 3.16 การทดสอบด้วยวิธี PPCC ของชุดข้อมูลกับทฤษฎีแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแกมมา