

บทที่ 3

วิธีการศึกษา

งานวิจัยนี้ได้ใช้ข้อมูลการซื้อขายรายวันของดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์ (SET 50 Index) และดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้า (SET 50 Index Futures) ระหว่างวันที่ 3 กรกฎาคม 2549 ถึง 29 มิถุนายน 2550 (In-sample) และระหว่างวันที่ 2 กรกฎาคม 2550 ถึง 19 พฤศจิกายน 2550 (Out-sample) ซึ่งข้อมูลดังกล่าวได้จากตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยและรอยเตอร์ ในส่วนของข้อมูล SET 50 Index Futures ได้ใช้ราคาสัญญา Futures ที่ใกล้ที่สุด (near month) กล่าวคือจะใช้ชุดของข้อมูลราคา Futures ที่เหลืออายุน้อยที่สุด เช่น ขณะนี้เป็นเดือนมกราคม และมีชุดข้อมูลราคาของ Futures ที่มีการซื้อขายอยู่ 4 ชุดข้อมูล ได้แก่ สัญญา Futures ที่จะหมดอายุในเดือน มีนาคม มิถุนายน กันยายน และ ธันวาคมของปีเดียวกัน ดังนั้นเราจะเก็บชุดข้อมูลราคา Futures ที่จะหมดอายุในเดือนมีนาคม เมื่อสัญญาเดือนมีนาคมหมดอายุลงจึงจะเก็บชุดของราคา Futures ที่จะหมดอายุในเดือน มิถุนายน ต่อไป และทำตามกระบวนการนี้ไปเรื่อย ๆ จึงได้ชุดข้อมูลราคาของ Futures ออกมา เหตุผลของการใช้ชุดราคาแบบ near month คือ สัญญาที่ใกล้หรืออายุคงเหลือน้อยจะมีสภาพคล่อง (liquidity) และสะท้อนสภาพตลาดได้ดีกว่าจึงทำให้ราคาที่ได้สะท้อนข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ในขณะนั้นมากกว่าสัญญาที่มีอายุคงเหลือมาก ๆ

การศึกษาได้แบ่งขั้นตอนการศึกษาออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การประมาณค่าแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่าง Spot และ Futures เพื่อคำนวณค่า Optimal Hedge Ratio
2. การศึกษาเพื่อประเมินประสิทธิภาพของการป้องกันความเสี่ยงโดยการลงทุนในตลาด Futures โดยใช้ค่า Optimal Hedge Ratio ที่คำนวณได้
3. การทดสอบ Lead – lag relationship

3.1 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาประมาณค่า Optimal Hede Ratio

ในการประมาณค่าอัตราความเสี่ยง (Hedge ratio) ที่เหมาะสม จะคำนวณจากค่าประมาณของค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากแบบจำลองความสัมพันธ์ของผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาด Spot และตลาด Futures โดยงานวิจัยนี้ได้กำหนดแบบจำลองเศรษฐกิจเพื่อคำนวณ

Optimal hedge ratio ทั้งหมด 6 แบบจำลองโดยที่งานวิจัยสมัยใหม่ส่วนใหญ่สรุปว่า time varying hedge ratio ให้ผลการประมาณค่าได้ดีกว่า ได้แก่ งานของ Bollerslev , Engle and Wooldridge's (1988) ได้นำแบบจำลองในกลุ่ม Multivariate GARCH model โดยใช้ DVEC-GARCH (1,1) ในการประมาณค่า Hedge ratio แต่แบบจำลองดังกล่าวก็ยังมีจุดด้อย Bollerslev (1990) จึงได้เสนอและการพัฒนาแบบจำลอง Constant Correlation GARCH (CC-GARCH) ซึ่งให้ $\mathbf{H}_t$ เป็น Positive definite conditional covariance แต่งานที่ศึกษาแบบจำลอง CC-GARCH ก็มีข้อจำกัดในการใช้ประมาณค่าและไม่เป็นจริงในการศึกษา financial time series ดังนั้น Engle and Kroner (1995) และ Gagnon & Lypny (1995) จึงนำแนวคิด BEKK-GARCH ไปประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลาย

ให้ S_t เป็นราคาของดัชนีราคาหลักทรัพย์ (SET 50 Index:SET 50) และ F_t เป็นดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้า (SET 50 Index Futures) หรือสัญญาฟิวเจอร์ส (Futures contract) การเปลี่ยนแปลงของทั้ง 2 อยู่ในรูป logarithm โดยที่ผลตอบแทนมีลักษณะเชิงสุ่ม (random rate of return) ตั้งแต่ช่วงระยะเวลา t ถึง t-1 ผลตอบแทนแสดงในรูปของ

$$\Delta S_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1}) = R_{s,t} \quad (3.1)$$

$$\Delta F_t = \ln(F_t) - \ln(F_{t-1}) = R_{f,t} \quad (3.2)$$

โดยที่ S_t เป็นราคาดัชนีราคาหลักทรัพย์ (SET 50 Index)

F_t เป็นราคาดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้า (SET 50 Index Futures)

ΔS_t เป็นการเปลี่ยนแปลงดัชนีราคาหลักทรัพย์ในรูป logarithm ³

ΔF_t เป็นการเปลี่ยนแปลงดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้าในรูป logarithm

ณ เวลา t-1 นักลงทุนทราบ S_{t-1} และ F_{t-1} แต่ S_t และ F_t ยังทราบค่า ดังนั้น S_t และ F_t จึงเป็นตัวแปรสุ่ม (random variable)

การป้องกันความเสี่ยงจึงเกี่ยวกับใช้สถานะของ Futures ในทิศทางตรงกันข้ามกับสถานะตลาดซื้อขายทันที (spot market) ดังนั้น ผลตอบแทน ณ เวลา t-1 จากพอร์ตลงทุนที่ประกอบด้วย long position Q_s หน่วยในดัชนีราคาหลักทรัพย์ (Spot) และขาย (Short) สัญญาฟิวเจอร์ส Q_f หน่วยในการป้องกันความเสี่ยง ดังนั้นผลตอบแทนเชิงสุ่มของพอร์ตที่มีการป้องกันความเสี่ยงจากการใช้ Futures ในช่วงเวลา t ถึง t-1 เท่ากับ

³ Kroner and Sultan (1993) และ Gagnon and Lypny (1995) ได้กำหนดปัญหาในการ optimaization โดยใช้การเปลี่ยนแปลงในราคาของ Futures และ Spot

$$E_{t-1}(P_t) = E_{t-1}(\Delta S_t) - h_{t-1}E_{t-1}(\Delta F_t) \quad (3.3)$$

โดยที่ $h_{t-1} = \frac{Q_f}{Q_s}$ เป็นอัตราถัวความเสี่ยง (hedge ratio) ซึ่งแสดงถึงสัดส่วนของ

พอร์ตลงทุนใน SET 50 Index โดยใช้ Futures เพื่อป้องกันความเสี่ยงและบ่งบอกถึงจำนวนสัญญา Futures ที่ต้องการให้เหมาะสม เหตุผลที่ต้องใช้อัตราถัวความเสี่ยง ณ เวลา t-1 เพราะว่าผู้ป้องกันความเสี่ยงใช้ข้อมูลข่าวสารทั้งหมดที่มีอยู่ในเวลานั้น (t-1) เพื่อป้องกันความเสี่ยงในอนาคต (t)

วัตถุประสงค์ของการลงทุนโดยใช้ Futures ในการป้องกันความเสี่ยงพอร์ตลงทุนคือการทำให้เกิดอรรถประโยชน์หรือความพึงพอใจที่คาดการณ์ไว้สูงสุด (maximize the expected utility) ความพึงพอใจที่คาดการณ์ไว้เป็นแบบจำลองที่มีการชดเชย (trade-off) ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนเฉลี่ยซึ่งสามารถแสดงในรูปของ linear utility function ตาม Kahl 's formulation, Brooks et al (2002 : 335)

$$E_{t-1}(U(P_t)|I_{t-1}) = E_{t-1}(P_t|I_{t-1}) - \psi \text{Var}(P_t|I_{t-1}) \quad (3.4)$$

โดยที่ ψ เป็นระดับของการกลัวความเสี่ยง (risk-aversion)

$E_{t-1}(P_t|I_{t-1})$ เป็นการคาดการณ์ผลตอบแทนจากพอร์ตลงทุนที่ป้องกันความเสี่ยงบนข้อมูลทั้งหมดที่หาได้ ณ เวลา t-1 ซึ่งแสดงโดย I_{t-1}

ความผันผวนของพอร์ตลงทุนที่ป้องกันความเสี่ยงสามารถแสดงตามสมการ (3.5)

$$\text{Var}(P_t|I_{t-1}) = \text{Var}(\Delta S_t|I_{t-1}) + h_{t-1}^2 \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1}) - 2h_{t-1} \text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1}) \quad (3.5)$$

เพื่อให้เกิดความพึงพอใจสูงสุด นักลงทุนจึงทำการเลือก h_{t-1} ดังนั้นปัญหาในการหาความพึงพอใจให้สูงสุดของนักลงทุนสามารถแสดงได้โดย

$$\max_{h_{t-1}} [E_{t-1}(U(P_t)|I_{t-1})] = \max_{h_{t-1}} [E_{t-1}(P_t|I_{t-1}) - \psi \text{Var}(P_t|I_{t-1})] \quad (3.6)$$

$$\max_{h_{t-1}} [E_{t-1}(\Delta S_t) - h_{t-1}E_{t-1}(\Delta F_t) - \psi (\text{Var}(\Delta S_t|I_{t-1}) + h_{t-1}^2 \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1}) - 2h_{t-1} \text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1}))] \quad (3.7)$$

แก้ปัญหานักลงทุนโดยทำการเลือก h_{t-1} (with respect to h_{t-1}) เพื่อให้พอร์ตลงทุนมีความผันผวนต่ำสุดและให้ความพึงพอใจสูงสุด ดังนั้น

$$-E_{t-1}(\Delta F_t) - 2\psi h_{t-1} \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1}) + 2\psi \text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1}) = 0$$

$$h_{t-1} = \frac{2\psi \text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1})}{2\psi \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1})} - \frac{E_{t-1}(\Delta F_t|I_{t-1})}{2\psi \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1})}$$

$$h_{t-1} = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1})}{\text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1})} - \frac{E_{t-1}(\Delta F_t|I_{t-1})}{2\psi \text{Var}(\Delta F_t|I_{t-1})} \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.8) พบว่าเทอมแรกแสดงถึงอัตราส่วนความเสี่ยงที่ให้ความผันผวนต่ำสุด ขณะที่เทอมที่ 2 เป็นความต้องการเก็งกำไรของตลาด Futures (Speculative demand for Futures) ดังนั้นอัตราส่วนความเสี่ยงที่เหมาะสมจึงขึ้นอยู่กับระดับการกลัวความเสี่ยงของนักลงทุน เช่น นักลงทุนที่กลัวความเสี่ยงมากจึงมีความต้องการเก็งกำไรของตลาด Futures ต่ำ

จากการสมมติให้ราคา Futures อยู่ในรูป logarithm และ $E(\ln(F_t)|I_{t-1}) = \ln(F_{t-1})$ ซึ่งมีลักษณะตาม martingale และการทำให้พอร์ตลงทุนมีความผันผวนต่ำสุดซึ่งบ่งบอกว่านักลงทุนกลัวความเสี่ยงสูง (high degree of risk aversion) จากสมมติฐานดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าความต้องการเก็งกำไรของตลาด Futures เท่ากับ 0 เพราะว่าการเอนไขการคาดการณ์ผลตอบแทนจากการถือฟิวเจอร์สเท่ากับ 0 ($E_{t-1}(\Delta F_t|I_{t-1}) = 0$) ดังนั้นอัตราส่วนความเสี่ยงที่เหมาะสมซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (time-varying optimal hedge ratio : Dynamic Optimal Hedge Ratio) เท่ากับ

$$h_{t-1}^* = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t|I_{t-1})}{\text{Var}\Delta F_t|I_{t-1}} = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{f,t}^2} \quad (3.9)$$

โดยที่

$$\sigma_{sf,t} = \rho_{sf,t} \sigma_{s,t} \sigma_{f,t}$$

$\sigma_{sf,t}$ เป็น covariance ของผลตอบแทน Spot และ Futures ณ เวลา t

$\sigma_{f,t}^2$ เป็นความผันผวนของผลตอบแทนจาก Futures ณ เวลา t บนเงื่อนไขของข้อมูลทั้งหมดที่หาได้ในเวลา t-1

$\rho_{sf,t}$ เป็น correlation coefficient ระหว่าง Spot และ Futures

จากสมการ (3.9) บอกว่า อัตราส่วนความเสี่ยงที่เหมาะสมเป็นฟังก์ชันของ conditional covariance ระหว่าง ผลตอบแทนของพอร์ตลงทุน (SET 50) กับ Futures และ conditional variance ของผลตอบแทนจาก Futures

ดังนั้นอัตราส่วนความเสี่ยงที่เหมาะสมซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Dynamic Hedge Ratio) จึงขึ้นอยู่กับข้อมูลข่าวสารที่เข้ามาตลอดเวลาซึ่งน่าจะมีประสิทธิภาพดีกว่าอัตราส่วนเสี่ยงคงที่ (constant hedge ratio) ตามวิธีของ OLS , VAR และ VECM เป็นต้น ซึ่งแสดงในสมการ (3.10)

$$h^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} = \rho_{sf} \frac{\sigma_s}{\sigma_f} \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.10) เป็นการประมาณค่าอัตราส่วนความเสี่ยงแบบคงที่ตลอดเวลา อย่างไรก็ตามในระยะสั้นผลตอบแทนของสินทรัพย์มีลักษณะเป็นกลุ่มก้อนอย่างมีนัยสำคัญ

ดังนั้นการใช้อัตราส่วนความเสี่ยงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Dynamic Hedge Ratio) จึงให้

ประสิทธิภาพในการป้องกันความเสี่ยงดีกว่าอัตราส่วนถัวความเสี่ยงดังกล่าวมีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปตามข้อมูลข่าวสารใหม่ ๆ ที่เข้ามา

3.1.1 The conventional Regression Model (OLS)

เป็นแบบจำลองลักษณะเส้นตรงโดยใช้ OLS ในการประมาณการ ให้ S_t และ F_t อยู่ในรูป logarithm โดย 1 ช่วงระยะเวลาในการทำให้ความผันผวนของ Constant Hedge Ratio ต่ำที่สุดตามสมการด้านล่าง

$$\Delta S_t = c + \beta_1 \Delta F_t + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

โดยที่ c เป็นค่าคงที่

ε_t เป็นส่วนของความผิดพลาดจากการใช้แบบจำลอง (OLS)

$\beta_1 = h$ เป็นอัตราส่วนถัวความเสี่ยงที่ประมาณค่าได้

Witt *et al* (1988) ได้หาวิธีในการกำหนดรูปแบบของแบบจำลองไว้ 3 วิธีคือ ระดับราคา (price level) การเปลี่ยนแปลงของราคา (price change) และ เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง (percentage change) อย่างไรก็ตามวิธีที่ดีที่สุดคือเปลี่ยนแปลงของราคา เพราะว่า Schneeweis (1981) Brown (1985) และ Wilson (1987) ให้เหตุผลว่าตามทฤษฎี ผู้ป้องกันความเสี่ยงพยายามที่จะลดความเสี่ยงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงราคาอย่างไม่คาดคิดตลอดช่วงป้องกันความเสี่ยงยิ่งไปกว่านั้น Benninga *et al* (1984) บอกว่าการเปลี่ยนแปลงของราคาเหมาะสมกว่าเพราะว่าราคา Futures และ Spot มีความสัมพันธ์กันมากซึ่งการใช้ระดับราคาทำให้เกิดปัญหา autocorrelation ส่งผลให้การใช้ OLS เพื่อหาอัตราส่วนถัวความเสี่ยงไม่มีประสิทธิภาพ

ขณะเดียวกันการใช้การเปลี่ยนแปลงของราคาก็ไม่เหมาะสมในกรณีที่ราคา Spot และราคา Futures ไม่เคลื่อนไหวไปด้วยกันในทิศทางเดียวกันตัวอย่างเช่น cross hedging แต่ในกรณีนี้ศึกษาเป็นแบบ direct hedging ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของราคา (price change) จึงเหมาะสมกว่าตามสมการ (3.12) และสมการ (3.13)

$$\Delta S_t = R_{s,t} = \ln \left(\frac{P_{s,t}}{P_{s,t-1}} \right) \quad (3.12)$$

$$\Delta F_t = R_{f,t} = \ln \left(\frac{P_{f,t}}{P_{f,t-1}} \right) \quad (3.13)$$

โดยที่ ΔS_t เป็นผลตอบแทนรายวันของพอร์ตเงินสด (cash portfolio) หรือดัชนีราคาหลักทรัพย์ (SET 50 Index: Spot) แต่ในที่นี้เป็นผลตอบแทนจากดัชนีราคาหลักทรัพย์ และ ΔF_t

เป็นผลตอบแทนรายวันของ Futures โดยกำหนดให้ $P_{s,t}$ และ $P_{f,t}$ เป็นราคาตลาด Spot และราคาตลาด Futures ณ เวลา t การประมาณค่าด้วยแบบจำลอง OLS เป็นการประมาณการแบบง่าย ๆ แต่มีจุดอ่อนในเรื่องของ autocorrelation เพราะว่า OLS สมมติว่า $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ คือไม่มี serial correlation ระหว่างค่าปัจจุบันและค่าในอดีตของแต่ละตัวแปรในแบบจำลอง(S,F)และจุดอ่อนในเรื่องของ Heteroscedasticity

ค่า Hedge ratio ของแบบจำลอง OLS คือค่า β_1

3.1.2 The Bivariate Vectorautoregressive Model (Bi-VAR)

Herbst, Kare and Marshall (1989) เสนอว่าเมื่อ residual มีปัญหา autocorrelation และแบบจำลอง OLS ไม่ได้คำนึงถึงการเคลื่อนไหวของ Spot และ Futures ในอดีตที่อาจจะมีอิทธิพลต่อการเคลื่อนไหวของราคา Spot และ Futures ในปัจจุบัน

ดังนั้นเพื่อที่ลดข้อผิดพลาดดังกล่าวออกไปจึงได้ประยุกต์แบบจำลอง Bivariate-VAR (Bi-VAR) ในการประมาณค่า แบบจำลองดังกล่าวมี 2 ตัวแปร โดยแต่ละตัวแปรขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านมา ด้วยเหตุนี้เพื่อกำจัด serial correlation และพิจารณาตัวแปรอิสระว่าสามารถมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามจึงใช้แบบจำลอง Bi-VAR ตามงานวิจัยของ Yang (2001) ที่เคยใช้ทดสอบตลาดออสเตรเลีย

$$\Delta S_t = c + \sum_{i=1}^k \beta_{si} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \lambda_{si} \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{st} \quad (3.14)$$

$$\Delta F_t = c + \sum_{i=1}^k \beta_{fi} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \lambda_{fi} \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \quad (3.15)$$

โดยที่ C เป็น intercept และ $\beta_s, \beta_f, \lambda_{si}$ และ λ_{fi} มีค่าเป็นบวก $\varepsilon_{st}, \varepsilon_{ft}$ เป็น independently identically distribution (i.i.d) random vector แบบจำลองนี้ใช้ในการตัดสินใจ Optimal lag length ซึ่งแทนด้วย k

ถ้าให้ $\text{var}(\varepsilon_{st}) = \sigma_{ss}, \text{var}(\varepsilon_{ft}) = \sigma_{ff}$ และ $\text{cov}(\varepsilon_{st}, \varepsilon_{ft}) = \sigma_{sf}$ สามารถหาอัตราส่วนความเสี่ยงซึ่งเป็นค่าคงที่ (Constant Hedge ratio) ได้คือ

$$h^* = \sigma_{sf} / \sigma_{ff}$$

3.1.3 The Vector Error Correction Model (VECM)

แบบจำลอง Bi-VAR ไม่ได้รวมผลของ 2 series ที่มีลักษณะ cointegrate กัน ดังนั้น Ghosh (1993b) , Lien and Luo (1994) และ Lien (1996) ให้เหตุผลว่า ถ้าพบว่าชุดข้อมูลทั้ง 2 มีการ cointegrate กันแล้วแบบจำลอง VAR ควรมี error-correction term ซึ่งรวมการเคลื่อนไหวของดุลยภาพระยะยาวระหว่างราคา Spot และราคา Futures ถ้าแบบจำลอง VAR ไม่ได้รวมความสัมพันธ์ของราคาปัจจุบันและอนาคตซึ่งมีลักษณะเป็น cointegration แล้ว อัตราถัวความเสี่ยงที่ได้จะเป็น “bias hedge ratio” ดังนั้นนักวิจัยจึงปรับปรุงสมการ (3.14) และสมการ (3.15) เป็นแบบจำลอง VECM

$$\Delta S_t = c + \sum_{i=1}^k \beta_{si} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \lambda_{si} \Delta F_{t-i} - \gamma_s Z_{t-1} + \varepsilon_{st} \quad (3.16)$$

$$\Delta F_t = c + \sum_{i=1}^k \beta_{fi} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \lambda_{fi} \Delta F_{t-i} + \gamma_f Z_{t-1} + \varepsilon_{ft} \quad (3.17)$$

โดยที่ Z_{t-1} เป็น error-correction term ซึ่งเป็นการวัดว่า ตัวแปรตาม (dependent variable) ปรับตัวเบี่ยงเบนออกในช่วงเวลาก่อนหน้าจากดุลยภาพระยะยาวอย่างไร

$$Z_{t-1} = S_{t-1} - \alpha F_{t-1} \quad (3.18)$$

โดยที่ α เป็น cointegrating vector γ_s และ γ_f แสดงความรวดเร็วในการปรับตัว ถ้า γ_s มีค่ามากซึ่งแสดงถึงว่าตอบสนองรวดเร็วของ S_t ต่อการเบี่ยงเบนออกในช่วงเวลาก่อนหน้าจากดุลยภาพระยะยาว

Cointegrating vector ระหว่าง F_t และ S_t แสดงในรูปของ $(1, -\alpha)$ error correction term ซึ่งแทนค่าด้วย Z และเป็นตัวชี้ถึงสัดส่วนการปรับตัวจากการเบี่ยงเบนออกดุลยภาพในช่วงที่ผ่านมา ดังนั้นถ้าดุลยภาพเป็นบวกและราคา Spot มีความสัมพันธ์สูงมากต่อราคา Futures แล้ว error correction term จะทำให้ ΔS_t ลดลงมากจนกลับมาสู่ดุลยภาพผ่าน γ_s และมีค่าเป็นลบ ตามสมการ (3.16) ขณะเดียวกันจากสมการ (3.17) error correction term ควรผลักดันให้ ΔF_t เพิ่มขึ้นผ่าน γ_f อย่างไรก็ดีตาม coefficient ที่เป็น 0 สำหรับ error correction term ตัวหนึ่ง แสดงว่าทั้ง 2 ตลาดจะเคลื่อนไหวไปตามความสัมพันธ์ระยะยาว (long-run relationship) หรือทั้ง 2 ตลาดเคลื่อนไหวตัวไปพร้อม ๆ กัน ในทางตรงกันข้ามเป็นไปได้ที่ $\gamma_s = \gamma_f = 0$ ซึ่งเหมือนกับแบบจำลอง VAR ที่ไม่มี cointegrating กันระหว่าง 2 ตัวแปร แบบจำลอง VECM สามารถอัตราส่วนถัวความเสี่ยงแบบคงที่ (Constant Hedge ratio) ตามสมการ (3.10)

$$h^* = \sigma_{sf} / \sigma_{ff}$$

การประมาณค่าด้วยแบบจำลอง OLS จะไม่เหมาะสมเมื่อ x_t และ y_t เป็น non-stationary เพราะว่า standard error ไม่ consistent อย่างไรก็ตาม Engle and Granger ได้แสดงให้เห็นว่าถ้าข้อมูลอนุกรมเวลาทั้ง 2 เป็น non-stationary และ linear combination ของทั้ง 2 เป็น stationary ดังนั้นการเชื่อมโยงของตัวแปรเหล่านี้จึงจำเป็นอย่างมากในการประมาณค่าอัตราด้วยความเสี่ยง

แนวคิดทางทฤษฎีโดยการเชื่อมโยงระหว่าง Spot และ Futures สามารถแสดงผ่าน Cost-of-carry model

$$F_t = S_0 e^{(r-d)(T-t)} \quad (3.19)$$

โดยที่ F_t เป็นราคาดัชนีราคา Futures ณ เวลา t

S_t เป็นราคา SET 50 หรือ Spot ณ เวลา t

T เป็นช่วงเวลาหมดอายุ (expiration date)

$T-t$ ระยะเวลาที่เหลือของฟิวเจอร์ส

r อัตราดอกเบี้ยปราศจากความเสี่ยง (Risk-free rate)

d Index dividend yield

Take logarithm ทั้ง 2 ข้างของสมการได้

$$\log F_t = \log S_t + (r-d)(T-t) \quad (3.20)$$

สมการ (3.20) แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่าง Spot และ Futures ในรูปแบบ logarithm ควรเป็นลักษณะ 1 ต่อ 1 และ เบสิส (basis) ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างราคา Spot และราคา Futures ควร stationary ในทางตรงกันข้าม ถ้าเบสิสออกนอกเส้นทางโดยปราศจากขอบเขต (without bound) แล้วโอกาสทำกำไรโดยไม่มีความเสี่ยง (Arbitrage opportunities) จะเกิดขึ้น ผู้ค้า (trader) จะแสวงหากำไรจากโอกาสดังกล่าวจนทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างราคา Spot และ Futures กลับเข้าสู่ดุลยภาพดั้งเดิม เนื่องจาก cointegration เป็นการบ่งบอก linear combination ระหว่างตัวแปรว่ามีการมี cointegration ระหว่าง Spot และ Futures เป็นความสัมพันธ์ระยะยาวเพราะว่าราคาของ Spot และ Futures เป็นราคาของสินทรัพย์ตัวเดียวกัน ณ เวลาต่างๆ กัน ดังนั้นการทดสอบ cointegration และการประมาณค่า cointegrating vectors จึงเป็นส่วนสำคัญในการคำนวณอัตราด้วยความเสี่ยง

3.1.4 Diagonal Vech GARCH (DVECH-GARCH)

Park and Bera (1987) พบว่า Financial time series มีปัญหา Heteroscedasticity ซึ่งทำให้การประมาณค่าแบบเดิมๆ ไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงมีการพัฒนาแบบจำลองต่าง ๆ เรื่อยมา จนกระทั่ง Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) ได้สร้าง Univariate GARCH เป็น Multivariate GARCH model ซึ่งถูกประยุกต์ใช้ใน Dynamic Hedge ratio บนพื้นฐาน conditional variance และ covariance ของราคา Spot และ Futures

ตามแบบจำลอง Bivariate-GARCH (p,q) เราอาจแสดงในรูปของผลตอบแทนจาก พอร์ตเงินสด (cash stock) หรือดัชนีราคาหลักทรัพย์ (Spot) และ Futures

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (3.21)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t | \mathbf{I}_{t-1} \sim N(0, \mathbf{H}_t) \quad (3.22)$$

$$\text{vech}(\mathbf{H}_t) = \mathbf{C} + \sum_{j=1}^p \mathbf{A}_j \text{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j})^2 + \sum_{j=1}^q \mathbf{B}_j \text{vech}(\mathbf{H}_{t-j}) \quad (3.23)$$

โดยที่ $\mathbf{y}_t$ เป็นเมตริกซ์ (2x1) แสดงถึงผลตอบแทนของ Spot และ Futures

$\boldsymbol{\mu}$ เป็นเมตริกซ์ (2x1) แสดงถึงผลตอบแทนเฉลี่ย

$\mathbf{H}_t$ เป็นเมตริกซ์ (3x1) แสดงถึง covariance เมตริกซ์

$\mathbf{C}$ เป็นเมตริกซ์ (3x1) แสดงถึงค่าคงที่

$\mathbf{A}_j$ และ $\mathbf{B}_j$ เป็นเมตริกซ์ (3x3) เป็น parameter เมตริกซ์

$\mathbf{I}_{t-1}$ เป็นข้อมูลทั้งหมดที่หาได้ ณ เวลา t-1

ดังนั้นสามารถขยายออกได้เป็น bivariate GARCH(1,1)

$$\begin{bmatrix} h_{ss,t} \\ h_{sf,t} \\ h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{ss,t} \\ c_{sf,t} \\ c_{ff,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 \\ \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} \\ \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} \\ h_{sf,t-1} \\ h_{ff,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

โดยที่ h_{ss}, h_{ff} เป็น conditional variance ของ error $(\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})$ ซึ่งมาจากแบบจำลอง Bivariate - VAR และ h_{sf} แสดงถึง conditional variance ระหว่างผลตอบแทนของ Spot และ Futures อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่ามี parameter ที่ต้องประมาณค่าจำนวนมาก ซึ่งสอดคล้องกับงานศึกษาของ Pagan (1996) ใน simple bivariate GARCH (1,1) model มีจำนวน parameters ที่ต้องประมาณค่าทั้งหมด 21 ตัว

Bollerslev (1990) ได้เสนอสมมติฐานของเมตริกซ์ $\mathbf{A}_j$ และ $\mathbf{B}_j$ เป็น diagonal และความสัมพันธ์ระหว่าง conditional variance มีค่าคงที่ อย่างไรก็ตาม Bera and Roh (1991) ได้ทำการทดสอบว่าสมมติฐานดังกล่าวไม่เป็นจริง Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) เสนอว่า variance และ covariance ขึ้นอยู่กับค่าในอดีตของตัวเอง และค่าความผิดพลาดจากการคาดการณ์เท่านั้น (prediction error) ดังนั้นเมตริกซ์ $\mathbf{A}_j$ และ $\mathbf{B}_j$ จึงเป็น diagonal matrix สอดคล้องกับ Engle and Kroner และ Baillie and Myers (1991) ให้ข้อเสนอว่าข้อจำกัดของ diagonal matrix น่าเชื่อถือได้เพราะว่าความผันผวนของแต่ละตัวและ covariance ขึ้นอยู่กับค่าในอดีตของตัวเองและค่าความผิดพลาดจากการคาดการณ์ จากเงื่อนไขข้างต้นสามารถเขียนแบบจำลอง Multivariate GARCH ในรูปของ Diagonal Vec (DVEC) model ซึ่งมีลักษณะของ time – varying conditional variance โดยให้ parameter นอก diagonal เท่ากับ 0 ดังนั้นตามแนวคิดของ Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) แล้ว diagonal ซึ่งแสดงถึง conditional variance ถูกแทนด้วย h_{ss} และ h_{ff} ส่วน covariance (h_{sf}) สามารถแทนด้วย

$$\begin{aligned} h_{ss,t} &= c_{ss} + a_{ss}\varepsilon_{s,t-1}^2 + b_{ss,t-1}h_{ss,t-1} \\ h_{sf,t} &= c_{sf} + a_{sf}\varepsilon_{s,t-1}\varepsilon_{f,t-1} + b_{sf,t-1}h_{sf,t-1} \\ h_{ff,t} &= c_{ff} + a_{ff}\varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ff,t-1}h_{ff,t-1} \end{aligned} \quad (3.25)$$

จากระบบสมการ (3.25) เป็นแบบจำลอง DVEC-GARCH (1,1) ที่ใช้ในการศึกษานี้ซึ่งให้ time varying condition correlation ที่เหมาะสมระหว่างราคา Spot และ Futures โดยให้ Dynamic Hedge Ratio ซึ่งดีกว่าอัตราความเสี่ยงแบบคงที่

ค่า Optimal Hedge ratio ของ DVEC-GARCH(1,1) คำนวณได้จาก

$$h_{t-1} = \frac{Cov(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{Var(\Delta F_t | I_{t-1})} = \frac{h_{sf,t}}{h_{ff,t}} \quad (3.26)$$

จากแบบจำลอง DVEC-GARCH ที่เสนอโดย Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) ไม่ได้รับรองว่า $\mathbf{H}_t$ ซึ่งเป็น variance-covariance matrix จะให้ค่าบวก (positive definite) จึงได้มีการเสนอแบบจำลองต่าง ๆ เพื่อลดข้อจำกัดดังกล่าว

Bollerslev (1990) จึงได้เสนอ Constant Correlation GARCH (CC-GARCH) แนวคิดดังกล่าวบอกว่า conditional variance ในแต่ละช่วงเวลาจะเป็นไปตาม Univariate GARCH process โดยให้เหตุผลว่า ความสัมพันธ์ระหว่างชุดข้อมูล (series) ถูกสมมติให้คงที่

แต่อย่างไรก็ตาม Tsui and Yu (1999) ได้ชี้ให้เห็นว่าสมมติฐานของ CC-GARCH ในส่วนของการสมมติให้ correlation คงที่ไม่เป็นจริงสำหรับ financial time series ดังนั้นแบบจำลองทั่วไปของ Baba, Engle, Kraft and Kroner (1988) จึงได้รับความนิยมและเรียกแบบจำลอง

ดังกล่าวว่า BEKK-GARCH แนวคิดของ BEKK-GARCH คือ time-varying covariance อยู่ในรูปของ quadratic form ซึ่งเป็นการรับประกันว่า variance-covariance matrix เป็น positive semi-definite

3.1.5 Constant Correlation GARCH (CC-GARCH)

Constant Correlation GARCH (CC-GARCH) ได้ถูกนำไปใช้งานศึกษาสัญญาฟิวเจอร์สของอัตราแลกเปลี่ยน เช่น การศึกษาของ Kroner and Sultan (1993) ขณะที่ Park and Switzer (1995) ได้ทำการศึกษาดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้า (stock index futures) รวมไปถึงงานของ Byström (2003) ที่ทำการศึกษา electricity futures market แบบจำลอง CC-GARCH แสดงตามสมการด้านล่าง

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (3.27)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t | \mathbf{I}_{t-1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t} \\ \varepsilon_{f,t} \end{bmatrix} | \mathbf{I}_{t-1} \sim BN(0, \mathbf{H}_t) \quad (3.28)$$

โดยที่ $\mathbf{y}_t$ เป็นเมตริกซ์ (2x1) แสดงถึงผลตอบแทนของ Spot และ Futures (r_t^s, r_t^f)

$\boldsymbol{\mu}$ เป็นเมตริกซ์ (2x1) แสดงถึงผลตอบแทนเฉลี่ย

$\mathbf{H}_t$ เป็นเมตริกซ์ (2x2) และเป็น positive definite conditional covariance

$\mathbf{I}_{t-1}$ เป็นข้อมูลทั้งหมดที่หาได้ ณ เวลา t-1

BN แสดงถึง bivariate normal density function

แบบจำลอง CC-GARCH ได้สมมติให้ $\mathbf{H}_t$ เป็น time-varying positive definite conditional covariance matrix และเป็น 2 x 2 เมตริกซ์

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{P} \mathbf{D}_t = \rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}} \quad (3.29)$$

โดยที่

$$\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_{ij,t}}) \quad (3.30)$$

ตามสมการ (3.29) และสมการ (3.30) ถูกกำหนดให้เป็น Univariate GARCH model และให้ $\mathbf{P} = (\rho_{ij})$ ซึ่งเป็น correlation matrix มาจาก conditional correlation และ $\mathbf{P}$ เป็น symmetric positive definite matrix โดยที่ $\rho_{ij} = 1$ เมื่อ $i = j, (i = s, j = f)$

$\mathbf{H}_t$ เป็น positive definite matrix เมื่อ conditional variance มีค่าเป็นบวกและ $\mathbf{P}$ เป็น positive definite จากการกำหนดข้างต้นสามารถเขียนเป็นเมตริกซ์ตามระบบสมการ (3.31) ด้านล่าง

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_t &= \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} h_{ss,t} & \rho h_{s,t} h_{f,t} \\ \rho h_{s,t} h_{f,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

โดยที่ ρ เป็น time – invariant correlation coefficient

$\mathbf{H}_t$ เป็น positive definite conditional covariance matrix

$h_{s,t}$ และ $h_{f,t}$ เป็น standard deviation ของ Spot และ Futures ในแต่ละช่วงเวลา

สมมติให้ conditional variance $h_{ss,t}$ และ $h_{ff,t}$ เป็น standard univariate GARCH process โดยให้ a_{ij} และ $b_{ij} = 0$ เมื่อ $i \neq j$ ($i = s, j = f$) ดังนั้น conditional variance จึงเป็นฟังก์ชันของ lagged variance และ lagged square error ของตัวมันเอง

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} \\ h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{ss} \\ c_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{ss} & a_{sf} \\ a_{fs} & a_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 \\ \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ss} & b_{sf} \\ b_{fs} & b_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} \\ h_{ff,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

จากระบบสมการ (3.32) สามารถกระจายออกมาเป็นสมการ (3.33) และ (3.34)

$$h_{ss,t} = c_{ss} + a_{ss} \varepsilon_{s,t-1}^2 + b_{ss} h_{ss,t-1} \quad (3.33)$$

$$h_{ff,t} = c_{ff} + a_{ff} \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ff} h_{ff,t-1} \quad (3.34)$$

$$h_{sf,t} = \rho h_{s,t} h_{f,t} \quad (3.35)$$

โดยที่ $c_{ss}, c_{ff}, a_{ss}, a_{ff}, b_{ss}, b_{ff} > 0$ และ $a_{ss} + b_{ss} < 1, a_{ff} + b_{ff} < 1$ ตัวแปรที่ต้องประมาณค่า (unknown parameter : θ) 9 ตัวคือ ($\theta = \mu_s, \mu_f, c_{ss}, c_{ff}, a_{ss}, a_{ff}, b_{ss}, b_{ff}, \rho$) และ T เป็นจำนวนข้อมูล

แบบจำลองข้างต้นสมมติว่า element นอก diagonal เท่ากับ 0 หมายความว่า conditional variance ขึ้นอยู่กับค่าในอดีต และค่าความผิดพลาดจากการคาดการณ์ของตัวเอง ขณะที่ conditional covariance ขึ้นอยู่กับ standard deviation ของ Spot และ Futures รวมทั้ง correlation coefficient

แต่แบบจำลอง CC-GARCH มีข้อจำกัด ดังนั้น Engle & Kroner (1995) และ Gagnon & Lypny (1995) ได้เสนอแบบจำลอง BEKK-GARCH ซึ่งรับรองว่า $\mathbf{H}_t$ เป็น positive definite

ค่า Optimal Hedge ratio ของ CC-GARCH(1,1) คำนวณได้จาก

$$h_{t-1} = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{\text{Var}(\Delta F_t | I_{t-1})} = \frac{h_{sf,t}}{h_{ff,t}}$$

3.1.6 BEKK-GARCH

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (3.36)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t | \mathbf{I}_{t-1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t} \\ \varepsilon_{f,t} \end{bmatrix} | \mathbf{I}_{t-1} \sim BN(0, \mathbf{H}_t) \quad (3.37)$$

โดยที่ BN เป็น bivariate normal density function

$\mathbf{H}_t$ เป็นเมตริกซ์ (2x2) และเป็น positive definite conditional covariance

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'\mathbf{C} + \sum_{j=1}^p \mathbf{A}_j' \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-j}' \mathbf{A}_j + \sum_{j=1}^q \mathbf{B}_j' \mathbf{H}_{t-j} \mathbf{B}_j \quad (3.38)$$

เพื่อให้ $\mathbf{H}_t$ เป็นไปตามเงื่อนไข positive definite แล้ว $\mathbf{C}'\mathbf{C}$ ต้องเป็น positive definite โดยที่ $diag(c_{ij})$ มีค่าเป็นบวก และ a_{ss}, b_{ss} มีค่าเป็นบวกด้วย และถ้า $\mathbf{H}_0 > 0$ แล้ว $\mathbf{H}_1$ หรือ $\mathbf{H}_t$ จึงเป็น positive definite

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t &= \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Var(\Delta S_t | I_{t-1}) & Cov(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1}) \\ Cov(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1}) & Var(\Delta F_t | I_{t-1}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_{ss} & 0 \\ c_{fs} & c_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sf} \\ 0 & c_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{ss} & a_{sf} \\ a_{fs} & a_{ff} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 & \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} \\ \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} & \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{ss} & a_{sf} \\ a_{fs} & a_{ff} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} b_{ss} & b_{sf} \\ b_{fs} & b_{ff} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} & h_{sf,t-1} \\ h_{fs,t-1} & h_{ff,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{ss} & b_{sf} \\ b_{fs} & b_{ff} \end{bmatrix} \quad (3.39) \end{aligned}$$

McCurdy and Morgan (1991,1992) ได้สมมติให้ $\mathbf{A}_j$ และ $\mathbf{B}_j$ เป็น symmetric matrix และ $\mathbf{C}$ เป็น Upper triangular matrix ซึ่งทำให้ลดพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณการเหลือ 13 ตัว ($\boldsymbol{\theta} = \mu_s, \mu_f, c_{ss}, c_{ff}, c_{sf}, a_{ss}, a_{ff}, a_{sf}, a_{fs}, b_{ss}, b_{ff}, b_{sf}, b_{fs}$) จากเดิม 21 ตัว และสามารถกระจายระบบสมการ (3.39) ได้ตามสมการ (3.40) , (3.41) และ (3.42)

Conditional variance

$$\begin{aligned} h_{ss,t} &= c_{ss}^2 + a_{ss}^2 \varepsilon_{s,t-1}^2 + 2a_{ss} a_{fs} \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} + a_{fs}^2 \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ss}^2 h_{ss,t-1} \\ &\quad + 2b_{ss} b_{fs} h_{sf,t-1} + b_{fs}^2 h_{ff,t-1} \quad (3.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{ff,t} &= c_{fs}^2 + c_{ff}^2 + a_{sf}^2 \varepsilon_{s,t-1}^2 + 2a_{sf} a_{ff} \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} + a_{ff}^2 \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{sf}^2 h_{ss,t-1} + b_{ff}^2 h_{ff,t-1} \\ &\quad + 2b_{sf} b_{ff} h_{sf,t-1} + b_{ff}^2 h_{ff,t-1} \quad (3.41) \end{aligned}$$

Conditional covariance

$$h_{sf,t} = c_{ss}c_{fs} + a_{ss}a_{sf}\varepsilon_{s,t-1}^2 + (a_{sf}a_{fs} + a_{ss}a_{ff})\varepsilon_{s,t-1}\varepsilon_{f,t-1} + a_{fs}a_{ff}\varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ss}b_{sf}h_{ss,t-1} + (b_{fs}b_{sf} + b_{ss}b_{ff})h_{sf,t-1} + b_{fs}b_{ff}h_{ff,t-1} \quad (3.42)$$

ตัวแปรที่ต้องประมาณค่าทั้งแบบจำลอง CC-GARCH และ BEKK-GARCH สามารถประมาณค่าโดยใช้ maximizing log-likelihood function $L(\theta)$ ผ่าน BHHH algorithm (Berndt, Hall, Hall และ Hausmann) ตามสมการ (3.43)

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^T l_t(\theta) \quad (3.43)$$

$$l_t(\theta) = -\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log|\mathbf{H}_t(\theta)| - \frac{1}{2}\varepsilon_t'(\theta)\mathbf{H}_t^{-1}(\theta)\varepsilon_t(\theta) \quad (3.44)$$

โดยที่ θ เป็น vector ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknown parameter)

ค่า Optimal Hedge ratio ของ BEKK-GARCH(1,1) คำนวณได้จาก

$$h_{t-1} = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{\text{Var}(\Delta F_t | I_{t-1})} = \frac{h_{sf,t}}{h_{ff,t}}$$

จากแบบจำลองในกลุ่ม Multivariate GARCH สามารถแยกอัตราความเสี่ยงที่เหมาะสมได้ 2 ลักษณะคือ แบบจำลองที่มี Correlation Coefficient คงที่ได้แก่ CC-GARCH

$$h_{t-1} = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{\text{Var}(\Delta F_t | I_{t-1})} = \frac{h_{sf,t}}{h_{ff,t}} = \rho_{sf} \frac{h_{s,t}h_{f,t}}{h_{f,t}h_{f,t}} = \rho_{sf} \frac{h_{s,t}}{h_{f,t}} \quad (3.45)$$

และแบบจำลองที่ Correlation Coefficient ไม่คงที่ได้แก่ DVEC-GARCH และ BEKK-GARCH

$$h_{t-1} = \frac{\text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{\text{Var}(\Delta F_t | I_{t-1})} = \frac{h_{sf,t}}{h_{ff,t}} = \rho_{sf,t} \frac{h_{s,t}h_{f,t}}{h_{f,t}h_{f,t}} = \rho_{sf,t} \frac{h_{s,t}}{h_{f,t}} \quad (3.46)$$

บทสรุปของแบบจำลอง

แบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่าอัตราความเสี่ยงที่เหมาะสมสามารถแบ่งออกมาได้ 2 กลุ่ม คือ Static Hedge model และ Dynamic Hedge model ซึ่งแต่ละแบบจำลองมีจุดเด่นและจุดด้อยแตกต่างกันไป อย่างไรก็ตาม ข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบมีลักษณะเป็น Time series จึงทำให้การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธี OLS ไม่เป็นไปตามสมมติฐานของ Classical Linear Model (CLRM) ซึ่งอาจเกิดปัญหา Autocorrelation และ ARCH effect ขึ้นได้ส่งผลให้อัตราความเสี่ยงที่ประมาณค่าได้มีประสิทธิภาพไม่ดีเท่าที่ควร

การศึกษานี้จึงได้มีการประยุกต์แบบจำลอง VAR เพื่อแก้ปัญหา Autocorrelation โดยแบบจำลองได้คำนึงถึงการเคลื่อนไหวของราคาในอดีตทั้งในตลาด Spot และ Futures และ

กำหนดให้ราคาในอดีตมีผลต่อการเคลื่อนไหวของราคาในปัจจุบันของทั้งสองตลาด อย่างไรก็ตามแบบจำลอง VAR ที่ประยุกต์นั้นก็ยังสามารถสะท้อนความเป็นจริงของข้อมูลได้ไม่ดีเท่าที่ควร เพราะว่าตามแนวคิดของแบบจำลอง Cost of carry model ราคาในตลาดทั้ง 2 จะมีความสัมพันธ์กันในระยะยาวโดยเฉพาะช่วงใกล้หมดอายุ ราคาของตลาดทั้ง 2 จะบรรจบเข้าหากัน (Converge) เนื่องจากมูลค่าตามเวลา (time value) ของ Futures จะค่อย ๆ หดไป ดังนั้นการศึกษานี้จึงมีการประยุกต์แบบจำลอง VECM เพื่อสะท้อนความสัมพันธ์ในระยะยาวของตลาดทั้ง 2 อย่างไรก็ตาม เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลรายวันที่มีลักษณะเป็น time series ที่มีความถี่สูง ซึ่งมีโอกาสเกิด ARCH effect กล่าวคือความผันผวนของข้อมูลมีลักษณะเป็นกลุ่มก้อน ไม่คงที่และเปลี่ยนแปลงไปตามข้อมูลใหม่ ๆ ที่เข้ามาจึงเป็นจุดเด่นของแบบจำลองในกลุ่ม Dynamic Hedge model ซึ่งแบบจำลองในกลุ่ม Static Hedge model ไม่ได้คำนึงผลกระทบดังกล่าวและกำหนดให้ความผันผวนที่ได้จากแบบจำลองคงที่ตลอดเวลา

แบบจำลอง DVEC-GARCH(1,1) ได้สมมติให้ความผันผวนในผลตอบแทนของ Spot และ Futures ณ เวลาปัจจุบัน ขึ้นอยู่กับ square error และความผันผวนของตัวมันเองใน period ที่แล้ว ขณะที่ covariance ระหว่างผลตอบแทนของ Spot และ Futures ณ เวลาปัจจุบัน ขึ้นอยู่กับ covariance ของตัวมันเองในอดีตและผลคูณ error ของ Spot และ Futures ในอดีตเช่นกัน

แบบจำลอง CC-GARCH(1,1) ได้สมมติให้ variance ของ Spot และ Futures เหมือนกับ DVEC-GARCH(1,1) แต่ covariance ขึ้นอยู่กับ standard deviation ของ Spot และ Futures และ Correlation coefficient ถูกกำหนดให้คงที่ตลอดเวลา แต่ในความเป็นจริง ข้อมูลทางการเงิน ค่าดังกล่าวจะไม่คงที่ เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและข้อมูลข่าวสารใหม่ ๆ ที่เข้ามาซึ่งเป็นจุดอ่อนของแบบจำลอง

แบบจำลอง BEKK-GARCH(1,1) มีจุดเด่นในเรื่องการสมมติให้ทั้ง 2 ตลาดมีอิทธิพลซึ่งกันและกันในรูปของ square error , error , ความผันผวนของ Spot และ Futures ผลกระทบจากตลาดหนึ่งส่งผ่านไปอีกตลาดหนึ่ง แบบจำลองจึงสามารถสะท้อนความสัมพันธ์ระหว่าง Spot และ Futures ได้มากกว่าซึ่งแบบจำลอง DVEC-GARCH(1,1) และ CC-GARCH(1,1) ไม่มี

3.2 การศึกษาประสิทธิภาพของ Futures ในการป้องกันความเสี่ยง

ในงานวิจัยนี้ ได้ทำการทดสอบว่า Futures สามารถลดความเสี่ยงได้หรือไม่ โดยวัดจากความผันผวนระหว่างพอร์ตที่ไม่ป้องกันความเสี่ยง (Unhedge position) และพอร์ตที่ใช้ Futures ในการป้องกันความเสี่ยง (Hedge position) ถ้า Futures สามารถลดความเสี่ยงได้จริง ความผันผวนของพอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยงจะต้องน้อยกว่าพอร์ตที่ไม่ป้องกันความเสี่ยง อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้ยังได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของการใช้ Futures ในการป้องกันความเสี่ยงซึ่งอยู่ในรูปแบบของการชดเชยความเสี่ยง (trade-off) ระหว่างผลตอบแทนและความเสี่ยงโดยใช้ sharpe ratio และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแบบจำลองระหว่างช่วง In-sample และ Out-sample ว่าให้ผลเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร

3.2.1 ขั้นตอนในการศึกษา

1. ในงานศึกษานี้ได้สมมติให้นักลงทุนลงทุนใน SET 50 Index กล่าวคือ นักลงทุนทำการซื้อหุ้นใน SET 50 index 50 ตัว และนำน้ำหนักของหุ้นแต่ละตัวเหมือนกับ SET 50 Index เช่นกัน (ภาคผนวก ข และ ค)

2. ในขณะเดียวกัน เมื่อทำการซื้อหุ้นแล้วจึงทำการขายสัญญาซื้อขายล่วงหน้า (SET 50 Index Futures) ในจำนวนที่เหมาะสม โดยแต่ละแบบจำลองจะใช้อัตราถัวความเสี่ยงแตกต่างกัน (Optimal Hedge Ratio) และนำอัตราถัวความเสี่ยงที่ได้ไปหาจำนวนสัญญาที่เหมาะสมต่อไป อย่างไรก็ตาม จำนวนสัญญาอาจจะไม่เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นถ้าจำนวนสัญญาเป็นเศษตั้งแต่ 0.5 จะนับเป็น 1 สัญญาและถ้าน้อยกว่า 0.5 จะไม่นับเป็น 1 สัญญา แบบจำลองที่ใช้สามารถแบ่งออกได้ 2 ลักษณะ คือ

2.1) Constant Hedge Ratio เป็นอัตราถัวความเสี่ยงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ OLS , Bi-variate VAR (Bi-VAR) และ VECM วิธีการข้างต้นจะใช้จำนวนสัญญาฟิวเจอร์สเพื่อป้องกันความเสี่ยงคงที่ตลอดเวลา แต่เนื่องจาก Constant Hedge อาจจะไม่มีประสิทธิภาพมากพอ ดังนั้นการใช้ Dynamic Hedge อาจให้ประสิทธิภาพมากกว่า

2.2) Dynamic Hedge Ratio เป็นอัตราถัวความเสี่ยงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ DVEC-GARCH (1,1) , CC-GARCH (1,1) และ BEKK-

GARCH (1,1) วิธีการข้างต้นจะใช้จำนวนสัญญาฟิวเจอร์สเพื่อป้องกันความเสี่ยงเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา การป้องกันความเสี่ยงวิธีนี้จะต้องปรับปรุงจำนวนสัญญาที่เหมาะสมในแต่ละวัน แต่ค่าธุรกรรมการซื้อขาย (transaction cost) ค่อนข้างมากเมื่อป้องกันความเสี่ยงเป็นระยะเวลานาน ส่งผลให้ Dynamic Hedge Strategy ไม่คุ้มค่า ดังนั้นถึงแม้ว่า Dynamic Hedge จะลดความเสี่ยงได้มากและทำให้นักลงทุนมีความพึงพอใจสูงสุดก็ตาม แต่เมื่อรวมกับค่าธรรมเนียมในการซื้อขายแล้วพอร์ตจึงขาดทุนหรือให้ผลตอบแทนน้อยกว่าการใช้ Constant Hedge

3. อย่างไรก็ตามสัญญาซื้อขายล่วงหน้าจะหมดอายุทุก ๆ ไตรมาสคือ มีนาคม มิถุนายน กันยายน และ ธันวาคม ดังนั้นเมื่อสัญญาหมดอายุ นักลงทุนจะทำการเปลี่ยนสัญญาต่อไป (roll over) ทันทีซึ่งใช้ทั้งกรณี Constant Hedge และ Dynamic Hedge

4. พอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยงจะประกอบด้วย เงินลงทุนใน SET 50 Index และจำนวนสัญญาซื้อขายล่วงหน้าที่ยาวออกไป (Short Futures) ซึ่งคำนวณจากแบบจำลองต่าง ๆ

5. ค่าธรรมเนียมในการซื้อขายหลักทรัพย์ (Stock) จะไม่นำมาคำนวณ เนื่องจากทั้ง Constant Hedge และ Dynamic Hedge มีการจัดพอร์ตในตอนแรกเหมือนกัน ดังนั้นจึงไม่มีความแตกต่างในค่าธรรมเนียมซื้อขาย

6. ไม่มีการวางเงินประกันขั้นต้น (Initial margin) ก่อนการซื้อขายฟิวเจอร์ส และไม่มี การปรับมูลค่าตามตลาด (mark to market) เพื่อเรียกหลักประกันเพิ่มเติม

7. พอร์ตที่ลงทุนใน SET 50 Index จะมีการเปลี่ยนแปลงทุก ๆ 6 เดือน โดยระยะเวลาที่ใช้จะแบ่งเป็น 2 ช่วงคือ ตั้งแต่ มกราคม ถึง มิถุนายน และ กรกฎาคม ถึง ธันวาคม โดยเริ่มลงทุนระหว่างวันที่ 3 กรกฎาคม 2549 ถึง 29 มิถุนายน 2550 (In-sample) และระหว่างวันที่ 2 กรกฎาคม 2550 ถึง 19 พฤศจิกายน 2550 (Out-sample) โดยมีรายชื่อหุ้นที่ลงทุนในช่วงเวลาตามภาคผนวก ข.

การจัดพอร์ตจะใช้มูลค่าของหุ้นแต่ละตัวเปรียบเทียบกับมูลค่ารวมของ SET 50 Index และใช้เป็นน้ำหนักในการกระจายการลงทุน (Capitalization weighted) แต่เนื่องจากในการซื้อขายต้องมีลักษณะเป็น Board lot คือ การซื้อหรือขายแต่ละครั้งต้องมี Order อย่างต่ำ 100 หุ้น แต่ถ้าต้องการซื้อหรือขายน้อยกว่าครั้งละ 100 หุ้นก็สามารถทำได้ซึ่งเรียกว่า Odd lot

อย่างไรก็ตามงานศึกษานี้ได้สมมติให้หุ้นมีสภาพคล่องมาก นักลงทุนจึงสามารถซื้อหุ้นในจำนวนต่ำกว่า 100 หุ้นเช่น นักลงทุนต้องซื้อหุ้น PTT จำนวน 1,091 หุ้น จากข้อสมมติข้างต้น นักลงทุนสามารถซื้อเศษหุ้นหรือ Odd lot จำนวน 91 หุ้นได้ เหตุผลของข้อสมมติข้างต้นเพื่อให้อัตราผลตอบแทนของพอร์ตที่ไม่ป้องกันความเสี่ยงเท่ากับ SET 50 Index และใช้อัตราผลตอบแทนของ

SET 50 Index อ้างอิงกับผลตอบแทนของพอร์ตไม่ป้องกันความเสี่ยง ในส่วนน้ำหนักการลงทุนของหุ้นแต่ละตัวจะใช้ราคาหุ้นของวันที่ 3 กรกฎาคม 2549 และวันที่ 3 มกราคม 2550 ตามภาคผนวก ค.

3.2.2 การวัดประสิทธิภาพของแบบจำลอง

Edderington (1979) ได้ชี้ให้เห็นว่าประสิทธิภาพในการป้องกันความเสี่ยงและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) มีความเกี่ยวเนื่องกันอย่างแยกไม่ออก เพราะว่าประสิทธิภาพจากการป้องกันความเสี่ยงจะขึ้นอยู่กับค่า coefficient of determination หรือว่า R-Square แต่ในงานวิจัยนี้แทนด้วย ρ_{sf}^2 ซึ่งเป็นค่าที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนของ Spot และ Futures อัตราถัวความเสี่ยงแบบคงที่สามารถหา ρ_{sf}^2 ตามสมการ (3.47)

$$\begin{aligned} Cov(\Delta S, \Delta F) &= \rho \sqrt{Var(\Delta S)} \sqrt{Var(\Delta F)} \\ \rho_{sf} &= \frac{Cov(\Delta S, \Delta F)}{\sqrt{Var(\Delta S)} \sqrt{Var(\Delta F)}} \\ \rho_{sf}^2 &= \frac{Cov^2(\Delta S, \Delta F)}{Var(\Delta S) Var(\Delta F)} = \frac{\sigma_{sf}^2}{\sigma_s^2 \sigma_f^2} \end{aligned} \quad (3.47)$$

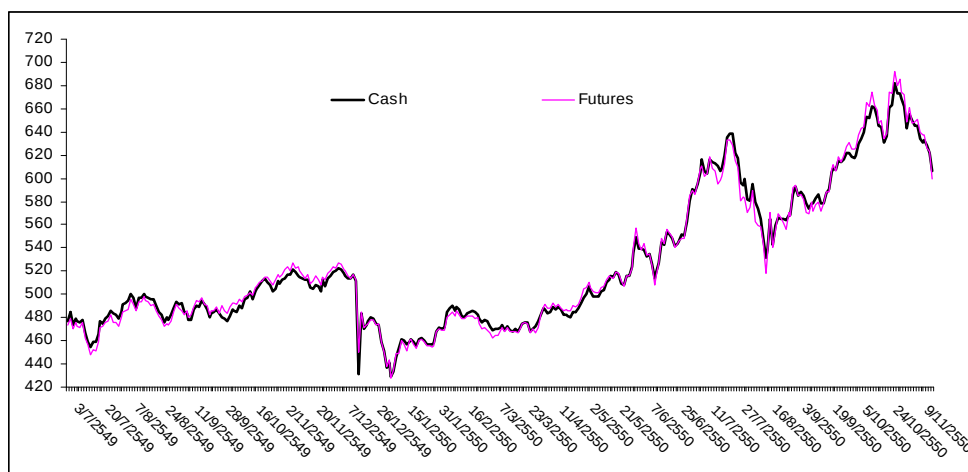
จากสมการ (3.47) บอกว่าถ้าเราสมมติให้ความผันผวนคงที่ตลอดเวลา และผลตอบแทนระหว่าง Spot และ Futures มีความสัมพันธ์สูงแล้ว การป้องกันความเสี่ยงจึงมีประสิทธิภาพ จากสมการ (3.5) และสมการ (3.10) Senchak และ Easterwood (1983) ได้แสดงความผันผวนของพอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยงซึ่งใช้อัตราถัวความเสี่ยงคงที่ตามแบบจำลอง OLS , VAR และ VECM ตามสมการ (3.48)

$$\begin{aligned} Var(P) &= \sigma_s^2 + h^2 \sigma_f^2 - 2h \sigma_{sf}, \\ &= \sigma_s^2 + \rho_{sf}^2 \sigma_s^2 - 2\rho_{sf}^2 \sigma_s^2 \\ &= \sigma_s^2 (1 - \rho_{sf}^2) \end{aligned} \quad (3.48)$$

สมการ (3.48) ชี้ให้เห็นว่าความผันผวนของพอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยงจะต่ำกว่าพอร์ตที่ไม่ป้องกันความเสี่ยงซึ่งจะเป็นจริงจนกว่าผลตอบแทนของ Spot และ Futures ไม่มีความสัมพันธ์กัน ถ้าทั้ง 2 มีความสัมพันธ์สูงมากแล้วจะทำให้พอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยงมีความผันผวนต่ำมาก หรือมีประสิทธิภาพในการป้องกันความเสี่ยง

ภาพที่ 3.1

ความสัมพันธ์ราคาของดัชนีราคาหลักทรัพย์และฟิวเจอร์ส



ที่มา : รอยเตอร์

จากภาพที่ 3.1 แสดงให้เห็นว่าราคาของ Spot และ Futures เปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันนั่นหมายความว่าผลตอบแทนทั้ง 2 มีความสัมพันธ์กันค่อนข้างสูง ดังนั้นการใช้ Futures เพื่อป้องกันความเสี่ยงจึงมีประสิทธิภาพ

อย่างไรก็ตามความสัมพันธ์ของทั้ง 2 series ตามสมการ (3.47) เป็นจริงเฉพาะแบบจำลองในกลุ่ม Constant Hedge Strategy และ CC-GARCH แต่ไม่เป็นจริงในแบบจำลอง BEKK-GARCH และ DVEC-GARCH ซึ่งมีลักษณะ dynamic correlation ระหว่างผลตอบแทนของ Spot และ Futures ตามสมการ (3.49)

$$\rho_{sf,t} = \frac{Cov(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})}{\sqrt{Var(\Delta S_t | I_{t-1})} \sqrt{Var(\Delta F_t | I_{t-1})}} \quad (3.49)$$

จากแนวคิดของ Park and Switzer (1995) และ Kavussanos and Nomikos (2000) ได้แสดงความผันผวนหรือผลตอบแทนจากพอร์ตลงทุนที่ได้ป้องกันความเสี่ยงตามสมการ (3.5) ด้านล่าง

$$Var(P_t | I_{t-1}) = \sigma_{p,t}^2 = Var(\Delta S_t | I_{t-1}) + h_{t-1}^2 Var(\Delta F_t | I_{t-1}) - 2h_{t-1} Cov(\Delta S_t, \Delta F_t | I_{t-1})$$

โดยที่ h_{t-1} เป็นอัตราส่วนถ่วงความเสี่ยงที่เหมาะสมของแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งได้จากการประมาณการ แต่ในกรณีของอัตราถ่วงความเสี่ยงแบบคงที่ จะแทน h_{t-1} ด้วย h อย่างไรก็ตามเพื่อเป็นการวัดประสิทธิภาพของแบบจำลองที่ใช้ป้องกันความเสี่ยงจึงทำการ

ทดสอบความสามารถของแบบจำลองในการลดความผันผวนของพอร์ตเทียบกับการไม่ป้องกันตามสมการ (3.50)

$$g = \frac{Var(U) - Var(P_t|I_{t-1})}{Var(U)} \quad (3.50)$$

โดยที่ $Var(U)$ = ความผันผวนของพอร์ตที่ไม่ป้องกันความเสี่ยง

$Var(P_t|I_{t-1})$ = ความผันผวนของพอร์ตที่มีการป้องกันความเสี่ยง

ถ้าฟิวเจอร์สป้องกันความเสี่ยงได้จริง ความผันผวนของพอร์ตไม่ป้องกันความเสี่ยงต้องมากกว่าพอร์ตที่ป้องกันความเสี่ยง ($Var(U) > Var(P_t|I_{t-1})$) ซึ่งจะให้ค่า $g > 0$ %

อย่างไรก็ตามแบบเพื่อเป็นการวัดประสิทธิภาพที่แท้จริงจึงใช้แบบจำลองที่มีการ trade – off ระหว่างผลตอบแทนและความเสี่ยง จึงใช้ Sharpe ratio

$$S(x) = (r_x - R_f) / StdDev(x) \quad (3.51)$$

โดยที่ r_x = ผลตอบแทนของพอร์ตรายวันจากป้องกันความเสี่ยง

R_f = risk-free security (i.e. cash)

$StdDev(x)$ = the standard deviation ของ r_x

แนวคิดพื้นฐานคือ การลงทุนที่ให้ค่า Sharpe ratio สูงเป็นการลงทุนที่ดีกว่า Sharpe ratio สูง ๆ เป็นการบ่งบอกว่าการลงทุนนั้นให้ผลตอบแทนสูงกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับ 1 หน่วยความเสี่ยงโดยมี risk-free security เป็น Benchmark ดังนั้นหมายความว่า ณ ระดับความเสี่ยงหนึ่ง ๆ ถ้าพอร์ตลงทุนใดให้ค่า Sharpe ratio สูงกว่าย่อมแสดงว่าให้ผลตอบแทนดีกว่าและให้ความพึงพอใจมากกว่า

3.2.3 การคำนวณกำไรขาดทุนหรือการล้างสถานะ (Clear Position)

จากแบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่า Hedge ratio จะได้ hedge ratio 2 แบบคือ

1 . Constant hedge ratio ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย OLS , Bi-VAR และ VECM จะให้ค่าถัวความเสี่ยงวิธีการละ 1 ค่าเท่านั้น

2. Dynamic hedge ratio ได้แก่ Multivariate GARCH เช่น DVEC-GARCH (1,1) , CC-GARCH (1,1) และ BEKK-GARCH (1,1) ซึ่งให้ค่าถัวความเสี่ยงเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังนั้นวิธีการนี้จะให้ค่าถัวความเสี่ยงที่เหมาะสมออกมาหลาย ๆ ค่า การหาจำนวนสัญญาที่เหมาะสมเพื่อป้องกันความเสี่ยง (สถาบันพัฒนาความรู้ตลาดทุน ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย, 2548) มีวิธีคำนวณตามสมการ (3.52)

$$N^* = h^* \left[\frac{N_s}{q_f} \right] \quad (3.52)$$

โดยที่ N^* = จำนวนสัญญาที่เหมาะสมเพื่อป้องกันความเสี่ยง
 N_s = มูลค่าพอร์ตลงทุน (SET 50 Index) ในแต่ละวัน
 q_f = มูลค่าสัญญาฟิวเจอร์ส (Contract size) ในแต่ละวัน
 h^* = อัตราถัวความเสี่ยงที่เหมาะสมในแต่ละแบบจำลอง

ค่าธรรมเนียมในการซื้อขาย SET 50 Index Futures (ตั้งแต่ 1 กุมภาพันธ์ 2550) ตามตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

อัตราค่านายหน้า คำสั่งซื้อซื้อขายอนุพันธ์ (TFEX)

จำนวนสัญญา (ต่อวัน)	อัตราค่าธรรมเนียม (ยังไม่รวม VAT)
ประเภทลูกค้ารายย่อย	
1 - 5 สัญญา	450 บาท ต่อสัญญา
6 - 20 สัญญา	350 บาท ต่อสัญญา
21 สัญญาขึ้นไป	250 บาทต่อสัญญา
ประเภทลูกค้าสถาบัน	
ตั้งแต่สัญญาแรก	250 บาทต่อสัญญา

ที่มา : ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย

ในงานวิจัยนี้ได้สมมติให้นักลงทุนได้ลงทุนในหุ้นโดยมีน้ำหนักและจำนวนหุ้น เช่นเดียวกับ SET 50 Index นักลงทุนได้ใช้เงินจำนวน 50,000,000 บาทในการลงทุน (Long position) และขายสัญญาฟิวเจอร์ส (Short Futures) เพื่อป้องกันความเสี่ยงไปพร้อมกัน ณ วันที่มีการซื้อหุ้นใน SET 50 สมมติต่อไปว่า ณ.วันที่เปิดสถานะ SET 50 Index อยู่ที่ 500 จุดและ SET 50 Index อยู่ที่ 500 จุดเช่นกัน และการเปลี่ยนแปลงของ Futures (F) และ Spot (S) เป็นไปในทิศทางเดียวกันและ perfect คือ $\Delta S = -5$ และ $\Delta F = -5$ ดังนั้น Optimal Hedge ratio = 1 (OLS : $\Delta S_t = c_0 + \beta_1 \Delta F_t + \varepsilon_t$) จึงใช้ 100 สัญญาเพื่อป้องกันความเสี่ยง (50,000,000 / (500x1,000)) แต่ในโลกความเป็นจริง Futures (F) และSpot (S) ไม่เปลี่ยนไปในทิศทางเดียวกันอย่างสมบูรณ์ จากเหตุการณ์สมมติข้างต้นสามารถคิดกำไรขาดทุนตามสมการ (3.3)

$$E_{t-1}(P_t) = E_{t-1}(\Delta S_t) - h_{t-1}E_{t-1}(\Delta F_t)$$

$$E_{t-1}(P_t) = 50,000,000(-5) - 50,000,000(-5) = 0$$

จากสถานะข้างต้นพบว่าฟิวเจอร์สสามารถล้างขาดทุนได้หมดจากการเปิดสถานะ

ลงทุนใน SET 50

อย่างไรก็ตามการคิดกำไรขาดทุนข้างต้นค่อนข้างลำบากและไม่สามารถคำนวณออกมาเป็นจำนวนเงินได้จริง ประกอบกับไม่ได้รวมค่าธรรมเนียมในการซื้อขาย ดังนั้นจึงได้ปรับปรุงสมการ (3.3) เป็นสมการ (3.53)

$$E_{t-1}(P_t) = N_s E_{t-1}(\Delta S_t) - N^* q_f M E_{t-1}(\Delta F_t) - N^* T \quad (3.53)$$

โดยที่ N^* = จำนวนสัญญาที่เหมาะสมเพื่อป้องกันความเสี่ยง

N_s = มูลค่าพอร์ตลงทุน (SET 50 Index) ในแต่ละวัน

q_f = มูลค่าสัญญาฟิวเจอร์ส (Contract size) ในแต่ละวัน

M = ตัวคูณดัชนี (Multiplier) = 1,000 บาทต่อ 1 จุด

$\Delta S_t, \Delta F_t$ = การเปลี่ยนแปลงของ SET 50 Index และ SET 50 Index Futures จากวันก่อนหน้าซึ่งอยู่ในรูปของ % (Percentage change) และ Price change ตามลำดับ

T = ค่าธรรมเนียมในการซื้อขายต่อสัญญา

ดังนั้นจากตัวอย่างข้างต้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{t-1}(P_t) &= 50,000,000(-1\%) - (500 - 495)(100)(1,000) - 100(250) \\ &= -500,000 + 500,000 - 25,000 \\ &= -25,000 \end{aligned}$$

ถ้านักลงทุนไม่ป้องกันความเสี่ยงเลย ณ เวลาที่ t พอร์ตจะขาดทุนจำนวน 500,000 บาท เพราะว่า ณ เวลา $t-1$ ได้ทำการซื้อหุ้น SET 50 Index ที่ 500 จุด เมื่อถึงเวลาที่ t ปรากฏว่า SET 50 Index ติดลบ 5 จุดนั้นหมายความว่า พอร์ตที่ได้ลงทุนไปขาดทุน = $5/500 = 1\%$ อย่างไรก็ตาม ขณะเดียวกันถ้ามีการป้องกันความเสี่ยงโดยการขาย Futures (Short Futures) จำนวน 100 สัญญา ที่ 500 จุดตามข้อสมมติข้างต้นแล้ว พอร์ตจะมีกำไรจากการขาย Futures 500,000 บาท และเมื่อรวมค่าธรรมเนียมในการซื้อขาย Futures 100 สัญญา ๆ ละ 250 บาท (ถ้าเป็นลูกค้าสถาบัน) สุดท้ายแล้วพอร์ตจะขาดทุนเพียง 25,000 บาท และเมื่อเปรียบเทียบกรณีไม่ป้องกันความเสี่ยงจะขาดทุนถึง 500,000 บาท

3.3 การทดสอบ Lead – lag relationship

การทดสอบ Lead – lag relationship เป็นการทดสอบการส่งผ่านความผันผวนของผลตอบแทนระหว่าง Spot และ Futures โดยทดสอบว่าตลาด Spot ขึ้นนำการเคลื่อนไหวตลาด Futures หรือตลาด Futures ขึ้นนำการเคลื่อนไหวตลาด Spot หรือตลาดทั้ง 2 ขึ้นนำซึ่งกันและกันซึ่งผลทดสอบดังกล่าวจะสะท้อนถึงการส่งผ่านข้อมูลและความผันผวนของผลตอบแทนระหว่างตลาด Spot และ Futures ในงานวิจัยนี้ได้ใช้แบบจำลอง BEKK-GARCH(1,1) ในการทดสอบหาความสัมพันธ์ดังกล่าว

แบบจำลอง BEKK-GARCH(1,1) มีจุดเด่นในเรื่องการมีปฏิสัมพันธ์ (interact) ของ conditional variance และ covariance ระหว่างผลตอบแทนทั้ง 2 ชุดข้อมูล ดังนั้นจึงมีประโยชน์ในการทดสอบสมมติฐานโดยตั้งสมมติฐานว่า (null hypothesis) ผลตอบแทนของ Spot และ Futures มีความสัมพันธ์ (causality effect) กันหรือไม่ ซึ่งเป็นการทดสอบเกี่ยวกับ Lead – lag ระหว่างความผันผวนของผลตอบแทน Spot และ Futures โดยกำหนดให้ restricted model สมมติว่า $a_{ij}, b_{ij} = 0$ เมื่อ $i \neq j$ หมายความว่า element นอก diagonal $\mathbf{A}_j$ และ $\mathbf{B}_j$ มีค่าเท่ากับ 0 จากการทดสอบ causality effect ระหว่าง Spot และ Futures โดยสมมติว่า a_{sf} และ b_{sf} เท่ากับ 0 ดังนั้นระบบสมการ variance และ covariance สามารถแสดงได้ดังนี้

Conditional variance

$$h_{ss,t} = c_{ss}^2 + a_{ss}^2 \varepsilon_{s,t-1}^2 + 2a_{ss}a_{fs} \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} + a_{fs}^2 \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ss}^2 h_{ss,t-1} + 2b_{ss}b_{fs} h_{sf,t-1} + b_{fs}^2 h_{ff,t-1} \quad (3.54)$$

$$h_{ff,t} = c_{fs}^2 + c_{ff}^2 + a_{ff}^2 \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{fs}^2 h_{ff,t-1} \quad (3.55)$$

Conditional covariance

$$h_{sf,t} = c_{ss}c_{fs} + a_{ss}a_{ff} \varepsilon_{s,t-1} \varepsilon_{f,t-1} + a_{fs}a_{ff} \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_{ss}b_{sf} h_{ss,t-1} + b_{fs}b_{ff} h_{ff,t-1} \quad (3.56)$$

ในทางตรงกันข้ามเมื่อต้องการทดสอบ causality effect ระหว่าง Spot และ Futures จึงสมมติให้ a_{fs} และ b_{fs} เท่ากับ 0

การทดสอบ causality effect ใช้ maximizing log-likelihood function $L(\theta)$ ประมาณค่าผ่าน BHHH algorithm (Berndt, Hall, Hall และ Hausmann)

เพื่อทดสอบว่า lead-lag relationship ระหว่างความผันผวนของผลตอบแทนระหว่าง Spot และ Futures จึงใช้ Log Likelihood Ratio ในการทดสอบโดยการเปรียบเทียบระหว่าง restricted หรือ unrestricted ตามสมการ (3.57)

$$D = -2LLR = -2\ln\left(\frac{L_0}{L_1}\right) = -2(\ln L_0 - \ln L_1) \quad (3.57)$$

โดยที่

LLR เป็น log Likelihood Ratio

L_0 เป็นค่า likelihood function ของ restricted model

L_1 เป็นค่า likelihood function ของ unrestricted model

ค่า D มีการแจกแจงแบบไคแอสควร์ (χ -distribution) มี degree of freedom เท่ากับ k ซึ่งเป็นจำนวนของ restricted model ดังนั้นการทดสอบสามารถเขียนสมมติฐานได้ 2 ทางคือ

$$H_0 : a_{sf} = b_{sf} = 0 \text{ หรือ } a_{fs} = b_{fs} = 0$$

ถ้าปฏิเสธ $H_0 : a_{fs} = b_{fs} = 0$ จะให้เห็นว่าตลาด Futures เป็นตัวชี้้นำตลาด Spot กล่าวคือ เมื่อ $a_{fs} = 0$ สำหรับ matrix A และ $b_{fs} = 0$ สำหรับ matrix B ซึ่งเป็น Restricted model แสดงว่า Square error ผลตอบแทนของ Futures ส่งผลต่อความผันผวนในผลตอบแทนของ Spot ยิ่งไปกว่านั้น lagged volatility และ lagged square error ของ Futures มีอิทธิพลโดยตรงต่อ covariance ระหว่าง Spot และ Futures สุดท้ายอิทธิพลจาก lagged covariance และ lagged error ระหว่าง Spot และ Futures มีผลต่อความผันผวนของผลตอบแทน Futures