

ผนวก ง.

การเลือกค่าบริการของผู้ให้บริการ แบบเจาะจงฟังก์ชัน

ผู้ให้บริการเลือกค่าบริการที่ทำให้ตนได้รับกำไรสูงสุดอย่างไม่ได้ร่วมมือกันทั้งสองราย นั่นคือ ผู้ให้บริการ i เลือกค่าบริการ $\{p_i, F_i\}$ และผู้ให้บริการ j เลือกค่าบริการ $\{p_j, F_j\}$ ที่ทำให้ตนได้รับกำไรสูงสุด ดังนั้นสามารถพิจารณาการเลือกราคาได้จากการหาอนุพันธ์กำไรของผู้ให้บริการแต่ละรายเมื่อเทียบกับค่าบริการ นั่นคือ

การหา 1. $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0$ 2. $\frac{\partial \Pi_j}{\partial p_j} = 0$ 3. $\frac{\partial \Pi_i}{\partial F_i} = 0$ 4. $\frac{\partial \Pi_j}{\partial F_j} = 0$ หรือแสดงได้ดังนี้

สมการกำไรคือ

$$\Pi_i = \left[\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{(1-p_i)^2}{2} - \frac{(1-p_j)^2}{2} - F_i + F_j \right) \right] \left[\begin{array}{l} (1-g)(F_i - b_j) - f \\ + [(1-g)p_i - 2c](1-p_i) \end{array} \right]$$

$$+ \left[\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{(1-p_i)^2}{2} - \frac{(1-p_j)^2}{2} - F_i + F_j \right) \right] \left[\begin{array}{l} [(1-g)a - c](1-p_j) \\ - [(a-c)(1-p_i)] \end{array} \right]$$

$$\bullet \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{(1-p_i)^2}{2} - \frac{(1-p_j)^2}{2} - F_i + F_j \right) \right) \right]$$

โดยที่

1. กรณีกำกับดูแลค่าเชื่อมโยงโครงข่าย (b) เหมือนกัน - สมการกำไรของผู้ให้บริการทั้งสองรายเหมือนกันและให้ $b_i = b_j = b$
2. กรณีกำกับดูแลค่าเชื่อมโยงโครงข่าย (b) ต่างกัน - สมการกำไรของผู้ให้บริการทั้งสองรายเหมือนกันยกเว้นค่า b ซึ่งสมมติให้ $b_i = b$ และ $b_j = 0$

1. การเลือกค่าบริการของผู้ให้บริการ i

1.1 อนุพันธ์สมการกำไรของ i (Π_i) เมื่อเทียบกับราคาโทรออก (p_i) ของ i

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial p_l} \Pi_l(p_l, p_2, F_1, F_2) &= \sigma(-1+p_l)((1-g)(F_1-b)-f) + \sigma(-1+p_l)(1-p_l)((1-g)p_l-2c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) ((1-g)p_l - 2c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) (1-p_l)(1-g) \\
 &\quad - \sigma(-1+p_l) \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_l)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_l)(a-c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_l)^2(a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_l)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (a-c) \\
 &\quad + \sigma(-1+p_l) \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_l)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_2)((1-g)a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_l)(1-p_2)((1-g)a-c)
 \end{aligned} \tag{ง.1}$$

1.2 อนุพันธ์สมการกำไรของ i (Π_i) เมื่อเทียบกับค่าสมาชิกรายเดือน (F_i)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial F_1} \Pi_l(p_l, p_2, F_1, F_2) &= -\sigma((1-g)(F_1-b)-f) + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) (1-g) \\
 &\quad - \sigma(1-p_l)((1-g)p_l-2c) + \sigma \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_l)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_l)(a-c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_l)(a-c) \\
 &\quad - \sigma \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_l)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_2)((1-g)a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_l)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_2)((1-g)a-c)
 \end{aligned} \tag{ง.2}$$

2. การเลือกค่าบริการของผู้ให้บริการ j

2.1 อนุพันธ์สมการกำไรของ j (Π_j) เมื่อเทียบกับราคาโทรออก (p_j) ของ j

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial p_2} \Pi_2(p_1, p_2, F_1, F_2) &= \sigma(-1+p_2)((1-g)(F_2-b)-f) + \sigma(-1+p_2)(1-p_2)((1-g)p_2-2c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) ((1-g)p_2 - 2c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_2)(1-g) \\
 &\quad - \sigma(1-p_2)^2 \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (a-c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_1)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(-1+p_2)(1-p_2)(a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_1)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (a-c) \\
 &\quad + \sigma(1-p_2) \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_1)((1-g)a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_1)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(-1+p_2)(1-p_1)((1-g)a-c)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

2.2 อนุพันธ์สมการกำไรของ j (Π_j) เมื่อเทียบกับค่าสมาชิกรายเดือน (F_j)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial F_2} \Pi_2(p_1, p_2, F_1, F_2) &= -\sigma((1-g)(F_2-b)-f) + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-g) \\
 &\quad - \sigma(1-p_2)((1-g)p_2-2c) - \sigma \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_2)(a-c) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_1)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_2)(a-c) \\
 &\quad + \sigma \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - \frac{1}{2}(1-p_1)^2 - F_2 + F_1 \right) \right) (1-p_1)((1-g)a-c) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} + \sigma \left(\frac{1}{2}(1-p_1)^2 - \frac{1}{2}(1-p_2)^2 - F_1 + F_2 \right) \right) \sigma(1-p_1)((1-g)a-c)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

3. จัดรูปสมการ

จากสมการที่ (ง.1) ถึง (ง.4) จะได้สมการ 4 สมการ คือ

- 1) สมการ $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0$
- 2) สมการ $\frac{\partial \Pi_i}{\partial F_i} = 0$
- 3) สมการ $\frac{\partial \Pi_j}{\partial p_j} = 0$ และ
- 4) สมการ $\frac{\partial \Pi_j}{\partial F_j} = 0$

ย้ายข้างให้ตัวแปรเลือกอยู่ด้านซ้ายมือของสมการจะได้ดังนี้

3.1 ราคาโทรออก (p_i) ของผู้ให้บริการ i

$$p_i \left(\frac{X_{Ai} + X_{Bi} + X_{Ci} + X_{Di}}{4} \right) = \frac{\sigma X_{Ei}}{4} p_j + X_{Gi} + X_{Hi} \quad (\text{ง.5})$$

โดยที่

$$X_{Ai} = \sigma p_i \left(\begin{array}{l} \sigma(a-c)[5p_i^2 - 16p_i - 6p_j(p_j - 4) - 12(F_i - F_j) + 12] \\ + 4p_i[2(1-g) - \sigma ag] + 12\sigma ag(1-p_j) - 4\sigma p_i p_j(a(1-g) - c) \\ - 18(1-g) - 12c \end{array} \right) \quad (\text{ง.6})$$

$$X_{Bi} = -4\sigma p_j \left(\begin{array}{l} -\sigma(a-c)[p_j^2 + 2(F_i - F_j) - 6] \\ + \sigma ag[p_j(p_j - 3) + 2(F_i - F_j)] \\ -(1-g)(2-p_j) \end{array} \right) \quad (\text{ง.7})$$

$$X_{Ci} = -4\sigma \left(\begin{array}{l} -4\sigma(a-c)(F_i - F_j) - 2\sigma ga(F_i - F_j) \\ + (1-g)(3F_i - 2F_j) \end{array} \right) \quad (\text{ง.8})$$

$$X_{Di} = 4 \left(\begin{array}{l} \sigma[f + 6c + 2(1-g) - 2\sigma ag] \\ + (1-g)(1 + \sigma b) \end{array} \right) \quad (\text{ง.9})$$

$$\begin{aligned}
X_{Ei} = & \sigma(a-c) \left[-p_j(p_j-2)(p_j-6) + (F_i-F_j)(16-4p_j) \right] \\
& -4\sigma ag \left[2(F_i-F_j) + (p_j-1)(p_j-2) \right] \\
& -2(p_j-2) \left[2c + (1-g) \right]
\end{aligned} \tag{ง.10}$$

$$X_{Gi} = \frac{1}{2}(1-g) + \frac{1}{4}(3c+a) + \sigma \left[b(1-g) + f + 2c \right] \tag{ง.11}$$

$$X_{Hi} = -\sigma \left[\sigma(a-c)(F_i-F_j)^2 + (2c-2\sigma ag)(F_i-F_j) + (1-g)(2F_i-F_j) \right] \tag{ง.12}$$

3.2 ราคาโทรออก (p_j) ของผู้ให้บริการ i

ในกรณีของผู้ให้บริการ j จัดรูปเช่นเดียวกันได้

$$p_j \left(\frac{X_{Aj} + X_{Bj} + X_{Cj} + X_{Dj}}{4} \right) = \frac{\sigma X_{Ej}}{4} p_i + X_{Gj} + X_{Hj} \tag{ง.13}$$

สำหรับพจน์ของ $X_{Aj}, X_{Bj}, X_{Cj}, X_{Dj}, X_{Ej}, X_{Gj}$ และ X_{Hj} และ นั้นมีลักษณะเช่นเดียวกันกับ $X_{Ai}, X_{Bi}, X_{Ci}, X_{Di}, X_{Ei}, X_{Gi}$ และ X_{Hi} ตามสมการที่ (ง.6) ถึง (ง.12) แต่เปลี่ยนตัวห้อยภายในแต่ละพจน์เป็น j

3.3 ค่าสมาชิกรายเดือน (F_i) ของผู้ให้บริการ i

$$\begin{aligned}
& -2\sigma F_j \left[-2\sigma(a-c)(p_j-p_i) - 2\sigma ag(1-p_j) + (1-g) \right] \\
& -2\sigma^2 p_i p_j \left[(4-p_i-p_j)(a-c) - ag(2-p_i) \right] \\
& + \sigma p_j (p_j-2) \left[-2\sigma p_j(a-c) - 2\sigma ag(1-p_j) + (1-g) \right] \\
& + \sigma p_i \left[2p_i^2 \sigma(a-c) + 4\sigma p_i(a-c) + 2\sigma ag(p_i-2) - 3p_i(1-g) + 4(1-g+c) \right] \\
F_i = & \frac{+2\sigma[gb-b-f-2c] - (1-g)}{-4\sigma^2 \left[(a-c)(p_i-p_j) - ag(1-p_j) \right] - 4\sigma(1-g)}
\end{aligned} \tag{ง.14}$$

หรือเขียนได้ดังนี้

$$F_i = \left[1 - \frac{1-g}{2A_i} \right] F_j - \left(\frac{B_i + C_i - D_i}{4A_i} \right) + \left(\frac{E_i + 2\sigma b(1-g)}{4\sigma A_i} \right) \tag{ง.15}$$

โดยที่

$$A_i = \sigma \left[(a-c)(p_i - p_j) - ag(1-p_j) \right] + (1-g) \quad (\text{ง.16})$$

$$B_i = p_i \left[\begin{array}{l} -2\sigma p_i^2 (a-c) + 4\sigma p_i (a-c) + 2\sigma ag (p_i - 2) \\ -3p_i (1-g) + 4(1-g+c) \end{array} \right] \quad (\text{ง.17})$$

$$C_i = p_j (p_j - 2) \left[(1-g) - 2\sigma p_j (a-c) - 2\sigma ag (1-p_j) \right] \quad (\text{ง.18})$$

$$D_i = 2\sigma p_i p_j \left[(a-c)(4-p_i-p_j) - ag(2-p_i) \right] \quad (\text{ง.19})$$

$$E_i = (1-g) + 2\sigma(f+2c) \quad (\text{ง.21})$$

3.4 ค่าสมาชิกรายเดือน (F_j) ของผู้ให้บริการ j

$$F_j = \frac{\begin{aligned} & -2\sigma F_i \left[-2\sigma(a-c)(p_i - p_j) - 2\sigma ag(1-p_i) + (1-g) \right] \\ & -2\sigma^2 p_i p_j \left[(4-p_i-p_j)(a-c) - ag(2-p_j) \right] \\ & + \sigma p_i (p_i - 2) \left[-2\sigma p_i (a-c) - 2\sigma ag(1-p_i) + (1-g) \right] \\ & + \sigma p_j \left[2p_j^2 \sigma (a-c) + 4\sigma p_j (a-c) + 2\sigma ag (p_j - 2) - 3p_j (1-g) + 4(1-g+c) \right] \\ & + 2\sigma [gb - b - f - 2c] - (1-g) \end{aligned}}{-4\sigma^2 \left[(a-c)(p_j - p_i) - ag(1-p_i) \right] - 4\sigma(1-g)} \quad (\text{ง.22})$$

หรือเขียนได้ดังนี้

$$F_j = \left[1 - \frac{1-g}{2A_j} \right] F_i - \left(\frac{B_j + C_j - D_j}{4A_j} \right) + \left(\frac{E_j + 2\sigma b(1-g)}{4\sigma A_j} \right) \quad (\text{ง.23})$$

สำหรับพจน์ของ A_j, B_j, C_j, D_j และ E_j นั้นมีลักษณะเช่นเดียวกันกับ A_i, B_i, C_i, D_i และ E_i แต่เปลี่ยนตัวห้อยภายในแต่ละพจน์เป็น j

4. สรุปสมการ

สามารถแสดงสมการทั้งหมดได้ดังนี้

$$p_i = f(p_j) \quad (ง.5)$$

$$p_j = f(p_i) \quad (ง.13)$$

$$F_i = \left[1 - \frac{1-g}{2A_i}\right] F_j - \left(\frac{B_i + C_i - D_i}{4A_i}\right) + \left(\frac{E_i + 2\sigma b(1-g)}{4\sigma A_i}\right) \quad (ง.15)$$

$$F_j = \left[1 - \frac{1-g}{2A_j}\right] F_i - \left(\frac{B_j + C_j - D_j}{4A_j}\right) + \left(\frac{E_j + 2\sigma b(1-g)}{4\sigma A_j}\right) \quad (ง.23)$$

โดยที่

$$A_i = \sigma \left[(a-c)(p_i - p_j) - ag(1-p_j) \right] + (1-g)$$

$$B_i = p_i \left[\begin{array}{l} -2\sigma p_i^2 (a-c) + 4\sigma p_i (a-c) + 2\sigma ag (p_i - 2) \\ -3p_i (1-g) + 4(1-g+c) \end{array} \right]$$

$$C_i = p_j (p_j - 2) \left[(1-g) - 2\sigma p_j (a-c) - 2\sigma ag (1-p_j) \right]$$

$$D_i = 2\sigma p_i p_j \left[(a-c)(4-p_i-p_j) - ag(2-p_i) \right]$$

$$E_i = (1-g) + 2\sigma(f+2c)$$

สำหรับพจน์ของ A_j, B_j, C_j, D_j และ E_j นั้นมีลักษณะเช่นเดียวกันกับ A_i, B_i, C_i, D_i และ E_i แต่เปลี่ยนตัวห้อยภายในแต่ละพจน์เป็น j

5. ค่าบริการดุลยภาพ

การหาค่าบริการดุลยภาพ $\{p_i^*, F_i^*, p_j^*, F_j^*\}$ การศึกษานี้ได้ใช้โปรแกรม Maple9.5 ช่วยในการแก้ปัญหาระบบสมการ โดยใช้สมการที่ (ง.1) และ (ง.2) และ (ง.3) และ (ง.4) หาดุลยภาพราคาบริการ $\{p_i^*, F_i^*, p_j^*, F_j^*\}$

เมื่อได้ค่าบริการดุลยภาพแล้ว นำค่า $\{p_i^*, F_i^*, p_j^*, F_j^*\}$ ที่ได้ไปแทนลงในสมการส่วนแบ่งตลาดของผู้ให้บริการทั้งสองราย จึงได้ส่วนแบ่งตลาดดุลยภาพ $\{\alpha_i^*, \alpha_j^*\}$