

ผนวก ค.

ฟังก์ชันอรรถประโยชน์และผู้บริโภค

สมมติให้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์เป็น Additively separable และเป็น Quasi-linear utility function โดยมีคุณสมบัติ Increasing และ Strictly concave นั่นคือ  $u'(q) > 0$  และ  $u''(q) < 0$  (เพื่อให้อุปสงค์มีลักษณะที่ดีคือเป็น Downward sloping)

ทั้งนี้สมมติให้อรรถประโยชน์ของผู้บริโภคเกิดจาก 2 ส่วนหลักคือ ส่วนที่ 1. เป็นอิสระกับปริมาณการโทรออก (Traffic-independent part) หรือส่วนที่ได้จากการเข้าเป็นสมาชิก ( $\theta_i$ ) และส่วนที่ 2. ขึ้นอยู่กับปริมาณการโทรออก (Traffic-dependent part;  $u(q_i)$ ) แสดงได้ดังนี้

$$\text{อรรถประโยชน์} \quad U_i = q_0 + \theta_i + u(q_i) \quad (\text{ค.1})$$

$$\text{งบประมาณ} \quad q_0 + p_i q_i + F_i = y \quad (\text{ค.2})$$

โดยที่

$q_0$  คือ การบริโภคสินค้าชนิดอื่น

$\theta_i$  คือ อรรถประโยชน์ของผู้บริโภคที่ได้จากคุณลักษณะเฉพาะตัวของบริการหรือผู้ให้บริการนำเสนอ หากเข้าเป็นสมาชิกเครือข่าย โดยที่

$$\theta = v_0 - t|x - x_i| \quad \text{เมื่อ ผู้บริโภคคือ } x_i \in [0,1] \text{ และ ผู้ผลิต } x = \{0,1\}$$

$v_0$  คือ Fixed surplus ที่ได้จากการเป็นสมาชิกเครือข่ายเมื่อถือซึ่งมีค่าเท่ากันไม่ว่าเครือข่ายใดก็ตาม ซึ่งไม่ขึ้นอยู่กับราคาและปริมาณการโทรออก เช่น ความชื่นชอบในตราหือหรือภาพลักษณ์บริษัท การได้รับบริการเสริมดูแลจากเครือข่าย คุณภาพของเครือข่ายและการให้บริการที่ดี เป็นต้น

และต้องมีค่ามากพอให้ผู้บริโภคทุกคนสมัครเป็นสมาชิก เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดกรณี Net surplus ติดลบ แล้วไม่เข้ามาเป็นสมาชิก

$t|x - x_i|$  คือ ความไม่พึงพอใจของผู้บริโภค (Disutility) ในการเข้าเป็นสมาชิกเครือข่าย  $i$  จากคุณลักษณะของบริการที่ผู้ให้บริการนำเสนอไม่ตรงกับคุณลักษณะความชอบหรือรสนิยมต่อบริการนี้ของผู้บริโภค

ดังนั้น อรรถประโยชน์ที่ได้จากคุณลักษณะเฉพาะตัวของบริการหรือผู้ให้บริการ  $i$  และ  $j$  คือ

$$\theta_i = v_0 - t|1 - x| = v_0 - t(1 - x)$$

$$\theta_j = v_0 - t|0 - x| = v_0 - t(0 - x)$$

$u(q_i)$  คือ อรรถประโยชน์ที่ได้รับ จากการโทรออก โดยที่  $u'(q) > 0$  และ  $u''(q) < 0$

$y$  คือ รายได้ของผู้บริโภค ซึ่งเหมือนกันทุกราย

$p_i$  หมายถึง ราคาค่าโทรออกที่เครือข่าย  $i$  คิดกับผู้ให้บริการ

$q_i$  หมายถึง ปริมาณการโทรออก

$F_i$  หมายถึง ค่าบริการรายเดือนหรือค่าสมาชิก (Fixed fee or subscriber charge)

ผู้บริโภคตัดสินใจ 2 ประการคือ 1. ผู้บริโภคตัดสินใจว่าจะเข้าเป็นสมาชิกเครือข่ายใด โดยเลือกเครือข่ายที่ตนได้รับส่วนเกินสุทธิสูงสุด การเลือกเครือข่ายนี้จะมีผลต่อส่วนแบ่งตลาดของผู้ให้บริการ และ 2. หลังจากที่เป็นสมาชิกของเครือข่ายแล้ว ผู้บริโภคทำการเลือกปริมาณการโทรออกที่เหมาะสม ดังนั้นในการแก้ปัญหาผู้บริโภคจึงแก้ปัญหาย้อนกลับ (Backward induction) โดยพิจารณาการเลือกปริมาณการโทรออก แล้วจึงพิจารณาการเลือกเครือข่ายเป็นสมาชิก มีรายละเอียดดังนี้

### 1. การแก้ปัญหาผู้บริโภค (ไม่เจาะจงฟังก์ชัน)

#### 1.1 ปัญหาผู้บริโภค ต่อการเลือกปริมาณการโทรออก

ผู้บริโภคเลือกปริมาณการบริโภคที่ทำให้ตนได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดของงบประมาณที่มี ซึ่งอาจแก้ปัญหาได้ใน 2 วิธี คือ 1. การแก้สมการแบบลดข้อจำกัดหรือให้เป็น Unconstrained problem และ 2. การแก้สมการโดยใช้วิธี Lagrangian ในที่นี้ได้แก้ปัญหาโดยใช้วิธีแรกคือ การแก้สมการแบบลดตัวแปรให้เป็น Unconstrained problem ดังนี้

$$\text{อรรถประโยชน์} \quad U_i = q_0 + \theta_i + u(q_i) \quad (\text{ค.1})$$

$$\text{งบประมาณ} \quad q_0 + p_i q_i + F_i = y \quad (\text{ค.2})$$

แก้สมการโดยการลดตัวแปร ย้ายข้างสมการ (ค.2) จะได้

$$q_0 = y - p_i q_i - F_i \quad (\text{ค.3})$$

นำสมการ (ค.3) แทนลงในสมการอรรถประโยชน์ (ค.1) ได้

$$y - p_i q_i - F_i + \theta_i + u(q_i)$$

หรือก็คือ 
$$y + \theta_i + u(q_i) - p_i q_i - F_i \quad (\text{ค.4})$$

จากสมการ (ค.4) หาอนุพันธ์ของอรรถประโยชน์เมื่อเทียบกับปริมาณการโทรออก เพื่อหาปริมาณการโทรออกที่ทำให้ได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดภายใต้ข้อจำกัดของงบประมาณ นั่นคือ

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} \equiv \frac{\partial [u(q_i) - p_i q_i]}{\partial q_i} = 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial u(q_i)}{\partial q_i} - p_i = 0$$

จะได้ 
$$u'(q_i) = p_i \quad (\text{ค.5})$$

#### อุปสงค์ต่อการบริโภคสินค้า (Marshallian demand)

จากสมการ (ค.5) สามารถหาอุปสงค์ต่อการบริโภคสินค้า  $i$  หรือปริมาณการโทรออก และอุปสงค์ต่อสินค้าอื่นได้ดังนี้

- อุปสงค์ต่อสินค้า  $i$  ได้จาก (ค.5) คือ 
$$u^{-1}(q_i) = q(p_i) \quad (\text{ค.6})$$

- อุปสงค์ต่อสินค้าอื่น ซึ่งได้จากนำ (ค.5) แทนลงในสมการ (ค.3) คือ

$$q_0 = y - p_i q(p_i) - F_i \quad (\text{ค.7})$$

#### อรรถประโยชน์โดยอ้อม (Indirect Utility)

แทน Marshallian demand ที่ได้จากสมการที่ (ค.6) และ (ค.7) ลงไปในฟังก์ชันอรรถประโยชน์ (Utility function) เพื่อได้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์โดยอ้อม (Indirect utility function)

$$V = y + \theta_i + u(q(p_i)) - p_i q(p_i) - F_i \quad (\text{ค.8})$$

หรือ 
$$V = y + \theta_i + v(p_i) - F_i \quad (\text{ค.9})$$

โดยที่  $v(p_i) = u(q(p_i)) - p_i q(p_i)$  แสดงถึง ส่วนเกินที่ได้จากการโทรออก

และ 
$$\theta_i = v_0 - t|x - x_i|$$

Indirect Utility ไปสู่ Marshallian demand

$$\text{จาก Roy's Identity} \quad -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial p_i}\right)}{\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)} = q(p_i, y) \quad (\text{ค.10})$$

แก้ปัญหาคือหาอุปสงค์ต่อการโทรออก โดยใช้ Roy's Identity จากสมการ (ค.8) จะได้

$$\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial p_i}\right)}{\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)} \equiv -\frac{\partial [u(q(p_i)) - p_i q(p_i)]}{\partial p_i} \equiv -\frac{\partial v(p_i)}{\partial p_i} \equiv -v'(p_i) = q(p_i) \quad (\text{ค.11})$$

$$\text{หรือเขียนได้คือ} \quad v'(p_i) = -q(p_i) \quad (\text{ค.12})$$

## 1.2 ปัญหาผู้บริโภค ต่อการเลือกเครือข่าย

ผู้บริโภคแต่ละรายตัดสินใจสมัครเป็นสมาชิกของผู้ให้บริการเพียงเครือข่ายเดียว โดยเลือกเครือข่ายที่ทำให้ตนได้รับส่วนเกินสุทธิมากที่สุด (Net surplus) เมื่อเปรียบเทียบกับเครือข่ายอื่น จากสมการ (ค.9)  $x$  แสดงถึงคุณลักษณะของบริการหรือรสนิยมหรือความชอบ โดยที่ผู้บริโภคการกระจายตัวความความชอบนี้อยู่ในช่วงศูนย์ถึงหนึ่ง  $x_i \in [0,1]$  และผู้ผลิตอยู่ ณ ปลายเส้น  $x = \{0,1\}$  ซึ่งไม่มีใครได้เปรียบจากคุณลักษณะดังกล่าว ดังนั้นส่วนเกินที่ผู้บริโภคจะได้รับหากเลือกเป็นสมาชิกเครือข่าย  $i$  หรือ  $j$  เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\text{หากเป็นสมาชิกเครือข่าย } i \quad V_i = y + v_0 - t(1-x) + v(p_i) - F_i$$

$$\text{หากเป็นสมาชิกเครือข่าย } j \quad V_j = y + v_0 - t(0-x) + v(p_j) - F_j$$

ส่วนแบ่งตลาดที่เหมาะสมอยู่ ณ ที่ผู้บริโภคไม่รู้สึกรว่าเครือข่ายทั้งสองมีความแตกต่างกัน ศึกษาโดยใช้แนวคิดของ Hotelling(1929) หาได้จากผู้บริโภคที่มี characteristic ณ  $x_i = \alpha$  ไม่รู้สึกแตกต่างในการเข้าเป็นสมาชิกไม่ว่าจะเป็นผู้ให้บริการ  $i$  หรือ  $j$  ก็ตามนั่นคือ

$$\begin{aligned}
 & -t|0-\alpha|+v(p_i)-F_i = -t|1-\alpha|+v(p_j)-F_j \\
 \text{หรือ} & \quad t\alpha + v(p_i) - F_i = -t(1-\alpha) + v(p_j) - F_j \\
 \text{ย้ายข้างจะได้} & \quad \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2t} [v(p_i) - v(p_j) - F_i + F_j] \\
 & \quad \alpha_i = \frac{1}{2} + \sigma [v(p_i) - v(p_j) - F_i + F_j] \quad (\text{ค.13})
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ} \quad \alpha = \frac{1}{2} + \sigma(w_i - w_j) \quad (\text{ค.14})$$

โดยที่  $\sigma = \frac{1}{2t}$  หมายถึง ระดับความสามารถในการทดแทนกันของบริการระหว่าง 2 เครือข่าย  
 นั่นคือระหว่างกลุ่มผู้ให้บริการ  $i$  กับ  $j$

$w_i = v(p_i) - F_i$  แสดงถึง ส่วนเกินของผู้บริโภคที่เป็นสมาชิกเครือข่าย  $i$  ได้รับจากการ  
 ใช้บริการโทรออก หลังหักค่าสมาชิกรายเดือนแล้ว

$w_j = v(p_j) - F_j$  แสดงถึง ส่วนเกินของผู้บริโภคที่เป็นสมาชิกเครือข่าย  $j$  ได้รับจากการ  
 ใช้บริการโทรออก หลังหักค่าสมาชิกรายเดือนแล้ว

## 2. การแก้ปัญหาผู้บริโภค (เจาะจงฟังก์ชัน)

สมมติฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของการโทรออก (Utility function) ในรูป Quadratic utility function คือ

$$u(q) = q - \frac{q^2}{2} \quad (\text{ค.15})$$

โดยที่  $u'(q) > 0$  และ  $u''(q) < 0$

### 2.1 ปัญหาผู้บริโภค ต่อการเลือกปริมาณการโทรออก

แก้ปัญหาในลักษณะเดียวกับหัวข้อ 1.1 คือนำสมการอรรถประโยชน์ (ค.15) แทนลง  
 ไปในสมการ (ค.4) ได้

$$y + \theta_i + \left( q - \frac{q^2}{2} \right) - p_i q_i - F_i \quad (\text{ค.16})$$

หาอนุพันธ์ของสมการ (ค.16) เทียบกับปริมาณการโทรออกได้

$$1 - q_i - p_i = 0$$

ย้ายข้างสมการได้  $q_i = 1 - p_i$  (ค.17)

และในกรณีของผู้ให้บริการ  $j$  หาในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นได้อุปสงค์การโทรออกดังนี้

อุปสงค์ของการโทรออก ของ  $i$   $q(p_i) = 1 - p_i$  (ค.18)

ของ  $j$   $q(p_j) = 1 - p_j$  (ค.19)

ส่วนเกินที่ได้จากการโทรออกคือ

$$v(p_i) = u(q(p_i)) - p_i q(p_i) \quad (\text{ค.20})$$

แทนสมการอรรถประโยชน์ (ค.15) และสมการอุปสงค์การโทรออก (ค.16) ลงไปในสมการ (ค.20) ได้

$$\begin{aligned} v(p_i) &= (1 - p_i) - \frac{(1 - p_i)^2}{2} - p_i(1 - p_i) \\ &= (1 - p_i)^2 - \frac{(1 - p_i)^2}{2} \\ &= \frac{(1 - p_i)^2}{2} \end{aligned}$$

และในกรณีของผู้ให้บริการ  $j$  หาในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นส่วนเกินที่ได้จากการโทรออกคือ

$$v(p_i) = \frac{(1 - p_i)^2}{2} \quad (\text{ค.21})$$

และ  $v(p_j) = \frac{(1 - p_j)^2}{2}$  (ค.22)

## 2.2 ปัญหาผู้บริโภค เลือกเครือข่ายเป็นสมาชิก (ผลต่อส่วนแบ่งตลาด)

แก้ปัญหาเช่นเดียวกับกรณีไม่เจาะจงหรือจากสมการ (ค.13) แทนสมการ (ค.21) และ (ค.22) จะได้ส่วนแบ่งตลาดที่เจาะจงรูปแบบฟังก์ชันของผู้ให้บริการแต่ละรายได้ดังนี้

$$\alpha_i = \frac{1}{2} + \sigma \left[ \frac{(1-p_i)^2}{2} - \frac{(1-p_j)^2}{2} + F_j - F_i \right] \quad (\text{ค.23})$$

และ

$$\alpha_j = \frac{1}{2} + \sigma \left[ \frac{(1-p_j)^2}{2} - \frac{(1-p_i)^2}{2} + F_i - F_j \right]$$

หรือ

$$\alpha_j = 1 - \alpha_i \quad (\text{ค.24})$$