

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- | | รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. ดร.อุทัยวรรณ พงศ์อร่าม | รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ ชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนศรียาภัย อำเภอเมือง
จังหวัดชุมพร |
| 2. ดร.พิมพ์ลักษณ์ ว่องอภิวัดมนกุล | อาจารย์คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี อำเภอเมือง
จังหวัดสุราษฎร์ธานี |
| 3. นายกิตติศักดิ์ ถิ่นพันธุ์ | อาจารย์คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อำเภอเมือง
จังหวัดปัตตานี |

ภาคผนวก ข

1. ตัวอย่างชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

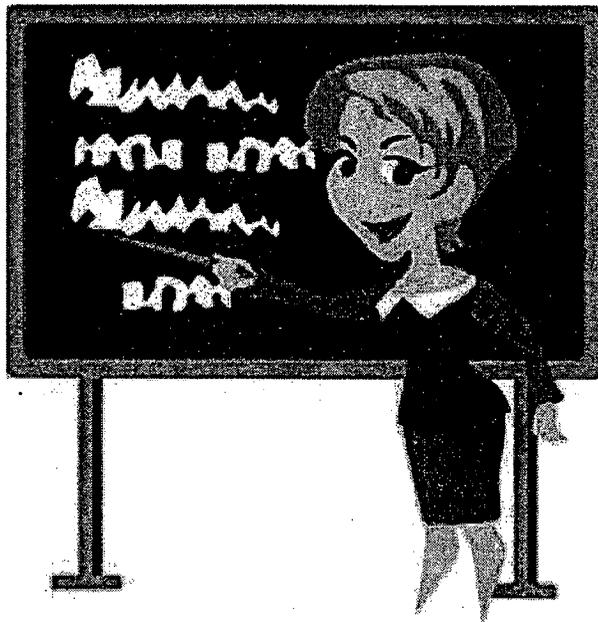
2. การหาคุณภาพของชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตัวอย่างชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และการหาคุณภาพ

คู่มือการใช้

ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สำหรับครู



วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โรงเรียนศรีयाภัย อำเภอมือง จังหวัดชุมพร

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 11

คำชี้แจง

การจัดการเรียนรู้โดยชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ใช้ชุดกิจกรรมจำนวนทั้งหมด 6 ชุดกิจกรรม ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ซึ่งในชุดกิจกรรมดังกล่าวเป็นชุดกิจกรรมที่เป็นการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและเรียนรู้จากชุดกิจกรรมนี้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีกระบวนการดังนี้ ชั้นทำความเข้าใจ การสร้างตัวแทน การวางแผน การดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจคำตอบ ซึ่งในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีชุดกิจกรรม 6 ชุดกิจกรรม ดังนี้

- ชุดที่ 1 ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับจำนวน
- ชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอายุ
- ชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วน
- ชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอัตราเร็ว
- ชุดที่ 6 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ

มาตรฐาน /ผลการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด / จุดประสงค์การเรียนรู้

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้ง ตระหนัก ถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
2. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการ เท่ากันได้
2. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ตัวแทนโดยการวาดภาพได้
3. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับ จำนวนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางได้
4. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอายุโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรได้
5. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพได้
6. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอัตราเร็วโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพหรือการเขียนเหตุการณ์จำลองสถานการณ์ได้
7. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ โดยใช้การสร้างตัวแทนที่หลากหลายได้

การวัดและประเมินผล

1. ประเมินจากใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำระหว่างเรียนในแต่ละชุดกิจกรรม
2. ประเมินจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

เกณฑ์การประเมินกิจกรรมและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน มีดังนี้

1. ชื่นทำความเข้าใจในปัญหา
 - 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
 - 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
 - 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาดี

2. **ขั้นสร้างตัวแทน**
 - 0 หมายถึง ไม่สร้างตัวแทนในการแก้ปัญหาเลย
 - 1 หมายถึง แสดงความพยายามในการสร้างตัวแทนหรือสร้างตัวแทนได้ไม่สมบูรณ์
 - 2 หมายถึง สร้างตัวแทนของปัญหาได้สมบูรณ์
3. **ขั้นของการวางแผน**
 - 0 หมายถึง ไม่พยายามหรือวางแผนได้ไม่สมบูรณ์ทั้งหมด
 - 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
 - 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
4. **ขั้นการดำเนินการ**
 - 0 หมายถึง ไม่ตอบหรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
 - 1 หมายถึง คำวนผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
 - 2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูก
5. **ขั้นตรวจคำตอบ**
 - 0 หมายถึง ไม่ตรวจสอบคำตอบ
 - 1 หมายถึง แนวทางในการตรวจคำตอบไม่เหมาะสม
 - 2 หมายถึง ตรวจคำตอบและใช้วิธีการที่เหมาะสม

เวลาที่ใช้ จำนวน 12 คาบ ประกอบด้วย

ชุดที่ 1 ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2 คาบ
ชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	2 คาบ
ชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ	2 คาบ
ชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วน	2 คาบ
ชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	2 คาบ
ชุดที่ 6 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ	2 คาบ
สอบก่อนเรียน 10 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 100 คะแนน	เวลา 90 นาที
สอบหลังเรียน 10 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 100 คะแนน	เวลา 90 นาที

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556
 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ จำนวน 2 คาบ

มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด / จุดประสงค์การเรียนรู้

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ ความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้ง ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
2. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรได้

สาระสำคัญ

กระบวนการแก้ปัญหาโดยการใช้อย่างตัวแทน

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นของการวิเคราะห์ปัญหาซึ่งเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้ได้ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ถาม

2. **ขั้นการสร้างตัวแทน** เป็นขั้นตอนของการเขียนภาพ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) และการเขียนภาพจำลองเหตุการณ์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. **ขั้นการวางแผน** เป็นขั้นของการหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

4. **ขั้นดำเนินการตามแผน** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่ได้วางแผนได้

5. **ขั้นตรวจคำตอบ** เป็นขั้นของการตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน (Representation): การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร)

ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มักมีการกำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทน จำนวนที่เราไม่ทราบค่า เช่น เราอาจกำหนดในสิ่งที่เราไม่ทราบค่านั้นด้วยรูปภาพ หรือตัวแปร ต่างๆ ดังนี้

จงเขียนสัญลักษณ์ (ตัวแปร) แทนประโยคภาษาที่เกี่ยวข้องของกับอายุ ดังนี้ เมื่อกำหนดให้ x แทนอายุในปัจจุบัน

ข้อความ/ประโยคภาษา	สัญลักษณ์ (ตัวแปร)
1. ปีติแก่กว่าก้อย 3 ปี ก้อยอ่อนกว่าก้อย 4 ปี	ปัจจุบันก้อยมีอายุ x ปี ปีติมีอายุ $x+3$ปี ก้อยมีอายุ $x-4$ปี
2. อายุอีก 10 ปีข้างหน้าของพ่อ อายุเมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อ	ปัจจุบันพ่อมีอายุ y ปี อีก 10 ปีข้างหน้าพ่อมีอายุ..... $y+10$ปี เมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อ คือ..... $y-7$ ปี

ข้อความ/ประโยคภาษา	สัญลักษณ์ (ตัวแปร)
3. พ่อมีอายุเป็นสามเท่าของบุตร	บุตรมีอายุ x ปี พ่อมีอายุ $.....3x.....$ ปี
4. ปัจจุบันกุ่มมีอายุเป็นสองเท่าของก้อย	ปัจจุบัน ก้อยมีอายุ..... xปี กุ่มมีอายุ $.....2x.....$ ปี อีก 3 ปีข้างหน้า ก้อยมีอายุ..... $x+3$ปี กุ่มมีอายุ $.....2x+3.....$ ปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ก้อยมีอายุ..... $x-10$ปี กุ่มมีอายุ $.....2x-10.....$ ปี
5. แดงมีอายุมากกว่าดำ 10 ปี	ปัจจุบัน ดำมีอายุ $.....x.....$ ปี แดงมีอายุ $.....x+10.....$ ปี อีก 3 ปีข้างหน้า ดำมีอายุ $.....x+3.....$ ปี แดงมีอายุ $.....(x+10)+3.....$ ปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ดำมีอายุ $.....x-10.....$ ปี แดงมีอายุ $.....(x+10)-10.....$ ปี

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอายุ

โจทย์สมการที่เกี่ยวข้องกับอายุ เป็นโจทย์ที่เกี่ยวข้องของอายุ ที่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะต่างๆ และมีความสัมพันธ์กับ เวลาในอดีต เวลาปัจจุบัน และเวลาในอนาคต

ตัวอย่างที่ 1 ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร อีก 10 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุครบ 61 ปีพอดี อยากทราบว่าปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

วิธีทำ

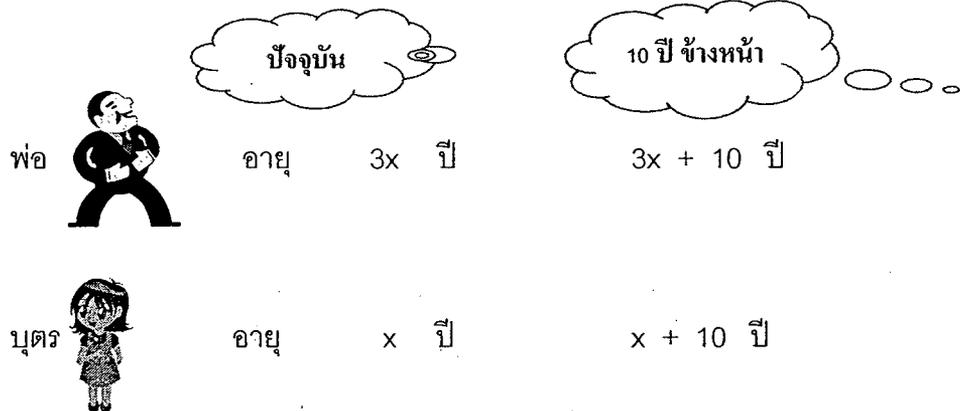
1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันพ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร

อีก 10 ปีข้างหน้าพ่อจะมีอายุครบ 61 ปีพอดี

2. การสร้างตัวแทน



กำหนดให้ปัจจุบัน อายุของบุตร แทนด้วย x ปี

ดังนั้น พ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของบุตร แทนด้วย $3x$ ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก โจทย์กำหนดว่าอีก 10 ปีข้างหน้า พ่อจะมีอายุครบ 61 ปี

แต่อีก 10 ปี พ่อจะมีอายุเป็น $3x + 10$ ปี

สมการที่ได้ก็คือ $3x + 10 = 61$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $3x + 10 = 61$

นำ -10 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $3x + 10 + (-10) = 61 + (-10)$

$$3x = 51$$

นำ $\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{3} \times (3x) = \frac{1}{3} \times 51$

$$x = 17$$

นั่นคือ ปัจจุบันบุตรมีอายุ 17 ปี

5. **ชั้นตรวจคำตอบ**

$$\begin{array}{l} \text{ปัจจุบัน บุตรมีอายุ} \qquad \qquad \qquad 17 \quad \text{ปี} \\ \text{พ่อ มีอายุเป็น 3 เท่าของบุตร} \qquad \qquad 3 \times 17 = 51 \quad \text{ปี} \\ \text{ดังนั้น อีก 10 ปี ข้างหน้า พ่อจะมีอายุ} \quad 51 + 10 = 61 \quad \text{ปี} \\ \text{(ซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดว่า อีก 10 ปีข้างหน้า พ่อจะมีอายุครบ 61 ปี)} \end{array}$$

สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวที่เกี่ยวข้องกับอายุโดยใช้ตารางหรือตัวแปร

กิจกรรมการเรียนรู้**ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. ครูทบทวนกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทนซึ่งมี 5 ขั้นตอน ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการสร้างตัวแทน ขั้นการวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจคำตอบ

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับอายุในตัวอย่างที่ 1 “ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร อีก 10 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุครบ 61 ปีพอดี อยากทราบว่าปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี” แล้วให้นักเรียนสร้างตัวแทนแบบตาราง โดยในขั้นทบทวนบทเรียนนี้ให้นักเรียนเขียนเพียงขั้นสร้างตัวแทน เพื่อประหยัดเวลาโดยครูพยายามถามถึงแนวคิดในการสร้างตัวแทนแบบตารางของนักเรียนและแนะนำให้เพื่อนๆในห้องทราบ เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดกัน ยกตัวอย่างเช่น

อายุปัจจุบัน		อายุอีก 10 ปีข้างหน้า	
บิดา	บุตร	บิดา	บุตร
51	17	61	27

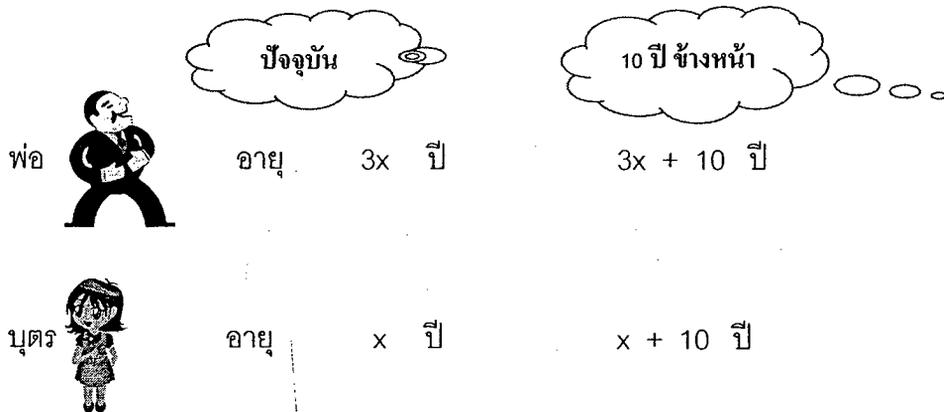
ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3. จากกิจกรรมในขั้นทบทวนบทเรียนครูได้อธิบายลักษณะโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับอายุ และได้ทบทวนการใช้ตัวแทนแบบตารางไปแล้ว ในขั้นตอนต่อไปครูจึงอธิบายการใช้ตัวแทนประเภทต่อไป คือการใช้ตัวแทนแบบตัวแปร ซึ่งนักเรียนได้เคยเรียนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการใช้สมการที่มีตัวแปรมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 ในใบกิจกรรม 3.1 “ปัจจุบันพ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร อีก 10 ปีข้างหน้า พ่อจะมีอายุครบ 61 ปีพอดี จงหาว่าปัจจุบันบุตร

มีอายุกี่ปี” และให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ ตามกระบวนการแก้ปัญหโดยการใช้ตัวแทนแบบตัวแปร

4. ครูและนักเรียนร่วมอภิปรายว่า สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีอะไรบ้าง

5. ในขั้นการสร้างตัวแทน ครูพยายามแยกแยะประเด็นให้นักเรียนเห็นว่าโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ เป็นปัญหาที่มักจะกล่าวถึงความสัมพันธ์ของอายุในแต่ละช่วงเวลา ดังนั้น ในการสร้างตัวแทน เราจึงใช้ตัวแทนแบบตัวแปรเชื่อมโยงในแต่ละช่วงเวลา ดังนี้



6. ในขั้นการวางแผนก็เป็นไปในทำนองเดียวกันกับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน คือนำสิ่งที่โจทย์ให้มา เชื่อมโยงกับการใช้ตัวแทนเพื่อให้ได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยปัญหาในข้อนี้ เนื่องจากโจทย์กำหนดว่าอีก 10 ปีข้างหน้าพ่อจะมีอายุครบ 61 ปี ซึ่งจากการสร้างตัวแทนเราจะได้ว่า อีก 10 ปีข้างหน้าพ่อจะมีอายุ $3x + 10 = 61$

7. ในขั้นการดำเนินการตามแผน เมื่อเราได้สมการจากขั้นตอนที่ 3 เราจึงทำการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรและเราสามารถสรุปเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

8. ครูอธิบายว่าเมื่อนักเรียนได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ เราจึงทำการตรวจคำตอบเพื่อตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 4 ว่าถูกต้องหรือไม่ อย่างไร

9. ครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจตรงกันว่าในชุดกิจกรรมชุดที่ 3 นี้ เราสามารถใช้ตัวแทนในการทำกิจกรรม 2 แบบ คือ แบบตาราง (ซึ่งเรียนรู้ในชุดกิจกรรมที่ 2) และแบบตัวแปร เพื่อเป็นการฝึกความชำนาญเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนแบบตัวแปร ในใบกิจกรรมที่ 3.1 จึงให้นักเรียนใช้ตัวแทนแบบใช้ตัวแปร ส่วนในใบกิจกรรมที่ 3.2 นักเรียนจะใช้ตัวแทนแบบตารางหรือแบบตัวแปรก็ได้

10. ครูให้นักเรียนฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ โดยการให้นักเรียนฝึกปัญหาที่ 1 ในใบกิจกรรม 3.1 ไปพร้อมๆกัน และร่วมอภิปรายผลที่ได้พร้อมกับเพื่อนนักเรียนและครู

11. เมื่อนักเรียนฝึกปัญหาที่ 1 ในใบกิจกรรม 3.1 เสร็จแล้ว ครูเฉลยขั้นตอนพร้อมร่วมอภิปรายผล ถึงคำตอบที่ได้ไปพร้อมๆกับนักเรียน

12. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มทำกิจกรรม 3.1 ในส่วนของปัญหาที่ 2 และปัญหาที่ 3 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม และช่วยกันระดมความคิดเพื่อทำกิจกรรม

13. ครูแจกใบกิจกรรม 3.2 ให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหา แต่ถ้านักเรียนทำไม่เสร็จ ให้นักเรียนทำเป็นการบ้านต่อไป

ขั้นสรุป

14. ครูและนักเรียนขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาโดยการใช้ตัวแทน ว่ามีอะไรบ้าง

15. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตัวแทนแบบต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้

ชุดกิจกรรมที่ เรื่อง 3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ

1. ใบกิจกรรมที่ 3.1 การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (1)

2. ใบกิจกรรมที่ 3.2 การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (2)

หลักฐานหรือร่องรอยของการเรียนรู้/การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรได้	ใบกิจกรรมที่ 3.1 การใช้ตัวแทน : การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (1)	เติมคำตอบได้ถูกต้องได้ช่องละ 1 คะแนน รวม 15 คะแนน
	ใบกิจกรรมที่ 3.2 การใช้ตัวแทน: การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (2)	เกณฑ์การให้คะแนนตามกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน จำนวน 3 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 30 คะแนน
		เกณฑ์การให้คะแนนตามกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 40 คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนตามกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน

1. **ขั้นทำความเข้าใจในปัญหา**
 - 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
 - 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
 - 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาดี
2. **ขั้นสร้างตัวแทน**
 - 0 หมายถึง ไม่สร้างตัวแทนในการแก้ปัญหาเลย
 - 1 หมายถึง แสดงความพยายามในการสร้างตัวแทนหรือสร้างตัวแทนได้ไม่สมบูรณ์
 - 2 หมายถึง สร้างตัวแทนของปัญหาได้สมบูรณ์
3. **ขั้นของการวางแผน**
 - 0 หมายถึง ไม่พยายามหรือวางแผนได้ไม่สมบูรณ์ทั้งหมด
 - 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
 - 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
4. **ขั้นการดำเนินการ**
 - 0 หมายถึง ไม่ตอบหรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
 - 1 หมายถึง คำนวณผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
 - 2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูก
5. **ขั้นตรวจคำตอบ**
 - 0 หมายถึง ไม่ตรวจสอบคำตอบ
 - 1 หมายถึง แนวทางในการตรวจคำตอบไม่เหมาะสม
 - 2 หมายถึง ตรวจคำตอบและใช้วิธีการที่เหมาะสม

บันทึกหลังการเรียนการสอน**1. ผลที่เกิดจากการเรียนรู้**

.....

.....

.....

2. ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวสุจิตรา บุญรอด)

ผู้สอน

วัน/เดือน/ปี.....

คู่มือการใช้

ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โรงเรียนศรีयाภย อำเภอมือง จังหวัดชุมพร

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 11

คำชี้แจง

การจัดการเรียนรู้โดยชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ใช้ชุดกิจกรรมจำนวนทั้งหมด 6 ชุดกิจกรรม ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ซึ่งในชุดกิจกรรมดังกล่าวเป็นชุดกิจกรรมที่เป็นการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและเรียนรู้จากชุดกิจกรรมนี้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีกระบวนการดังนี้ ชั้นทำความเข้าใจ การสร้างตัวแทน การวางแผน การดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจคำตอบ ซึ่งในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีชุดกิจกรรม 6 ชุดกิจกรรม ดังนี้

- ชุดที่ 1 ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับจำนวน
- ชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอายุ
- ชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วน
- ชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอัตราเร็ว
- ชุดที่ 6 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ

มาตรฐาน /ผลการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด / จุดประสงค์การเรียนรู้

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค.4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค.6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้ง ตระหนัก ถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
2. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้
2. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ตัวแทนโดยการวาดภาพได้
3. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางได้
4. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอายุโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรได้
5. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพได้
6. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอัตราเร็วโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพหรือการเขียนเหตุการณ์จำลองสถานการณ์ได้
7. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ โดยใช้การสร้างตัวแทนที่หลากหลายได้

การวัดและประเมินผล

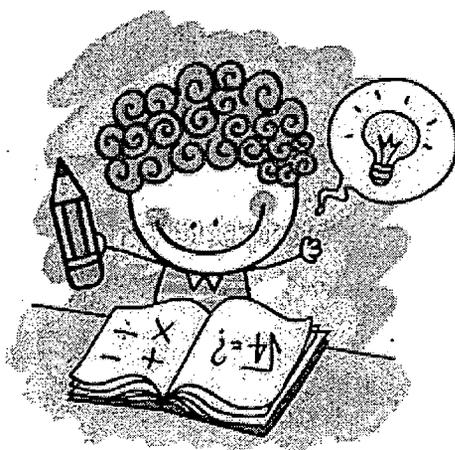
1. ประเมินจากใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำระหว่างเรียนในแต่ละชุดกิจกรรม
2. ประเมินจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

เวลาที่ใช้ จำนวน 12 คาบ ประกอบด้วย

ชุดที่ 1 ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2 คาบ
ชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	2 คาบ
ชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ	2 คาบ
ชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วน	2 คาบ
ชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	2 คาบ
ชุดที่ 6 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบบอื่นๆ	2 คาบ
สอบก่อนเรียน 10 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 100 คะแนน	เวลา 90 นาที
สอบหลังเรียน 10 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 100 คะแนน	เวลา 90 นาที

ชุดกิจกรรม เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

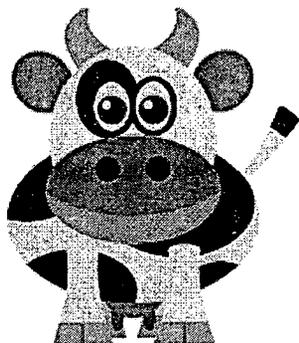
ชุดกิจกรรม ชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นเกี่ยวกับอายุ
 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คุณครูสุจิตรา บุณรอด
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนศรีวิทยาภัย จังหวัดชุมพร

ใบกิจกรรมที่ 3.1



การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (1)



- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ หมายถึงโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่เกี่ยวกับอายุ ความสัมพันธ์อายุของบุคคล ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกันกับช่วงเวลา ตามที่โจทย์กำหนด.
- การใช้ตัวแทนโดยการใช้ตัวแปร เป็นการแทนปัญหาออกมาในรูปของการสร้างตัวแปรเพื่อแทนค่าสิ่งที่เราไม่ทราบค่า

กิจกรรมที่ 1



จงเขียนสัญลักษณ์ (ตัวแปร) แทนประโยคภาษาที่เกี่ยวข้องกับอายุ ดังนี้
เมื่อกำหนดให้ x แทนอายุในปัจจุบัน

ข้อความ/ประโยคภาษา	สัญลักษณ์ (ตัวแปร)
1. ปีติแก่กว่าก้อย 3 ปี กุ่ม่อ่อนกว่าก้อย 4 ปี	ปัจจุบันก้อยมีอายุ x ปี ปีติมีอายุปี กุ่ม่อ่อนมีอายุปี
2. อายุอีก 10 ปีข้างหน้าของพ่อ อายุเมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อ	ปัจจุบันพ่อมีอายุ y ปี อีก 10 ปีข้างหน้าพ่อมีอายุ.....ปี เมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อ คือ..... ปี
3. พ่อมีอายุเป็นสามเท่าของบุตร	บุตรมีอายุ x ปี พ่อมีอายุปี
4. ปัจจุบันกุ่ม่อ่อนมีอายุเป็นสองเท่าของก้อย	ปัจจุบัน ก้อยมีอายุ..... xปี กุ่ม่อ่อนมีอายุปี อีก 3 ปีข้างหน้า ก้อยมีอายุ.....ปี กุ่ม่อ่อนมีอายุปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ก้อยมีอายุ.....ปี กุ่ม่อ่อนมีอายุปี
5. แดงมีอายุมากกว่าดำ 10 ปี	ปัจจุบัน ดำมีอายุ xปี แดงมีอายุปี อีก 3 ปีข้างหน้า ดำมีอายุปี แดงมีอายุปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ดำมีอายุปี แดงมีอายุปี



จงเขียนสัญลักษณ์ (ตัวแปร) แทนประโยคภาษาที่เกี่ยวข้องกับอายุ ดังนี้ เมื่อกำหนดให้ x แทนอายุในปัจจุบัน

ข้อความ/ประโยคภาษา	สัญลักษณ์ (ตัวแปร)
1. ปีติแก่กว่าก้อย 3 ปี กุ่ม่อ่อนกว่าก้อย 4 ปี	ปัจจุบันก้อยมีอายุ x ปี ปีติมีอายุ $x+3$ปี กุ่ม่อ่อนมีอายุ $x-4$ปี
2. อายุอีก 10 ปีข้างหน้าของพ่อ อายุเมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อ	ปัจจุบันพ่อบมีอายุ y ปี อีก 10 ปีข้างหน้าพ่อบมีอายุ..... $y+10$ปี เมื่อ 7 ปีที่แล้วของพ่อบ คือ..... $y-7$ ปี
3. พ่อบมีอายุเป็นสามเท่าของบุตร	บุตรมีอายุ x ปี พ่อบมีอายุ $3x$ปี
4. ปัจจุบันกุ่ม่อ่อนมีอายุเป็นสองเท่าของก้อย	ปัจจุบัน ก้อยมีอายุ..... xปี กุ่ม่อ่อนมีอายุ $2x$ปี อีก 3 ปีข้างหน้า ก้อยมีอายุ..... $x+3$ปี กุ่ม่อ่อนมีอายุ $2x+3$ปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ก้อยมีอายุ..... $x-10$ปี กุ่ม่อ่อนมีอายุ $2x-10$ปี
5. แดงมีอายุมากกว่าดำ 10 ปี	ปัจจุบัน ดำมีอายุ xปี แดงมีอายุ $x+10$ปี อีก 3 ปีข้างหน้า ดำมีอายุ $x+3$ปี แดงมีอายุ $(x+10)+3$ปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว ดำมีอายุ $x-10$ปี แดงมีอายุ $(x+10)-10$ปี



ตัวอย่างที่ 1

ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุนุตร อีก 10 ปีข้างหน้า บิดามีอายุครบ 61 ปีพอดี
จงหาว่าปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

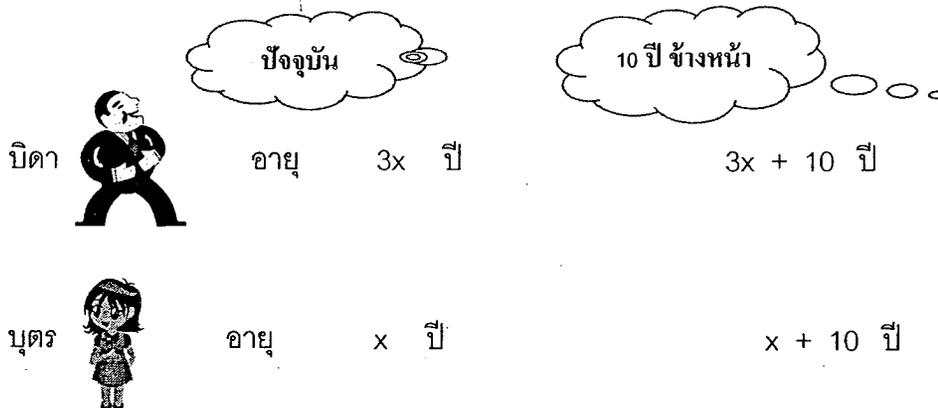
วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุนุตร
อีก 10 ปีข้างหน้าบิดามีอายุครบ 61 ปีพอดี

2. การสร้างตัวแทน



กำหนดให้ปัจจุบัน อายุของบุตร แทนด้วย x ปี
 ดังนั้น บิดามีอายุเป็น 3 เท่าของบุตร แทนด้วย $3x$ ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก โจทย์กำหนดว่าอีก 10 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุครบ 61 ปี
 แต่อีก 10 ปี บิดาจะมีอายุเป็น $3x + 10$ ปี
 สมการที่ได้ก็คือ $3x + 10 = 61$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $3x + 10 = 61$

นำ -10 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $3x + 10 + (-10) = 61 + (-10)$

$$3x = 51$$

นำ $\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{3} \times (3x) = \frac{1}{3} \times 51$

$$x = 17$$

นั่นคือ ปัจจุบันบุตรมีอายุ 17 ปี

5. ขั้นตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน บุตรมีอายุ 17 ปี

บิดามีอายุเป็น 3 เท่าของบุตร $3 \times 17 = 51$ ปี

ดังนั้น อีก 10 ปีข้างหน้า พ่อจะมีอายุ $51 + 10 = 61$ ปี

(ซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดว่า อีก 10 ปีข้างหน้า พ่อจะมีอายุครบ 61 ปี)



ปัญหาที่ 1

เมื่อ 6 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในสี่ของอายุบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 13 ปี จงหาอายุของบิดาในปัจจุบัน และในอีก 23 ปีข้างหน้า

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหาที่ 2

ถ้าปัจจุบันหนูเด็กมีอายุเป็นสี่เท่าของหนูหน่อย อีก 6 ปีข้างหน้าหนูเด็กมีอายุเป็นสองเท่าของหนูหน่อย แล้วปัจจุบันหนูเด็กอายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....



ปัญหาที่ 3

ปัจจุบัน เต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ยต่ออายุของเต๋าเป็น 5 : 4 ปัจจุบันเต๋ยและเต๋อายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยปัญหาที่ 1

เมื่อ 6 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในสี่ของอายุบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 13 ปี
จงหาอายุของบิดาในปัจจุบัน และในอีก 23 ปีข้างหน้า

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันและในอีก 23 ปี ข้างหน้า บิดามีอายุกี่ปี

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ 6 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในสี่ของอายุบิดา

และปัจจุบันบุตรมีอายุ 13 ปี

2. การสร้างตัวแทน

6 ปีที่แล้ว

ปัจจุบัน
ข้างหน้า

พ่อ



อายุ $x-6$ ปี

x ปี

บุตร



อายุ $\frac{1}{4}(x-6)$ ปี

$\frac{1}{4}(x-6) + 6$ ปี

กำหนดให้ ปัจจุบัน อายุของบิดา

แทนด้วย x ปี

นั่นคือ 6 ปีที่แล้ว บิดาอายุ $x-6$ ปี

ดังนั้น เมื่อ 6 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในสี่ของอายุบิดา แทนด้วย $3x$ ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก โจทย์กำหนดว่าเมื่อ 6 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในสี่ของอายุบิดา

นั่นคือ 6 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็น $\frac{1}{4}(x-6)$ ปี

ดังนั้นปัจจุบัน บุตรอายุ $\frac{1}{4}(x-6) + 6$ ปี

แต่ปัจจุบันบุตรอายุ 13 ปี

สมการที่ได้ก็คือ $\frac{1}{4}(x-6) + 6 = 13$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $\frac{1}{4}(x-6) + 6 = 13$

นำ -6 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{4}(x-6) + 6 + (-6) = 13 + (-6)$

$$\frac{1}{4}(x-6) = 7$$

นำ 4 คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $4 \times \frac{1}{4}(x-6) = 4 \times 7$

$$x-6 = 28$$

นำ 6 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$x-6 + 6 = 28 + 6$$

$$x = 34$$

นั่นคือ ปัจจุบันบิดามีอายุ 34 ปี และอีก 23 ปีข้างหน้า บิดาอายุ 57 ปี



เฉลยปัญหาที่ 2

ถ้าปัจจุบันหนูเล็กมีอายุเป็นสี่เท่าของหนูน้อย อีก 6 ปีข้างหน้าหนูเล็กมีอายุเป็นสองเท่าของหนูน้อย แล้วปัจจุบันหนูเล็กอายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันหนูเล็กอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันหนูเล็กมีอายุเป็นสี่เท่าของหนูน้อย

และอีก 6 ปีข้างหน้าหนูเล็กมีอายุเป็นสองเท่าของหนูน้อย

2. การสร้างตัวแทน

		ปัจจุบัน		6 ปีข้างหน้า
หนูเล็ก		อายุ	$4x$	ปี
				$4x+6$ ปี
หนูน้อย		อายุ	x	ปี
				$x+6$ ปี

กำหนดให้ปัจจุบัน อายุของหนูน้อย	แทนด้วย	x	ปี
อายุของหนูเล็ก	แทนด้วย	$4x$	ปี
นั่นคือ 6 ปี ข้างหน้า อายุของหนูน้อย	แทนด้วย	$x+6$	ปี
อายุของหนูเล็ก	แทนด้วย	$4x+6$	ปี

3. การวางแผน

กำหนดให้ปัจจุบัน อายุของหนูน้อย แทนด้วย x ปี

อายุของหนูเล็ก แทนด้วย $4x$ ปี

นั่นคือ 6 ปี ข้างหน้า อายุของหนูน้อย แทนด้วย $x+6$ ปี

อายุของหนูเล็ก แทนด้วย $4x+6$ ปี

ซึ่งโจทย์กำหนดว่า 6 ปี ข้างหน้า หนูเล็กมีอายุเป็นสองเท่าของหนูน้อย

ดังนั้นสมการที่ได้ก็คือ $4x+6 = 2(x+6)$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $4x+6 = 2(x+6)$

$$4x+6 = 2x+12$$

$$4x-2x = 12-6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

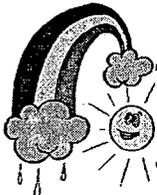
ดังนั้นหนูน้อยอายุ 3 ปี และหนูเล็กอายุ $4 \times 3 = 12$ ปี

5. ตรวจสอบคำตอบ

ปัจจุบัน หนูน้อยอายุ 3 ปี และหนูเล็กอายุ 12 ปี

อีก 6 ปีข้างหน้า หนูน้อยอายุ 9 ปี และหนูเล็กอายุ 18 ปี

ซึ่งอีก 6 ปี ข้างหน้า หนูเล็กอายุเป็นสองเท่าของหนูน้อยตามที่โจทย์กำหนดนั่นเอง



เฉลยปัญหาที่ 3

ถ้าปัจจุบันเต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ยมต่่ออายุของเต๋าเป็น 5 : 4 แล้วปัจจุบันเต๋ยมและเต๋าอายุเท่าไร

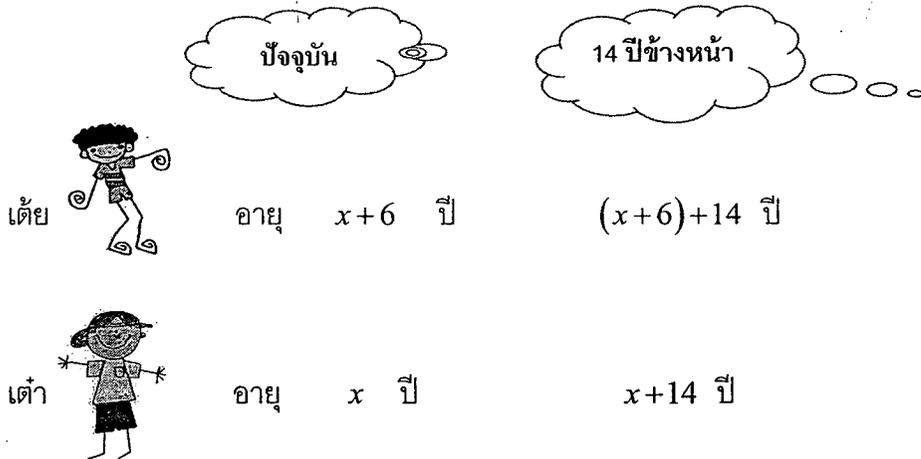
วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันเต๋ยมและเต๋าอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบัน เต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี
และถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ยมต่่ออายุของ เต๋าเป็น 5 : 4

2. การสร้างตัวแทน



กำหนดให้ปัจจุบัน	อายุของเต๋ยม	แทนด้วย	$x+6$	ปี
	อายุของเต๋า	แทนด้วย	x	ปี
	นั่นคือ 14 ปี ข้างหน้า	อายุของเต๋ยม	$(x+6)+14$	ปี
	อายุของเต๋า	แทนด้วย	$x+14$	ปี

อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต้าเป็น 5 : 4

นั่นคือ $[(x+6)+14]:[x+14] = 5:4$

จะได้สมการ $\frac{(x+6)+14}{x+14} = \frac{5}{4}$

3. การวางแผน

อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต้าเป็น 5 : 4

นั่นคือ $[(x+6)+14]:[x+14] = 5:4$

จะได้สมการ $\frac{(x+6)+14}{x+14} = \frac{5}{4}$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $\frac{(x+6)+14}{x+14} = \frac{5}{4}$

$$\frac{x+20}{x+14} = \frac{5}{4}$$

$$4(x+20) = 5(x+14)$$

$$4x+80 = 5x+70$$

$$80-70 = 5x-4x$$

$$10 = x$$

$$x = 10$$

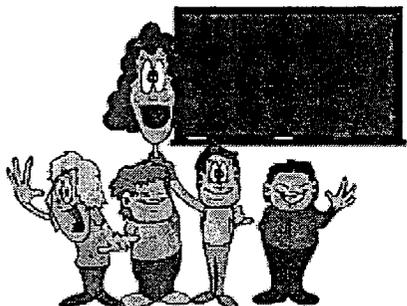
ดังนั้นปัจจุบันเต้าอายุ 10 ปี และเด็ยอายุ 16 ปี

5. ตรวจสอบคำตอบ

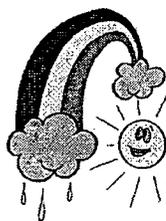
ปัจจุบัน เต้าอายุ 10 ปี และเด็ยอายุ 16 ปี

อีก 14 ปีข้างหน้า เด็ยอายุ 30 ปี และเต้าอายุ 24 ปี ซึ่งอัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต้า คือ $30:24 = 5:4$ ซึ่งสอดคล้องตามโจทย์กำหนด

ใบกิจกรรมที่ 3.2



การใช้ตัวแทนในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ (2)



ปัญหาที่ 1

ปัจจุบัน เต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ยต่ออายุของเต๋าเป็น 5 : 4 ปัจจุบันเต๋ยและเต๋ยาอายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหาที่ 2

ปัจจุบันบิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของบุตร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ^๕ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหาที่ 3

ปัจจุบันอายุของอาร์มกับโอมมีอัตราส่วนเป็น 2 : 3 เมื่อ 6 ปีที่แล้วอายุของอาร์มกับโอมมีอัตราส่วนเป็น 3 : 5 อยากทราบว่า ปัจจุบันอาร์มอายุกี่ปี

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

5. ชั้นตรวจคำตอบ



ปัญหาที่ 4

อุดมอายุมากกว่าอุบล 10 ปี อีก 8 ปีข้างหน้า อายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี
จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยปัญหาที่ 1

โดยใช้ตัวแทนแบบตัวแปร

ปัจจุบัน เต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ย ต่ออายุของเต๋าเป็น 5 : 4 ปัจจุบันเต๋ยและเต๋าอายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันเต๋ยและเต๋าอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบัน เต๋ยมียุมากกว่าเต๋า 6 ปี

และถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเต๋ย

ต่ออายุของ เต๋าเป็น 5 : 4

2. การสร้างตัวแทน

	ปัจจุบัน	14 ปีข้างหน้า
เต๋ย	อายุ $x+6$ ปี	$(x+6)+14$ ปี
เต๋า	อายุ x ปี	$x+14$ ปี
กำหนดให้ปัจจุบัน	อายุของเต๋ย	แทนด้วย $x+6$ ปี
	อายุของเต๋า	แทนด้วย x ปี
นั่นคือ 14 ปี	ข้างหน้า อายุของเต๋ย	แทนด้วย $(x+6)+14$ ปี
	อายุของเต๋า	แทนด้วย $x+14$ ปี

3. การวางแผน

อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต้าเป็น 5 : 4

นั่นคือ $[(x+6)+14]:[x+14] = 5:4$

จะได้สมการ $\frac{(x+6)+14}{x+14} = \frac{5}{4}$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ $\frac{(x+6)+14}{x+14} = \frac{5}{4}$

$$\frac{x+20}{x+14} = \frac{5}{4}$$

$$4(x+20) = 5(x+14)$$

$$4x+80 = 5x+70$$

$$80-70 = 5x-4x$$

$$10 = x$$

$$x = 10$$

ดังนั้นปัจจุบันเต้าอายุ 10 ปี และเด็ยอายุ 16 ปี

5. ขั้นตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน เต้าอายุ 10 ปี และเด็ยอายุ 16 ปี

อีก 14 ปีข้างหน้า เด็ยอายุ 30 ปี และเต้าอายุ 24 ปี ซึ่งอัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต้า คือ $30:24 = 5:4$ ซึ่งสอดคล้องตามโจทย์กำหนด



เฉลยปัญหาที่ 2

โดยใช้ตัวแทนแบบตัวแปร

ปัจจุบันบิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของบุตร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ อีก 2 ปีข้างหน้า บิดามีอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันบิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี
เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร

2. การสร้างตัวแทน

6 ปีที่แล้ว

ปัจจุบัน

บิดา	$(x+33)-6$ ปี	บิดา	$x+33$ ปี
อายุ	$x-6$ ปี	บุตร	x ปี
กำหนดให้ ปัจจุบัน อายุของบุตร		แทนด้วย	x ปี
ดังนั้น บิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี		แทนด้วย	$x+33$ ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก ปัจจุบัน อายุของบุตร	แทนด้วย	x ปี
และอายุของบิดา	แทนด้วย	$x+33$ ปี
ดังนั้น 6 ปีที่แล้ว อายุของบุตร	แทนด้วย	$x-6$ ปี
และอายุของบิดา	แทนด้วย	$(x+33)-6$ ปี
เนื่องจากเมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร		
ดังนั้น จะได้ว่า		$(x+33)-6=12(x-6)$
นั่นคือ จะได้สมการ		$x+27=12(x-6)$

4. การดำเนินการตามแผน

$$\text{จากสมการ} \quad x + 27 = 12(x - 6)$$

$$x + 27 = 12x - 72$$

$$27 + 72 = 12x - x$$

$$99 = 11x$$

$$9 = x$$

นั่นคือ ปัจจุบันบุตรอายุ 9 ปี และ บิดาอายุ $9 + 33 = 42$ ปี

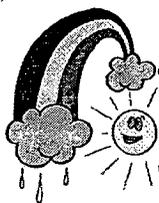
ดังนั้น อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาอายุ $42 + 2 = 44$ ปี

5. ชั้นตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน บิดาอายุ 42 ปี บุตรอายุ 9 ปี

6 ปีที่แล้ว บิดาอายุ 36 ปี บุตรอายุ 3 ปี

จะได้ว่า เมื่อ 6 ปีที่แล้ว บิดาอายุเป็น 12 เท่าของบุตร



เฉลยปัญหาที่ 3

โดยใช้ตัวแทนแบบตัวแปร

ปัจจุบันอายุของอาร์มกับโอมมีอัตราส่วนเป็น 2 : 3 เมื่อ 6 ปีที่แล้วอายุของอาร์มกับโอมมีอัตราส่วนเป็น 3 : 5 อยากทราบว่า ปัจจุบันอาร์มอายุกี่ปี

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันอาร์มอายุกี่ปี

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันอายุของอาร์มกับโอมมีอัตราส่วนเป็น 2 : 3

เมื่อ 6 ปีที่แล้วอายุของอาร์มกับโอม มีอัตราส่วนเป็น 3 : 5

2. การสร้างตัวแทน

6 ปีที่แล้ว

อาร์ม	$2x-6$	ปี
โอม	$3x-6$	ปี

ปัจจุบัน

อาร์ม	$2x$	ปี
โอม	$3x$	ปี

กำหนดให้ ปัจจุบัน อายุของอาร์ม	แทนด้วย	$2x$	ปี
ดังนั้น อายุของโอม	แทนด้วย	$3x$	ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก โจทย์กำหนดว่า เมื่อ 6 ปีที่แล้วอายุของอาร์มกับโอม มีอัตราส่วนเป็น 3 : 5

จะได้ว่า
$$\frac{2x-6}{3x-6} = \frac{3}{5}$$

ดังนั้นจะได้สมการว่า
$$5(2x-6) = 3(3x-6)$$

4. การดำเนินการตามแผน

$$\text{จากสมการ} \quad 5(2x-6) = 3(3x-6)$$

$$10x-30 = 9x-18$$

$$10x-9x = -18+30$$

$$x = 12$$

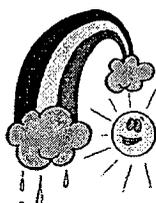
$$\text{ดังนั้น ปัจจุบัน อาร์มอายุ} \quad 2 \times 12 = 24 \text{ ปี}$$

5. ขั้นตอนตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน อาร์มอายุ 24 ปี และโอมอายุ 36 ปี

ดังนั้น เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อาร์มอายุ 18 ปี และโอมอายุ 30 ปี

จะได้ว่าอัตราส่วนของอายุอาร์มและโอมเป็น $18:30 = 3:5$



เฉลยปัญหาที่ 4

โดยใช้ตัวแทนแบบตัวแปร

แกงส้มอายุมากกว่าโดม 10 ปี อีก 8 ปีข้างหน้า อายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี
จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ อายุปัจจุบันของแกงส้มกับโดม

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ แกงส้มอายุมากกว่าโดม 10 ปี

อีก 8 ปีข้างหน้า อายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี

2. การสร้างตัวแทน

ปัจจุบัน

แกงส้ม $x+10$ ปี
โดม x ปี

อีก 8 ปีข้างหน้า

แกงส้ม $(x+10)+8$ ปี
โดม $x+8$ ปี

กำหนดให้ ปัจจุบัน อายุของโดม

แทนด้วย x ปี

ดังนั้น อายุของแกงส้ม

แทนด้วย $x+10$ ปี

3. การวางแผน

เนื่องจาก ปัจจุบัน อายุของโดม

แทนด้วย x ปี

และอายุของแกงส้ม

แทนด้วย $x+10$ ปี

ดังนั้น อีก 8 ปีข้างหน้า อายุของโดม

แทนด้วย $x+8$ ปี

และอายุของแกงส้ม

แทนด้วย $x+18$ ปี

เนื่องจากอีก 8 ปีข้างหน้าอายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี

ดังนั้น จะได้ว่า

$$(x+8) + (x+18) = 68$$

นั่นคือ จะได้สมการ

$$(x+8) + (x+18) = 68$$

4. การดำเนินการตามแผน

จากสมการ

$$(x+8)+(x+18)=68$$

$$2x+26=68$$

$$2x=42$$

$$x=21$$

ดังนั้น ปัจจุบันโดมอายุ 21 ปี และแกงส้มอายุ 31 ปี

5. ขั้นตอนตรวจสอบ

เนื่องจากปัจจุบันโดมและแกงส้มอายุ 21 ปี และ 31 ปี ตามลำดับ

ดังนั้นอีก 8 ปีข้างหน้า โดมและแกงส้มมีอายุเป็น 29 ปี และ 39 ปี ตามลำดับ

ซึ่งทั้งสองคนจะมีอายุรวมกันเป็น 68 ปีตามที่โจทย์กำหนด



เฉลยปัญหาที่ 1

โดยการใช้ตัวแทนแบบตาราง

ถ้าเตี้ยมีอายุมากกว่าเต่า 6 ปี ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต่าเป็น 5 : 4 แล้วปัจจุบันเตี้ยและเต่าอายุเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันเตี้ยและเต่าอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบัน เตี้ยมีอายุมากกว่าเต่า 6 ปี

และถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของ เต่าเป็น 5 : 4

2. การสร้างตัวแทน

อายุปัจจุบันของ		อายุอีก 14 ปีข้างหน้าของ	
เตี้ย	เต่า	เตี้ย	เต่า

3. การวางแผน (นักเรียนอาจวางแผนต่างไปจากนี้ได้ ครูให้คะแนนตามความถูกต้องเหมาะสม)

จากความสัมพันธ์อายุของเตี้ยและเต่าในปัจจุบันและอีก 14 ปีข้างหน้า วางแผนการดำเนินงาน ดังนี้

1. เติมอายุของเตี้ยและเต่าในอีก 14 ปีข้างหน้า โดยให้มีอัตราส่วนของอายุเป็น 5:4
2. เมื่อเติมอายุของเตี้ยและเต่าใน อีก 14 ปีข้างหน้า ให้เติมอายุของเตี้ยและเต่า

ในปัจจุบัน

3. พิจารณาอายุของเตี้ยและเต่าในปัจจุบันที่เตี้ยอายุมากกว่าเต่า 6 ปี

4. การดำเนินการตามแผน

อายุปัจจุบันของ		อายุอีก 14 ปีข้างหน้าของ	
เตี้ย	เต๋า	เตี้ย	เต๋า
-	-	5	4
-	-	10	8
1	-	15	12
6	2	20	16
11	6	25	20
16	10	30	24

จากตารางจะได้ว่า ถ้าอีก 14 ปีข้างหน้า เตี้ยอายุ 30 ปี และเต๋ายอายุ 24 ปี อัตราส่วนอายุเป็น 5:4 และในปัจจุบันเตี้ยอายุ 16 ปี และเต๋ายอายุ 10 ปี ซึ่งเตี้ยมากกว่าเต๋า 6 ปี ดังนั้นปัจจุบันเต๋ายอายุ 10 ปี และเตี้ยอายุ 16 ปี

5. ขั้นตอนคำตอบ

ปัจจุบัน เต๋ายอายุ 10 ปี และเตี้ยอายุ 16 ปี อีก 14 ปีข้างหน้า เตี้ยอายุ 30 ปี และเต๋ายอายุ 24 ปี ซึ่งอัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต๋า คือ $30:24 = 5:4$ ซึ่งสอดคล้องตามโจทย์กำหนด



เจดยปัญหาที่ 2

โดยการใช้ตัวแทนแบบตาราง

ปัจจุบันบิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของบุตร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ อีก 2 ปีข้างหน้า บิดามีอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ปัจจุบันบิดามีอายุต่างจากบุตร 33 ปี
เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร

2. การสร้างตัวแทน

อายุเมื่อ 6 ปีที่แล้วของ		อายุปัจจุบัน	
บิดา	บุตร	บิดา	บุตร

3. การวางแผน นักเรียนอาจวางแผนต่างไปจากนี้ได้ ครูให้คะแนนตามความถูกต้องเหมาะสม)

จากความสัมพันธ์อายุของบิดาและบุตรในปัจจุบันและเมื่อ 6 ปีที่แล้ว ควรวางแผนการดำเนินงานดังนี้

1. เติมอายุของบุตรและบิดาเมื่อ 6 ปีที่แล้ว โดยให้อายุของบิดาเป็น 12 เท่าของอายุบุตร

2. เมื่อเติมอายุเมื่อ 6 ปีที่แล้ว จากนั้นให้เติมอายุในปัจจุบันพิจารณาอายุในปัจจุบันที่บิดามีอายุมากกว่าบุตร 33 ปี

4. การดำเนินการตามแผน

อายุเมื่อ 6 ปีที่แล้วของ		อายุปัจจุบัน	
บิดา	บุตร	บิดา	บุตร
12	1	18	7
24	2	30	8
36	3	42	9

จากตารางจะได้ว่า ถ้าเมื่อ 6 ปีที่แล้ว บิดาอายุ 36 ปี บุตรอายุ 3 ปี บิดามีอายุเป็น 12 เท่าของบุตรจะได้ว่าในปัจจุบันบิดาอายุ 42 ปี และบุตรอายุ 9 ปี ซึ่งบิดาอายุมากกว่าบุตร 33 ปี ดังนั้น อีก 2 ปี ข้างหน้า บิดาอายุ $42 + 2 = 44$ ปี

5. ขั้นตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน บิดาอายุ 42 ปี บุตรอายุ 9 ปี

6 ปีที่แล้ว บิดาอายุ 36 ปี บุตรอายุ 3 ปี

จะได้ว่า เมื่อ 6 ปีที่แล้ว บิดาอายุเป็น 12 เท่าของบุตร

3. การวางแผน นักเรียนอาจวางแผนต่างไปจากนี้ได้ ครูให้คะแนนตามความถูกต้องเหมาะสม)

จากความสัมพันธ์อายุของอาร์มและโอมและบุตรในปัจจุบันและเมื่อ 6 ปีที่แล้ว ควรวางแผนการดำเนินงานดังนี้

1. เติมอายุของอาร์มและโอมเมื่อ 6 ปีที่แล้ว โดยให้อัตราส่วนอายุของอาร์มและโอมเป็น 3:5
2. เมื่อเติมอายุของอาร์มและโอมเมื่อ 6 ปีที่แล้ว จากนั้นจึงเติมอายุของเขาทั้งสองในปัจจุบัน
3. พิจารณาอายุของอาร์มและโอมในปัจจุบันที่มีอัตราส่วนเป็น 2:3

4. การดำเนินการตามแผน

อายุเมื่อ 6 ปีที่แล้ว		อายุปัจจุบัน	
อาร์ม	โอม	อาร์ม	โอม
3	5	9	11
6	10	12	16
9	15	15	21
12	20	18	26
15	25	21	31
18	30	24	36

5. ชั้นตรวจคำตอบ

ปัจจุบัน อาร์มอายุ 24 ปี และโอมอายุ 36 ปี

ดังนั้น เมื่อ 6 ปีที่แล้ว อาร์มอายุ 18 ปี และโอมอายุ 30 ปี

จะได้ว่าอัตราส่วนของอายุอาร์มและโอมเป็น $18:30 = 3:5$



เจดัยปัญหาที่ 4

โดยการใช้ตัวแทนแบบตาราง

แกงส้มอายุมากกว่าโดม 10 ปี อีก 8 ปีข้างหน้า อายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี
จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ อายุปัจจุบันของแกงส้มและโดม

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ แกงส้มอายุมากกว่าโดม 10 ปี

อีก 8 ปีข้างหน้า อายุคนทั้งสองรวมกัน 68 ปี

2. การสร้างตัวแทน

อายุปัจจุบันของ		อายุอีก 8 ปีข้างหน้าของ	
โดม	แกงส้ม	โดม	แกงส้ม

3. การวางแผน นักเรียนอาจวางแผนต่างไปจากนี้ได้ ครูให้คะแนนตามความถูกต้องเหมาะสม)

จากความสัมพันธ์อายุของโดมและแกงส้มในปัจจุบันและในอีก 8 ปีข้างหน้า ควรวางแผนการดำเนินงานดังนี้

1. เติมอายุของโดมและแกงส้มในปัจจุบันและในอีก 8 ปีข้างหน้า โดยให้ผลบวกของอายุเป็น 68 ปี

2. เมื่อเติมอายุของโดมและแกงส้มในปัจจุบันและในอีก 8 ปีข้างหน้า จากนั้นเติมอายุของโดมและแกงส้มในปัจจุบัน

3. พิจารณาผลต่างของอายุของแกงส้มและโดมที่ 10 ปี

4. การดำเนินการตามแผน

อายุปัจจุบันของ		อายุอีก 8 ปีข้างหน้าของ	
โตม	แกงส้ม	โตม	แกงส้ม
18	30	28	40
19	20	29	39

5. ชั้นตรวจคำตอบ

เนื่องจากปัจจุบันโตมและแกงส้มอายุ 21 ปี และ 31 ปี ตามลำดับ

ดังนั้นอีก 8 ปีข้างหน้า โตมและแกงส้มมีอายุเป็น 29 ปี และ 39 ปี ตามลำดับ

ซึ่งทั้งสองคนจะมีอายุรวมกันเป็น 68 ปีตามที่โจทย์กำหนด

การหาคุณภาพของชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 2

ตาราง 10 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของการสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม

รายการประเมิน	(n = 3)		ระดับความเหมาะสม
	\bar{X}	S.D.	
1. ด้านชุดกิจกรรมการเรียนรู้			
1.1 คู่มือครู และคู่มือนักเรียน สื่อความหมายชัดเจน อ่านแล้ว เข้าใจง่าย	4.67	0.58	มากที่สุด
1.2 ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
1.3 เนื้อหาของชุดกิจกรรมชัดเจน อ่านเข้าใจง่าย รูปแบบเหมาะสม	4.67	0.58	มากที่สุด
รวมเฉลี่ยด้านชุดกิจกรรมการเรียนรู้	4.44	0.53	มาก
2. ด้านแผนการจัดการเรียนรู้			
2.1 จุดประสงค์การเรียนรู้มีความสอดคล้องกับตัวชี้วัด	4.33	0.58	มาก
2.2 จุดประสงค์การเรียนรู้มีความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
2.3 จุดประสงค์การเรียนรู้มีความสอดคล้องกับตัวชี้วัด	4.33	0.58	มาก
2.4 สาระการเรียนรู้มีความถูกต้องชัดเจน	4.33	0.58	มาก
2.5 สาระการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยและความสนใจของผู้เรียน	4.33	0.58	มาก
2.6 สาระการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน	4.67	0.58	มากที่สุด
2.7 สาระการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเวลา	4.00	1.00	มาก
2.8 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	4.67	0.50	มากที่สุด
2.9 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย	4.67	0.58	มากที่สุด

ตาราง 10 (ต่อ)

รายการประเมิน	(n = 3)		ระดับ ความเหมาะสม
	\bar{x}	S.D.	
2.10 กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับเวลา	4.33	0.58	มาก
2.11 กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับสื่อการสอน	4.33	0.58	มาก
3. ด้านสื่อการเรียนรู้			
3.1 สื่อการเรียนรู้เหมาะสม/สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
3.2 สื่อการเรียนรู้เหมาะสม/สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.00	1.00	มาก
3.3 สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.33	0.58	มาก
3.4 สื่อการเรียนรู้มีเนื้อหา ภาษา ที่เหมาะสมกับวัยของนักเรียน	4.33	0.58	มาก
3.5 สื่อการเรียนรู้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	4.33	0.58	มาก
รวมเฉลี่ยด้านสื่อการเรียนรู้	4.43	0.62	มาก
4. ด้านการวัดและประเมินผล			
4.1 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.2 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
4.3 เกณฑ์การวัดและประเมินผลเหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.4 เกณฑ์การวัดและประเมินผลเหมาะสมกับสาระการเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
รวมเฉลี่ยด้านการวัดและประเมินผล	4.78	0.44	มากที่สุด
รวมเฉลี่ยทั้งหมด	4.45	0.56	มาก

ตาราง 11 แสดงผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เรื่อง การประยุกต์สมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว กับนักเรียนกลุ่มเล็ก จำนวน 10 คน

คนที่	ระหว่างเรียน						หลังเรียน (100)
	ชุดที่ 1 (67)	ชุดที่ 2 (60)	ชุดที่ 3 (85)	ชุดที่ 4 (50)	ชุดที่ 5 (40)	ชุดที่ 6 (40)	
1	52	48	68	36	28	30	72
2	51	50	65	35	30	31	73
3	50	45	68	37	31	31	75
4	50	48	69	35	28	30	74
5	52	46	70	40	32	30	76
6	54	47	65	41	33	31	75
7	51	47	64	39	34	30	77
8	49	48	65	38	30	31	76
9	52	46	66	40	31	32	78
10	53	48	65	40	32	31	77
รวม	$\sum x = 2649$						$\sum F = 753$
เฉลี่ย	264.9						75.3
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	12.83						1.88
ร้อยละ	77.46						75.3

ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคำนวณโดยใช้สูตร

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

$$= \frac{2649}{342} \times 100$$

$$= 77.46$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

$$= \frac{753}{100} \times 100$$

$$= 75.3$$

ดังนั้น $E_1/E_2 = 77.46/75.3$

ตาราง 12 แสดงผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว กับนักเรียนกลุ่มภาคสนาม จำนวน 39 คน

คนที่	ระหว่างเรียน						หลังเรียน (100)
	ชุดที่ 1 (67)	ชุดที่ 2 (60)	ชุดที่ 3 (85)	ชุดที่ 4 (50)	ชุดที่ 5 (40)	ชุดที่ 6 (40)	
1	55	45	60	39	31	32	78
2	52	48	68	40	30	31	80
3	53	50	68	42	32	32	81
4	50	52	70	41	34	31	84
5	60	45	70	41	35	34	85
6	52	46	70	40	33	33	80
7	54	48	69	40	36	34	85
8	58	45	74	38	32	31	81
9	58	45	72	36	35	37	83
10	51	46	72	44	32	35	84
11	56	47	71	45	32	32	78
12	54	50	70	39	31	31	80
13	54	50	68	40	32	32	81
14	53	52	73	42	33	31	84
15	54	53	71	43	32	32	85
16	53	54	72	41	33	32	80
17	60	52	72	41	34	34	85
18	58	51	71	38	32	35	81
19	58	56	70	36	33	35	82
20	59	52	75	42	32	33	83
21	62	50	72	45	31	32	78
22	60	49	72	48	32	31	80
23	58	48	68	40	32	32	81
24	60	46	73	39	32	31	83
25	52	44	70	40	35	34	83
26	50	48	73	41	33	36	82
27	55	46	72	44	35	34	82
28	53	48	73	42	32	31	81

ตาราง 12 (ต่อ)

คนที่	ระหว่างเรียน						หลังเรียน (100)
	ชุดที่ 1 (67)	ชุดที่ 2 (60)	ชุดที่ 3 (85)	ชุดที่ 4 (50)	ชุดที่ 5 (40)	ชุดที่ 6 (40)	
29	51	52	75	41	33	37	85
30	54	52	71	40	32	38	85
31	56	50	72	42	31	40	80
32	58	56	75	45	30	35	83
33	52	54	78	44	32	32	84
34	55	54	76	41	36	33	85
35	58	50	76	40	35	34	81
36	59	52	73	39	32	35	82
37	60	53	80	38	34	36	83
38	62	50	81	40	32	34	82
39	60	52	79	42	34	37	85
รวม	$\sum x = 11118$						$\sum F = 3205$
เฉลี่ย	285.08						75.3
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	14.09						2.13
ร้อยละ	83.36						82.18

ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคำนวณโดยใช้สูตร

$$E_1 = \frac{\sum x}{A} \times 100$$

$$= \frac{11118}{342} \times 100$$

$$= 83.36$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{B} \times 100$$

$$= \frac{3205}{100} \times 100$$

$$= 82.17$$

ดังนั้น $E_1/E_2 = 83.36/82.18$

ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ
การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ข้อสอบจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวมคะแนน 100 คะแนน เวลา 90 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
โดยการใช้ตัวแทน

1. จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันจากน้อยไปหามาก ถ้าสามเท่าของจำนวนแรกรวมกับจำนวน
ที่สองมีค่าเท่ากับสามเท่าของจำนวนที่สามรวมกับ 10 แล้วผลคูณของจำนวนที่สองกับจำนวน
ที่สามเป็นเท่าใด

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....

2. แก้มมีเงินมากกว่าฟางอยู่ 50 บาท แก้มมีเงินน้อยกว่าอัฟ 70 บาท ถ้าทั้งสามคนมีเงินรวมกัน 1,580 บาท แล้วแต่ละคนมีเงินคนละเท่าใด

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

3. ปัจจุบันน้องคืออายุเป็นสามเท่าของพรทิพย์ อีก 8 ปีข้างหน้าน้องจะมีอายุเป็นสองเท่าของพรทิพย์ จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

3. การวางแผน

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....

4. ปัจจุบันหวานมีอายุน้อยกว่าฝั่ง 7 ปี แปดปีที่แล้วผลบวกอายุของคนทั้งสองเป็น 33 ปี จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

5. ถ้าถังใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{5}{6}$ ของถัง ถ้าตักน้ำออกไป $\frac{2}{3}$ ของน้ำที่มีอยู่ ปรากฏว่าเหลือน้ำในถัง 10 ลิตร แล้วถังน้ำใบนี้จุน้ำได้กี่ลิตร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

6. พ่อค้าซื้อสินค้ามาชิ้นหนึ่งราคา 2,500 บาท และประกาศขายโดยคิดกำไร 30% ถ้ามีผู้มาซื้อภายในระยะเวลาที่กำหนด เขาจะลดให้อีก 10% จากราคาที่ประกาศไว้ แล้วพ่อค้าจะได้กำไรกี่บาท

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

7. ปกติวิ่งด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ปรีชาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และวิ่งนานกว่าปกติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปกติ 2 กิโลเมตร จงหาว่าปรีชาวิ่งได้ระยะทางเท่าใด

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

8. ต่อและติกนัดพบกันที่หน้าตลาดสด ซึ่งอยู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างบ้านของต่อและติกพอดี ต่อซึ่งรถจักรยานยนต์ ส่วนติกขับรถอีแต่น์ ซึ่งอัตราเร็วของรถจักรยานยนต์มากกว่าอัตราเร็วของรถอีแต่น์ 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าต่อใช้เวลาเดินทาง 12 นาที และติกใช้เวลาเดินทาง 20 นาที อยากทราบว่าระยะห่างระหว่างบ้านของทั้งสองคนเป็นเท่าใด

วิธีทำ

1. ชั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

5. ชั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

9. แอนมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งต้องการแบ่งให้เด็กจำนวน 6 คน ซึ่งถ้าแอนได้เงินมาเพิ่มอีก 40 บาท แล้วเด็กแต่ละคนจะได้รับเงินคนละ 28 บาท จงหาว่าเดิมแอนมีเงินเท่าไร

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....

.....

.....

.....

2. การสร้างตัวแทน

.....

.....

.....

.....

3. การวางแผน

.....

.....

.....

.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

10. แอร์ทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ 40 ข้อ ถ้าทำถูกต้องจะได้คะแนนข้อละ 5 คะแนน แต่ถ้าทำผิดจะโดนหักคะแนนข้อละ 3 คะแนน หลังจากที่ทำข้อสอบเสร็จ ผลการสอบได้คะแนนรวม 88 คะแนน จงหาว่าแอร์ทำข้อสอบถูกกี่ข้อ

วิธีทำ

1. ขั้นทำความเข้าใจ

.....
.....
.....
.....

2. การสร้างตัวแทน

.....
.....
.....
.....

3. การวางแผน

.....
.....
.....
.....

4. การดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....

5. ขั้นตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตาราง 13 แสดงผลการประเมินความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็น			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	ของผู้เชี่ยวชาญ					
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ข้อ 1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 2	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
ข้อ 3	0	+1	+1	3	0.67	ใช้ได้
ข้อ 4	0	+1	+1	3	0.67	ใช้ได้
ข้อ 5	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
ข้อ 6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 11	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
ข้อ 12	+1	+1	0	2	0.67	ใช้ได้
ข้อ 13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
ข้อ 20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตาราง 14 แสดงค่าอำนาจจำแนก และค่าความยากง่าย ของแบบทดสอบวัด
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการ
 เชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 จำนวน 40 คน

จุดประสงค์ การเรียนรู้ ที่	ข้อที่	อำนาจจำแนก	ค่าความ ยาก	ผ่านเกณฑ์	นำไปทดลอง กับนักเรียน เพื่อหาความเที่ยง
1	1	0.18	0.56	-	-
	2	0.33	0.45	✓	✓
	3	0.26	0.35	✓	✓
	4	0.34	0.50	✓	-
2	1	0.25	0.57	✓	✓
	2	0.27	0.62	✓	-
	3	-0.14	0.59	-	-
	4	0.34	0.40	✓	✓
3	1	0.34	0.50	✓	✓
	2	0.31	0.52	✓	✓
	3	-0.10	0.57	-	-
	4	0.34	0.61	✓	-
4	1	-0.18	0.62	-	-
	2	0.44	0.45	✓	✓
	3	0.39	0.51	✓	✓
	4	0.38	0.45	✓	-
5	1	-0.11	0.49	-	-
	2	0.31	0.40	✓	✓
	3	0.28	0.57	✓	-
	4	0.25	0.44	✓	✓

ตาราง 15 แสดงค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/5 จำนวน 40 คน

จุดประสงค์ การเรียนรู้ที่	ข้อที่	อำนาจจำแนก	ผ่านเกณฑ์
1	1	0.50	✓
	2	0.44	✓
2	3	0.32	✓
	4	0.36	✓
3	5	0.36	✓
	6	0.31	✓
4	7	0.40	✓
	8	0.41	✓
5	9	0.37	✓
	10	0.39	✓

ความเที่ยงของแบบทดสอบ จำนวน 10 ข้อ ที่มีอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์ $\alpha = 0.94$

ภาคผนวก ง

1. แบบสอบถามด้านความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. การหาคุณภาพแบบสอบถามด้านความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรม โดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบสอบถามด้านความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบประเมินนี้เป็นการประเมินความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม
2. ให้นักเรียนตอบให้ตรงกับสภาพความเป็นจริงให้มากที่สุด โดยไม่มีผลต่อคะแนน
3. การตอบแบบประเมินนี้ ให้นักเรียนอ่านข้อความในช่องทางซ้ายมืออย่างละเอียดแล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนมากที่สุด โดยในแต่ละช่องความคิดเห็นมีความหมาย ดังนี้
 - 5 หมายถึง มีความพึงพอใจมากที่สุด
 - 4 หมายถึง มีความพึงพอใจมาก
 - 3 หมายถึง มีความพึงพอใจปานกลาง
 - 2 หมายถึง มีความพึงพอใจน้อย
 - 1 หมายถึง มีความพึงพอใจน้อยที่สุด

ข้อที่	รายการประเมิน	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
1	รูปแบบของใบกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความสวยงาม					
2	คำสั่ง คำชี้แจง ข้อคำถาม ใช้ภาษาที่อ่านแล้วเข้าใจง่าย					
3	นักเรียนทำกิจกรรมเสร็จตามเวลาที่กำหนด					
4	นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน					
5	จากการทำกิจกรรมทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากขึ้น					
6	นักเรียนมีความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์					
7	นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน					
8	นักเรียนรู้สึกว่ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นได้ดีขึ้น					
9	ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนมีความคิดความสามารถในการแก้ปัญหาที่หลากหลายขึ้น					
10	ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น					

ข้อเสนอแนะ / แสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การหาคุณภาพแบบสอบถามด้านความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรม โดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 16 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบสอบถามด้านความพึงพอใจ ที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรม

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ภาคผนวก จ ผลการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 17 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรม โดยโปรแกรม SPSS

Paired Samples Test									
Paired Differences									
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	Post - Pre	59.82500	8.38462	1.32573	57.14347	62.50653	45.126	39	.000

ภาคผนวก จ แบบประเมินสำหรับผู้เชี่ยวชาญ

แบบประเมินความเหมาะสม/สอดคล้องขององค์ประกอบในชุดกิจกรรมโดยใช้ตัวแทน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง โปรดพิจารณาว่าองค์ประกอบของชุดกิจกรรม มีความเหมาะสม/สอดคล้องกันหรือไม่ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความเหมาะสม/สอดคล้อง ตามความคิดเห็นของท่าน ดังนี้

- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องมากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องมาก ให้คะแนน 4 คะแนน
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องน้อย ให้คะแนน 2 คะแนน
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องน้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

ข้อที่	รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม/สอดคล้อง				
		5	4	3	2	1
1	ด้านชุดกิจกรรมการเรียนรู้ คู่มือครู และคู่มือนักเรียน สื่อความหมายชัดเจน อ่านแล้ว เข้าใจง่าย					
2	ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้					
3	เนื้อหาของชุดกิจกรรมชัดเจน อ่านเข้าใจง่าย					
4	ด้านแผนการจัดการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับตัวชี้วัด					
5	ผลการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
6	กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้					
7	สาระการเรียนรู้มีความถูกต้องชัดเจน					
8	สาระการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยและความ					
9	สาระการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน					
10	สาระการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเวลา					

ข้อที่	รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม/สอดคล้อง				
		5	4	3	2	1
11	กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถ ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย					
12	กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับเวลา					
13	กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับสื่อการสอน					
	ด้านสื่อการเรียนรู้					
14	สื่อการเรียนรู้เหมาะสม/สอดคล้องกับจุดประสงค์การ					
15	สื่อการเรียนรู้เหมาะสม/สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้					
16	สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสม/สอดคล้องกับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้					
17	สื่อการเรียนรู้มีเนื้อหา ภาษา ที่เหมาะสมกับ วัยของนักเรียน					
18	สื่อการเรียนรู้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้					
	ด้านการวัดและประเมินผล					
19	การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับผลการเรียนรู้					
20	การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
21	เกณฑ์การวัดและประเมินผลเหมาะสมกับจุดประสงค์					
22	เกณฑ์การวัดและประเมินผลเหมาะสมกับสาระการ					

ข้อเสนอแนะ.....

ลงชื่อ ผู้ประเมิน
 (.....)

ตำแหน่ง

แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับ จุดประสงค์การเรียนรู้

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อคำถามของแบบทดสอบที่กำหนด แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่าน ดังนี้

- + 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา/จุดประสงค์ที่ต้องการวัด
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา/จุดประสงค์ที่ต้องการวัด
- 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องกับเนื้อหา/จุดประสงค์ที่ต้องการวัด

จุดประสงค์	ข้อคำถาม	ระดับความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+ 1	0	- 1	
<p>แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางได้</p>	<p>1. จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันจากน้อยไปหามาก ถ้าสามเท่าของจำนวนแรกรวมกับจำนวนที่สองมีค่าเท่ากับสามเท่าของจำนวนที่สามรวมกับ 10 แล้ว ผลคูณของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามเป็นเท่าใด</p> <p>2. แก้มมีเงินมากกว่าฟางอยู่ 50 บาท แก้มมีเงินน้อยกว่าอัป 70 บาท ถ้าทั้งสามคนมีเงินรวมกัน 1,580 บาท จงหาว่าแต่ละคนมีเงินคนละเท่าใด</p>				
<p>แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอายุโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรได้</p>	<p>3. ปัจจุบันน้องศออายุเป็นสามเท่าของพรทิพย์ อีก 8 ปีข้างหน้าอองค์จะมีอายุเป็นสองเท่าของ พรทิพย์ จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง</p> <p>4. ปัจจุบันหวานมีอายุน้อยกว่าฝั่ง 7 ปี แปดปีที่แล้วผลบวกอายุของคนทั้งสองเป็น 33 ปี จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง</p>				

จุดประสงค์	ข้อความถาม	ระดับความคิดเห็น			ข้อ เสนอ แนะ
		+ 1	0	- 1	
<p>แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับร้อยละและอัตราส่วนโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพได้</p>	<p>5. ถังใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{5}{6}$ ของถัง ถ้าตักน้ำออกไป $\frac{2}{3}$ ของน้ำที่มีอยู่ ปรากฏว่าเหลือน้ำในถัง 10 ลิตร แล้วถังน้ำใบนี้จุน้ำได้กี่ลิตร</p> <p>6. พ่อค้าซื้อสินค้ามาชิ้นหนึ่งราคา 2,500 บาท และประกาศขายโดยคิดกำไร 30% ถ้ามีผู้มาซื้อภายในระยะเวลาที่กำหนด เขาจะลดให้อีก 10% จากราคาที่ประกาศไว้ พ่อค้าจะได้กำไรกี่บาท</p>				
<p>แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับอัตราเร็วโดยใช้ตัวแทนแบบตารางหรือตัวแปรหรือการวาดภาพหรือการเขียนเหตุการณ์จำลอง</p>	<p>7. ปกติวิ่งด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ปรีชาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และวิ่งนานกว่าปกติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปกติ 2 กิโลเมตร จงหาว่าปรีชาวิ่งได้ระยะทางเท่าใด</p> <p>8. ต่อและตึกกันดพบกันที่หน้าตลาดสดซึ่งอยู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างบ้านของต่อและตึกพอดี ต่อขี่รถจักรยานยนต์ ส่วนตึกขี่รถอีแต่นซึ่งอัตราเร็วของรถจักรยานยนต์มากกว่าอัตราเร็วของรถอีแต่น 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าต่อใช้เวลาเดินทาง 12 นาที และตึกใช้เวลาเดินทาง 20 นาที อยากทราบว่าระยะห่างระหว่างบ้านของทั้งสองคนเป็นเท่าใด</p>				

จุดประสงค์	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+ 1	0	- 1	
แก้ไขภัยพิพาทสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบอื่นๆ โดยใช้การสร้าง ตัวแทนที่หลากหลายได้	9. แอนมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งต้องการ แบ่งให้เด็กจำนวน 6 คน ซึ่งถ้าแอน ได้เงินมาเพิ่มอีก 40 บาท เด็กแต่ละ คนจะได้รับเงินคนละ 28 บาท จงหาว่าเดิมแอนมีเงินเท่าไร 10. แอร์ทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ 40 ข้อ ถ้าทำถูกจะได้คะแนนข้อละ 5 คะแนน แต่ถ้าทำผิดจะโดนหัก คะแนนข้อละ 3 คะแนน หลังจาก ที่ทำข้อสอบเสร็จ ผลการสอบ ได้คะแนนรวม 88 คะแนน จงหาว่า แอร์ทำข้อสอบถูกกี่ข้อ				

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบสอบถามด้านความพึงพอใจที่มีต่อการเรียน
โดยใช้ชุดกิจกรรมโดยการให้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สำหรับผู้เชี่ยวชาญ

คำชี้แจง โปรดพิจารณารายการข้อคำถามที่กำหนด แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความ
คิดเห็นตามสภาพจริง ดังนี้

- + 1 เมื่อแน่ใจว่ารายการประเมินนั้นสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการวัด
- 0 เมื่อแน่ใจว่ารายการประเมินนั้นสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการวัด
- 1 เมื่อแน่ใจว่ารายการประเมินนั้นสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการวัด

ข้อ ที่	รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
		+ 1	0	- 1
1.	รูปแบบของใบกิจกรรมการในชุดกิจกรรมมีความน่าสนใจ			
2.	คำสั่ง คำชี้แจง ข้อคำถาม ใช้ภาษาที่อ่านแล้วเข้าใจง่าย			
3.	นักเรียนทำกิจกรรมเสร็จตามเวลาที่กำหนด			
4.	นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน			
5.	จากการทำกิจกรรมทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากขึ้น			
6.	นักเรียนมีความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์			
7.	นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน			
8.	นักเรียนรู้สึกว่ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นได้ดีขึ้น			
9.	ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ที่หลากหลายขึ้น			
10.	ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น			

ข้อเสนอแนะ.....
.....

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง