บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักแบบช่วยเสริมศักยภาพ เพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้นำเสนอ ดังนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
    1.1 ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์
    1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์
    1.3 สาระการเรียนและมาตรฐานการเรียนรู้
    1.4 คุณภาพของผู้เรียน
    1.5 มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดช่วงชั้นและสาระการเรียนรู้แกนกลาง
2. การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้
    2.1 ความหมายของรูปแบบการเรียนรู้
    2.2 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้
    2.3 การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้
    2.4 การนำเสนอรูปแบบการเรียนรู้
3. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.1 ประวัติความเป็นมาของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.2 ความหมายของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.3 ลักษณะของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.4 ลักษณะของปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.5 ขั้นตอนการสร้างปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.6 กระบวนการขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
    3.7 การประเมินผลในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
4. การเรียนรู้ร่วมกัน
    4.1 ความหมายของการเรียนรู้ร่วมกัน

4.2 พื้นฐานทางทฤษฎีของการเรียนรู้ร่วมกัน

4.3 การเรียนรู้ร่วมกันและการเรียนรู้แบบร่วมมือ

4.4 เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน

4.5 บทบาทผู้สอนและผู้เรียนในการเรียนรู้ร่วมกัน

4.6 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ร่วมกัน

5. การช่วยเสริมศักยภาพ

5.1 มโนทัศน์ของทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมของ Vygotsky

5.2 ความหมายของการช่วยเสริมศักยภาพ

5.3 กลวิธีและเทคนิคในการช่วยเสริมศักยภาพ

5.4 ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการช่วยเสริมศักยภาพ

5.5 แนวทางการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพ

6. ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของการคิด

6.2 ความหมายของทักษะการคิด

6.3 ความหมายของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

6.4 องค์ประกอบของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

6.4 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

6.5 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

6.6 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

6.7 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร

6.8 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการเชื่อมโยง

6.9 การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อความหมาย

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

8. กรอบแนวคิดการวิจัย

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

1. **ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, 2551, หน้า 1)

2. **เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, 2551, หน้า 1- 2)

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตแบบหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation)ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์ การแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความ

น่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. **สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้**

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. คุณภาพผู้เรียน

กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดไว้ว่า เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนจะต้องมีคุณภาพ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 41)

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการคาดคะเนระยะทาง ความสูงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ แสดงเซตในการแก้ปัญหาและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

เข้าใจและสามารถใช้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของฟังก์ชันและฟังก์ชัน ใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้

เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย โดยใช้ค่ากลางได้อย่างเหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ และสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีมาช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม และใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน ตลอดจนเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5. **มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดช่วงชั้นและสาระการเรียนรู้แกนกลาง**

มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดช่วงชั้นและสาระการเรียนรู้แกนกลางที่เสนอไว้ประกอบด้วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้แกนกลางและเวลาเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับมาตรฐาน ตัวชี้วัดและการประเมินผล

ตาราง 1 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัดช่วงชั้น	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 4 พีชคณิต		
มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	4. เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 5. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตและนำไปใช้	ลำดับและอนุกรม

ตาราง 1 (ต่อ)

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัดช่วงชั้น	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา	6. เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้	ลำดับและอนุกรม
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น		
มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล	2. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้	ความน่าจะเป็น
มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา	2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา	

ตาราง 1 (ต่อ)

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัดช่วงชั้น	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์		
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม	
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์		
ศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน 5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ 6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	

ตาราง 2 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมาตรฐานการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้แกนกลางและเวลาเรียนของสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

มาตรฐานการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เวลาเรียน
สาระที่ 4 พีชคณิต		
มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน **มาตรฐาน ค** 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา	1. **ลำดับและอนุกรม** - ความหมายของลำดับ - การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ - ลำดับเลขคณิต - ลำดับเรขาคณิต - อนุกรมเลขคณิต - อนุกรมเรขาคณิต	18 ชั่วโมง
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น		
มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล **มาตรฐาน ค** 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา	3. **ความน่าจะเป็น** - กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ - การเขียนแผนภาพต้นไม้อย่างง่าย - การทดลองสุ่ม - แซมเปิลสเปซ - เหตุการณ์ - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	22 ชั่วโมง
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์		
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์		

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551 โดยศึกษาเหตุผล ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ คุณภาพของผู้เรียน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง รวมถึงโครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทำให้ได้กรอบแนวคิดการนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้

การศึกษารูปแบบการเรียนรู้ ประกอบด้วยประเด็นดังนี้

1. **ความหมายของรูปแบบการเรียนรู้**

Joyce and Weil (2004, p. 2) ให้ความหมายว่าเป็นการจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์และเกิดการเรียนรู้ ซึ่งในรายละเอียดดังกล่าวจะช่วยในการวางแผนหลักสูตร หน่วยการสอน แผนการสอน ช่วยในการออกแบบอุปกรณ์การเรียนรู้ และรวมไปถึงหนังสือเรียน แบบฝึกหัด โปรแกรมประเภทสื่อประสม โปรแกรมการเรียนรู้ แบบเรียน หรือคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนรู้ คือ ขั้นตอนการสอน (syntax) ระบบสังคม (Social system) หลักการตอบสนอง (Principle of reaction)

Anderson (1999, p. 521) ให้ความหมายของรูปแบบการเรียนรู้ว่าเป็นกระบวนการในการจัดการเรียนการสอนที่ออกแบบขึ้น เพื่อทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ต้องการ

Arends (1999, p. 144) ให้ความหมายว่า รูปแบบการเรียนรู้นั้นเปรียบเสมือนพิมพ์เขียวหรือต้นแบบที่ประกอบด้วยขั้นตอนการสอนหลักๆ ซึ่งจะเป็นตัวนำให้เกิดผลลัพธ์ตามที่เราต้องการการจัดการเรียนการสอนจะต้องเรียงตามลำดับขั้นตอนที่มีการเสนอไว้ ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนแต่ละรูปแบบจะตอบสนองจุดมุ่งหมายเฉพาะอย่างที่แตกต่างกัน

ทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 477) กล่าวว่า เป็นลักษณะของการจัดการเรียนการสอน ที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญ ซึ่งได้รับการจัดไว้อย่างมีระบบระเบียบ มีแบบแผนตามหลักสูตรหน่วยการสอน แผนการสอน และช่วยในการออกแบบอุปกรณ์ การเรียนการสอน และรวมไปถึงหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อต่าง ๆ โดยจะประกอบด้วยกระบวนการหรือขั้นตอนในการเรียนการสอน โดยอาศัยวิธีสอนและเทคนิค การสอนต่าง ๆ ที่สามารถช่วยให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามหลักการหรือแนวคิดที่ยึดถือ ดังนั้นคุณลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนรู้ จึงต้องประกอบด้วยสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้

1. มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือมีความเชื่อที่เป็นพื้นฐาน เป็นหลักการของรูปแบบการเรียนรู้นั้นๆ

2. มีการบรรยาย หรืออธิบายสภาพ หรือลักษณะของการจัดการเรียนรู้

3. มีการจัดระบบ คือ มีองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ โดยมีการพิสูจน์ ทดลองถึงประสิทธิภาพของระบบ

4. มีการอธิบายกระบวนการเรียนการสอน วิธีการสอน และเทคนิคการสอนในฐานะที่เป็นองค์ประกอบสำคัญของระบบนั้นๆ

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนที่ใช้ในการดำเนินการสอนที่ได้มีการจัดไว้อย่างเป็นระบบ อย่างสัมพันธ์สอดคล้องกับทฤษฎีหลักการเรียนรู้ หรือการสอนที่รูปแบบนั้นยึดถือ และได้รับการพิสูจน์ ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะของรูปแบบนั้น

2. องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้

สำหรับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้แต่ละรูปแบบจะมีองค์ประกอบที่หลากหลาย ซึ่งจอยซ์ และเวล (Joyce and Weil, 2004, p. 100) กล่าวว่า องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้มีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ประการ คือ

1. แนวคิด และหลักการของรูปแบบ ซึ่งจะเป็นตัวชี้นำในการกำหนดวัตถุประสงค์ เนื้อหา กิจกรรม และขั้นตอนการดำเนินการเพื่อให้เป็นไปตามรูปแบบการเรียนรู้นั้น ซึ่งจะอาศัยความเชื่อ แนวคิด ทฤษฎี ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการออกแบบรูปแบบการเรียนรู้

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้ เป็นความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น

3. เนื้อหา เป็นเนื้อหาหรือสาระการเรียนรู้ที่จะใช้ในการเรียนการสอน

4. กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นกิจกรรม วิธีการ และขั้นตอนของการปฏิบัติในการนำรูปแบบการเรียนรู้ไปใช้

5. การวัดและประเมินผล เป็นส่วนสำคัญที่จะตัวบอกถึงผลการดำเนินการตามรูปแบบการเรียนรู้ที่บรรลุเป้าหมาย

Arends (1999, p. 7) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้ประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 ประการ ได้แก่

1. หลักการตามทฤษฎีที่ใช้เป็นแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบ

2. ผลการเรียนรู้ที่ต้องการ

3. วิธีสอนที่จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบ

4. สิ่งแวดล้อมในการเรียนการสอนที่จะนำไปสู่ผลการเรียนรู้ที่ต้องการ

Anderson (1999, pp. 521-522) กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1. หลักการของรูปแบบการเรียนรู้ กล่าวถึงความเชื่อ และแนวคิดทฤษฎีเป็นพื้นฐานของรูปแบบการเรียนรู้ โดยหลักการของรูปแบบการเรียนรู้จะเป็นตัวชี้นำการกำหนดจุดประสงค์ เนื้อหา กิจกรรม และขั้นตอนการดำเนินงานในรูปแบบการเรียนรู้

2. เป้าหมาย และวัตถุประสงค์ เป็นสิ่งที่ผู้สอนระบุถึงความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ได้แก่ การวางเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจน หรือเป็นการระบุเป้าหมายในการทำงานของผู้เรียน เพื่อให้ประสบผลสำเร็จในการดำเนินการ

3. สาระการเรียนรู้ ประกอบด้วยเนื้อหา และกระบวนการในการเรียนรู้ที่ผู้สอนจะใช้ในการวางแผนการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน

4. การสอน.สื่อ และแหล่งเรียนรู้ต่างๆ ช่วยให้การปฏิบัติแต่ละขั้นตอนของการใช้รูปแบบการเรียนรู้ประสบผลสำเร็จ สามารถพัฒนาผู้เรียนได้จริง และตรงตามที่รูปแบบการเรียนรู้นั้นๆ ได้กำหนดไว้

5. การวัดและประเมินผล เป็นการประเมินประสิทธิภาพของรูปแบบ โดยการประเมินผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน และทราบประสิทธิผลของรูปแบบที่มีต่อการเรียนรู้ และกระบวนการทั้งหมดของรูปแบบการเรียนรู้

ทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 219 - 220) ได้กล่าวไว้ว่า รูปแบบการเรียนรู้จำเป็นต้องมีองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ ได้แก่

1. ปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบการเรียนรู้นั้นๆ

2. การบรรยายและอธิบายสภาพ หรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ

3. การจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น

4. การอธิบายหรือการให้ข้อมูลที่เกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่างๆ อันจะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้นๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนรู้นั้นจะต้องประกอบด้วย 5 องค์ประกอบหลัก ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล

3. **การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้**

ในการศึกษา ค้นคว้าเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ตามแนวคิดของจอยซ์และเวล ผู้วิจัยพบว่า แนวทางในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ของจอยซ์ และเวลนั้นเป็นแนวทางที่ผู้สอนเองจะสามารถเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ทำให้สามารถนำไปใช้ได้จริง โดยการฝึกฝนตนเองให้สามารถใช้รูปแบบการเรียนรู้จนเกิดความชำนาญ นอกจากนี้ยังเน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนและพัฒนากลวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งถือเป็นเป้าหมายของการให้การศึกษาตามทฤษฎีการศึกษายุคใหม่ ผู้วิจัยจึงนำแนวทางและหลักการของจอยซ์ และเวลมาเป็นหลักในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ในครั้งนี้ ซึ่งมีสาระสำคัญ สรุปได้ดังนี้

หลักการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ มีหลักการสำคัญ ประกอบด้วย

1. รูปแบบการเรียนรู้ต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้

2. เมื่อพัฒนารูปแบบการเรียนรู้แล้ว ก่อนไปใช้อย่างแพร่หลายจะต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในเชิงการใช้ในสถานการณ์จริง และนำข้อค้นพบมาปรับแก้ไข

3. การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ อาจออกแบบให้ใช้ได้อย่างกว้างขวางหรือเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง

4. การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ จะมีจุดมุ่งหมายหลักที่เป็นตัวตั้งในการพิจารณาเลือกรูปแบบไปใช้ กล่าวคือ ถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการเรียนรู้ไปใช้ตรงตามจุดมุ่งหมายหลักก็จะทำให้เกิดผลสูงสุด แต่ก็สามารถนำรูปแบบนั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ ถ้าเห็นว่าเหมาะสม

นอกจาก จอยซ์ และเวล จะเสนอทัศนะที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนแล้วยังให้ข้อสังเกตและแนวคิดการพัฒนาผู้เรียน โดยเสนอรูปแบบการเรียนรู้ที่เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้รับสารสนเทศความคิด ทักษะ ค่านิยม และวิถีทางในการคิด นอกจากนั้น รูปแบบการเรียนรู้ที่เลือกมานำเสนอ ยังได้สอนวิธีเรียนให้แก่ผู้เรียนอีกด้วย ซึ่งจะก่อให้เกิดผลสำเร็จในระยะยาว และที่สำคัญที่สุด คือ เป็นการเพิ่มพูนความสามารถที่จะเรียนรู้ของผู้เรียน ทำให้เกิดการเรียนรู้ง่ายและได้ผลดีในอนาคตกล่าวคือ การสอนควรจะส่งผลกระทบต่อผู้เรียน ให้เขาสามารถศึกษาด้วยตนเอง โดยกล่าวได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนของจอยซ์ และเวลนั้นเน้นที่ความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนและพัฒนากลวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งถือเป็นเป้าหมายของการจัดการศึกษาแนวใหม่

นอกจากนี้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 120) ซึ่งมีความสอดคล้องกัน ยังได้กล่าวไว้ว่า ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนจะใช้แนวคิดของการจัดระบบ ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนให้ชัดเจน

2. ศึกษาหลักการ/ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดองค์ประกอบและเห็นแนวทางในการจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ของรูปแบบการเรียนการสอน

3. ศึกษาสภาพการณ์และปัญหาที่เกี่ยวข้อง เพื่อช่วยในการค้นหาองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วยให้รูปแบบมีประสิทธิภาพเมื่อนำไปใช้จริง ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ และจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้งหลาย การนำข้อมูลจากความเป็นจริงมาใช้ในการสร้างรูปแบบจะช่วยขจัด หรือป้องกันปัญหา ซึ่งจะทำให้รูปแบบนั้นขาดประสิทธิภาพ

4. กำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ ได้แก่ การพิจารณาว่ามีอะไรบ้างที่สามารถช่วยให้เป้าหมายหรือจุดมุ่งหมายบรรลุผลสำเร็จ ในขั้นตอนนี้ต้องอาศัยประสบการณ์ ความคิดสร้างสรรค์และความละเอียด รอบคอบ จึงจะสามารถกำหนดองค์ประกอบที่เอื้อให้รูปแบบการเรียนรู้นั้นประสบความสำเร็จได้

5. นำองค์ประกอบต่างๆ มาจัดเป็นหมวดหมู่ เพื่อความสะดวกในการคิดและดำเนินการในขั้นต่อไป

6. จัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ พิจารณาว่าองค์ประกอบใดจะเป็นเหตุและเป็นผลขึ้นต่อกันในลักษณะใด สิ่งใดควรมาก่อนหลัง สิ่งใดสามารถดำเนินการคู่ขนานไปได้ ขั้นนี้เป็นขั้นที่อาจใช้เวลานานในการพิจารณามาก

7. สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ แสดงให้เห็นถึงผังจำลองขององค์ประกอบต่างๆ

8. ทดลองใช้รูปแบบเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้น

9. ประเมินผล การศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองใช้รูปแบบว่า ได้ผลตามเป้าหมายหรือใกล้เคียงกับเป้าหมายมากน้อยเพียงใด

10. ปรับปรุงรูปแบบ โดยนำผลการทดลองมาปรับปรุงรูปแบบให้ดียิ่งขึ้น

จะเห็นได้ว่า การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดของการจัดระบบนี้เป็นแนวคิดที่ชัดเจน เข้าใจง่าย ทำให้สะดวกต่อการที่จะนำไปสู่การปฏิบัติจริง

จากการศึกษาความหมายของรูปแบบการเรียนรู้ การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้และวิเคราะห์แนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ของนักการศึกษาหลายท่าน ได้แก่ Joyce and Weil (2004) ; Arends (1999); Anderson (1999) และทิศนา แขมมณี (2551) ผู้วิจัยได้นำแนวคิดหรือสาระที่สอดคล้องกันมากำหนดเป็นองค์ประกอบของรูปแบบ โดยมีรายละเอียดดังแสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง 3 แสดงผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

Joyce and Weil (2004,p.100)	Arends (1999, p.7)	Anderson (1999, pp. 219-220)	**ทิศนา แขมมณี** (2551, หน้า 219-220)	**สรุป**
รูปแบบการเรียนรู้มี 5 องค์ประกอบดังนี้ 1. แนวคิด และหลักการของรูปแบบ 2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้ 3. เนื้อหาหรือสาระการเรียนรู้ที่จะใช้ในการเรียนการสอน 4. กิจกรรมการเรียนการสอน ขั้นตอนของการปฏิบัติในการนำรูปแบบการเรียนรู้ไปใช้	รูปแบบการเรียนรู้มี 4 องค์ประกอบดังนี้ 1. หลักการตามทฤษฎีที่ใช้เป็นแนวคิดพื้นฐาน 2. ผลการเรียนรู้ที่ต้องการ 3. วิธีการสอนที่จะทำให้การสอนบรรลุวัตถุประสงค์ 4. สิ่งแวดล้อมในการสอน	รูปแบบการเรียนรู้มี 5 องค์ประกอบดังนี้ 1. หลักการของรูปแบบการเรียนรู้ 2. เป้าหมายและวัตถุประสงค์ 3. สาระการเรียนรู้และกระบวนการเรียนรู้ 4. การสอน สื่อ และแหล่งเรียนรู้ต่างๆ 5. การวัดและประเมินผล	องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้มีดังนี้ 1. ปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบ 2. การบรรยายหรืออธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ 3. การจัดระบบ คือ การจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของ	องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้มีดังนี้ 1. หลักการ หรือแนวคิดที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบ 2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้ 3. เนื้อหา 4. กิจกรรมการเรียนการสอน 5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ตาราง 3 (ต่อ)

Joyce and Weil (2004, p.100)	Arends (1999, p.7)	Anderson (1999, pp. 219-220)	**ทิศนา แขมมณี** (2551, หน้า 219-220)	**สรุป**
5. การวัดและประเมินผล			ระบบหรือกระบวนการนั้น 4. การอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนหรือเทคนิคการสอนต่างๆ ที่จะช่วยให้กระบวนการเรียน การสอนนั้นๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด	

สรุปองค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนรู้ ได้แก่

1. หลักการหรือแนวคิดที่เป็นพื้นฐาน
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ
3. เนื้อหา
4. กิจกรรมการเรียนการสอน
5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

ในการศึกษาการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องดังประเด็นต่อไปนี้

1. **ประวัติความเป็นมาของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก**

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับการจัดการศึกษาในยุคปัจจุบันที่ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน

ในระยะหลายสิบปีที่ผ่านมามีทฤษฎีการเรียนรู้เกิดขึ้นหลายทฤษฎี แต่ทฤษฎีการเรียนรู้ ที่นักการศึกษาส่วนใหญ่ได้ให้ความสนใจกันมาก ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์

นิยม (Constructivist Learning Theory) ซึ่งเป็นแนวคิดที่สอดคล้องกับการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 คือเชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้สร้างความรู้ที่เป็นของตนเองขึ้นมาจากความรู้ที่มีอยู่เดิมหรือความรู้ที่รับเข้ามาใหม่ ให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติเอง สร้างความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจของตนเองและมีส่วนร่วมในการเรียนมากขึ้น รูปแบบการเรียนรู้ที่เกิดจากแนวคิดนี้มีหลายรูปแบบเช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) การเรียนรู้แบบช่วยเหลือกัน (Collaborative Learning) การเรียนรู้โดยการศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระ (Independent Investigation Method) การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem – Based Learning) เป็นต้น (มัณฑรา ธรรมบุศย์, 2545, หน้า 12)

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักมีการพัฒนาขึ้นครั้งแรกโดยคณะวิทยาศาสตร์สุขภาพ (Faculty of Health Science) ของมหาวิทยาลัย McMaster ที่ประเทศแคนาดา ได้นำมาใช้ในกระบวนการติว (Tutorial Process) ให้กับนักศึกษาแพทย์ฝึกหัด วิธีดังกล่าวนี้ได้กลายเป็นรูปแบบ(Model) ที่ทำให้มหาวิทยาลัยในสหรัฐอเมริกานำไปเป็นแบบอย่างบ้าง โดยเริ่มจากปลายปี ค.ศ. 1960 มหาวิทยาลัย Case Westem Reserve ได้นำมาใช้เป็นแห่งแรกและได้จัดตั้งเป็นห้องทดลองพหุ-วิทยาการ (Multidisplinary Laboratory) เพื่อทำเป็นห้องปฏิบัติการสำหรับรูปแบบการสอนใหม่ ๆ รูปแบบการสอนที่มหาวิทยาลัย Case Westem Reserve พัฒนาขึ้นมานั้นได้กลายมาเป็นพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรของโรงเรียนหลายแห่งในสหรัฐอเมริกา ทั้งในระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา ในช่วงปลายทศวรรษที่ 60 มหาวิทยาลัย McMaster ได้พัฒนาหลักสูตรแพทย์ (Medical Curiculum) ที่ใช้ปัญหาเป็นหลักในการสอนเป็นครั้งแรก ส่งผลให้มหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นที่ยอมรับ รู้จักกันทั่วโลกว่าเป็นผู้นำการใช้ปัญหาเป็นหลัก (World Class Leader) ด้วยเหตุนี้ จึงทำให้โรงเรียนแพทย์ในมหาวิทยาลัยอื่น ๆ ที่ยังใช้วิธีสอนแบบดั้งเดิมอยู่หันมายอมรับรูปแบบ การใช้ปัญหาเป็นหลักในการสอนมากขึ้นจนกระทั่งกลางปี ค.ศ. 1980 การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักได้ขยายออกไปสู่การสอนในสาขาอื่น ๆ ทุกวงการวิชาชีพ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เป็นต้น การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจึงเป็นที่นิยมกันแพร่หลาย และมีการนำไปใช้สอนตามมหาวิทยาลัยต่างๆ มากขึ้น

ในประเทศไทย การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเริ่มใช้ครั้งแรกในหลักสูตรแพทย์ศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2531 และมีการประยุกต์ใช้ในหลักสูตรสาธารณสุขศาสตร์ พยาบาลศาสตร์ ทั้งนี้การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นวิธีการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่นำมาปรับใช้ได้ในหลาย ๆ กลุ่มสาระการเรียนรู้ เช่น วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ สังคม ศาสนา

และวัฒนธรรม ซึ่งการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ได้รับการยอมรับว่าเป็นการเรียนการสอนที่ให้ประสบการณ์ท้าทายความคิด ลักษณะนิสัยและการปฏิบัติร่วมกับการแก้ปัญหาเป็นการจูงใจผู้เรียนให้รู้จักการแก้ปัญหาโดยผ่านการสืบเสาะหาความรู้ และเรียนด้วยการค้นพบด้วยตนเองและจากการทำงานเป็นกลุ่ม (มัณฑรา ธรรมบุศย์, 2545, หน้า 15)

จะเห็นได้ว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้นเกิดขึ้นมากว่า 50 ปี โดยการเริ่มจากการนำมาใช้ในการเรียนการสอนด้านวิทยาศาสตร์สุขภาพและได้รับการเผยแพร่และนำไปใช้ในสาขาอื่น ๆ รวมทั้งด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในส่วนของประเทศไทยเองการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเริ่มเข้ามาในช่วงสามสิบปีที่ผ่านมา และได้เป็นวิธีการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่นำมาปรับใช้ได้ในหลาย ๆ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ที่ได้รับการยอมรับว่าเป็นการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ

2. ความหมายของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มาจากคำในภาษาอังกฤษ คือ Problem–Based Learning : PBL เมื่อใช้ในภาษาไทยมีผู้แปลไว้แตกต่างกัน เช่น การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การเรียนรู้จากปัญหา การจัดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นหลัก การเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลัก ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้คำว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

สถาบันวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2006, pp. 103-104) ได้ให้คำจำกัดความของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่า เป็นวิธีทางการศึกษาวิธีหนึ่งที่จัดหลักสูตรและการสอน โดยใช้ปัญหาที่สร้างขึ้นที่มีแนวตอบอย่างหลากหลาย (ill - structured) นักเรียนจะต้องค้นหาและประยุกต์ความรู้ในวิชาต่าง ๆ เพื่อนำมาประกอบการหาคำตอบ โดยที่ผู้สอนมีบทบาทเป็นเพียงผู้แนะนำเท่านั้น การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจะทำให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านความคิดแบบมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การตั้งสมมติฐาน การเชื่อมโยงข้อมูล การทดลอง การหาคำตอบและพิจารณาเลือกคำตอบที่ตรงกับเงื่อนไขของปัญหาหลักให้มากที่สุด การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้สามารถทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสลับซับซ้อนของปัญหาและหาข้อค้นพบในการแก้ปัญหาด้วยการเรียนรู้อย่างสนุกสนาน และยังทำให้เกิดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเกิดความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงอีกด้วย

Roh (2003, p. 102) ได้อธิบายความหมายของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นสภาวะแวดล้อมของการเรียนรู้ที่ปัญหาทำให้ก่อเกิดการเรียนรู้ นั่นคือ การเรียนรู้จะเริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่งที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ และปัญหาที่ถูกตั้งขึ้นนี้จะนำ

ทางนักเรียนในการที่จะทำให้เกิดข้อความรู้ใหม่ โดยนักเรียนจะต้องตีความของปัญหา หาข้อมูลเพื่อสนับสนุนแนวคิดหรือช่วยแก้ปัญหา ระบุคำตอบที่เป็นไปได้ ประเมินตรวจสอบผลที่ได้ และนำเสนอข้อสรุปโดยการที่นักเรียนจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีนั้นเกิดจากการที่นักเรียนต้องผ่านการเรียนรู้ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มาจากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย

Duch (2000, pp. 67-68) ได้ให้คำนิยามของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นวิธีการสอนที่ท้าทายให้นักเรียนเรียนเพื่อที่จะเรียนอย่างแท้จริง สามารถทำงานกลุ่มเพื่อแสวงหาคำตอบในปัญหาที่เกี่ยวกับบริบทชีวิตจริง โดยปัญหาเหล่านี้ใช้เพื่อกระตุ้นความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนและเพื่อให้เกิดการเริ่มต้นของการเรียนรู้ในวิชานั้น ๆ การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการฝึกเตรียมนักเรียนให้เป็นผู้คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดวิเคราะห์ และพยายามค้นหาและใช้แหล่งการเรียนรู้ที่เหมาะสม

Dolmans and Schmidt (1995, pp. 45-46) ให้ความหมายของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่า เป็นการเรียนรู้ที่จัดขึ้นซึ่งผู้เรียนต้องใช้ทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเองเพื่อตั้งเป้าหมายการเรียน วางแผนและดำเนินกิจกรรมการเรียนและมีการประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีลักษณะของการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากความต้องการของผู้เรียน ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนรู้และในการเรียนเป็นกลุ่มย่อย ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยน แสดงความคิดเห็นร่วมกับเพื่อน ๆ เป็นการเรียนที่ท้าทายและสนุกสนาน

ทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 136) กล่าวว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมายโดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนอาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา ฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจนได้

วัลลี สัตยาศัย (2547, หน้า 16) ระบุว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก หรือ PBL คือ วิธีการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีการศึกษาหรือเตรียมตัวล่วงหน้าเกี่ยวกับปัญหาดังกล่าวมาก่อน

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545, หน้า 55) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความต้องการในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนได้สมรรถภาพตามที่ต้องการ โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้การสนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ตาราง 4 แสดงผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์สาระสำคัญของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

(Illinois Mathematics & Science Academy, 2006, pp. 103 - 104)	Roh (2003, p. 102)	Duch (2000, pp. 67 - 68)	Dolmans & Schmidt (1995, pp. 45 - 46)	ทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 136)	วัลลี สัตยาศัย (2547, หน้า 16)	ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545, หน้า 55)	สรุป
วิธีการศึกษาที่เริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ที่ตั้งขึ้น เพื่อนำไปสู่การเกิดความรู้ใหม่ของผู้เรียน จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง และการเรียนรู้เป็นกลุ่ม ผ่านการค้นคว้า วางแผนการแก้ปัญหา และการลงมือปฏิบัติ	การเรียนรู้จะเริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่งที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ และปัญหาที่ถูกตั้งขึ้นนี้จะนำทางนักเรียนในการเกิดความรู้ใหม่	วิธีการสอนที่ท้าทายให้นักเรียนเรียนอย่างแท้จริง โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อแสวงหาคำตอบในปัญหาที่เกี่ยวกับบริบทชีวิตจริง เป็นการฝึกเตรียมนักเรียนให้เป็นผู้คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดวิเคราะห์ และพยายามค้นหาและใช้แหล่งการเรียนรู้ที่เหมาะสม	การเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องใช้ทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อตั้งเป้าหมายการเรียน วางแผนและดำเนินกิจกรรมการเรียน และประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนรู้ และในการเรียนเป็นกลุ่มย่อย มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน	การจัดสภาพการณ์ของการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือ โดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริงหรืออาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม	วิธีการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าความรู้ด้วยวิธีการต่างๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา	การเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องกระตุ้น เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความต้องการในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้การสนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้	1. การเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่ง เพื่อนำไปสู่การเกิดความรู้ใหม่ของผู้เรียน 2. ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มเพื่อน 3. ความรู้ใหม่ของผู้เรียนเกิดจากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผ่านการค้นคว้า วางแผนและการลงมือปฏิบัติ 4. ผู้สอนเป็นผู้ให้การสนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้นเป็นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่งที่ตั้งขึ้น เพื่อนำไปสู่การเกิดความรู้ใหม่ของผู้เรียนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มเพื่อน ความรู้ใหม่ของผู้เรียนเกิดจากการเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการศึกษาค้นคว้า วางแผนและการลงมือปฏิบัติ โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้การสนับสนุนและอำนวยความสะดวก ในการเรียนรู้

3. **ลักษณะของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก**

สำหรับลักษณะของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มีนักการศึกษาได้กล่าวไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

Barrows (2000, pp. 5–6) กล่าวถึง ลักษณะการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ภายใต้คำแนะนำของผู้สอนประจำกลุ่ม ผู้เรียนต้องรับผิดชอบการเรียนของตนเอง ระบุสิ่งที่ต้องการรู้เพื่อความเข้าใจที่ดีขึ้น โดยแสวงหาความรู้จากแหล่งที่จะให้ข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ซึ่งอาจมาจากหนังสือ วารสาร คณาจารย์ ข้อมูลออนไลน์หรือแหล่งข้อมูลอื่นๆ

2. จัดกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละประมาณ 5–8 คน พร้อมกับผู้สอนประจำกลุ่มเพื่อให้ผู้เรียนทำงานอย่างมีประสิทธิภาพด้วยความหลากหลายของบุคคลต่างๆ

3. ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกหรือผู้แนะแนวทาง โดยมีบทบาทที่ไม่ใช่ผู้บรรยาย ไม่ใช่ผู้บอกข้อมูล ไม่บอกผู้เรียนว่าคิดถูกหรือคิดผิด แต่มีบทบาทในการกระตุ้นให้ผู้เรียนตั้งคำถาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ดีขึ้นและจัดการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

4. รูปแบบของปัญหามุ่งเน้นที่การรวบรวมข้อมูลและกระตุ้นการเรียนรู้ ปัญหาที่นำเสนอเป็นสิ่งที่ท้าทายสำหรับผู้เรียน ที่จะต้องเผชิญในการปฏิบัติจริง ตรงประเด็นและกระตุ้นการเรียนรู้ให้หาทางแก้ปัญหา และเป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนต้องตระหนักถึงความจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และรวบรวมข้อมูลจากศาสตร์วิชาต่าง ๆ

5. ปัญหาเป็นเครื่องมือสำหรับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคลินิก

6. ความรู้ใหม่นั้นจะได้มาโดยผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ อย่างแท้จริงในระหว่างการเรียนรู้ด้วยตนเอง มีการทำงานร่วมกันกับบุคคลอื่น มีการอภิปรายเปรียบเทียบ ทบทวน และโต้แย้งในสิ่งที่เรียนด้วย

สำหรับในประเทศไทยเองก็ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

ทิศนา แขมมณี (2551, หน้า 136–137) ได้เสนอตัวบ่งชี้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 10 ประการ

1. ผู้สอนและผู้เรียนมีการร่วมกันเลือกปัญหาที่ตรงกับความสนใจหรือความต้องการของผู้เรียน

2. ผู้สอนและผู้เรียนได้มีการออกไปเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนมีการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา

3. ผู้สอนและผู้เรียนมีการร่วมวิเคราะห์ปัญหาและหาสาเหตุของปัญหา

4. ผู้เรียนมีการวางแผน การแก้ปัญหาร่วมกัน

5. ผู้สอนมีการให้คำปรึกษา แนะนำ และอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนในการแสวงหาแหล่งข้อมูล การศึกษาข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

6. ผู้เรียนมีการศึกษา ค้นคว้า และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

7. ผู้สอนมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและพิจารณาเลือกวิธีที่เหมาะสม

8. ผู้เรียนมีการลงมือแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล สรุป และประเมินผล

9. ผู้สอนมีการติดตามการปฏิบัติงานของผู้เรียนและให้คำปรึกษา

10. ผู้สอนมีการประเมินผลการเรียนรู้ ทั้งทางด้านผลงานและกระบวนการ

นอกจากตัวบ่งชี้ถึงลักษณะการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก 10 ประการดังกล่าวข้างต้นยังมีนักการศึกษาท่านอื่นที่ได้อธิบายถึงลักษณะที่สำคัญของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเช่น ดวงหทัย กาศวิบูลย์ (2550, หน้า 11–16) ได้กล่าวถึงลักษณะที่สำคัญของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ได้แก่

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้อย่างแท้จริง (Student–Centered Learning)

2. การเรียนรู้เกิดจากกลุ่มผู้เรียนที่มีขนาดเล็ก

3. ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก (Facititator) หรือผู้ให้คำแนะนำ (Guide)

4. ใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้

5. ปัญหาที่ใช้มีลักษณะคลุมเครือ ไม่ชัดเจน ปัญหาหนึ่งอาจมีคำตอบได้หลายคำตอบหรือแก้ไขปัญหาได้หลายทาง (Illed – Structure Problem)

6. ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยการแสวงหาข้อมูลใหม่ ๆ ด้วยตนเอง (Self–Derected Learning)

7. ประเมินจากสถานการณ์จริง โดยดูจากความสามารถในการปฏิบัติ

จากที่ได้ศึกษาลักษณะการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยได้สรุปลักษณะที่สำคัญของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักได้ 5 ประเด็น ดังนี้

1. ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาจะถูกนำเสนอเป็นอันดับแรก เป็นตัวกระตุ้นและเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ โดยปัญหานั้นมีลักษณะที่มีแนวการหาคำตอบได้หลากหลาย มีความซับซ้อน

2. เป็นแนวการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนมีบทบาทในการวางแผน การค้นคว้ารวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล การแก้ปัญหา สรุปและประเมินผล ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ

3. ผู้สอนมีบทบาทในการเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้คำปรึกษา แนะนำ ติดตามการปฏิบัติงาน และช่วยเหลือผู้เรียน

4. ความรู้ใหม่ของผู้เรียนเกิดขึ้นได้จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผ่านการค้นคว้า วางแผน การแก้ปัญหา และการลงมือปฏิบัติ

5. วัดและประเมินผลจากการปฏิบัติจริงผ่านผลงานหรือการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นวิธีการเรียนการสอนวิธีหนึ่งที่มีจุดมุ่งหมายที่จะสอนผู้เรียนให้ฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหาและฝึกทำงานเป็นกลุ่ม โดยผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้และใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในการเรียนรู้และค้นคว้าด้วยตนเอง

4. ลักษณะของปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

ปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะปัญหาจะเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้ เป็นตัวนำทางและเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ ได้มีผู้เสนอแนวคิดต่อลักษณะของปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

Duch (2000, p. 145) ได้กล่าวไว้ว่า ลักษณะปัญหาที่ดีจะต้องกระตุ้น เร้าความสนใจ และเริ่มต้นการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งปัญหาที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาที่ดีจะต้องกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนในครั้งแรกและกระตุ้นพวกเขาในการสืบเสาะ ไต่ถาม เพื่อความเข้าใจลึกซึ้งในเรื่องของความคิดที่ถูกนำเสนอ ซึ่งจะสัมพันธ์กับเนื้อหาในโลกความเป็นจริง ดังนั้นผู้เรียนจึงได้ประโยชน์จากการแก้ปัญหา

2. ปัญหาที่ดีต้องการให้ผู้เรียนได้ตัดสินใจบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง ข้อมูลตรรกศาสตร์ ความมีเหตุผล ผู้เรียนอาจต้องอ้างเหตุผลสนับสนุนการตัดสินใจทั้งหมด และให้เหตุผลในหลักการที่ได้เรียนรู้ ปัญหาควรจะทำให้ผู้เรียนระบุถึงสมมติฐาน ข้อมูลที่ต้องมี หรือขั้นตอนการแก้ปัญหาควรเป็นอย่างไร

3. ปัญหาที่ดีต้องมีความยาวและความซับซ้อนของปัญหาที่จะต้องแก้ปัญหาโดยอาศัยการเรียนรู้ร่วมกันของผู้เรียนภายในกลุ่ม การทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ

4. ลักษณะปัญหาที่ดี ควรมีลักษณะให้ผู้เรียนภายในกลุ่มอภิปรายแสดงความคิดเห็นได้ ซึ่งปัญหาจะต้องมีลักษณะเป็นแบบเปิด โดยไม่จำกัดว่าต้องมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวต้องมีความเชื่อมโยงกับความรู้ที่ได้เรียนมาก่อนหน้านั้น เน้นการใช้ประโยชน์ของกระบวนการกลุ่มในการรวบรวมความรู้ความคิดของผู้อื่นมากกว่าการทำงานเพียงคนเดียว

5. ปัญหาที่ดีจะต้องมีความสัมพันธ์กับวัตถุประสงค์ของเนื้อหาวิชา ที่มีการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เก่าและความรู้ใหม่ และเชื่อมต่อความรู้ใหม่กับความคิดในบทเรียนอื่น ๆ

Arends (1999, p. 45) กล่าวถึง สถานการณ์หรือปัญหาที่ดีว่าควรมีองค์ประกอบสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ปัญหาควรมีลักษณะเป็นความจริง นั่นคือ ปัญหาที่ดีควรนำผู้เรียนไปสู่ประสบการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงมากกว่าเนื้อหาในหลักสูตร

2. ปัญหาที่ดีควรมีความไม่แน่นอน สร้างความสับสน ไม่ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว มีทางเลือกในการแก้ปัญหาหลายๆ ทาง ซึ่งแต่ละวิธีจะมีข้อดีข้อด้อยในตัวของมันเอง ซึ่งต้องการการอภิปรายกันภายในกลุ่ม

3. ปัญหาที่ดีนั้นควรจะต้องมีความหมายกับผู้เรียน และเหมาะสมกับระดับการพัฒนาความรู้ความเข้าใจของผู้เรียน

4. ปัญหาควรมีความครอบคลุมจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ ภายในเวลา สถานที่ และแหล่งทรัพยากรที่เหมาะสม

5. ปัญหาที่ดีควรก่อประโยชน์สำหรับความพยายามของกลุ่ม

Edens (2000, pp. 55 – 56) ได้กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาที่ดีสำหรับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ต้องมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาที่ดีจะต้องดึงดูดใจให้ผู้เรียนอยากค้นหาคำตอบ มีการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีและการประยุกต์ใช้

2. เป็นปัญหาปลายเปิดและมีลักษณะขัดแย้งในบางครั้ง ซึ่งจะท้าทายให้ผู้เรียนได้แสดงการให้เหตุผล และแสดงออกถึงทักษะการคิด

3. ปัญหานั้นจะต้องมีความซับซ้อนที่เพียงพอ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนต้องมีการทำงานร่วมกันและต้องอาศัยคนอื่นช่วยในการแก้ปัญหา

4. ปัญหาควรจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่เป็นจริง

5. ผู้สอนต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิด เพื่อพัฒนาทักษะการคิดระดับสูง การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา

Yimer (2004, p. 213) ได้เสนอหลักในการออกแบบปัญหาเพื่อส่งเสริมให้เกิดการคิดขั้นสูง มีดังนี้

1. ต้องมีความเหมาะสมกับผู้เรียน กล่าวคือ ผู้สอนจะต้องทราบถึงตัวผู้เรียนว่ามีความรู้ อยู่ในระดับใด และออกแบบปัญหาให้ผู้เรียนต้องค้นคว้าเพิ่มเติมอีกเล็กน้อยจึงจะแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งเป็นการท้าทายความสามารถของผู้เรียนด้วย

2. เป็นปัญหาแบบที่ไม่มีโครงสร้าง คือ ปัญหาซึ่งไม่ได้ระบุประเด็นปัญหาไว้อย่างชัดเจน มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายทาง และมีคำตอบที่หลากหลาย โดยต้องอาศัยการตัดสินใจของผู้เรียนเป็นหลัก

3. ความร่วมมือ (Collaborative) ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความร่วมมือกันในการแก้ปัญหาและใช้ความเห็นของกลุ่มในการสรุปวิธีการแก้ไขปัญหานั้น

4. เป็นปัญหาที่จับต้องได้ (Authentic) การสร้างสถานการณ์ในปัญหานั้นจะต้องยึดหลักความเป็นจริง จึงจะทำให้ผู้เรียนมีความสนใจ ไม่ควรเป็นปัญหาที่มีเนื้อหาเชิงทฤษฎีมากเกินไป ดังนั้นการกำหนดในข้อนี้จึงแนะนำให้นำประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้พบในชีวิตประจำวันมาออกแบบปัญหา หรือใช้สิ่งที่ผู้เรียนจะพบในอนาคตก็ได้ จึงจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจเรียน

5. ส่งเสริมการศึกษาตลอดชีวิตและการศึกษาแบบนำตนเอง

สถาบันวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2006, p. 125) ได้กล่าวถึง ลักษณะปัญหาที่ใช้ในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่ามีลักษณะดังนี้

1. โครงสร้างที่มีลักษณะที่สามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เป็นลักษณะปัญหาตามแบบธรรมชาติทั่วไป

2. สถานการณ์จะมีลักษณะที่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ตายตัว

3. มีการเปลี่ยนแปลงได้เสมอ เมื่อมีข้อมูลใหม่ๆ เพิ่มเข้ามา

4. ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายๆ หรือมีรูปแบบการแก้ปัญหาไม่แน่นอน

5. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้องเสมอไป

นภัสสร พฤฒตยาคี (2552, หน้า 89) ได้กล่าวถึง สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาที่ให้ควรมีความซับซ้อนพอที่ผู้เรียนจะไม่มองเห็นคำตอบในทันที

2. ไม่ควรมีตัวแปรที่สำคัญหลายตัวแปร ซึ่งจะทำให้ต้องใช้หรือมีสารสนเทศมากมาย

3. ปัญหาที่ให้ควรมีโครงสร้างหลวมๆ หรือไม่กำหนดเป็นปัญหาชัดเจน (ill – defined or ill - structured) ควรเป็นปัญหาที่ยังไม่มีวิธีการชัดเจนว่าวิธีใดเหมาะสมหรือวิธีปฏิบัติวิธีใดที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มิได้มีเพียงคำตอบเดียว

4. ควรเป็นปัญหาที่เกิดอยู่ในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้เป็นปัญหาที่น่าสนใจและเป็นแรงจูงใจให้ผู้เรียนได้มากกว่า

5. เป็นปัญหาที่เป็นสหวิทยาการ ทำให้ผู้เรียนได้ศึกษากว้างขวางมากกว่าสาระวิชาเดียว

จากที่ได้ศึกษาลักษณะของปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยได้สรุปลักษณะของปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่า ปัญหาหรือสถานการณ์ที่นำมาใช้ควรจะเป็นปัญหาที่ดึงดูดใจให้ผู้เรียนอยากค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์ที่เกิดในชีวิตจริง ปัญหาต้องเหมาะสมกับผู้เรียน และที่สำคัญปัญหานั้นต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความร่วมมือในการทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ

5. ขั้นตอนการสร้างปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

สิ่งที่สำคัญอย่างยิ่งของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก คือ ปัญหา เพราะปัญหาถือเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้ โดยจะนำเสนอปัญหาเป็นตัวกระตุ้นเป็นอันดับแรก ดังนั้นปัญหาจะต้องสามารถนำและกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ปัญหาจะต้องมีความสำคัญต่อผู้เรียน ต้องเป็นการบูรณาการความรู้หลากหลายศาสตร์ ทั้งทักษะที่ต้องการให้เกิดและที่มีอยู่ในชีวิตจริงเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ยังต้องพิจารณาสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรการเรียนรู้ ทั้งที่อยู่ในโรงเรียนและนอกโรงเรียนประกอบด้วย ได้มีผู้ให้แนวคิดในการสร้างปัญหาสำหรับเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก พอจะสรุปได้ดังนี้

Delisle (1997, pp. 18 – 25) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกเนื้อหาและทักษะ โดยพิจารณาเนื้อหาจากหลักสูตรของสถานศึกษานั้นๆ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ทักษะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน และระยะเวลาในการเรียนรู้ของเนื้อหานั้นๆ

ขั้นที่ 2 กำหนดแหล่งเรียนรู้ เมื่อเลือกเนื้อหาและทักษะการเรียนรู้แล้วก่อนจะเขียนปัญหา ผู้สอนจะต้องกำหนดแหล่งการเรียนรู้ที่ผู้เรียนจะทำการศึกษาค้นคว้า สืบค้น ให้เพียงพอและต้องมีความหลากหลายทางข้อมูลอย่างเพียงพอในการเรียนรู้ ทั้งในชั้นเรียน ภายในและภายนอกสถานศึกษา ซึ่งต้องมากพอที่จะช่วยในการเรียนรู้ของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องทำ

การตรวจสอบแหล่งการเรียนรู้ก่อนว่ามีอยู่ที่ใดบ้าง นอกจากนั้นผู้สอนเองต้องเป็นแหล่งการเรียนรู้อย่างหนึ่งของผู้เรียนด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 3 เขียนปัญหา โดยปัญหาจะเป็นข้อความที่มีลักษณะดังนี้

1. พัฒนาขึ้นอย่างเหมาะสม นั่นคือ ปัญหามีความเหมาะสม สามารถพัฒนาผู้เรียนทางด้านสังคม อารมณ์ และสติปัญญาได้

2. มีพื้นฐานมาจากประสบการณ์ของผู้เรียน ปัญหาจะต้องสอดคล้องกับชีวิตจริงของผู้เรียน

3. อยู่บนพื้นฐานของหลักสูตรการเรียนรู้ ปัญหาควรจะส่งเสริมทั้งด้านความรู้และด้านทักษะ

4. สามารถใช้การเรียนการสอนได้หลากหลายวิธี

5. โครงสร้างของปัญหามีลักษณะที่สามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย มีปัญหาย่อยซ้อนอยู่ในปัญหาหลักที่ไม่ค่อยชัดเจนนัก ผู้เรียนจำเป็นต้องทำการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม อีกทั้งอาจมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลาย

ขั้นที่ 4 เลือกกิจกรรมการเรียนการสอน เมื่อเขียนปัญหาขึ้นมาแล้วผู้สอนจะต้องเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่เมื่อดำเนินตามนั้นแล้ว ผู้เรียนสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ กิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นต้องมีความสอดคล้องกับชีวิตจริงของผู้เรียน สามารถพัฒนาทักษะทางการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนขณะที่ดำเนินกิจกรรมนั้นด้วย

ขั้นที่ 5 สร้างคำถาม เป็นการสร้างคำถามเพื่อใช้ในการช่วยผู้เรียนขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งจะมีความสอดคล้องสัมพันธ์กับกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอน คำถาม ที่สร้างขึ้นมาจะต้องสามารถกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเกิดแนวทางในการดำเนินกิจกรรมเพื่อการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 กำหนดวิธีการประเมินผล การประเมินผลจะเน้นทั้งในด้านความรู้ในเนื้อหาและด้านทักษะไปพร้อมกัน และการประเมินผลจะต้องเป็นการประเมินผลตามสภาพจริง

นวลละออง ปิริยะ (2551, หน้า 20–21) ได้กล่าวไว้ว่า การเตรียมปัญหาในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้น จะต้องคำนึงถึงหลักเกณฑ์พื้นฐานของกระบวนการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะพื้นฐานสำคัญ ดังนี้

1. สิ่งที่ป้อนให้ผู้เรียน คือ ปัญหา ซึ่งเปรียบเสมือนกับการท้าทายให้ผู้เรียนก้าวไปสู่สภาวการณ์ที่ผู้เรียนอาจมีความคุ้นเคยหรือไม่ก็ตาม แต่ก็จะตระหนักในความจำเป็นที่ต้องเข้าใจปัญหานั้น

2. กระบวนการจากปัญหาที่ผู้เรียนได้รับมา ซึ่งจะเป็นตัวนำผู้เรียนให้เข้าสู่กระบวนการที่ต้องตั้งสมมติฐาน วิเคราะห์ อภิปราย ฯลฯ เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา ทั้งนี้โดยเริ่มจากการอาศัยความรู้เดิมที่มีอยู่ค่อนข้างจำกัดเป็นฐานก่อน

3. สิ่งที่คาดหวัง เป็นสิ่งที่จะเกิดขึ้นกับผู้เรียนเมื่อผ่านกระบวนการดังกล่าว มีดังนี้

3.1 กำหนดการเรียนรู้ขั้นต่อไปที่จำเป็นต่อความเข้าใจปัญหา

3.2 เสนอแนะแนวทางในการรวบรวมข้อมูลมาเพิ่มเติมในการแก้ปัญหา

3.3 พิจารณาหาแนวทางแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล

3.4 การประสานสัมพันธ์ความรู้ที่ได้รับจากการค้นคว้า

จากหลักเกณฑ์พื้นฐานของกระบวนการเรียนรู้ ในการสร้างปัญหาจึงต้องนำมาพิจารณาร่วมด้วย ซึ่งกระบวนการในการสร้างปัญหามีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดกรอบการเรียนรู้

ขั้นแรกในการกำหนดกรอบการเรียนรู้ คือ การกำหนดประสบการณ์การเรียนรู้ในหลักสูตร หรือสาขาวิชาใดๆ ก็ตาม สิ่งสำคัญที่ต้องกำหนด คือ

1. วัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดขอบเขตว่า หลังจัดการเรียนรู้แล้วต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้านใดบ้าง ซึ่งโดยปกติวัตถุประสงค์ทางการศึกษา ที่ต้องคำนึงถึงมี 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านเจตคติ และด้านทักษะ

2. การกำหนดแนวความคิดหรือหลักเกณฑ์พื้นฐาน ที่ผู้เรียนควรจะต้องเรียนรู้เพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้

ขั้นที่ 2 กำหนดปัญหา

การกำหนดปัญหานั้นจะต้องกำหนดให้สอดคล้องกับแนวความคิดที่คาดหวังไว้ว่าผู้เรียนควรจะเรียนรู้อะไร

ขั้นที่ 3 กำหนดแผนการอภิปราย

คือ การสร้างคำถามเพื่อให้ผู้สอนกระตุ้นผู้เรียนเกิดความคิดไปยังแนวความคิดที่ต้องการ โดยใช้รูปแบบดังตาราง 5

ตาราง 5 รูปแบบของแผนการอภิปราย

ปัญหา (Problem)	คำถาม (Question)	แนวความคิด (Concept)

ขั้นที่ 4 จัดเตรียมแหล่งข้อมูล

ในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้น จะไม่มีการถ่ายทอดความรู้จากผู้สอนโดยตรง ผู้เรียนจะเป็นผู้แสวงหาความรู้ด้วยตัวเอง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการเตรียมแหล่งข้อมูลไว้ให้ผู้เรียน ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 อย่าง คือ แหล่งขอมูลที่เป็นบุคคลที่จะให้ความรู้และแหล่งข้อมูลที่เป็นวัสดุทางการเรียน ที่ผู้เรียนสามารถค้นคว้าได้ เช่น ตำรา เอกสารต่างๆ อินเทอร์เน็ต เทป เป็นต้น

ขั้นที่ 5 กำหนดแผนการประเมินผล

การประเมินผลผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1. การประเมินผล เพื่อบอกความก้าวหน้าของผู้เรียน พิจารณา 2 อย่าง คือ
   1.1 ดูความสอดคล้องระหว่างข้อมูลที่หามาได้กับปัญหาที่เรียน
   1.2 ดูการประยุกต์ความรู้ที่ได้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง
2. การประเมินผลรวมในการนำไปใช้ในสถานการณ์จริงต่อไป

นวลละออง ปิริยะ (2551, หน้า 21-22)ได้สรุปขั้นตอนในการสร้างปัญหาเพื่อนำมาใช้ในการวิจัยไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดกรอบของปัญหา ได้แก่ การเลือกเนื้อหาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อกำหนดขอบเขตว่าต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อะไรบ้างใน 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านเจตคติ และด้านทักษะกระบวนการ และความคิดรวบยอดหรือหลักเกณฑ์พื้นฐานที่นักเรียนต้องเรียนรู้ เพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่วางไว้

ขั้นที่ 2 กำหนดและสร้างปัญหา ที่มีความสอดคล้องกับความคิดรวบยอดที่คาดหวังไว้ว่านักเรียนควรจะเรียนรู้ เมื่อผู้สอนเขียนปัญหาเสร็จแล้วผู้สอนลองดำเนินการเรียนรู้ตามขั้นตอนการเรียนรู้เพื่อให้มองเห็นถึงความเป็นไปได้ในการหาคำตอบ คำตอบที่ได้มีอะไรบ้าง มีวิธีใดบ้างที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหา ความรู้ใดบ้างที่นำมาใช้เป็นฐานในการแก้ปัญหาและหาได้จากแหล่งข้อมูลใด นั่นคือ ผู้สอนจะสมมติบทบาทเป็นผู้เรียน เพื่อพิจารณาประสิทธิภาพของปัญหาและช่วยให้สามารถมองเห็นภาพรวมการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งจะสามารถนำไปเป็นแนวทางในการกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีการประเมินผล

ขั้นที่ 3 สร้างคำถามและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ คำถามที่สร้างขึ้นนี้ ใช้สำหรับผู้สอนในการกระตุ้นนักเรียนให้เกิดการคิดไปสู่แนวคิดรวบยอดที่ต้องการ โดยใช้รูปแบบเดียวกับตาราง 5

ขั้นที่ 4 กำหนดแหล่งข้อมูลสำหรับให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าและเรียนรู้ โดยการชี้นำตนเอง

ขั้นที่ 5 กำหนดการประเมินผล โดยพิจารณาทั้งด้านความรู้และด้านทักษะกระบวนการ ในด้านความรู้จะพิจารณาจากความสอดคล้องระหว่างข้อมูลที่นักเรียนหามาได้กับปัญหาที่ให้ และดูการประยุกต์ความรู้ที่ได้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ในด้านทักษะกระบวนการจะพิจารณาจากการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหา

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้ขั้นตอนการสร้างปัญหาของนวลละออง ปิริยะ (2551, หน้า 26 - 28) เป็นแนวทางในการสร้างปัญหาสำหรับการวิจัย เนื่องจากเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกัน

6. กระบวนการขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

กระบวนการขั้นตอนของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มีนักการศึกษาได้เสนอไว้อย่างหลากหลาย ซึ่งแต่ละรูปแบบมีรายละเอียดที่แตกต่างกัน ดังนี้

Delisle (1997, pp. 26–29) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเชื่อมโยง (Connecting with the Problem) เป็นขั้นตอนเชื่อมโยงความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมเข้ากับประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน หรือกิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ผู้เรียนต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักถึงความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้นต่อการดำเนินชีวิตประจำวัน ในขั้นนี้ผู้สอนต้องพยายามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดและมีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลายแล้วจึงนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้

ขั้นที่ 2 การแสดงกรอบการศึกษา (Setting Up the Structure) ให้ผู้เรียนอ่านวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วร่วมกันกำหนดวิธีหรือแนวทางในการศึกษาค้นคว้า และหาข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องมีการอภิปรายร่วมกัน ร่วมแสดงความคิดเห็นเพื่อกำหนดกรอบการศึกษา 4 กรอบ ดังนี้

1. แนวคิด/แนวทางในการแก้ปัญหา (Ideas) คือ วิธีการหรือแนวทางการหาคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ ซึ่งเปรียบเสมือนสมมติฐานที่ตั้งไว้ก่อนการทดลอง

2. ข้อเท็จจริง (Facts) คือ ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ซึ่งเป็นความรู้/ข้อมูลที่ปรากฏในสถานการณ์ปัญหาหรือข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดจากการอภิปรายร่วมกันหรือเป็นข้อมูลความรู้เดิมที่ได้เรียนรู้มาแล้ว

3. ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้า (Learning Issues) คือ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแต่ผู้เรียนยังไม่รู้ จำเป็นต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะอยู่ในรูปคำถามที่ต้องการคำตอบ นิยาม หรือประเด็นการศึกษาอื่น ๆ ที่ต้องการทราบ

4. วิธีการศึกษา (Action Plan) คือ วิธีการที่จะดำเนินการ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ต้องการ โดยระบุว่าผู้เรียนจะสามารถศึกษาข้อมูลได้อย่างไร จากใคร แหล่งใด

กรอบการเรียนรู้ทั้ง 4 กรอบที่กล่าวมา สามารถแสดงความสัมพันธ์กันได้ ดังตารางดังนี้

ตาราง 6 กรอบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

แนวคิด/แนวทางในการแก้ปัญหา	ข้อเท็จจริง	ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้า	วิธีการศึกษา

ขั้นที่ 3 การศึกษาปัญหา (Visiting the Problem) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะใช้กระบวนการกลุ่มในการสำรวจปัญหาตามกรอบการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 แต่ละกลุ่มจะร่วมกันวางแผนการศึกษาค้นคว้าและดำเนินการศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมตามประเด็นที่ต้องการศึกษาจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ แล้วนำความรู้ที่ได้มาเสนอต่อกลุ่ม จนได้ข้อมูลหรือความรู้เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นนี้ผู้เรียนจะมีอิสระในการกำหนดหัวข้อเอง ผู้สอนจะเป็นแค่เพียงผู้สังเกตและอำนวยความสะดวก ในการเรียนรู้เท่านั้น

ขั้นที่ 4 การรวบรวมความรู้ ตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา (Revisiting the Problem)หลังจากที่แต่ละกลุ่มได้ข้อมูลครบถ้วนแล้ว ให้กลับเข้าชั้นเรียนและรายงานผลการศึกษาค้นคว้าต่อชั้นเรียน หลังจากนั้นให้ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาผลการศึกษาค้นคว้าอีกครั้งว่า ข้อมูลที่ได้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ประเด็นใดแปลกใหม่น่าสนใจ มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาและประเด็นใดที่ไม่เป็นประโยชน์ควรจะตัดทิ้ง แล้วแต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์การตัดสินใจ รวมทั้งผู้เรียนจะได้ค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ จากการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 5 การสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือก (Producing a Product or Performance) เมื่อตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาแล้ว แต่ละกลุ่มสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้ ซึ่งมีความแตกต่างกันไปแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 6 การประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา (Evaluating Performance and Problem) เมื่อขั้นตอนในการสร้างผลงานสิ้นสุดลง ผู้เรียนจะทำการประเมินผลการปฏิบัติงานของตนเองและของกลุ่ม พร้อมทั้งผู้สอนจะทำการประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของผู้เรียนด้วย

ศูนย์การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Center for Problem – Based Learning) สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลินอยส์ (2006, pp. 33-34) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อมของผู้เรียน ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อการเตรียมให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเป็นผู้เผชิญกับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งในการเตรียมความพร้อมนี้ขึ้นอยู่อายุ ความสนใจ และภูมิหลังของผู้เรียน ในการเตรียมความพร้อมนี้จะให้ผู้เรียนได้อภิปรายเกี่ยวเนื่องถึงเรื่องที่จะสอนอย่างกว้าง ๆ ซึ่งต้องตระหนักว่า การเตรียมความพร้อมนี้ไม่ใช่การสอนเนื้อหาก่อน เพราะการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้นจะต่างจากการเรียนรู้แบบอื่นตรงที่ความรู้หรือทักษะที่ผู้เรียนได้รับจะเป็นผลมาจากการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นศึกษาปัญหา ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนกำหนดบทบาท หน้าที่ของตนในการแก้ปัญหาและกระตุ้นให้ผู้เรียนต้องการจะแก้ปัญหาอาจจะใช้คำถามในการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้อภิปรายและเสนอความคิดเห็นต่อปัญหา เพื่อมองเห็นความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นนิยามให้รู้ว่า เรารู้อะไร เราจะต้องรู้อะไร และแนวคิดของเรา ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาสิ่งที่ตนรู้ อะไรที่จำเป็นต้องรู้ และแนวคิดอะไรที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พิจารณาถึงความรู้ที่ตนเองมีเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและเตรียมให้ผู้เรียนมีความพร้อมที่จะรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและพร้อมที่จะสำรวจ ศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพื่อแก้ปัญหา ผู้สอนจะให้ผู้เรียนได้กำหนดสิ่งที่ตนรู้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่จำเป็นต้องเรียนรู้เพิ่มเติมที่จะมาส่งเสริมให้สามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งจะระบุแหล่งข้อมูลสำหรับศึกษาค้นคว้าและแนวคิดในการแก้ปัญหา โดยการเขียนลงในตารางอย่างสัมพันธ์กันทั้ง 3 หัวข้อ ดังตาราง 7

ตาราง 7 รูปแบบการบันทึกสิ่งที่รู้ สิ่งที่ต้องรู้เพิ่มเติมและแนวคิดจากสถานการณ์ปัญหา

สิ่งที่รู้	สิ่งที่จำเป็นต้องรู้	แนวคิด

ขั้นที่ 4 ขั้นกำหนดปัญหา ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเป็นการสนับสนุนให้ผู้เรียนได้กำหนดปัญหาที่แท้จริงจากสถานการณ์ปัญหาที่ได้เผชิญ และกำหนดเงื่อนไขที่ขัดแย้งกับเงื่อนไขที่ปรากฏในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งจะช่วยให้ได้คำตอบของปัญหาที่ดี

ขั้นที่ 5 ขั้นการศึกษาค้นคว้า รวบรวมข้อมูลและนำเสนอ ผู้เรียนจะช่วยกันค้นคว้าข้อมูลที่จำเป็นต้องรู้จากแหล่งข้อมูลที่กำหนดไว้ แล้วนำข้อมูลเหล่านั้นมาเสนอต่อกลุ่มให้เข้าใจตรงกัน จุดมุ่งหมายในขั้นนี้ ประการแรกเพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนได้วางแผนและดำเนินการรวบรวมข้อมูลอย่างมีประสิทธิภาพ พร้อมทั้งเสนอข้อมูลนั้นต่อกลุ่ม ประการที่สองเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเข้าใจว่าข้อมูลใหม่ที่ค้นคว้ามานั้นทำให้เข้าใจปัญหาอย่างไร และจะประเมินข้อมูลใหม่เหล่านั้นว่าสามารถช่วยเหลือให้เข้าใจในปัญหาได้อย่างไรด้วย ประการที่สามเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถทางการสื่อสารและการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งจะช่วยให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ

ขั้นที่ 6 ขั้นการหาคำตอบที่เป็นไปได้ จุดมุ่งหมายในขั้นนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่ค้นคว้ามากับปัญหาที่กำหนดไว้แล้วแก้ปัญหาบนฐานข้อมูลที่ค้นคว้ามา เนื่องจากปัญหาที่ใช้ในการเรียนรู้สามารถมีคำตอบได้หลายคำตอบ ดังนั้นในขั้นนี้นั้นผู้เรียนจะต้องค้นหาคำตอบที่สามารถเป็นไปได้มากที่สุด

ขั้นที่ 7 ขั้นประเมินค่าของคำตอบ ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนประเมินค่าสิ่งที่มาช่วยในการแก้ปัญหา (ข้อมูลที่ค้นคว้ามา) และผลของคำตอบที่ได้ในแต่ละปัญหาว่าทำให้เรียนรู้อะไร ซึ่งผู้เรียนจะต้องแสดงเหตุผลและร่วมกันอภิปรายในกลุ่ม โดยใช้ข้อมูลที่ได้ค้นคว้ามาเป็นพื้นฐาน

ขั้นที่ 8 ขั้นการแสดงคำตอบและการประเมินผลงาน ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงและแสดงถึงสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ ได้ความรู้มาอย่างไร และทำไมความรู้นั้นถึงสำคัญ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเสนอผลงานที่แสดงถึงกระบวนการเรียนรู้ ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบของปัญหา ซึ่งเป็นการประเมินผลงานของตนเองและกลุ่มไปด้วย

ขั้นที่ 9 ขั้นตรวจสอบปัญหาเพื่อขยายการเรียนรู้ ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนได้ร่วมกันกำหนดสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ต่อไป ผู้เรียนจะพิจารณาจากปัญหาที่ได้ดำเนินการไปแล้วว่ามีประเด็นอะไรที่ตนสนใจอยากเรียนรู้อีก เพราะในขณะดำเนินการเรียนรู้ผู้เรียนอาจจะมีสิ่งที่อยากรู้เพิ่มเติมนอกจากที่ผู้สอนจัดเตรียมไว้ให้

จากขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 9 การดำเนินการเรียนรู้จะดำเนินเป็นวงจร หากขั้นตอนใดมีข้อสงสัยก็สามารถย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้านั้นได้ และเมื่อเรียนจบการเรียนรู้ปัญหาขั้นหนึ่ง ๆ

แล้ว จึงกำหนดปัญหาใหม่ของการเรียนรู้จากขั้นที่ 9 ขั้นที่ผู้เรียนมีความต้องการเรียนรู้ และในแต่ละขั้นจะประกอบไปด้วยการประเมินการเรียนรู้ไปพร้อมด้วย

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ (2550, หน้า 8) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เชื่อมโยงปัญหาและระบุปัญหา เป็นขั้นที่ผู้สอนเสนอสถานการณ์ปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจ มองเห็นปัญหา สามารถระบุสิ่งที่เป็นปัญหาที่นักเรียนอยากรู้อยากเห็นและเกิดความสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 กำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนการศึกษาค้นคว้า ทำความเข้าใจ อภิปรายปัญหาร่วมกันในกลุ่ม ระดมสมองคิดวิเคราะห์ เพื่อหาวิธีการหาคำตอบ โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ กระตุ้นให้เกิดการอภิปรายภายในกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิเคราะห์ปัญหา แหล่งข้อมูลได้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษาค้นคว้า นักเรียนกำหนดสิ่งที่ต้องเรียน ดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองด้วยวิธีการที่หลากหลาย

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ นักเรียนนำข้อค้นพบ ความรู้ที่ได้ค้นคว้ามา แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน อภิปรายผลและสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเองและประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ได้ศึกษาค้นคว้ามามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด โดยพยายามตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระและทุกกลุ่มช่วยกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน โดยให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้และนำเสนอเป็นผลงานในรูปแบบที่หลากหลาย ผู้สอนประเมินผลการเรียนรู้และทักษะกระบวนการ

ตาราง 8 แสดงผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

Delisle (1997, pp. 26 – 29)	Center for Problem – Based Learning (2006, pp. 33 - 34)	สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนา การเรียนรู้ (2550, หน้า 8)	สรุป
ขั้นที่ 1 การเชื่อมโยง	ขั้นที่ 1 เตรียมความพร้อมของผู้เรียน	ขั้นที่ 1 เชื่อมโยงปัญหาและระบุปัญหา	1. การเชื่อมโยงและระบุปัญหา
ขั้นที่ 2 การแสดงกรอบการศึกษา ขั้นที่ 3 การศึกษาปัญหา	ขั้นที่ 2 ศึกษาปัญหา ขั้นที่ 3 นิยามให้รู้ว่าเรารู้อะไร และเราจะต้องรู้อะไร ขั้นที่ 4 กำหนดปัญหา	ขั้นที่ 2 กำหนดแนวทางที่เป็นไปได้	2. การกำหนดกรอบแนวทางการแก้ปัญหา
ขั้นที่ 4 การรวบรวมความรู้ ขั้นที่ 5 การสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือก	ขั้นที่ 5 การศึกษาค้นคว้า ขั้นที่ 6 การหาคำตอบที่เป็นไปได้	ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้	3. การศึกษาค้นคว้าและลงมือแก้ปัญหา
ขั้นที่ 6 การประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา	ขั้นที่ 7 ประเมินค่าของคำตอบ	ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าคำตอบ	4. การสรุปและประเมินค่าคำตอบ
	ขั้นที่ 8 การแสดงคำตอบและการประเมินผลงาน ขั้นที่ 9 ตรวจสอบปัญหาเพื่อขยายการเรียนรู้	ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน	5. การนำเสนอและแลกเปลี่ยนเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนที่สำคัญของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 การเชื่อมโยงปัญหาและระบุปัญหา

ขั้นที่ 2 การกำหนดกรอบแนวทางการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การศึกษาค้นคว้าและลงมือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 การสรุปและประเมินค่าคำตอบ

ขั้นที่ 5 การนำเสนอและแลกเปลี่ยนเรียนรู้

7. **การประเมินผลในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก**

สำหรับชั้นเรียนที่มีการใช้การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก จะมีการประเมินผลเพื่อพัฒนาหรือการแก้ปัญหาของผู้เรียน และผู้เรียนจะต้องรับผิดชอบในการประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองและของกลุ่มด้วย ซึ่งแตกต่างจากการเรียนรู้แบบเดิม ๆ ที่ทำการประเมินเพียงเพื่อวัดความสามารถและแบ่งระดับความสามารถของผู้เรียน ผู้สอนจะเป็นผู้ประเมินแต่เพียงผู้เดียว ผู้เรียนเป็นเพียงผู้ถูกประเมินเท่านั้น การประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นหลัก มีผู้เสนอวิธีการประเมินไว้ดังนี้

Barell (1998, pp. 159–160) กล่าวว่า การประเมินผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มีลักษณะดังนี้

1. ประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลาย ไม่ประเมินผลด้วยการสอบเพียงอย่างเดียว และไม่ควรประเมินผลแค่ตอนจบบทเรียนเท่านั้น

2. ประเมินผลจากสภาพจริง โดยเน้นสิ่งที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์ของนักเรียนที่สามารถเจอในชีวิตประจำวัน

3. ประเมินผลที่ความสามารถจากการทำงานหรือสิ่งที่ได้แสดงออกมา ที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในความคิดรวบยอด

จันทร์ ติยะวงศ์ (2549, หน้า 71-72) กล่าวถึง การประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก มีลักษณะดังนี้

1. ให้เสนอรายงานการดำเนินการแก้ปัญหา ทั้งที่เป็นงานเดี่ยวและงานกลุ่ม

2. ตรวจการเขียนบันทึกผลการเรียนรู้ของตนเอง ของนักเรียนแต่ละคน

3. ใช้แบบประเมินที่ให้เพื่อนประเมินกันและกัน โดยมีการกำหนดเกณฑ์การประเมินไว้อย่างชัดเจน

4. ใช้แบบสังเกตประเมินผลระหว่างการเรียนรู้

5. ทดสอบโดยให้วิเคราะห์ปัญหา คิดหาวิธีหรือแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล โดยกำหนดปัญหาให้ปฏิบัติตามขั้นตอน

6. สัมภาษณ์เป็นรายบุคคล

7. ใช้ข้อสอบ

Delisle (1997, pp. 37–38) ได้กล่าวว่า การประเมินผลจะต้องบูรณาการตั้งแต่ขั้นตอนของการสร้างปัญหา ขั้นตอนการเรียนรู้ ความสามารถและผลงานที่ผู้เรียนแสดงออกเข้าด้วยกัน โดยในแต่ละการประเมินผู้เรียนจะมีส่วนร่วมด้วย และการประเมินผลจะดำเนินไปตลอดเวลาของการเรียนรู้ คือ ตั้งแต่สร้างปัญหาจนถึงรายงานการแก้ปัญหานั้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การประเมินผลผู้เรียน การประเมินผลความสามารถของผู้เรียน จะเริ่มตั้งแต่วันแรกของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก จนกระทั่งวันสุดท้ายที่ได้เสนอผลงานออกมา ซึ่งผู้สอนจะใช้ขั้นตอนการเรียนรู้เป็นเครื่องมือในการติดตามความสามารถของผู้เรียน ซึ่งพิจารณาทั้งด้านความรู้ ทักษะและการทำงานกลุ่ม ตัวอย่างรูปแบบและคำถามที่ใช้เป็นแนวทางในการประเมินผลผู้เรียน ซึ่งเดลลีสสร้างขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังตาราง 9

ตาราง 9 รูปแบบและตัวอย่างคำถามที่ใช้เป็นแนวทางในการประเมินผลผู้เรียนทำโดยผู้สอน

การประเมินผลผู้เรียนของผู้สอน	
ขั้นตอนการเรียนรู้	**การประเมินผล**
การจัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้	
- ปฏิกิริยาอะไรที่ผู้เรียนแสดงออกมาให้เห็น	
- ผู้เรียนตอบสนองต่อเงื่อนไขหรือสิ่งที่จัดให้อย่างไร	
การเชื่อมโยงปัญหา	
- ผู้เรียนสนองตอบต่อปัญหาหรือไม่และสนองตอบต่อปัญหาอย่างไร	
- ผู้เรียนมีการแลกเปลี่ยนประสบการณ์หรือไม่ อย่างไร	
- ผู้เรียนได้เชื่อมโยงแหล่งข้อมูลและประสบการณ์เดิมกับปัญหา	
หรือไม่ อย่างไร	
- ผู้เรียนได้จัดรวบรวมแนวคิดต่อปัญหาเข้าด้วยกันหรือไม่ อย่างไร	
การกำหนดกรอบปัญหา	
- ผู้เรียนมีการจัดองค์กรกลุ่มอย่างไร ผู้เรียนอาสาสมัครเป็น	
ผู้บันทึก ผู้รายงานหน้าชั้นหรือไม่ หรือแค่นั่งฟังเพื่อนในกลุ่ม	
การศึกษาปัญหา	

ตาราง 9 (ต่อ)

การประเมินผลผู้เรียนของผู้สอน	
ขั้นตอนการเรียนรู้	**การประเมินผล**
- ผู้เรียนมีการเสนอแนวคิดและวิเคราะห์หรือไม่ อย่างไร - ผู้เรียนได้พิจารณาข้อเท็จจริงจากปัญหาหรือไม่ อย่างไร - ผู้เรียนได้สร้างจุดประสงค์การเรียนรู้จากแนวคิดและข้อเท็จจริงหรือไม่ - ผู้เรียนได้กำหนดแหล่งข้อมูลอย่างหลากหลายหรือไม่อย่างไร	
การรวบรวมความรู้ ตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา - ผู้เรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่หามาได้กับปัญหาหรือไม่ อย่างไร - ผู้เรียนได้ทำการตรวจสอบแนวคิดหรือสมมติฐานที่สร้างขึ้นหรือไม่ อย่างไร - ผู้เรียนได้ประมวลสิ่งที่เรียนรู้มาหรือไม่ อย่างไร	
การสร้างผลงาน หรือปฏิบัติผลงานตามทางเลือก - ผู้เรียนทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมหรือไม่ - ผู้เรียนใช้ข้อมูลในการตอบปัญหาเหมาะสมหรือไม่ - ผู้เรียนได้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพหรือไม่ อย่างไร	
การประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา - ผู้เรียนมีการประเมินผลในกลุ่มและประเมินผลตนเองหรือไม่ อย่างไร	

การประเมินผลตามรูปแบบในตาราง 7 ผู้ประเมินสามารถประเมินผลในลักษณะบรรยาย นอกจากนี้ผู้สอนอาจจะใช้การประเมินผลแบบให้คะแนนเป็นระบบอัตราส่วนในการประเมินผลก็ได้ดังตาราง 10

ตาราง 10 รูปแบบที่ใช้เป็นแนวทางในการประเมินผลผู้เรียนแบบอัตราส่วนทำโดยผู้สอน

การประเมิลผล	คะแนน		
	ดีมาก	ดี	พอใช้
	3 คะแนน	2 คะแนน	1 คะแนน
การจัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้			
การเชื่อมโยงกับปัญหา			
การกำหนดกรอบปัญหา			
การศึกษาปัญหา			
- การสร้างแนวคิดและสมมติฐาน			
- การพิจารณาทบทวนข้อเท็จจริงและข้อมูลปัญหา			
- การกำหนดสิ่งที่ต้องเรียนเพิ่มเติม			
- การพัฒนาแผนการเรียนรู้			
การรวบรวมความรู้ ตัดสินใจเลือกแนวทางการ			
แก้ปัญหา			
- การประเมินทรัพยากร/ข้อมูลที่ค้นคว้าได้			
- การตรวจสอบแนวคิดและสมมติฐาน			
- การเชื่อมโยงข้อมูลกับปัญหา			
การสร้างผลงาน หรือการปฏิบัติตามทางเลือก			
- การใช้ข้อมูลร่วมกับการผลิตผลงาน			
- การมีส่วนร่วมของผู้เรียนในการผลิตผลงาน			
- อื่นๆ			
การประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา			

2. การประเมินผลตนเองของผู้เรียน การประเมินผลผู้เรียนนั้นนอกจากจะเป็นหน้าที่ของผู้สอนแล้ว ผู้เรียนเองยังต้องมีบทบาทในการประเมินตนเองด้วย โดยมีเป้าหมายเพื่อการประเมินความสามารถของตนที่มีต่อการทำงานในกลุ่ม เพื่อทราบบทบาทของตนที่มีต่อกลุ่ม โดยมีรูปแบบดังตาราง 11 ต่อไปนี้

ตาราง 11 รูปแบบการประเมินผลตนเองของผู้เรียน

กิจกรรมที่ประเมิน	ดีมาก 3 คะแนน	ดี 2 คะแนน	พอใช้ 1 คะแนน
ฉันเสนอแนวคิดและข้อเท็จจริงต่อปัญหากับกลุ่ม			
ฉันช่วยพิจารณาและสร้างสิ่งที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติมกับกลุ่ม			
ฉันใช้แหล่งข้อมูลอย่างหลากหลายในการศึกษาค้นคว้า			
ฉันช่วยช่วยคิดเพื่อแก้ปัญหากับกลุ่ม			
ฉันเสนอข้อมูล ความรู้ใหม่ๆ ต่อกลุ่ม			
ฉันช่วยกลุ่มในการทำงาน			

จากการศึกษาการประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก สรุปได้ว่า การประเมินผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักควรดำเนินการควบคู่ไปกับการเรียนการสอน และผู้สอนผู้สอนจะต้องประเมินตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดการเรียนการสอน โดยใช้วิธีการที่หลากหลายและควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการประเมินตนเองด้วย

การเรียนรู้ร่วมกัน

การเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) เป็นลักษณะของการทำงานร่วมกันเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่อยู่ด้วยกัน ภายในกิจกรรมที่ร่วมกันทำนี้ แต่ละคนจะแสวงหาผลลัพธ์ที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและเป็นประโยชน์ต่อสมาชิกอื่น ๆ ในกลุ่ม การเรียนรู้ร่วมกันจึงเป็นการเรียนรู้อีกวิธีหนึ่ง ที่ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวาง เนื่องจากกิจกรรมและผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนการสอนตอบสนองต่อแนวทางการปฏิรูปการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ ที่ผู้สอนจะต้องปรับเปลี่ยนการสอนจากผู้สอนเป็นศูนย์กลางเป็นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545, หน้า 9) การเรียนรู้ร่วมกันถือเป็นการเรียนแบบตื่นตัว (Active Learning) ที่ให้ประโยชน์หลายอย่างแก่ผู้เรียน ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนและมีส่วนรับผิดชอบต่อการเรียนของตนเอง

1. **ความหมายของการเรียนรู้ร่วมกัน**

คำว่า "Collaborative Learning" ยังไม่ได้มีการบัญญัติศัพท์ไว้โดยราชบัณฑิตยสถาน แต่ได้มีนักการศึกษาของไทยหลายท่านเรียกว่า การเรียนรู้ร่วมกัน และอีกหลายท่านก็ได้เรียกว่า การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม อย่างไรก็ตาม กิดานันท์ มลิทอง (2548, หน้า 145) ได้กล่าวว่า ควรจะ

เรียกว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เนื่องจากคำว่าการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วมจะตรงกับความหมายของคำว่า "Participate Learning" การเรียนรู้ร่วมกันมีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

พิชัย ทองดีเลิศ (2547, หน้า 10) กล่าวว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นวิธีการเรียนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เพื่อศึกษาในสิ่งที่ตนเองชอบและสนใจ โดยการใช้ความรู้และประสบการณ์ของผู้เรียน รวมถึงแหล่งข้อมูลภายนอกเพื่อร่วมกันสร้างชิ้นงานและนำเสนอผลงาน เพื่อศึกษาร่วมกัน มีการแสดงร่วมความคิดเห็น การอภิปราย การวิจารณ์ เน้นการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มผู้เรียน

กิดานันท์ มลิทอง (2548, หน้า 145) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการรวมกลุ่มกันของผู้เรียนเป็นทีมงาน เพื่อทำงานโดยมีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ของงานหรือผลลัพธ์ทางวิชาการร่วมกัน

วิทยา อารีราษฎร์ (2549, หน้า 51) กล่าวว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นวิธีการสอนที่จัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม ๆ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกัน ได้แลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ร่วมกันและมีผลงานร่วมกัน

Panitz (2001, p. 1) กล่าวว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นปรัชญาของมนุษย์ในการจะเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม มีการจัดแบ่งหน้าที่กันและยอมรับในหน้าที่ของกันและกันภายในกลุ่ม

Barkley, Cross and Major (2004, p. 4) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการทำงานเป็นคู่หรือกลุ่มเล็ก เพื่อทำกิจกรรมให้ได้ผลสำเร็จตามเป้าหมายการเรียน

จากความหมายของการเรียนรู้ร่วมกัน สรุปได้ว่า การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นกลวิธีในการเรียนรู้ที่อาศัยรูปแบบของวิธีการทางสังคมที่มีการพูดคุย เรียนรู้ระหว่างกลุ่มคน เพื่อสร้างความรู้ขึ้นมาด้วยตนเองจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน ในลักษณะการทำงานของกลุ่ม ผู้เรียนทำกิจกรรมร่วมกัน มีการจัดแบ่งหน้าที่กัน แบ่งปันความรู้และประสบการณ์กัน เพื่อบรรลุเป้าหมายของการเรียนร่วมกัน

2. พื้นฐานทางทฤษฎีของการเรียนรู้ร่วมกัน

การเรียนรู้ร่วมกันมีความเกี่ยวข้องกับทฤษฎีทางพุทธิปัญญา และคอนสตรัคติวิสต์ ดังที่ Barkley, Cross and Major (2004) ได้แสดงไว้ ดังนี้

2.1 การเชื่อมต่อกับพุทธิปัญญา (Cognitive Connection) ซึ่งมีนักพุทธิปัญญาสมัยใหม่ได้กล่าวถึงโครงสร้างทางจิตใจ (mind) ที่เราเรียกว่า สกีมา (schema หรือ schemata) ซึ่งเป็นโครงสร้างประกอบด้วยข้อเท็จจริง ความคิด ความสัมพันธ์ระหว่างระบบต่าง ๆ เช่น คนมีสกีมาเกี่ยวกับวิทยาลัย จะเชื่อมโยงไปถึงลักษณะของนักเรียน รูปแบบของคณะ ที่ตั้ง เป็นต้น ดังนั้นสกีมาจึงเป็นการรวบรวมจัดระเบียบสารสนเทศเข้าด้วยกัน เพื่อสร้างเป็นความคิดรวบยอด

(concept) จากที่ยกตัวอย่าง แต่ละคนจะมีสกีมาเรื่องวิทยาลัยแตกต่างกัน ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้มากยิ่งขึ้นถ้าเขามีความรู้เดิมมาก่อน ทั้งนี้การค้นหาสารสนเทศในสมองเป็นเรื่องที่ยาก มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความลึกซึ้ง (deep) และลักษณะผิวเผิน (surface) ที่จะทำให้เกิดความแตกต่างทางการเรียนรู้ของ saljo ซึ่งพบคำตอบในรูปแบบที่เป็นลำดับเกี่ยวกับความเข้าใจได้ดังนี้

2.1.1 การเรียนรู้เป็นการได้มาซึ่งสารสนเทศ หรือการรู้ให้มาก (knowing a lot)

2.1.2 การเรียนรู้ คือ ความทรงจำ (memorizing)

2.1.3 การเรียนรู้เป็นการได้มาซึ่งข้อเท็จจริง และทักษะที่ใช้

2.1.4 การเรียนรู้จะสร้างสัมผัสการรับรู้ หรือสร้างความหมาย

2.1.5 การเรียนรู้เป็นการทำให้เข้าใจ (comprehension) เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจ (understanding) ด้วยการตีความหมายหลายครั้ง (reinterpret)

2.2 การเชื่อมต่อทางสังคม (Social Connections) มาจากฐานความคิดของ Vygotsky ที่กล่าวถึง ZPD หรือ Zone of Proximal Development ซึ่งเป็นพัฒนาการของความตั้งใจในการแก้ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้กับการต้องได้รับการแนะนำจากผู้ใหญ่หรือการพึ่งพาช่วยเหลือ (Collaborative)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าการเรียนรู้ร่วมกันเป็นการสอนและเป็นนวัตกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ทางพุทธิปัญญา และคอนสตรัคติวิสต์ที่ผู้เรียนจะต้องสร้างความรู้ขึ้นมาด้วยตนเอง โดยการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มผ่านการร่วมมือช่วยเหลือพึ่งพากัน

สรุปได้ว่าการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) มีฐานแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่คิดสร้างขึ้นมาเอง โดยผู้เรียนมีการจัดเก็บรวบรวมสารสนเทศเข้าไว้ในโครงสร้างทางปัญญา โดยผ่านการเรียนรู้แบบร่วมกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกันของคนในสังคม

3. การเรียนรู้ร่วมกันและการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ในปัจจุบันนอกจากการเรียนรู้ร่วมกันจะเป็นวิธีการสอนโดยจัดกลุ่มให้ผู้เรียน มีการใช้คำหนึ่งที่เป็นวิธีการสอนโดยจัดกลุ่มผู้เรียนเช่นเดียวกัน ได้แก่ การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) ซึ่งนักการศึกษาบางท่านเรียกว่า การเรียนรู้แบบร่วมแรงร่วมใจ การเรียนรู้ร่วมกันและการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีทั้งความเหมือนและความแตกต่างในคราวเดียวกัน โดยในความเหมือนของทั้ง 2 วิธี จะมียุทธศาสตร์ที่คล้ายกัน มีลักษณะของการเรียนโดยจัดตั้งกลุ่มให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันทำงานให้สำเร็จลุล่วงตามวัตถุประสงค์ (กิดานันท์ มลิทอง, 2548, หน้า 146)

เนื่องจากการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) เป็นการจัดการเรียนที่มีลักษณะที่ใกล้เคียงกับการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) ดังนั้น จึงต้องมีการให้

รายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะของการเรียนแต่ละแบบ ทั้งนี้เพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องและป้องกันการใช้งานอย่างสับสน (พิชัย ทองดีเลิศ, 2547, หน้า 9-15)

การเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) หมายถึง การปฏิบัติงานร่วมกันโดยเน้นการจัดระบบการเรียนรู้ มีการแบ่งปันความรู้ มีการยอมรับซึ่งกันและกัน มีการลงความเห็นร่วมกัน ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน หรือเป็นการสอนโดยใช้กลุ่มเดียวแล้วตั้งคำถามเพื่อหาคำตอบโดยการแบ่งปันให้สมาชิกในกลุ่มหาคำตอบ

การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) หมายถึง การจัดกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยโดยสมาชิกทุกคนต้องมีหน้าที่รับผิดชอบในสิ่งที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งสมาชิกต้องเข้าใจในกระบวนการทำงานในลักษณะเผชิญหน้า เป็นการเน้นการปฏิบัติงานให้มีความสำเร็จในกลุ่มย่อย

องค์ประกอบของการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) และการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) มีองค์ประกอบดังตาราง 12 ดังนี้

ตาราง 12 เปรียบเทียบองค์ประกอบการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) และการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
1. การเรียนรู้ชัดเจนต้องการพึ่งพาอาศัยในเชิงบวก (Positive Interdependence) การทำงานที่จะประสบความสำเร็จได้ ผู้เรียนต้องมีการช่วยเหลือกันภายในกลุ่มตามเป้าหมาย ซึ่งความสำเร็จของรายบุคคลถือว่าเป็นความสำเร็จภายในกลุ่ม	1. ความเกี่ยวข้องกับสัมพันธ์กันในเชิงบวก (Positive Independent) มี 2 ประเภท คือ 1.1 การพึ่งพาเชิงผลลัพธ์ เป็นการพึ่งพากันโดยได้ประโยชน์และความสำเร็จของกลุ่มร่วมกันถือได้ว่าเป็นผลงานและผลสัมฤทธิ์ร่วมกันของกลุ่ม ซึ่งต้องมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้มีกิจกรรมการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยมีเป้าหมายร่วมกัน จึงเกิดแรงจูงใจและแรงพึ่งพาซึ่งกันและกัน สามารถร่วมมือกันทำงานให้บรรลุผลสำเร็จได้

ตาราง 12 (ต่อ)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
	1.2 การพึ่งพาในเชิงวิธีการ เป็นการพึ่งพาของกระบวนการในด้านการทำงานเพื่อให้งานกลุ่มสามารถบรรลุได้ตามเป้าหมาย ซึ่งต้องสร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนในกลุ่มรู้ว่าทุกคนมีความสำคัญต่อความสำเร็จของงาน การสร้างสภาพการณ์มีองค์ประกอบดังนี้ - ทำให้เกิดการพึ่งพาทรัพยากรหรือข้อมูล (Resource Interdependence) โดยแต่ละคนมีความรู้เพียงบางส่วนที่มีประโยชน์ต่อกลุ่มแล้วนำข้อมูลที่มีมาประกอบรวมกันจึงทำให้งานสำเร็จ - ทำให้เกิดการพึ่งพาบทบาทเชิงสมาชิก (Role Interdependence) โดยกำหนดบทบาทการทำงานให้แต่ละบุคคลในกลุ่มและการทำให้เกิดการพึ่งพาเชิงภาวะงาน (Task Interdependence) โดยการแบ่งงานให้สมาชิกมีทักษะเกี่ยวเนื่องกัน แต่ถ้าสมาชิกทำงานไม่สำเร็จจะส่งผลให้สมาชิกคนอื่นๆ ไม่สามารถทำงานให้สำเร็จได้
2. มีปฏิสัมพันธ์ (Promotive Interaction) ความสัมพันธ์สมาชิกเชิงบวกเพื่อบรรลุเป้าหมาย มีการช่วยเหลือให้คำแนะนำต่อกัน	2. การมีปฏิสัมพันธ์เพื่อส่งเสริมกันระหว่างสมาชิกภายในกลุ่ม (face to Face Promotive Interdependence) เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ช่วยเหลือกัน มีการติดต่อสัมพันธ์กัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิด สมาชิกในกลุ่มมีการปฏิสัมพันธ์กันโดยตรงเพื่อการเรียนรู้และการรับฟังเหตุผลของสมาชิกในกลุ่ม ทำให้เกิดการพัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียน ส่งผลให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อสังคม

ตาราง 12 (ต่อ)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
3. มีความรับผิดชอบรายบุคคลและความรับผิดชอบส่วนตัว (IndividualAccountability and PersonalResponsibility) ผู้เรียนรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายไปปฏิบัติให้สำเร็จตามเป้าหมายแล้วนำความรู้ ที่ได้มาแบ่งปันความรู้กัน	3. ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน (IndividualAccountability) เป็นความรับผิดชอบของสมาชิกทุกคนเมื่อได้รับมอบหมายตามภาระงานต่างๆ และทุกคนต้องปฏิบัติตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายเต็มความสามารถผู้เรียนต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเองและของสมาชิกในกลุ่ม โดยให้ความสำคัญทางด้านความรู้ความสามารถของแต่ละคนที่ได้รับมอบหมาย และแน่ใจว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เป็นรายบุคคล และการให้ข้อมูลย้อนกลับของแต่ละกลุ่ม เปิดโอกาสให้สมาชิกแต่ละคนได้รายงานและแสดงความคิดเห็นเป็นรายบุคคลเพื่อสร้างความมั่นใจในการทดสอบเป็นรายบุคคล
4. ทักษะการทำงานกลุ่มย่อยหรือการพัฒนาการทำงานเป็นทีม (Small Group Skill) หรือ (Development of Teamwork) ผู้เรียนต้องมีความเชื่อมั่นต่อตนเองและผู้อื่น โดยการยอมรับและสนับสนุนร่วมกันแก้ไขปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้น	4. การใช้ทักษะปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย (Interpersonal and Small Group Skill) เป็นทักษะทางสังคม (Social Skill) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข สามารถเป็นผู้นำ รู้จักตัดสินใจ สร้างความไว้วางใจ สามารถติดต่อสื่อสารและแก้ไขปัญหาที่เกิดจากการขัดแย้งระหว่างการทำงานร่วมกัน
5. กระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม (Group Processing) เป็นการทำงานร่วมกันของสมาชิกที่มุ่งเน้นการสะท้อนกลับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล สนับสนุนทักษะการร่วมมือมีการให้รางวัลสำหรับ	5. กระบวนการทำงานกลุ่ม (Group Processing) เป็นการเรียนรู้โดยผู้เรียนต้องได้เรียนรู้จากกลุ่มมากที่สุดในด้านความคิด การทำงานและความรับผิดชอบจนสำเร็จผลการช่วยกันดำเนินงานอย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุเป้าหมายต้องประกอบด้วยหัวหน้าหรือผู้นำทีมที่ดี สมาชิกที่ดีและกระบวนการในการทำงาน สำหรับ

ตาราง 12 (ต่อ)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
พฤติกรรมเชิงบวก และยินดีต่อความสำเร็จที่ได้รับ	การประเมินในส่วนที่เป็นวิธีการทำงานของกลุ่มจะประเมินจากพฤติกรรมของสมาชิกและผลงานของกลุ่ม โดยสมาชิกในกลุ่มจะมีส่วนร่วมในการประเมินกันเอง เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นความสำคัญในการทำงานร่วมกัน เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จได้

นอกจากนี้ Panitz (2001, p. 25) ได้เปรียบเทียบความแตกต่างของการเรียนรู้ร่วมกันกับการเรียนแบบร่วมมือ ไว้ดังตาราง 13

ตาราง 13 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning) **และการเรียนรู้แบบร่วมมือ** (Cooperative Learning)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
1. เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ใหญ่กว่า Cooperative Learning	1. เป็นการเรียนรู้ที่มีความจำกัดอยู่ในวงแคบ
2. มีการเรียนรู้และทักษะที่ไม่มีการจำกัดในเนื้อหา	2. การเรียนรู้ในขอบเขตความรู้และทักษะที่ชัดเจน
3. โครงสร้างของงานมีการจัดโครงสร้างน้อยกว่าคือ ill-Structure เพื่อให้ได้คำตอบที่มีความยืดหยุ่นหลากหลาย	3. โครงสร้างของงานประกอบด้วย Per-Structure, Task-Structure และ Content-Structure มีการกำหนดโครงสร้างล่วงหน้ามากกว่า โดยมีความเกี่ยวข้องกับงานที่จัดโครงสร้างไว้ เพื่อหาคำตอบที่มีขอบเขตจำกัดชัดเจน
4. มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ใช้กลไกของการวิเคราะห์ของกลุ่มและการไตร่ตรองความรู้สึกของตนเป็นการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	4. เป็นเทคนิคที่ช่วยให้ประสบความสำเร็จในด้านความรวดเร็วดีกว่า งานน้อยกว่า ซึ่งผู้เรียนเป็นผู้สอนเพื่อนทุกคนในกลุ่ม

ตาราง 13 (ต่อ)

Collaborative Learning	Cooperative Learning
5. การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นแนวคิดเชิงคุณภาพ มุ่งวิเคราะห์ให้ผู้เรียนที่ตอบสนองต่อการเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ ที่ได้รับ	5. การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นแนวคิดเชิงปริมาณโดยมุ่งเน้นผลสัมฤทธิ์ของงาน

กิดานันท์ มลิทอง (2548, หน้า 160) กล่าวไว้ว่า การเรียนรู้ร่วมกันและการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความคล้ายกันในลักษณะของการจัดการเรียนรู้ โดยการเรียนรู้ทั้งสองมีลักษณะเฉพาะ ดังนี้

ลักษณะเฉพาะของการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning)

การเรียนรู้ไม่ได้มีในเฉพาะกลุ่มผู้เรียนเท่านั้น แต่เป็นการปฏิบัติร่วมกันระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง ส่วนผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติ แล้วนำประสบการณ์มาแบ่งปันกันโดยลักษณะการเรียนรู้ร่วมกัน มีดังนี้

1. การแบ่งปันความรู้ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน การแบ่งปันความรู้แบบเดิมในห้องเรียน ผู้สอนเป็นผู้ให้ความรู้ แต่ผู้เรียนเป็นผลที่ได้จากการปฏิบัติโดยประสบการณ์และเกิดการเรียนรู้

2. การแบ่งปันการควบคุมห้องเรียนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้สอนเป็นผู้กำหนดเป้าหมาย ส่วนผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมาย และประเมินความสมบูรณ์ขององค์ความรู้ที่ได้ร่วมกันของสมาชิก

3. ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง โดยผู้เรียนเป็นผู้ที่มีความสำคัญต่อการเรียน

4. ความหลากหลายของสมาชิกในกลุ่ม ผู้สอนให้ผู้เรียนจัดกลุ่มแล้วทำงานร่วมกันตามเป้าหมาย

ลักษณะเฉพาะของการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

ลักษณะเฉพาะของการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีดังนี้

1. ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มเล็กโดยมีสมาชิกในกลุ่มตั้งแต่สองคนขึ้นไป

2. ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มโดยมีงานและกิจกรรมการเรียนรู้

3. การเรียนรู้แบบร่วมมือของผู้เรียนเป็นพฤติกรรมทางสังคมโดยมีภาระงานและกิจกรรมการเรียน

4. การมีปฏิสัมพันธ์เชิงบวกโดยมีการจัดโครงสร้างกิจกรรมที่ลึกซึ้ง

5. ความเป็นปัจเจกบุคคลของการตอบสนองต่องานหรือการเรียนรู้

เป้าหมายการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการทำงานที่สนับสนุนความสอดคล้องและการร่วมมือกันในการค้นหาความรู้ ส่วนเป้าหมายของการเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการพัฒนาองค์ความรู้อย่างอิสระด้านการพูด ความคิด ซึ่งการเรียนรู้แบบร่วมมือเหมาะสมกับผู้เรียนระดับมัธยมต้น ส่วนการเรียนรู้ร่วมกันนั้นจะเหมาะสมกับการเรียนระดับมัธยมปลายหรืออุดมศึกษามากกว่า

จากการเปรียบเทียบลักษณะการเรียนทั้ง 2 แบบ จะเห็นได้ว่า มีสิ่งที่เหมือนกันและต่างกัน แต่ก็เป็นเพียงทัศนะของผู้เรียนส่วนหนึ่งเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามนักการศึกษาอีกส่วนหนึ่งก็มีความเห็นว่า ทั้งการเรียนรู้ร่วมกันและการเรียนแบบร่วมมือนั้นมีความหมายเดียวกัน คือ วิธีการเรียนเป็นกลุ่มที่ใช้การร่วมมือร่วมใจในการทำงานด้วยกัน เพื่อช่วยกันค้นหาและสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมา

4. เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน

สำหรับเทคนิคของการเรียนรู้ร่วมกัน ได้มีนักการศึกษา Barkley, Cross and Major (2004, pp. 134-140) แบ่งเทคนิควิธีการของการเรียนรู้ร่วมกันออกเป็น 5 ลักษณะ ดังนี้

1. เทคนิคสำหรับการอภิปราย (Techniques for Discussion) เป็นการแลกเปลี่ยนข้อมูล ข่าวสาร ความรู้ ความคิด ความเห็น ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กัน เนื่องจากการอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจะช่วยผู้เรียนได้ในการหาวิธีการใช้ความคิด และเรียนรู้ด้วยการสื่อสาร กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิดเกี่ยวกับหลักการ ลักษณะนิสัย และภาษา ทำให้ผู้เรียนได้มุมมองหลากหลาย มีความท้าทาย ชวนคิด ซับซ้อน ซึ่งเทคนิคนี้จะช่วยให้ผู้เรียนลึกซึ้งและอยู่ในความจำได้นาน เทคนิคนี้ค่อนข้างยากที่จะทำให้ผู้มีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็น ถ้าผู้เรียนยังแสดงบทบาทเป็นเพียงผู้ฟังเฉยๆ เทคนิคนี้ต้องการการพูดคุย แสดงความคิด ความรู้สึก ความเชื่อ ซึ่งผู้เรียนมักไม่กล้าแสดงความคิดเห็น เพราะกลัวว่ามุมมองของตนเองอาจจะไม่ถูกต้องหรือถูกมองว่าไม่ฉลาด อย่างไรก็ตามผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศให้เกิดความท้าทายในชั้นเรียนเพื่อให้เกิดการอภิปราย ยุทธศาสตร์ที่จะนำมาใช้เพื่อสนับสนุนให้เกิดการอภิปราย มีดังนี้

ตาราง 14 เทคนิคสำหรับการอภิปราย (Techniques for Discussion)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
1. Think-Pair-Share	นำความคิดของแต่ละคนที่ใช้เวลาไม่มากในการคิดมาเปรียบเทียบกับคู่ของตัวเองก่อนที่จะแลกเปลี่ยนกับกลุ่มในชั้นเรียน	เป็นการเตรียมผู้เรียนเพื่อจะมีส่วนร่วมได้อย่างมีประสิทธิภาพอย่างเต็มที่ในการอภิปรายทั้งชั้นเรียน
2. Round Robin	สร้างความคิดและพูดเพื่อจะย้ายผู้เรียนจากผู้เรียนคนหนึ่งไปยังผู้เรียนคนต่อไป	ร่วมกันระดมสมองระหว่างผู้เรียนที่มีส่วนร่วมกัน
3. Buzz Groups	อภิปรายกันถึงคำถามที่ได้รับเป็นกลุ่มที่มีการจัดคู่เล็กๆ	สร้างข้อมูลและความคิดในช่วงเวลาสั้นๆ เพื่อเตรียมตัวอภิปรายในชั้นเรียนใหญ่
4. Talking Chips	มีกลุ่มอภิปรายและต้องยอมจำนนต่อการพูดที่มีหลักฐาน	ผู้มีส่วนรวมทุกคนจะได้รับความยุติธรรม
5. Three-Step Interview	สัมภาษณ์แต่ละคน และรายงานสิ่งที่พวกเขาได้เรียนรู้ให้คนอื่นฟัง	ช่วยผู้เรียนให้มีการเรียนรู้เป็นเครือข่าย เพื่อเพิ่มทักษะการสื่อสาร
6. Critical Debates	สมมติให้มีการขัดแย้งกันในเรื่องมุมมองที่ตรงข้ามกัน	สามารถพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ กระตุ้นผู้เรียนในการตั้งสมมติฐาน

2. เทคนิคสำหรับการสลับกันสอน (Reciprocal Teaching) สิ่งที่มีประสิทธิภาพที่สุด ในการสอนแต่ละครั้งคือ ผู้สอนและผู้เรียนต้องมีเป้าหมาย ซึ่งวิธีการที่น่าสนใจก็คือ ให้ผู้เรียนสอนผู้เรียนด้วยกันเอง วิธีการแลกเปลี่ยนหรือสลับกัน (Reciprocal) ผู้เรียนจะเป็นทั้งผู้สอนและผู้เรียน ซึ่งจะมีการร่วมมือเพื่อช่วยเหลือในการเรียนรู้ซึ่งกันและกันผ่านคู่ของตนเอง

สำหรับการสลับกันสอนนี้ ในการปฏิบัติจริงพบว่ามีประสิทธิภาพต่อการเรียนรู้มาก เป็นการลงมือปฏิบัติมากกว่าจะเป็นผู้รับ ผู้เรียนจะช่วยเหลือซึ่งกันและกันเพื่อให้ได้รับความรู้หรือความเข้าใจ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความรู้สูงขึ้นในการทำความเข้าใจและเพียงพอที่จะเป็นโค้ชเพื่อช่วยเหลือคนอื่น จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความรู้และเกิดทักษะความเข้าใจกับคู่ของตนเอง

ตาราง 15 เทคนิคการสลับกันสอน (Reciprocal Teaching)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
7. Note-Talking Pairs	รวมสารสนเทศของแต่ละคนเข้าด้วยกัน เพื่อสร้างความเข้าใจเป็นรูปแบบของการมีส่วนร่วมในลักษณะบันทึก	ช่วยผู้เรียนที่สูญเสียสารสนเทศและข้อผิดพลาดด้วยการบันทึก และเรียนรู้ดีขึ้นจากการเป็นนักบันทึก
8. Learning cell	ตั้งคำถามขึ้นมาด้วยตนเองเกี่ยวกับการอ่าน หรือการเรียนรู้ในการทำกิจกรรม	ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมด้วยการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาและกระตุ้นให้ผู้เรียนท้าทายและใช้ความคิดขั้นสูง
9. Fishbowl	ใช้กลุ่มขนาดเล็ก มีการอภิปรายภายในกลุ่ม และกลุ่มใหญ่ภายนอกเป็นผู้สังเกตและรับฟัง	เตรียมโอกาสสำหรับผู้เรียนเพื่อเป็นต้นแบบ หรือเพื่อกระบวนการสังเกตสภาพการทำงานเป็นกลุ่ม
10. Role Play	เป็นลักษณะการแสดงออกที่ต่างกันไปเหมือนกับฉากละคร	ปลูกฝังให้ผู้เรียนสร้างกิจกรรมขึ้นเองเพื่อช่วยเหลือให้นักเรียนเรียนรู้จากกัน
11. Jigsaw	พัฒนาเกี่ยวกับหัวข้อ และใช้สอนกับคนอื่น	จูงใจให้ผู้เรียนเรียนรู้กระบวนการอย่างลึกซึ้งและเพียงพอที่จะสอนในกลุ่ม
12. Test-Talking Teams	เตรียมการทดสอบการทำงานในกลุ่มทดสอบเป็นบุคคลและกลุ่ม	ช่วยให้เข้าถึงผู้เรียน และพัฒนาความเข้าใจเนื้อหาด้วยการทดสอบยุทธศาสตร์

3. เทคนิคสำหรับการแก้ปัญหา (Techniques for Problem solving) ผู้สอนส่วนมากสนใจพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน เนื้อหาที่ยุ่งยากจะเป็นแบบฝึกความคิด ปัญหาที่ใช้นำเสนอผู้เรียนที่เป็นยุทธศาสตร์การสอนที่มีประสิทธิภาพคือ การใช้ปัญหา

เป็นฐานในการเรียนรู้ (Problem-based Learning) เป็นแรงจูงใจให้เกิดการค้นหาความรู้ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาจนประสบผลสำเร็จ การนำเสนอปัญหาต้องท้าทาย ผู้เรียนจำเป็นต้องฝึกคิดเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ในการคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทฤษฎีทางพุทธิปัญญาสามารถนำมาสนับสนุนความคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประโยชน์ที่ได้รับจากการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาคือผู้เรียนประยุกต์ใช้ปัญหาได้ทั่วไป ตารางต่อไปนี้เป็นการออกแบบที่ช่วยผู้เรียนในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ตาราง 16 เทคนิคสำหรับการแก้ปัญหา (Techniques for Problem solving)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
13. Think-Aloud Pair Problem Solving (TAPPS)	แก้ปัญหาด้วยความพยายามที่จะให้เหตุผลให้กับคู่	สิ่งสำคัญอยู่กระบวนการแก้ปัญหา(มากกว่าผลลัพธ์) และช่วยเหลือผู้เรียนในการนิยามเหตุผลหรือกระบวนการที่ผิดพลาด
14. Send-A-Problem	พยายามแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านปัญหา และวิธีการแก้ไขไปยังกลุ่มใกล้เคียงที่มีปัญหาคล้ายกัน สุดท้าย ประเมินผลการแก้ปัญหาของกลุ่ม	ฝึกทักษะการคิดเพื่อแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ และแยกแยะระหว่างความแตกต่างของปัญหาทั้งสอง
15. Case Study	ทบทวนการเขียนจากเหตุการณ์สมมติที่เกี่ยวกับความเป็นจริงในชีวิตประจำวัน และพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา	นำเสนอหลักการที่เป็นนามธรรมและทฤษฎีในหลายวิธี ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนค้นพบความเกี่ยวข้องกัน
16. Strctured Problem Solving	แก้ปัญหาตามโครงสร้าง	แบ่งกระบวนการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน ทำให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และจัดการกับปัญหาได้

ตาราง 16 (ต่อ)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
17. Analytic Teams	เป็นบทบาทของภารกิจเฉพาะที่ดำเนินการเมื่อต้องอ่านอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อกำหนดหน้าที่ในการฟังแล้วจดบันทึก หรือดูจากวีดีโอ	ช่วยผู้เรียนทำความเข้าใจกิจกรรมที่แตกต่างกันไป
18. Group Investigation	วางแผน รวบรวม และรายงานสิ่งที่ไปศึกษามาอย่างลึกซึ้ง	สอนผู้เรียนให้รู้จักกระบวนการวิจัยและช่วยให้ได้รับความรู้ที่ลึกซึ้ง

4. เทคนิคการใช้กราฟิกและการจัดระเบียบสารสนเทศ (Techniques Using Graphic Information Organizer) บางครั้งภาพมีคุณค่ามากกว่าคำเป็นพันคำ การจัดระเบียบกราฟิกเป็นเครื่องมือที่ทรงพลังในการเปลี่ยนสารสนเทศที่ซับซ้อนเป็นการแสดงภาพอย่างมีความหมาย เพราะสารสนเทศที่มีการจัดระเบียบแล้วจะช่วยผู้เรียนให้ค้นพบรูปแบบและการเชื่อมโยงระหว่างความคิดซึ่งบางครั้งอาจจะเป็นไปไม่ได้ถ้าทำเพียงลำพัง นอกจากเทคนิคดังกล่าวจะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ทั้งหมดที่เป็นภาพรวมและรายละเอียดย่อๆ แล้ว ยังช่วยผู้เรียนในการตีความหมายการทำความเข้าใจ และทำให้หยั่งรู้ได้ง่ายยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะการจัดระเบียบกราฟิกจะใช้คำเดี่ยวหรือวลีสั้น ๆ แล้วผสมผสานกับการแสดงภาพหรือไดอะแกรม การจัดระเบียบกราฟิกจะมีความยืดหยุ่นในการใช้ตามวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกันไป การใช้กราฟิกในการเรียนรู้แบบร่วมกัน มีดังนี้

ตาราง 17 เทคนิคการใช้กราฟิก และการจัดระเบียบสารสนเทศ (Techniques Using Graphic Information Organizcer)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
19. Affinity Grouping	ก่อให้เกิดความคิด การนิยามหัวข้อต่างๆ และจัดลำดับระเบียบความคิด	ช่วยผู้เรียนคลายปมหัวข้อที่ยุ่งยากและทำการพิสูจน์พร้อมจัดประเภท

ตาราง 17 (ต่อ)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
20. Group Grid	เป็นชิ้นส่วนของความรู้ ที่ถามถึงสิ่งที่อยู่ในเซลล์ช่องที่เว้นว่าง	ช่วยทำให้เกิดความชัดเจนในความคิดรวบยอดและพัฒนา
21. Team Matrix	แยกระหว่างสิ่งที่เหมือนกันด้วยการทำข้อสังเกตและเครื่องหมายไว้บนชาร์ทเพื่อให้เห็นลักษณะที่สำคัญ	แยกระหว่างความคิดที่เหมือนกันมาก
22. Sequence Chains	วิเคราะห์ และวาดให้เห็นเป็นภาพกราฟิกที่เป็นเหตุการณ์ การกระทำ บทบาท หรือการตัดสินใจ	กระบวนการทำความเข้าใจเป็นเหตุและผลตามลำดับที่เกิดขึ้น
23. World Webs	สร้างรายชื่อที่แสดงถึงความเชื่อมโยงระหว่างความคิดและจัดระเบียบในกราฟิก ระบุความสัมพันธ์ ให้เห็นหรือใช้ลูกศรเพื่อแสดงการเชื่อมต่อ	นำเสนอความสัมพันธ์ที่เป็นแผนที่ สามารถแสดงให้เห็นถึงปลายทางและที่ตั้งทำให้เห็นถึงเส้นทาง

5. เทคนิคให้ความสนใจเกี่ยวกับการเขียน (Techniques Focusing on Writing) ผู้เรียนใช้การเขียนเพื่อแสดงความคิดเห็น ซึ่งการเขียนเป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ได้อย่างลึกซึ้ง สร้างความเข้าใจหลักการและเนื้อหาสำคัญต่อการได้มาซึ่งทักษะการคิด การเรียนรู้ร่วมกันที่เน้นเกี่ยวกับการเขียน มีดังนี้

ตาราง 18 เทคนิคให้ความสนใจเกี่ยวกับการเขียน (Techniques Focusing on Writing)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
24. Dialogue Journal	บันทึกความคิดลงในบทความมีการแลกเปลี่ยนข้อเสนอแนะจากคู่และตั้งคำถาม	เชื่อมโยงวิชากับชีวิตส่วนตัวและการมีปฏิสัมพันธ์กับคนอื่นด้วยการใช้เนื้อหาเชื่อมโยงและวิธีการคิด

ตาราง 18 (ต่อ)

การเรียนรู้ร่วมกัน	เทคนิคใช้กับผู้เรียน	ประโยชน์
25. Round Table	หมุนเวียนกันไปรอบๆ เพื่อให้เขียนหนึ่งคำหรือสองคำ วลี หรือประโยคก่อนที่ส่งกระดาษไปให้คนอื่นทำอย่างเดียวกัน	ฝึกปฏิบัติการเขียนอย่างไม่เป็นทางการ และบันทึกความคิดเห็นลงไป
26. Dyadic Essay	เขียนเรื่องราวคำถามและคำตอบสำหรับแต่ละคน แลกเปลี่ยนคำถามกัน หลังจากนั้นตอบและเปรียบเทียบคำตอบกับเฉลย	มีความสำคัญกับการทำกิจกรรมการเรียนรู้ วิธีการคิดและการตอบคำถามเกี่ยวกับกิจกรรม
27. Peer Editing	ทบทวนวิพากษ์ และให้ผลย้อนกลับร้อยกรองที่คู่เขียนส่งมา ซึ่งรายงานให้ความเห็นเกี่ยวกับการค้นคว้าเอกสาร	พัฒนาการเขียนวิพากษ์และสร้างการวิพากษ์ เพื่อทำความในกระดาษก่อนที่จะให้ระดับคะแนน
28.Collaborative Writing	เขียนลงไปในกระดาษในรูปแบบอย่างเป็นทางการ	เรียนรู้ขั้นตอนการเขียนที่มีประสิทธิภาพ
29. Team Anthologies	รวบรวมรายวิชาเชื่อมโยงกับการอ่านของนักเรียนที่มีปฏิสัมพันธ์กับสื่อ	ให้ประสบการณ์กระบวนการวิจัยที่ไม่ต้องเขียนในรูปแบบอย่างเป็นทางการ
30. Paper seminar	เขียนและนำเสนอต้นฉบับของเอกสารแล้วรับการสะท้อนกลับอย่างเป็นทางการจากคู่และมีส่วนร่วมในการอภิปรายประเด็นต่างๆ ในกลุ่ม	มีส่วนร่วมในการอภิปรายอย่างลึกซึ้ง เกี่ยวกับเรื่องที่ศึกษาและให้ผลสะท้อนกลับกับนักเรียนแต่ละคนที่ทำงาน

จากที่กล่าวมาพบว่า มีรูปแบบหลายวิธีการที่สามารถนำมาเป็นเทคนิคในการจัดการเรียนรู้ ร่วมกัน Jianhua, et al. (2001, p. 56) กล่าวว่า ผู้ออกแบบจะต้องเลือกใช้รูปแบบที่เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมและผู้เรียน การที่จะเลือกใช้เทคนิคใดเทคนิคหนึ่งควรจะพิจารณาดูว่ารูปแบบนั้นเหมาะสมกับผู้เรียนหรือไม่

ในกระบวนการเรียนรู้ร่วมกันนั้น ไม่ว่าเราจะใช้รูปแบบใดเป็นเทคนิคในกลุ่มของผู้เรียน จำเป็นจะต้องมีเครื่องมือเพื่อใช้ในการสะท้อนความคิด หรือเพื่อสร้างผังความคิดอย่างเป็นระบบ ซึ่ง Puntamberkar (1999, p. 67) ได้กล่าวว่า ถ้าเป็นการเรียนแบบบุคคลสามารถใช้สมุดบันทึกสะท้อนความคิด (Reflective Notebook) เป็นเครื่องมือในกระบวนการแก้ปัญหา เช่น การเข้าใจปัญหา การสร้างความคิด การกำหนดปัญหา เป็นต้น แต่ถ้าเป็นการเรียนรู้ร่วมกัน เราสามารถใช้แผนผังมโนทัศน์ (Conceptual Map) มาเป็นเครื่องมือเพื่อใช้ช่วยในกระบวนการแก้ปัญหาร่วมกัน หรือใช้เพื่อช่วยสร้างความเข้าใจในเนื้อหาได้

5. บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการเรียนรู้ร่วมกัน

พิชัย ทองดีเลิศ (2547, หน้า 16) ได้กล่าวว่า บทบาทของผู้สอนในการเรียนรู้ร่วมกัน ต้องเป็นผู้ที่ยอมรับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ทั้งในด้านการทำงานที่ผู้เรียนอาจประสบความสำเร็จหรือล้มเหลว เป็นผู้ที่ยืดหยุ่น ปรับตัวได้กับภาวะกดดันต่าง ๆ ที่ต้องเผชิญ โดยต้องมีบทบาท ดังนี้

1. เป็นผู้อำนวยความสะดวก ทำหน้าที่บริการให้ความสะดวกและจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่ผู้เรียนต้องการ

2. เป็นผู้ให้คำแนะนำ โดยเป็นผู้ให้ข้อมูลบางอย่างแก่ผู้เรียน เพื่อดูแลไม่ให้ความคิดของผู้เรียนกระจัดกระจายจนหาประเด็นไม่ได้

3. เป็นผู้จัดการ โดยการวางแผนจัดกลุ่ม การใช้เวลาในการจัดการกับข้อมูลและความรู้ การสร้างชิ้นงาน การสร้างข้อตกลงร่วมกันกับผู้เรียน

4. เป็นผู้ประเมินผล โดยจะเป็นผู้ดำเนินการตรวจสอบความเข้าใจ ความรู้และมโนมติของผู้เรียน

บทบาทของผู้เรียน มีดังนี้

1. เป็นผู้สร้างจุดหมายในการเรียนรู้

2. เป็นผู้วางแผนในการศึกษาค้นคว้าและแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง

3. เป็นผู้ดำเนินการในการจัดทำข้อมูลความรู้ สร้างชิ้นงานหรือโครงงาน

4. รับผิดชอบในการเสนองานของตนเอง และตรวจสอบผู้เรียนในกลุ่มอื่น ขณะที่มีการนำเสนองาน เพื่อให้แน่ใจว่าผู้เรียนอื่น ๆ สามารถทำความเข้าใจและรับรู้ข้อมูลความรู้ที่ตนเองนำเสนอ

5. เป็นผู้ประเมินผล ทั้งประเมินผลตนเอง ผู้เรียนอื่น ๆ และชิ้นงาน

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ร่วมกัน

ในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ร่วมกัน จำเป็นต้องเลือกวิธีการให้มีความเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมของการเรียนให้กับผู้เรียน ซึ่งจะมีวิธีการประเมินที่มีความแตกต่างกันออกไป ดังนั้นผู้สอนจึงสามารถปรับเปลี่ยนและใช้วิธีการประเมินให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วจะมีการประเมินใน 2 ด้าน คือ

การประเมินกระบวนการเรียน (Assessment Process) เป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถเลือกใช้ได้ในทุกสภาพแวดล้อมทางการเรียนและประเมินได้ทุกสัปดาห์ Cramer (1994, p. 21) กล่าวว่า กระบวนการดังกล่าว ได้แก่

1. การประเมินชั้นเรียน (Class Assessment)
2. การเลือกตามรายการ (Checklists)
3. การประเมินงานส่วนบุคคล (Journal Monitoring)
4. การประเมินโดยสมาชิกในกลุ่ม (Anonymous Group Member Evaluation)
5. รายงานของผู้เรียน (Student Papers)
6. ประเมินความร่วมมือของกลุ่ม (Evaluating Collaborative Group)

ส่วนการประเมินอีกลักษณะหนึ่งใช้เพื่อเป็นการหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถ ในการเรียนรู้ของผู้เรียนและใช้เพื่อเป็นการจัดลำดับของผลการเรียนให้กับผู้เรียน ซึ่งในลักษณะนี้ จะใช้การประเมินผลผลิต (Assessment of Product) ซึ่งมี 6 วิธีการ คือ

1. รายงานของผู้เรียน (Student Papers)
2. โครงการวิจัย (Research Project)
3. แบบทดสอบแบบสั้น (Short – Answer Examination Question)
4. ผลย้อนกลับของการร่วมมือทำงาน (Formative Feedback on Collaborative Group Product)
5. การทดสอบความร่วมมือ (Collaborative Examination)
6. งานที่มอบหมายให้ทำร่วมกัน (Collaborative Assignments)

การประเมินผลการเรียนรู้ร่วมกันควรใช้การประเมินทั้งสองด้านควบคู่กันไป ทั้งนี้เนื่องจากการเรียนในลักษณะนี้ต่างจากการเรียนในชั้นเรียนปกติ มีทั้งเรื่องของกระบวนการกลุ่ม

และด้านเทคโนโลยีเข้ามาเกี่ยวข้อง อีกทั้งกิจกรรมการเรียนก็มีความแตกต่างกัน การจะได้ข้อมูลที่ครบถ้วนทั้งด้านความร่วมมือในการทำงานและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จึงต้องใช้การประเมินทั้งสองด้านในการประเมินผลการเรียน มีสิ่งที่จะต้องพิจารณาในการประเมิน ได้แก่

1. กระบวนการทำงานร่วมกันของผู้เรียน ที่แสดงให้เห็นขณะที่มีการเรียนรู้ร่วมกัน
2. ผลงาน (Task)
3. การแสดงออก (Performance)

การดำเนินการในการประเมินผลการเรียน มีแนวทางในการปฏิบัติ ดังนี้

1. ประเมินชิ้นงานที่นำเสนอ ในการประเมินจะพิจารณาความถูกต้องของข้อมูลความรู้ มโนมติที่นำเสนอ ข้อมูลความรู้เชิงลึก การสื่อความหมายที่ทำให้ผู้ร่วมกิจกรรมเข้าใจเนื้อหาสาระและการจัดกิจกรรมเสริมเพื่อตรวจสอบหาความเข้าใจ

2. ผู้สอนประเมินผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยการประเมินการปฏิบัติงานของผู้เรียนขณะที่ทำงาน โดยใช้วิธีการสังเกต การสัมภาษณ์ การเขียนอนุทิน (Journal)

3. ผู้เรียนแต่ละคนประเมินตนเองและให้เพื่อนในกลุ่มประเมินตัวผู้เรียนด้วย ตามหัวข้อต่อไปนี้

3.1 หน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจากกลุ่ม

3.2 ผลสำเร็จของงานที่ผู้เรียนทำ

3.3 บทบาทในการดำเนินงาน

จากการศึกษาสาระสำคัญที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ร่วมกัน ในด้านความหมายของการเรียนรู้ร่วมกัน ลักษณะการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน รวมถึงการวัดและประเมินผล ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปสาระสำคัญของการเรียนรู้ร่วมกัน ดังตาราง 19

ตาราง 19 แสดงผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์สาระสำคัญของการเรียนรู้ร่วมกัน

แนวคิด หลักการ	สาระสำคัญของการเรียนรู้ร่วมกัน
- **การเรียนรู้ร่วมกัน** เป็นการเรียนรู้ในลักษณะทีมงาน เน้นการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มผู้เรียนมีการแบ่งปันความรู้และประสบการณ์กัน เพื่อบรรลุเป้าหมายของ	- การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการปฏิบัติงานร่วมกันโดยเน้นการจัดระบบการเรียนรู้ มีการแบ่งปันความรู้ มีการยอมรับซึ่งกันและกัน มีการลงความเห็นร่วมกัน ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน

ตาราง 19 (ต่อ)

แนวคิด หลักการ	สาระสำคัญของการเรียนรู้ร่วมกัน
การเรียนร่วมกัน (Panitz, 2001; Barkley, Cross and Major, 2004; พิชัย ทองดีเลิศ, 2547; กิดานันท์ มลิทอง, 2548; วิทยา อารีราษฎร์, 2549) - **องค์ประกอบของการเรียนรู้ร่วมกัน** ประกอบด้วย 1) การเรียนรู้ชัดเจนต้องการพึ่งพาอาศัยในเชิงบวก 2) มีปฏิสัมพันธ์ 3) มีความรับผิดชอบรายบุคคลและความรับผิดชอบส่วนรวม 4) ทักษะการทำงานเป็นกลุ่มย่อยหรือการพัฒนาการทำงานเป็นทีม 5) กระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม (พิชัย ทองดีเลิศ, 2547) - **ลักษณะเฉพาะของการเรียนรู้ร่วมกัน** 1) การแบ่งปันความรู้ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน 2) การแบ่งปันการควบคุมห้องเรียนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน 3) ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง 4) ความหลากหลายของสมาชิกในกลุ่ม (Lejeune, 1999)	- การเรียนรู้ไม่ได้มีเฉพาะตัวผู้เรียนเท่านั้น แต่เป็นการปฏิบัติร่วมกันระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง ส่วนผู้เรียนเป็นเป็นผู้ปฏิบัติ แล้วนำประสบการณ์มาแบ่งปันกัน โดยมีลักษณะการเรียนรู้ร่วมกัน ดังนี้ 1. การแบ่งปันความรู้ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก ชี้แนะ จัดการและประเมินผล ส่วนผู้เรียนเป็นผู้สร้างจุดหมายในการเรียนรู้ ร่วมวางแผน ดำเนินการเรียนรู้และเป็นผู้ร่วมประเมินด้วย 2. การแบ่งปันการควบคุมห้องเรียนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน 3. ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง โดยผู้เรียนเป็นผู้ที่มีความสำคัญต่อการเรียน 4. มีความหลากหลายของสมาชิกในกลุ่ม โดยให้ผู้เรียนจัดกลุ่มแล้วทำงานร่วมกันตามเป้าหมาย - การประเมินผลการเรียนรู้ควรมีการประเมินทั้งการประเมินกระบวนการและการประเมินผลการเรียน

ตาราง 19 (ต่อ)

แนวคิด หลักการ	สาระสำคัญของการเรียนรู้ร่วมกัน
- บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน (พิชัย ทองดีเลิศ, 2547) บทบาทผู้สอน 1. เป็นผู้อำนวยความสะดวก 2. เป็นผู้ให้คำแนะนำ 3. เป็นผู้จัดการ 4. เป็นผู้ประเมินผล บทบาทผู้เรียน 1. เป็นผู้สร้างจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ 2. เป็นผู้วางแผนในการศึกษาค้นคว้าและแก้ปัญหาด้วยตนเอง 3. เป็นผู้ดำเนินการในการจัดทำข้อมูลความรู้ 4. รับผิดชอบในการเสนองานของตนเอง และตรวจสอบผู้เรียนในกลุ่มอื่น 5. เป็นผู้ประเมินผล ทั้งประเมินผลตนเอง ผู้เรียนอื่นๆ และชิ้นงาน **- การวัดและประเมินการเรียนรู้ร่วมกัน** 1. การประเมินกระบวนการเรียน มีสิ่งที่ต้องพิจารณาในการประเมิน ได้แก่ กระบวนการทำงานร่วมกันและการแสดงออกของผู้เรียน 2. การประเมินผลการเรียน เป็นการประเมินชิ้นงานที่นำเสนอ ผู้สอนประเมินผู้เรียนเป็นรายบุคคล ในขณะที่ทำงาน โดยวิธีการสังเกต สัมภาษณ์ การเขียนอนุทิน และให้ผู้เรียนประเมินตนเอง และให้เพื่อนในกลุ่มประเมินตัวผู้เรียนด้วย	

สรุปผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์ สาระสำคัญของแนวคิดการเรียนรู้ร่วมกัน

1. การเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการปฏิบัติงานร่วมกันโดยเน้นการจัดระบบการเรียนรู้ มีการแบ่งปันความรู้ มีการยอมรับซึ่งกันและกัน มีการลงความเห็นร่วมกัน ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน

2. การเรียนรู้ไม่ได้มีเฉพาะตัวผู้เรียนเท่านั้น แต่เป็นการปฏิบัติร่วมกันระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง ส่วนผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติ แล้วนำประสบการณ์มาแบ่งปันกัน โดยมีลักษณะการเรียนรู้ร่วมกัน ดังนี้

2.1 การแบ่งปันความรู้ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก ชี้แนะ จัดการและประเมินผล ส่วนผู้เรียนเป็นผู้สร้างจุดหมายในการเรียนรู้ ร่วมวางแผนดำเนินการเรียนรู้และเป็นผู้ร่วมประเมินด้วย

2.2 การแบ่งปันการควบคุมห้องเรียนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน

2.3 ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง โดยผู้เรียนเป็นผู้ที่มีความสำคัญต่อการเรียน

2.4 มีความหลากหลายของสมาชิกในกลุ่ม โดยให้ผู้เรียนจัดกลุ่มแล้วทำงานร่วมกันตามเป้าหมาย

3. การประเมินผลการเรียนรู้ควรจะมีการประเมินทั้งการประเมินกระบวนการและการประเมินผลการเรียน

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ควรมีการประเมินทั้งการประเมินกระบวนการและการประเมินผลการเรียน

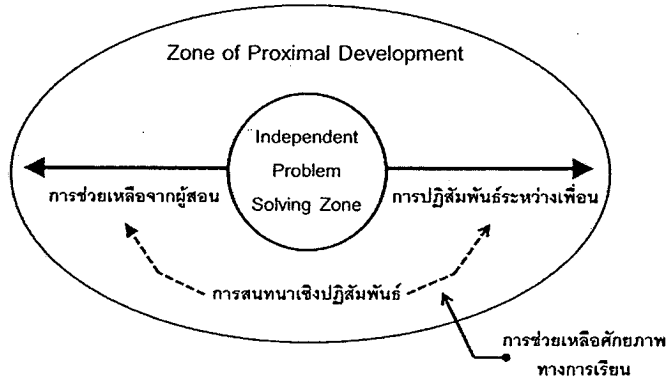
การช่วยเสริมศักยภาพ

การช่วยเสริมศักยภาพ มาจากคำภาษาอังกฤษคือ Scaffold หรือ Scaffolding สำหรับคำในภาษาไทย ใช้แตกต่างกันออกไป เช่น การช่วยเสริมศักยภาพ (ฤทัยรัตน์ ธรเสนา, 2546, หน้า 78) กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ (สุรพล บุญลือ, 2550, หน้า 90) วิธีการแบบสแกฟโฟล์ (กมล โพธิเย็น, 2548, หน้า 80) ฐานความช่วยเหลือ (สุมาลี ชัยเจริญ, 2548, หน้า 131) สำหรับการวิจัยนี้ใช้คำว่า การช่วยเสริมศักยภาพ

1. **มโนทัศน์ของทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมของ** Vygotsky

มโนทัศน์ของทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมของ Vygotsky (Vygotsky's Sociocultural Theory) เชื่อว่าพัฒนาการและการเรียนรู้เป็นกระบวนการทางสังคม ผู้เรียนจะเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยให้ความสำคัญกับบทบาทของสังคมต่อการพัฒนาทางด้านสติปัญญาของผู้เรียน ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมและมุมมองทางด้านวัฒนธรรมของผู้เรียนถือเป็นปัจจัยสำคัญของพัฒนาการทางปัญญา

Vygotsky (1978, p. 86) ได้เสนอมโนทัศน์ที่สำคัญในการพัฒนาเชาว์ปัญญา "The Zone of Proximal Development" หรือ ZPD ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาเชาว์ปัญญาขั้นสูงและยังได้กล่าวว่า ผู้เรียนทุกคนนั้นมีระดับพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาที่แท้จริง (Actual Development) ที่พิจารณาได้จากการที่บุคคลสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และระดับศักยภาพของการพัฒนาการ (The Level of Potential Development) โดยจะพิจารณาได้จากความสามารถที่บุคคลสามารถแก้ปัญหาได้ เมื่อได้รับคำแนะนำจากผู้ใหญ่หรือได้ร่วมงานกับเพื่อนที่มีศักยภาพมากกว่า และได้ให้นิยามของ ZPD ไว้ว่า The Zone of Proximal Development ว่าเป็นช่วงหรือระยะห่างระหว่างระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่แท้จริง ซึ่งจะพิจารณาจากการที่บุคคลสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองกับระดับศักยภาพของพัฒนาการ ซึ่งจะพิจาณาจากความสามารถที่บุคคลจะสามารถแก้ปัญหาได้เมื่อได้รับคำแนะนำจากผู้ใหญ่ หรือร่วมงานกับเพื่อนที่มีศักยภาพมากกว่า ดังภาพ 1



ภาพ 1 กรอบแนวคิดของ ZPD

มโนทัศน์ The Zone of Proximal Development เป็นมโนทัศน์ที่สำคัญและเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอน ซึ่งไวก็อตกี้ (Vygotsky, 1997, p. 49) ได้เน้นบทบาทของผู้สอนที่มีหน้าที่เป็นผู้ชี้นำ ควบคุมดูแลและชี้แนะให้เกิดปฏิสัมพันธ์ที่มีประสิทธิภาพในชั้นเรียน โดยการเน้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนและผู้สอนกับผู้เรียน อย่างไรก็ตามไวก็อตกี้ไม่ได้ให้แนวทาง ที่เป็นรูปธรรมหรือขยายความสู่การจัดการเรียนการสอนมากนัก มีนักจิตวิทยาการศึกษาหลายท่านได้ศึกษา ค้นคว้า และขยายความเข้าใจตามแนวคิดของไวก็อตกี้ พร้อมทั้งได้มีการนำเสนอแนวคิดสู่การจัดการเรียนการสอนไว้หลายแง่มุม ดังนี้

Eggen and Kauchak (1997, p. 55) เสนอแนวทางในการประยุกต์มโนทัศน์ของ ZPD สู่การเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับภาระงาน 3 ประการ ได้แก่

1. การประเมินจาก ZPD จะนำไปสู่การทดสอบความสามารถของผู้เรียน เพื่อให้เข้าใจปัญหาที่แท้จริง เป็นการใช้การประเมินที่เป็นพลวัตหรือการประเมินอย่างต่อเนื่อง

2. การกำหนดหรือการจัดภาระงานการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับระดับการพัฒนาของผู้เรียน ภาระงานที่จัดให้ ถ้าง่ายไปการเรียนการสอนก็ไม่จำเป็น แต่ถ้ายากเกินไปผู้เรียนจะเกิดความสับสนและคับข้องใจ ภาระงานควรเป็นบริบทที่มีความหมายสำหรับผู้เรียน

3. การสนับสนุนการเรียนการสอน สำหรับการสนับสนุนการเรียนการสอนนั้นจะสำเร็จได้ด้วยการประยุกต์มโนทัศน์ของการให้ความช่วยเหลือแบบเสริมศักยภาพ

Crowl, Kaminsky and Podell (1997, p. 72) ได้นำเสนอการประยุกต์ทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมเพื่อการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ดังนี้

1. ระบุระดับความสามารถที่ผู้เรียนแต่ละคนจะสามารถทำงานได้โดยอิสระและระดับที่สามารถทำได้ถ้าได้รับการชี้แนะ ซึ่งการระบุระดับความสามารถนี้จะช่วยให้ผู้สอนวางแผนกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตรงกับระดับศักยภาพของผู้เรียนที่จะพัฒนาต่อไปได้

2. จัดให้ผู้เรียนได้รับการช่วยเสริมศักยภาพเป็นรายบุคคลเป็นช่วงๆ เมื่อผู้สอนเสนองานให้แก่ผู้เรียน ผู้สอนควรให้คำแนะนำและแสดงทักษะใหม่ให้ผู้เรียนดู จัดให้ผู้เรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจะช่วยทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพูดแสดงความคิดเห็น อธิบายข้อโต้แย้งต่อความคิดของตน สร้างและตอบคำถาม และทำงานร่วมกัน

3. กระตุ้นให้ผู้เรียนใช้การพูดกับตนเอง (Inner Speech) การพูดกับตนเองหรือการพูดขั้นตอนออกมาดังๆ จะช่วยให้ผู้เรียนตระหนักถึงมุมมองที่สำคัญ สามารถตัดสินปัญหาที่เป็นไปได้และตระหนักถึงการให้เหตุผลที่ผิดพลาดและไม่คงเส้นคงวาของตนเอง

4. จัดให้ห้องเรียนเป็นชุมชนของผู้เรียน (Community of Learner) โดยมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้สนับสนุนช่วยเหลือการเรียนรู้ของกันและกันในกลุ่มที่จับเป็นคู่ ๆ หรือจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ

Parsons and others (2001, p. 57) ได้นำเสนอการประยุกต์ทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมสู่การปฏิบัติ ดังนี้

1. ใช้กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ประกอบด้วยผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน

2. จัดโอกาสให้มีการสอนแบบเพื่อนสอนเพื่อน (Peer Tutoring) จะช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนที่มีความสามารถมากกว่า ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความช่วยเหลือและทำงานภายใน ZPD ของตนเองได้

3. ใช้เทคนิคการประเมินอย่างต่อเนื่อง เพื่อทดสอบระดับพัฒนาการที่ต่ำกว่าและสูงกว่า ZPD ในขั้นตอนนี้ ผู้สอนควรใช้คำถามหรือสิ่งกระตุ้นในระดับความซับซ้อนที่มีความแตกต่างกันระหว่างกระบวนการประเมินและเพื่อที่จะมั่นใจว่าผู้เรียนได้รับประโยชน์จากกระบวนการช่วยเหลือที่ให้ไป ควรบันทึกระดับความสามารถของผู้เรียนในระยะก่อนและหลังการให้ความช่วยเหลือนั้นๆ

4. พัฒนาแผนการเรียนการสอนที่มีเป้าหมายที่ ZPD ของผู้เรียนแต่ละคน

จากแนวคิดของนักการศึกษาที่เกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ของ ZPD ไปสู่การเรียนการสอน สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ของ ZPD นำมาใช้ในการเรียนการสอนโดยผู้สอนจะต้องมีการประเมินความสามารถของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง ควรมอบหมายงานที่ไม่ง่ายหรือยากจนเกินไปให้กับผู้เรียนและงานนั้นควรแยกเป็นขั้นตอนย่อยๆ ให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันทำงานและได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รวมทั้งให้ผู้เรียนได้รับการช่วยเหลือในรูปแบบต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานนั้นได้ด้วยตนเอง

2. **ความหมายของการช่วยเสริมศักยภาพ**

นักการศึกษาหลายท่านได้มีความเห็นตรงกันว่า การเรียนการสอนโดยใช้วิธีการช่วยเสริมศักยภาพ ได้ประยุกต์มาจากกรอบแนวคิดของ ZPD ซึ่งนักการศึกษาให้ความหมายของการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบการช่วยเสริมศักยภาพ ดังนี้

กมล โพธิเย็น (2548, หน้า 79) ได้กล่าวว่า การช่วยเสริมศักยภาพ เป็นกระบวนการของการช่วยเหลือและสนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างเป็นระบบ โดยมีผู้สอนคอยให้การช่วยเหลือหรือผู้เรียนให้การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างผู้เรียนผู้สอน หรือผู้ที่มีศักยภาพมากกว่า ซึ่งการช่วยเหลือก็จะค่อยๆ ลดลง ในขณะที่เรียน จะค่อยๆ เพิ่มความสามารถในการปฏิบัติงานด้วยตนเอง และเมื่อใดที่ผู้เรียนสามารถจะปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระแล้วการช่วยเหลือในการทำกิจกรรมนั้นจะยุติลง

Wood, Bruner and Ross (1976, p. 290) ได้กล่าวว่า การช่วยเสริมศักยภาพ คือ กระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหา ดำเนินงาน หรือบรรลุตามเป้าหมายที่อยู่เหนือความพยายามของเด็กที่จะสามารถทำได้ด้วยตนเอง แต่จะสามารถทำได้เมื่อเด็กได้รับการช่วยเหลือสนับสนุน การช่วยเหลือจะเป็นการควบคุมองค์ประกอบต่างๆ ของงาน โดยผู้สอน หรือผู้ใหญ่ ที่ในครั้งแรกงานเหล่านั้นจะอยู่เหนือความสามารถของผู้เรียนที่จะกระทำได้ด้วยตนเอง ด้วยวิธีการที่ทำ

ให้ผู้เรียนใส่ใจและทำองค์ประกอบต่างๆ ของงานเหล่านั้น ให้ประสบความสำเร็จ ซึ่งองค์ประกอบของงานเหล่านั้นจะต้องอยู่ในช่วงหรือขอบเขตที่ผู้เรียนสามารถทำได้

Dixon–Krauss (1996, p. 195) ให้นิยามของ การช่วยเสริมศักยภาพว่าเป็นการที่ผู้สอนได้มอบหมายงานให้ผู้เรียนเรียนรู้และมีการแนะนำ ชี้แนะ โดยการพูดคุยสนทนากับผู้เรียนเพื่อหาแนวทางในการที่จะเรียนรู้งานนั้นๆ

Eggen and Kauchak (1997, p. 56) ได้กล่าวไว้ว่า การช่วยเสริมศักยภาพ หมายถึง การช่วยเหลือ (Assistance) ที่จัดให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถทำงานให้สำเร็จ ซึ่งงานนั้นเป็นงานที่ผู้เรียนไม่สามารถทำให้สำเร็จได้ด้วยตนเอง

Larkin (2001, pp. 130–134) กล่าวว่า การช่วยเสริมศักยภาพเป็นการช่วยเหลือหรือสนับสนุนให้ผู้เรียนสามารถทำงานได้เสร็จ เมื่อผู้เรียนต้องเรียนรู้สิ่งใหม่หรือสิ่งที่ยาก ผู้เรียนก็อาจจะต้องการความช่วยเหลือที่มากขึ้นและหากเมื่อใดก็ตามที่ผู้เรียนเริ่มจะทำงานนั้นได้สำเร็จการช่วยเหลือ สนับสนุนนั้นจะค่อยๆ ลดลง จนกระทั่งผู้เรียนสามารถรับผิดชอบหรือทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง การช่วยเหลือก็จะยุติลง

Brush and Saye (2001, p. 333) ได้กล่าวไว้ว่า การช่วยเสริมศักยภาพเป็นเครื่องมือ (Strategies) และแนวทาง (Guide) ที่ช่วยสนับสนุนให้ผู้เรียนสามารถมีความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนไม่สามารถทำได้ด้วยตนเอง

Dabbagh (2003, p. 101) ให้คำอธิบายเกี่ยวกับการช่วยเสริมศักยภาพว่าเป็นการช่วยให้ผู้เรียน เรียนโดยการจำกัดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้และค่อย ๆ ลดการจำกัดนี้ออกไป (fading) เมื่อผู้เรียนได้รับความรู้ ทักษะและความมั่นใจในการจัดการกับบริบทที่มีความซับซ้อน การให้ความช่วยเหลือผู้เรียนนี้ต้องตั้งอยู่บนพื้นฐานของความต้องการของผู้เรียนและเมื่อผู้เรียนมีความสามารถในการทำงานนั้น ๆ แล้ว จะมีการค่อย ๆ ลดความช่วยเหลือทีละน้อย เพื่อให้ผู้เรียนสามารถทำงานนั้นสำเร็จได้ด้วยตนเอง ซึ่งการลดความช่วยเหลือในการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนนี้จะสามารถช่วยให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้โดยการกำกับตนเอง (Self–Regulated Learning) และนำไปสู่การเป็นผู้เรียนที่มีความเชื่อมั่นในตนเอง (Self-Reliant) ได้ในที่สุด

Randoll and Kali (2004, p. 43) ได้ให้ความหมายของการช่วยเสริมศักยภาพว่าเป็นสิ่งที่ออกแบบขึ้นมาเพื่อทำหน้าที่ในการช่วยเหลือ สนับสนุน เพื่อให้ผู้ใช้งานสามารถทำงานจนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้ได้ เช่น การช่วยให้เข้าใจวิธีการในการใช้งาน การตีความ การช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจลำดับขั้นในการดำเนินงาน หรือเส้นทางเดินต่าง ๆ เป็นต้น

Dennen (2004, p. 814) ให้ความหมายของการช่วยเสริมศักยภาพว่าเป็นการช่วยเหลือผู้เรียนเพื่อให้สามารถจัดการกับงานได้ โดยกลยุทธ์ที่ใช้จะต้องมีการค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือของผู้สอนออกจากกระบวนการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนสามารถจัดการงานนั้นได้ด้วยตนเอง

Azevedo (2005, p.381) ได้กล่าวว่า การช่วยเสริมศักยภาพ คือ เครื่องมือ กลยุทธ์และการแนะแนวทางเพื่อสนับสนุนผู้เรียนในการเรียนรู้ หรือจัดการงานต่าง ๆ การช่วยเสริมศักยภาพอาจจะจัดโดยบุคคล เพื่อน หรือเครื่องมือการสอน ในระหว่างที่จัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจนอกเหนือจากที่สามารถทำได้ในขณะนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การช่วยเสริมศักยภาพ หมายถึง การช่วยเหลือผู้เรียนในรูปแบบของการช่วยเหลือ สนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างเป็นระบบ โดยผู้สอนเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ หรือผู้เรียนให้การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างผู้เรียน ผู้สอน หรือผู้ที่มีศักยภาพสูงกว่า โดยมีเป้าหมายของการช่วยเหลือ คือ การช่วยให้ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานที่ผู้เรียนไม่สามารถทำให้สำเร็จได้ด้วยตนเอง ให้สำเร็จได้ด้วยตนเอง การช่วยเหลือสนับสนุนนั้นจะค่อยๆลดลง เมื่อผู้เรียนสามารถรับผิดชอบหรือทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง

3. **กลวิธีและเทคนิคการช่วยเสริมศักยภาพ**

สำหรับการให้ความช่วยเหลือสนับสนุน เพื่อช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนแก่ผู้เรียน สามารถทำได้หลายรูปแบบตามระดับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งผู้สอนจะต้องพิจารณาเลือกสรรเทคนิคที่จะช่วยเหลือผู้เรียนให้ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้แบ่งกลวิธีในการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนไว้ดังนี้

Hannafin (1999, pp. 20 - 24) ได้มีการจำแนกเทคนิคการช่วยเสริมศักยภาพ หรือฐานการช่วยเหลือ ไว้ดังนี้

1. การช่วยเสริมศักยภาพด้านความคิดรวบยอด (Conceptual Scaffolding) เป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนได้สร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน แยกแยะความรู้ที่เป็นความคิดรวบยอดที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สร้างโครงสร้างที่จะทำโดยแยกไปสู่หมวดหมู่ของความคิดรวบยอด เช่น กลไกการจัดลำดับความสัมพันธ์โดยใช้ภาพกราฟิก (Graphic Organizer) แสดงความคิดเห็น แสดงเป็นเค้าโครง ของลักษณะที่เป็นส่วนย่อย สารสนเทศ หรือการบอกใบ้ (Hint) โดยผู้เชี่ยวชาญแก่ผู้เรียน

2. การช่วยเสริมศักยภาพด้านกลยุทธ์ (Strategic Scaffolding) คือ การสนับสนุนการคิดวิเคราะห์ การวางแผนกลยุทธ์ การตัดสินใจระหว่างการเรียนรู้ การเน้นวิธีการจำแนก และเลือกสารสนเทศที่ต้องการเชื่อมความรู้เดิมกับประสบการณ์ใหม่ กลยุทธ์นี้จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียน

ตื่นตัวกับเครื่องมือและทรัพยากรที่อาจจะเป็นประโยชน์ภายใต้สถานการณ์นั้น แนะแนวทางการใช้ ซึ่งอาจเป็นข้อคำถามที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้พิจารณา

3. การช่วยเสริมศักยภาพด้านการคิด (Metacognitive Scaffolding) คือ การแนะแนวสิ่งที่เกี่ยวกับวิธีการคิดระหว่างการเรียนรู้โดยอาศัยหลักการ Metacognition กล่าวคือ การรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเอง คนที่มี Metacognition นั้นเปรียบเสมือนการที่มีผู้สอนคอยกระตุ้นเตือนอยู่ตลอดเวลา

4. การช่วยเสริมศักยภาพด้านกระบวนการ (Procedural Scaffolding) คือ การแนะนำวิธีการใช้แหล่งทรัพยากรและเครื่องมือ และแนะนำผู้เรียนขณะเรียนรู้ ซึ่งอยู่ในรูปของการแนะนำการใช้เครื่องมือทางปัญญา

Wood, Bruner and Ross (1976, p. 98) ได้เสนอเทคนิคเกี่ยวกับการช่วยเสริมศักยภาพแก่ผู้เรียนไว้ 6 ประการ ดังนี้

1. การคัดสรรงานและแจกแจงงานให้เหมาะสม (Recruitment) ขั้นแรกของการทำงานคือ ผู้สอนต้องเลือกงานที่เหมาะสม แจกแจงประเด็นที่ผู้เรียนสนใจ ให้เชื่อมโยงผูกติดกับสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นในงานนั้น เช่น การสร้างความสนใจในงานที่ทำให้เห็นความสำคัญเป้าหมายของงาน

2. การลดงานให้เป็นงานย่อย ๆ (Reduction in Degree of Freedom) เป็นการแจกแจงงานให้เป็นขั้นตอนย่อย ๆ ที่ไม่ซับซ้อน ลดขนาดของงานลง ให้งานมีลักษณะที่ง่ายขึ้น ในแต่ละขั้นจะมีทักษะที่จำเป็นสำคัญ ๆ ซึ่งจะง่ายต่อการให้ข้อมูลป้อนกลับต่อผู้เรียน โดยในระยะแรกผู้เรียนจะทำงานในส่วนที่ทำได้และผู้สอนจะทำในส่วนที่เหลือ

3. การสร้างแรงจูงใจอย่างต่อเนื่อง (Direction Maintenance) เป็นการรักษาความสนใจของผู้เรียนให้คงอยู่อย่างสม่ำเสมอ โดยสร้างความท้าทายให้กับผู้เรียนให้ทำงานในระดับที่เหนือจากระดับที่ผู้เรียนเพิ่งทำงานได้เสร็จ

4. การชี้จุดสำคัญ (Marking Critical Features)เป็นการแสดงให้เห็นถึงคุณสมบัติที่แสดงให้เห็นว่างานนั้นจะสำเร็จหรือไปถูกทางแล้ว ซึ่งรวมถึงการบอกข้อบกพร่องหรือความคลาดเคลื่อนในงานที่ทำอยู่

5. การควบคุมปัญหาหรือความข้องใจ (Frustration Control) ในการแก้ปัญหาหรืองานควรจะมีปัญหาหรือความเครียดอยู่ได้บ้าง ดีกว่าที่จะไม่มีความเครียดเลย ซึ่งในการทำงานผู้สอนจะต้องช่วยให้ผู้เรียนรู้สึกไม่วิตกกังวลจากความผิดพลาดและไม่ให้รู้สึกเสียหน้าจากความผิดพลาดของตนเอง ผู้สอนดึงส่วนที่ผู้เรียนพอใจมาเป็นประโยชน์หรืออาจใช้วิธีการอื่น ๆ ที่จะช่วย

ให้ผู้เรียน มีความเครียดเพียงเล็กน้อย อย่างไรก็ตาม สิ่งที่สำคัญกว่านั้น ผู้สอนต้องระวังความเสี่ยงที่จะเกิดจากการที่ผู้เรียนพึ่งพาผู้สอนมากเกินไปในระหว่างทำกิจกรรม

6. การสาธิต (Demonstration) เป็นการให้ตัวอย่างเพื่อจะใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา ที่ผู้เรียนเผชิญอยู่ และรวมถึงการให้ผู้เรียนเกิดการเลียนแบบและสร้างเสริมคุณลักษณะเฉพาะตัวของผู้เรียน

Beyer (1997, p. 170) ได้นำเสนอเทคนิคเกี่ยวกับการช่วยเสริมศักยภาพที่เป็นเครื่องมือในการช่วยเหลือการคิดของผู้เรียน ไว้ 3 วิธี ดังนี้

1. การใช้แบบตรวจสอบขั้นตอน (Procedural Checklist) เป็นเครื่องช่วยที่เห็นชัดเจนเป็นขั้นตอน การใช้แบบตรวจสอบในขั้นตอนการปฏิบัติช่วยให้ผู้เรียนวางแผนที่จะปฏิบัติให้สอดคล้องกับขั้นตอนในแบบตรวจสอบรายการ เมื่อผู้เรียนดำเนินการปฏิบัติงานตามแบบตรวจสอบขั้นตอนแบบขั้นตอนนั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีปัญหาในการปฏิบัติ โดยแบบตรวจสอบขั้นตอนจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนขั้นตอนต่าง ๆ ที่ได้ทำไปแล้ว และปรับขั้นตอนนั้นให้ถูกต้อง

2. การใช้คำถามแบบโครงสร้างกระบวนการ (Process – Structural Questions) คือ การใช้คำถามที่ต้องการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตามความคิด เพื่อใช้ในการปฏิบัติงานต่าง ๆ คำถามอาจเป็นขั้นตอนคล้ายแบบตรวจสอบรายการที่เป็นขั้นตอนและเสนอคำถามในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การนำเสนอด้วยแผ่นโปร่งใส ใบงาน เป็นต้น

3. การใช้การจัดระบบผังภาพความคิด (Graphic Organizer) การใช้การจัดระบบผังภาพความคิดเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับการสร้างหรือช่วยเหลือความคิด ซึ่งอย่างไรก็ตามระบบผังภาพความคิดนี้จะแสดงให้เห็นภาพขั้นตอนการคิดมากกว่าผลของการคิด ส่วนระบบผังภาพความคิด เช่น ระบบผังภาพมโนทัศน์ (Concept Web) เป็นระบบการคิดเพื่อการสร้างผังภาพนั้น ระบบผังภาพความคิดที่บอกขั้นตอนของการคิด จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการคิด โดยผ่านขั้นตอนต่างๆ อย่างไรก็ตาม ระบบผังภาพความคิด จะเสนอภาพที่ชัดเจนน้อยกว่าแบบตรวจสอบขั้นตอน เพราะแบบตรวจสอบขั้นตอนนั้นจะให้ขั้นตอนการใช้ทักษะและไม่ให้ผู้เรียนข้ามขั้นตอนหรือละเลยความรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่จำเป็นต้องปฏิบัติ

Roehler and Cantlon (1996, p. 34) แบ่งการช่วยเสริมศักยภาพ ออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1. การให้คำอธิบาย เป็นการช่วยเหลือการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ให้รู้ในเรื่องที่เรียน รู้เงื่อนไขว่าทำไมต้องใช้ความรู้นั้น ใช้เมื่อไหร่และใช้อย่างไร

2. การสนับสนุนให้ผู้เรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในกระบวนการที่เกิดขึ้น โดยให้ผู้เรียนได้เล่าหรือตอบคำถามในสิ่งที่รู้

3. การตรวจสอบความถูกต้องและความชัดเจนของความเข้าใจของผู้เรียน โดยผู้สอน ควรตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนว่ามีเหตุผลหรือไม่ ถูกต้องชัดเจนหรือไม่

4. การเป็นตัวแบบของพฤติกรรมที่ต้องการ ได้แก่ การใช้วิธีการคิดดัง ซึ่งเป็นการแสดงความคิดที่มีอยู่ให้ปรากฏออกมาชัดเจน เช่น ผู้สอนแสดงความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาออกมาโดยการพูดดัง ๆ ให้ผู้เรียนทำตาม การพูดดัง ๆ เป็นการใช้ตัวแบบของการถามคำถาม ตั้งคำถามและการให้ข้อแนะนำ การเป็นตัวแบบในการปฏิบัติ ผู้สอนแสดงการทำงานที่สมบูรณ์โดยไม่ได้คิดหรือพูดดังๆ เกี่ยวกับงานนั้น เช่น ผู้สอนแสดงตัวแบบการอ่านและท่าทางที่สนุกสนานกับการอ่าน เช่น การยิ้ม หัวเราะ เป็นต้น

5. การให้ผู้เรียนแสดงประเด็นหลักฐานต่าง ๆ เพื่อสนับสนุนการคิด เป็นการให้ผู้เรียนแสดงประเด็นชี้นำหรือหลักฐาน เพื่อแสดงความมีเหตุผลหรือการทำงานให้สำเร็จ โดยผู้สอนและผู้เรียนจะร่วมกันพูดถึงประเด็นเหล่านั้น เช่น การให้ผู้เรียนเรียนรู้ความหมายของการเปรียบเทียบผู้สอนจะให้ผู้เรียนบอกความหมายของการเปรียบเทียบและระบุถึงประเด็นที่แตกต่างกัน

Eggen and Kauchak (1997, p. 57) ได้ทำการแบ่งประเภทของกลวิธีในการช่วยเสริมศักยภาพ ไว้ 5 ประเภท ดังนี้

1. การเป็นตัวแบบ (Modeling) เช่น การแสดงวิธีการแก้ปัญหา

2. การคิดดัง (Think Aloud) การคิดดังนี้ถือเป็นตัวแบบของกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบถึงกระบวนการคิดของผู้สอนในขณะที่กำลังแก้ปัญหา

3. การใช้คำถาม (Question) การใช้คำถามจะเป็นการช่วยเหลือเจาะประเด็นความสนใจและการแนะนำทางเลือก

4. การปรับเนื้อหาที่ใช้ในการเรียนการสอน (Adapting Instructional Material) เช่น การปรับงานให้มีความง่ายหรือเป็นลำดับงานย่อยๆ

5. การใช้การชี้แนะหรือการชี้นำ (Prompts and Cues) เช่น มีการวางแผนการเขียนที่จะช่วยให้ผู้เรียนจัดระบบการคิดของตนเองก่อนจะเขียนงานที่ได้รับมอบหมาย การช่วยเหลือนี้จะหยุดลงเมื่อผู้เรียนมีการซึมซับเอาแผนงานหรือขั้นตอนต่างๆ ไว้ในตนเองแล้วอย่างอัตโนมัติ

McLoughlin (2002, p. 150) อธิบายเกี่ยวกับ การช่วยเสริมศักยภาพ คือ การสนับสนุนผู้เรียนที่ใช้ในการเรียนการสอนในชั้นเรียน ซึ่งอาจมีระดับการสนับสนุน รูปแบบ เนื้อหา และความ

ซับซ้อนที่หลากหลาย ขึ้นอยู่กับบริบทในการเรียนการสอน การสนับสนุนอาจจะอยู่ในรูปของการที่ให้ผู้สอนแสดงออกบางอย่างของพฤติกรรมหรืองานที่ต้องการ หรือเป็นการใช้คำอธิบายที่ระบุถึงองค์ประกอบของงานและกลวิธี โดยมีรูปแบบการสนับสนุน ดังนี้

1. ให้แบบอย่าง (Assisted Modeling) ผู้สอนให้การชี้แนะและตัวแบบที่ช่วยให้สามารถทำงานได้สำเร็จ

2. ระบุองค์ประกอบ (Element Identification) ผู้สอนระบุองค์ประกอบของวิธีการหรือกลวิธีที่ต้องการในการช่วยให้ผู้เรียนทำงานได้สำเร็จ

3. ระบุกลวิธี (Strategy Naming) ผู้สอนบอกออกมาอย่างชัดเจนถึงกลวิธีที่เกี่ยวข้องและผู้เรียนนำกลวิธีนั้นไปใช้ด้วยตนเอง

จากกลวิธีและเทคนิควิธีในการช่วยเสริมศักยภาพข้างต้น สรุปได้ว่า การให้การช่วยเหลือการเรียนรู้ของผู้เรียนจะมีกลวิธีที่ผู้สอนจะให้การช่วยเหลือโดยสมบูรณ์ คือ การสาธิตการปฏิบัติหรือทำให้ดูเป็นตัวอย่าง การอธิบายในรายละเอียดอย่างชัดเจน การคิดดังซึ่งการช่วยเหลือในลักษณะดังกล่าวจะมีความเหมาะสมกับผู้เรียนที่เริ่มปฏิบัติงานใหม่ หรือไม่เคยมีประสบการณ์นั้นมาก่อน และยังมีกลวิธีในการช่วยเหลือที่ผู้สอนให้การช่วยเหลือเพียงบางส่วน เช่น การใช้คำถามกระตุ้น การทำเป็นแบบอย่างบางส่วน การให้ข้อมูลย้อนกลับ ซึ่งการช่วยเหลือลักษณะดังกล่าวจะเหมาะสมกับผู้เรียนที่เริ่มปฏิบัติงานนั้นได้เป็นเพียงบางส่วน แต่ยังไม่สามารถทำงานนั้นได้อย่างสมบูรณ์ ผู้สอนที่คัดเลือกกลวิธีในการช่วยเหลือผู้เรียนได้อย่างเหมาะสมกับปัญหาและความต้องการของผู้เรียนจะช่วยทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุตามเป้าหมายของการช่วยเสริมศักยภาพผู้เรียน

4. ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการช่วยเสริมศักยภาพ

การช่วยเสริมศักยภาพเป็นการจัดสรรความช่วยเหลือในปริมาณที่เหมาะสมในสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ ดังนั้นจำเป็นจะต้องคำนึงว่าผู้เรียนบางคนนั้นอาจต้องการการช่วยเหลือเพียงเล็กน้อย แต่ขณะเดียวกันผู้เรียนคนอื่นๆ อาจจะต้องการความช่วยเหลือมาก การให้การช่วยเสริมศักยภาพมากเกินไป อาจส่งผลให้ผู้เรียนลดความพยายามในการกระทำให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ทำให้ขาดพลังหรือแรงขับในการสร้างความหมายและความพยายามเรียนรู้ด้วยการนำตนเอง และถ้าการจัดการเพื่อช่วยเสริมศักยภาพที่น้อยเกินไป ก็อาจจะส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถประสบความสำเร็จในการปฏิบัติงานหรือการเรียนได้ ซึ่งจะนำไปสู่ความวิตกกังวล ความผิดหวังและขาดแรงจูงใจและละทิ้งการเรียนในที่สุด ดังนั้นการช่วยเสริมศักยภาพจะต้องทำอย่างเหมาะสม โดยผู้เรียนอาจมีส่วนช่วยผู้สอนในการกำหนดการช่วยเสริมศักยภาพ โดยการมีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการระบุ สอบถามระดับและรูปแบบของการช่วยเสริมศักยภาพที่ต้องการ

ตลอดจนก็สามารถที่จะช่วยผู้สอนในการช่วยเสริมศักยภาพของเพื่อนเมื่อสามารถทำได้ นอกจากการใช้วิธีการดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ผู้สอนอาจใช้การวิเคราะห์ผู้เรียนโดยการกระทำอย่างเป็นระบบเพื่อระบุลักษณะและความแตกต่างของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อการเรียน เช่น ความรู้เดิม ตัวแปรด้านบุคลิกภาพ และเจตคติ เป็นต้น ซึ่งอาจสรุปตัวแปรที่มีผลต่อระดับการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนได้ดังตาราง 20

ตาราง 20 ตัวแปรทางการเรียนการสอนที่มีผลต่อระดับการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียน

ปัจจัยที่มีผลต่อการช่วยเสริมศักยภาพ	การช่วยเสริมศักยภาพระดับต่ำ (Low Level Scaffolding)	การช่วยเสริมศักยภาพระดับสูง(High Level Scaffolding)
คุณลักษณะของผู้เรียน	- มีความรู้เดิมมาก - มีทักษะด้านการเรียนรู้กว้างขวาง - มีแรงจูงใจ - นำตนเอง - มีความวิตกกังวลต่ำ - มีการควบคุมจากภายใน (Internal Locus of Control) - ไม่มีจุดประสงค์ที่แน่นนอน - คิดแบบไตร่ตรอง - มีมนุษยสัมพันธ์และทักษะการเรียนรู้ทางสังคมดี	- มีความรู้เดิมน้อย - มีทักษะด้านการเรียนรู้จำกัด - มีแรงจูงใจต่ำ - มีความวิตกกังวลสูง - มีการควบคุมจากภายนอก (External Locus of Control)
ชนิดของงาน	- ไม่ซับซ้อน - ไม่เน้นที่การปฏิบัติ - เน้นการคิดเชิงวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการแก้ปัญหา	- ซับซ้อน - เน้นการปฏิบัติ หรือ Performance Level Critical - ต้องการการเรียนรู้จริงโดยการฝึกปฏิบัติ (Drill and Practice)

ตาราง 20 (ต่อ)

ปัจจัยที่มีผลต่อการช่วยเสริมศักยภาพ	การช่วยเสริมศักยภาพระดับต่ำ (Low Level Scaffolding)	การช่วยเสริมศักยภาพระดับสูง(High Level Scaffolding)
ชนิดของงาน	- ต้องการความร่วมมือและการเจรจาทางสังคม - ความรู้ที่เป็นนัยมักถูกแสดงออกมาและไม่สามารถวัดได้โดยวิธีการวัดปกติ - ให้ความสำคัญกับกระบวนการ	- เป็นการกระทำที่มีความชัดเจนแสดงออกได้และวัดได้ - ให้ความสำคัญที่ผลลัพธ์
บริบท	- ให้เวลาผู้เรียนในการฝึก ไตร่ตรองและทักษะการตรวจสอบความเข้าใจ - เน้นการเรียนรู้วิธีการเรียน - เป็นแบบร่วมมือ - เป้าหมายการเรียนรู้ส่วนบุคคล - ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง - เป็นวิธีสอนแบบเน้นการสร้างความรู้ด้วยตนเอง	- จำกัดเวลาในการเรียน - เน้นความรับผิดชอบ - เน้นทักษะการปฏิบัติ - เป้าหมายการเรียนรู้สากลหรือถูกกำหนดโดยบุคคลอื่น - ผู้สอนเป็นผู้นำ หรือโปรแกรมเป็นศูนย์กลาง - เป็นการสอนแบบเน้นเป้าหมาย (Objectivist Pedagogy)

5. **แนวทางการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพ**

การช่วยเสริมศักยภาพ เป็นส่วนหนึ่งในหลักการเรียนการสอนที่มีประสิทธิผลซึ่งช่วยผู้สอนให้สามารถสนองความต้องการของผู้เรียนรายบุคคล (Larkin, 2002, p. 54) และเป็นวิธีการเรียนการสอนที่มีประสิทธิผลในด้านการช่วยเหลือผู้เรียนที่ยังไม่มีประสบการณ์ (Lee and Songer, 2004, p. 87) จากความสำคัญของการเสริมศักยภาพดังกล่าวทำให้มีนักการศึกษาให้ความสนใจศึกษาและเสนอแนวทางการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพไว้ดังนี้

Larkin (2002, pp. 58-60) ได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนแบบการช่วยเสริมศักยภาพและสรุปองค์ประกอบที่จำเป็นในการเรียนการสอนแบบช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนไว้ 8 องค์ประกอบ ดังต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับหลักสูตร ผู้สอนจะต้องพิจารณาเป้าหมายของหลักสูตรและความต้องการของผู้เรียนเพื่อเลือกงานที่เหมาะสม

2. ตั้งเป้าหมายร่วมกัน ผู้เรียนจะมีแรงจูงใจ สนใจและใส่ใจในกระบวนการเรียนมากขึ้น เมื่อผู้สอนมีการวางแผนเป้าหมายการเรียนร่วมกับผู้เรียน

3. วินิจฉัยความต้องการและความเข้าใจของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาและไวต่อการรับรู้เกี่ยวกับผู้เรียน เช่น ความรู้พื้นฐานและความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องของผู้เรียน

4. จัดการสนับสนุนที่เหมาะสมสำหรับผู้เรียน ซึ่งความช่วยเหลือเหล่านี้หมายถึง การชี้นำหรือการชี้แนะ การตั้งคำถาม การเป็นตัวแบบ การบอกหรือการโต้ตอบ ผู้สอนจะต้องใช้สิ่งเหล่านี้เมื่อจำเป็นและปรับให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียน รวมทั้งกระตุ้นให้ผู้เรียนไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ

5. ดำรงความต้องการบรรลุเป้าหมาย ผู้สอนอาจตั้งคำถาม กระตุ้นหรือขอคำอธิบาย และมีการชมเชยและให้กำลังใจ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนยังคงไปตามเป้าหมาย

6. ให้ข้อมูลย้อนกลับ เพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความก้าวหน้าของตนเอง ผู้สอนอาจสรุปความก้าวหน้าของผู้เรียนและจัดทำเป็นบันทึกพฤติกรรมที่แสดงความสำเร็จของผู้เรียน

7. ควบคุมความผิดหวังและความเสี่ยง ผู้สอนอาจสร้างสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนรู้สึกสบายใจที่จะเรียนรู้ โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนลองทางเลือกต่าง ๆ

8. ช่วยให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองและมีการนำไปใช้ในบริบทอื่น ๆ ซึ่งหมายถึง การที่ผู้สอนช่วยให้ผู้เรียนพึ่งพิงผู้สอนน้อยลงในการเริ่มต้น หรือการทำงานให้เสร็จสมบูรณ์

Larkin (2002, pp. 132–134) ได้ทำการสัมภาษณ์และสังเกตการใช้การเรียนการสอนแบบช่วยเสริมศักยภาพของผู้สอน ในการช่วยส่งเสริมผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตนเองมากขึ้น ซึ่งพบว่า ตามปกติแล้วผู้สอนก็จะใช้องค์ประกอบที่สำคัญทั้ง 8 องค์ประกอบดังที่กล่าวมาแล้ว นอกจากนี้ยังพบว่า ผู้สอนมีแนวทางในการเรียนการสอนแบบช่วยเสริมศักยภาพที่น่าสนใจอีกแนวทางหนึ่ง ได้แก่

1. การเริ่มต้นเรียนในสิ่งที่ผู้เรียนสามารถทำได้ เนื่องจากผู้เรียนมีความต้องการที่จะทราบถึงความสามารถของตนและมีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับงานซึ่งสามารถทำได้เอง โดยมีการช่วยเหลือเพียงเล็กน้อยหรือไม่ต้องช่วยเหลือเลย

2. ช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จโดยเร็ว แม้ว่าผู้เรียนจะต้องการงานที่มีความท้าทายในการเรียนรู้ แต่ความคับข้องใจและความล้มเหลวซ้ำแล้วซ้ำอีกอาจเกิดขึ้นได้ ถ้าผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จในการทำงานบ่อยๆ

3. ช่วยให้ผู้เรียน "เป็น" เหมือนกับบุคคลอื่น ๆ โดยผู้เรียนต้องการจะ "เหมือน" พร้อมทั้งได้รับการยอมรับจากเพื่อน การให้โอกาสและการสนับสนุนอาจทำให้ผู้เรียนบางคนต้องทำงานหนักมากขึ้น เพื่อที่จะมีความสามารถใกล้เคียงกับเพื่อน

4. รู้เวลาที่จะหยุดการช่วยเหลือ การฝึกปฏิบัติมีความสำคัญในการจำและการประยุกต์ใช้ความรู้ แต่การฝึกปฏิบัติมากจนเกินไปอาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำงานได้แล้ว ควรหยุดการช่วยเสริมศักยภาพ

5. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ผู้สอนจำเป็นต้องใส่ใจสิ่งที่แสดงให้เห็นว่า ผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนมากหรือน้อยเพียงใด การช่วยเสริมศักยภาพควรลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป เมื่อผู้เรียนเริ่มแสดงถึงความเชี่ยวชาญ และหยุดการช่วยเสริมศักยภาพเมื่อผู้เรียนสามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง

Randoll and Kali (2004, p. 87) เสนอหลักการในการออกแบบและการใช้การช่วยเสริมศักยภาพ ดังนี้

1. ออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพภายใต้บริบทการใช้งาน ซึ่งต้องคำนึงถึง บทบาทหน้าที่ของผู้สอน การมีปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนในสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น มีลักษณะเป็นกลุ่ม หรือรายบุคคล การบูรณาการสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้กับสื่อการเรียนต่าง ๆ ของหลักสูตร (เช่น เอกสารการเรียน หนังสือ ห้องปฏิบัติการ ฯลฯ) ขั้นตอนการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสมในการใช้การช่วยเสริมศักยภาพ

2. ออกแบบให้การช่วยเสริมศักยภาพมีความเหมาะสมต่อความต้องการที่หลากหลายของผู้เรียน เช่น ความแตกต่างด้านแบบการเรียน ระดับความสามารถ ความรู้ด้านเนื้อหา โดยที่Randoll and Kali เสนอว่า การช่วยเสริมศักยภาพที่เหมาะสมที่สุด คือ แบบที่สามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความต้องการของผู้เรียน ซึ่งเป็นการช่วยเสริมศักยภาพที่ผู้เรียนให้สามารถควบคุมด้านเวลาและขอบเขตของการนำเสนอได้ การนำเสนอการช่วยเสริมศักยภาพพร้อมกับการเริ่มต้นบทเรียนแต่สามารถ "ปิด" ได้ จะมีผลดีเช่นเดียวกับแบบคงที่ โดยจะมีประโยชน์สำหรับผู้ที่ต้องการโครงสร้างและในขณะเดียวกันก็สามารถปิดได้สำหรับผู้เรียนที่ต้องการวิธีการที่อิสระ นอกจากนั้น ผู้เรียนยังสามารถเรียกใช้การช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนที่ซ่อนอยู่มาใช้งาน ซึ่งทำให้ผู้เรียนที่ก้าวหน้าเรียกใช้เครื่องมือที่มีความซับซ้อนมากขึ้นมาใช้งาน

3. ออกแบบเนื้อหาไปพร้อมกับการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพ เพื่อการจัดให้มีการให้ความช่วยเหลือที่เหมาะสมในกระบวนการเรียนรู้ นักออกแบบจะต้องพยายามคาดการณ์ล่วงหน้าถึงอุปสรรคที่ผู้เรียนจะพบในขั้นตอนการเรียนรู้ อุปสรรคอาจจะเกิดขึ้นจากสาเหตุต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ ดังนั้นจึงต้องมีการจัดการช่วยเสริมศักยภาพที่หลากหลาย

McLoughlin (2002, p. 150–160) เสนอแนวทางการช่วยเสริมศักยภาพโดยมีแนวทางในการสนับสนุน ดังนี้

1. การตั้งเป้าหมาย เป้าหมายของการสนับสนุนมีขอบข่ายตั้งแต่การให้ความสำคัญมากถึงให้ความสำคัญน้อยหรือไม่เจาะจง และเพื่อทำให้การช่วยเสริมศักยภาพบรรลุผลสำเร็จจะต้องมีการวางแผนและออกแบบเพื่อให้การเรียนรู้ด้วยตนเองและการปฏิบัติงานประสบผลสำเร็จ

2. ความสามารถในการปรับเปลี่ยน หมายถึง ความยืดหยุ่นของการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียนที่หลากหลาย การสนับสนุนที่เหมาะสมควรสามารถปรับเปลี่ยนได้โดยผู้เรียนและลดระดับความช่วยเหลือลงเมื่อผู้เรียนมีความสามารถเพิ่มขึ้นการช่วยเสริมศักยภาพมีจุดมุ่งหมายในการทำงานใน ZPD ของผู้เรียน ดังนั้นจึงมีการช่วยสนับสนุนให้มีพัฒนาการนอกเหนือจากระดับความสามารถในปัจจุบัน

3. การกำหนดขอบเขต การสนับสนุนควรจะกำหนดขอบเขตอยู่บนเป้าหมายของงานและผลการเรียนรู้ เพื่อให้ประสบการณ์เรียนรู้เป็นไปอย่างราบรื่นสำหรับผู้เรียน การกำหนดขอบเขตการช่วยเสริมศักยภาพตามงานและการออกแบบการประเมินผลจะช่วยให้เกิดความสอดคล้องในการออกแบบรายวิชา เช่น ถ้าต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้แบบร่วมมือ การช่วยเสริมศักยภาพที่จะใช้ ก็ควรเป็นการจัดพื้นที่ในการทำงานเป็นแบบร่วมมือที่สามารถสนับสนุนมุมมองที่หลากหลายและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจึงจะเหมาะสม

4. คุณค่าแห่งประสบการณ์ ในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิผลมีความจำเป็นที่จะต้องมั่นใจว่า ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ที่ช่วยให้สามารถวางแผน ปฏิบัติและสะท้อน มิใช่เพียงการรับข้อเท็จจริงและข้อมูลเท่านั้น การช่วยเสริมศักยภาพควรช่วยในการถ่ายโอนทักษะสู่งานใหม่และจัดการสนับสนุนการเรียนรู้

5. การร่วมมือ การเรียนรู้จากการสนทนาและการร่วมมือเป็นสิ่งที่ได้รับความสนใจและการเน้นเกี่ยวกับพุทธิปัญญาทางสังคม

6. การสร้างความรู้ด้วยตนเอง กิจกรรมการช่วยเสริมศักยภาพนั้นควรจะมีการออกแบบเพื่อสนับสนุนการสร้างความรู้มิใช่การจดจำหรือการท่องจำ

7. ให้ความสำคัญด้านการเรียน เนื่องจากการเรียนที่ประสบความสำเร็จเป็นกิจกรรมที่มีจุดมุ่งหมายที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติ ผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองและการกำกับตนเอง การช่วยเสริมศักยภาพที่มีประสิทธิผลจะต้องไม่ใช่การเพิ่มการแทรกแซงของผู้สอน หรือการจัดสภาวะแทน (Supplant) กิจกรรมที่ผู้เรียนปฏิบัติ แต่เป็นการสนับสนุนการกำกับตนเองและการไตร่ตรองเกี่ยวกับกระบวนการและการปฏิบัติของผู้เรียนเอง

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า แนวทางในการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพนั้นจะต้องเริ่มต้นเรียนในสิ่งที่ผู้เรียนทำได้ เพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจในการที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป จากนั้นช่วยให้ผู้เรียนเป็นเหมือนกับบุคคลอื่น โดยการให้โอกาสและการสนับสนุน ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนบางคนต้องทำงานหนักมากขึ้น เพื่อที่จะมีความสามารถใกล้เคียงกับเพื่อน ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง การช่วยเสริมศักยภาพควรลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป เมื่อผู้เรียนเริ่มแสดงความเชี่ยวชาญ และหยุดการช่วยเสริมศักยภาพเมื่อผู้เรียนสามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของทฤษฎีวัฒนธรรมทางสังคมของ Vygotsky ความหมายของการช่วยเสริมศักยภาพ กลวิธีและเทคนิคการช่วยเสริมศักยภาพ ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการช่วยเสริมศักยภาพ และแนวทางในการออกแบบการช่วยเสริมศักยภาพของนักการศึกษาหลายท่าน วิจัยได้สรุปสาระสำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ ดังตาราง 21

ตาราง 21 แสดงผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์สาระสำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ

แนวคิด หลักการของนักการศึกษา	สาระสำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ
The Zone of proximal development : ZPD เป็นช่วงหรือ ระยะห่างระหว่างระดับพัฒนาการทางปัญญาที่แท้จริง ซึ่งพิจารณาได้จากการที่บุคคลสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และระดับศักยภาพของการ พัฒนาการซึ่งพิจารณาได้จากความสามารถที่บุคคลแก้ปัญหาได้เมื่อได้รับคำแนะนำจากผู้ใหญ่หรือร่วมงานกับเพื่อนที่มีศักยภาพมากกว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ในบริบทที่มีการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม โดยผู้ที่มีความรู้มากกว่าช่วยชี้แนะให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ ผู้เรียน	1. การช่วยเสริมศักยภาพมีเป้าหมายหลักในการช่วยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาหรือปฏิบัติงานได้สำเร็จ 2. ผู้เรียนมีความสามารถที่จะปฏิบัติงานให้สำเร็จได้แต่ผู้เรียนแต่ละคนมีศักยภาพแตกต่างกัน ผู้เรียนบางคนต้องได้รับการช่วยเหลือจากบุคคลอื่นที่มีความสามารถมากกว่าจึงจะสามารถแสดงศักยภาพออกมาได้ 3. กลยุทธ์ที่สำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ คือ การให้ความช่วยเหลืออย่างเป็นระบบและเหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียนและมี

ตาราง 21 (ต่อ)

แนวคิด หลักการของนักการศึกษา	สาระสำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ
แต่ละคนมีศักยภาพหรือความสามารถที่แตกต่างกัน ดังนั้นผู้เรียนแต่ละคนจะได้รับ การช่วยเหลือที่แตกต่างกันตามระดับพัฒนาการของแต่ละบุคคล (Vygotsky, 1978) การช่วยเสริมศักยภาพ เป็นกระบวนการที่ทำให้เด็กหรือผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาการดำเนินงาน หรือบรรลุเป้าหมายที่อยู่เหนือความพยายามที่จะทำได้ด้วยตนเอง แต่จะทำได้เมื่อได้รับความช่วยเหลือ สนับสนุนจากบุคคลอื่น (Eggen and Kauchak, 1997) การช่วยเสริมศักยภาพ เป็นรูปแบบการสนับสนุนที่ผู้สอนหรือผู้เรียนคนอื่นๆ ให้แก่ผู้เรียนด้วยกัน เพื่อช่วย ให้ผู้เรียนเชื่อมต่อระหว่างความสามารถปัจจุบันและเป้าหมายที่ตั้งไว้ (Randoll and Kali, 2004) การช่วยเสริมศักยภาพ คือ เครื่องมือ กลยุทธ์และการแนะนำ ซึ่งช่วยสนับสนุนผู้เรียนให้มีความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นระดับที่ไม่สามารถทำได้เมื่อผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามลำพัง (Brush and Saye, 2001, Azevedo, 2005) การให้ความช่วยเหลือผู้เรียนในการเรียนรู้จะมีประโยชน์สูงสุด เมื่อการช่วยเหลือนั้นอยู่ในช่วงจังหวะที่ผู้เรียนไม่สามารถจัดการหรือดำเนินงานได้ด้วยตนเองเพียงลำพัง (Wood, Bruner and Ross, 1976;)และจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือของผู้สอนออกจากกระบวนการ	การลดความช่วยเหลือลงเมื่อผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง 4. การช่วยเสริมศักยภาพสามารถทำได้โดยการปฏิสัมพันธ์กับบุคคล หรือสื่อเทคโนโลยี เช่น การเป็นต้นแบบ การสนทนา 5. การช่วยเสริมศักยภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการทำงานที่อยู่ภายในช่วงพัฒนาการของเชาว์ปัญญา

ตาราง 21 (ต่อ)

แนวคิด หลักการของนักการศึกษา	สาระสำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ
เมื่อผู้เรียนสามารถจัดการงานนั้นได้ด้วยตนเอง (Larkin, 2001; Dennen, 2004; กมล โพธิ์เย็น, 2548) การช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียน สามารถกระทำได้ ดังนี้ 1. เริ่มต้นเรียนในสิ่งที่ผู้เรียนสามารถทำได้ 2. ช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จโดยเร็ว 3. ช่วยให้ผู้เรียน "เป็น" เหมือนกับบุคคลอื่น 4. รู้เวลาที่จะหยุดการช่วยเหลือ 5. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง (Larkin, 2002) นอกจากนี้ Randoll and Kali (2004) ได้เสนอเพิ่มเติมว่า การออกแบบจะต้องอยู่ภายใต้บริบทการใช้งาน เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ต้องเหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียนและมีการออกแบบเนื้อหาไปพร้อมกับการช่วยเสริมศักยภาพ รูปแบบการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนที่สนับสนุนการคิดระดับสูงที่มีประสิทธิภาพควรจะรวมถึงการกระตุ้นให้มีการคิดแบบไตร่ตรอง การจัดการสนับสนุนทางสังคมเพื่อการสนทนา การมีปฏิสัมพันธ์ การขยายความคิดจากผลป้อนกลับของเพื่อนและที่ปรึกษาในประเด็นที่สนใจ การสนับสนุนการเรียนสามารถจัดให้มีขึ้นได้จากเพื่อนและเครื่องมือต่างๆ ในการเรียน (McLoughlin, 2002)	

จากการศึกษา วิเคราะห์แนวคิดการช่วยเสริมศักยภาพสามารถสังเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการช่วยเสริมศักยภาพ ดังนี้

1. การช่วยเสริมศักยภาพมีเป้าหมายในการช่วยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาหรือปฏิบัติงานได้สำเร็จ

2. ผู้เรียนมีความสามารถที่จะปฏิบัติงานให้สำเร็จได้ แต่ผู้เรียนแต่ละคนมีศักยภาพแตกต่างกัน ผู้เรียนบางคนต้องได้รับการช่วยเหลือจากบุคคลอื่นที่มีความสามารถมากกว่าจึงจะสามารถแสดงศักยภาพออกมาได้

3. กลยุทธ์ที่สำคัญของการช่วยเสริมศักยภาพ คือ การให้ความช่วยเหลืออย่างเป็นระบบและเหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียนและมีการลดความช่วยเหลือลงเมื่อผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง

4. การช่วยเสริมศักยภาพสามารถทำได้โดยการปฏิสัมพันธ์กับบุคคล หรือสื่อเทคโนโลยี

5. การช่วยเสริมศักยภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการทำงานที่อยู่ภายในช่วงพัฒนาการของเชาว์ปัญญา

ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้มีการช่วยเสริมศักยภาพในขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. แนะนำวิธีการทำความเข้าใจและสรุปปัญหา
2. ใช้คำถามเฉพาะเพื่อกระตุ้นการขยายความคิดของผู้เรียนเกี่ยวกับประเด็นปัญหา
3. ให้การชี้แนะเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อเท็จจริงและการหาแนวทางการหาคำตอบ
4. กำหนดให้ผู้เรียนสะท้อนคำตอบของตนเองโดยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน
5. แนะนำแหล่งข้อมูลเพื่อศึกษาค้นคว้า
6. ใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบที่สามารถเป็นไปได้มากที่สุด
7. แนะนำวิธีการอธิบายและลงข้อสรุป
8. ใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้ไปสู่การสรุปและการนำเสนอ

ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

ในตำราจิตวิทยาที่มีการพิมพ์ขึ้นใหม่ที่ได้อ้างข้อเขียนของการ์ดเนอร์ เช่น วูลฟอร์ก (Woolfolk) ผู้เขียนหนังสือชื่อ Educational Psychology ซึ่งได้พิมพ์ครั้งที่ 9 เมื่อปีคริตศักราช 2004 และพิมพ์ครั้งที่ 10 เมื่อปีคริตศักราช 2007 ยังกล่าวถึงเรื่อง การคิด ทั้งนี้เนื่องจากการคิดนั้นมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา (Problem Solving) (Woolfolk, 2004, p. 154; Woolfolk, 2007,

pp. 97-99) เพื่อความเข้าใจในเรื่องของการคิดและทักษะการคิด ผู้วิจัยขอนำเสนอประเด็นที่น่าสนใจที่เกี่ยวกับการคิด ทักษะการคิด และทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความหมายของการคิด

มีผู้ให้ความหมายของการคิดไว้หลายท่าน โดยทุกแนวคิดล้วนเกี่ยวข้องกับการทำงานของสมองแทบทั้งสิ้น เช่น

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2548, หน้า 9) ให้ความหมายของการคิดว่าเป็นกระบวนการทำงานของสมองที่เกิดขึ้นภายใน ขึ้นอยู่กับความสามารถของสมองแต่ละซีกของมนุษย์ ซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, หน้า 63) ได้กล่าวว่า การคิด คือ กิจกรรมทางความคิดที่มีวัตถุประสงค์เฉพาะเจาะจง เรารู้ว่ากำลังคิดเพื่อวัตถุประสงค์อะไรบางอย่างและสามารถให้คิดจนบรรลุเป้าหมายได้

Gardner, Calvin and Thompson (1975, p. 271) ได้กล่าวว่า การคิด คือ การแสวงหาบางสิ่งบางอย่างที่คนต้องการ เป็นกระบวนการที่ใช้ความพยายามจากภายในเป็นการทดสอบและเป็นการทดลองเกี่ยวกับความจริง ซึ่งจะสะท้อนถึงความต้องการในการอธิบายและความเข้าใจ รวมทั้งความปรารถนาที่จะสร้างขึ้น

Piaget (1969, p. 58) กล่าวว่า การคิดหมายถึงการกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญา การคิดของบุคคลเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ กระบวนการปรับโครงสร้าง โดยการจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ กับกระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้างโดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับข้อความจริงที่รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกัน เพื่อปรับความคิดคนให้เข้าใจสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

Edward De Bono (2004, p. 47) ได้อธิบายความหมายของการคิดว่าเป็นการสำรวจอย่างไตร่ตรองและรอบคอบของความรู้ ความชำนาญและประสบการณ์ เพื่อจุดประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่งและจุดประสงค์นั้นก็จะรวมถึงการเข้าใจ การตัดสินใจ การวางแผน การแก้ไขปัญหา และการตัดสินคุณค่าการกระทำต่าง ๆ

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การคิด หมายถึง ความฉับไวในการทำงานของสมองที่เกิดจากการรับรู้ด้วยประสาทสัมผัสที่ผ่านการกลั่นกรองออกมาอย่างเป็นระบบจากการพิจารณาข้อมูลที่รับรู้ เพื่อตอบสนองเป้าหมายที่ต้องการ และเป็นไปอย่างต่อเนื่อง

2. **ความหมายของทักษะการคิด**

นักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายเกี่ยวกับทักษะการคิดว่า เป็นความสามารถหรือความชำนาญของกระบวนการทำงานของสมอง ดังตัวอย่างเช่น

Wilkinson (1996, p. 11) กล่าวว่า ทักษะการคิด หมายถึง การคิดที่ต้องการให้บรรลุเป้าหมายหรือมีจุดมุ่งหมายในการคิดที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางสมอง เช่น สามารถบอกได้ว่าสิ่งที่เกี่ยวข้องกันนั้นมีข้อมูลอะไรบ้าง การประเมินความน่าเชื่อถือ โดยมีแหล่งข้อมูลและสามารถสรุปอ้างอิงได้

Wallance (2001, pp. 2-3) ได้กล่าวว่า ทักษะการคิด หมายถึง ความสามารถในการคิดของบุคคล ซึ่งความสามารถนี้จะแตกต่างกันก็ขึ้นอยู่กับศักยภาพของสมอง การพัฒนาความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหาได้นั้น จะต้องอาศัยเหตุและผลในการตัดสินใจที่อยู่บนความถูกต้องและตรงประเด็นและมีความคงทนสามารถสะท้อนภาพให้เห็นถึงกระบวนการคิดและรวมถึงความรอบคอบในการคิด และยังส่งผลดีต่อทักษะอื่นๆ ด้วย

Gardner, Calvin and Thompson (1975, pp. 271-277) กล่าวถึง ทักษะการคิดว่าเป็นความชำนาญในการคิดที่หมายถึงทักษะการคิดจำนวน 9 กลุ่ม ดังนี้

1. การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา (Reasoning or Problem - Solving) ซึ่งการให้เหตุผลบางทีเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดของความคิดที่จะอธิบาย การให้เหตุผลเป็นจิตใต้สำนึกระดับสูงและเป็นความคิดที่ถูกกำหนด ควบคุม ทำงานได้ การมองไปข้างหน้าและมีจุดมุ่งหมาย การให้เหตุผล โดยปกติเริ่มจากปัญหา โดยเฉพาะและดำเนินต่อไปจนกว่าจะพบทางออก สำหรับปัญหาจะเป็นอะไรก็ตามที่สร้างความรู้สึกสงสัยในตัวบุคคลและมีทางออกเป็นสิ่งที่ระงับความสงสัยนั้น สำหรับความสงสัยนั้นไม่จำเป็นต้องเป็นความรู้สึกที่เกี่ยวกับปัญหาที่อาจจะเป็นการท้าทายความสามารถ การให้เหตุผลที่มาจากปัญหาจนถึงการค้นพบทางออกหรือคำตอบที่ต้องการนั้นล้วนเกี่ยวข้องกับการพยายามใช้ความคิด ลางสังหรณ์ หรือสมมติฐานที่หลากหลายและอาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การลองผิดลองถูกก็ได้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วถ้าคนเรายิ่งมีความคิดมากเท่าไร โอกาสที่เราจะได้คำตอบที่เกิดจากการแก้ปัญหาก็ย่อมมีมากตามไปด้วย

2. การจำแนกและการตัดสินใจ (Discriminating and Judging) ปัญหาส่วนใหญ่มักจะมีทางเลือกหรือวิธีการที่หลากหลาย ดังนั้นเราควรต้องจำแนกแยกแยะระหว่างทางเลือกหรือวิธีการกับการตัดสินใจซึ่งจะนำไปสู่การเลือกวิธีการ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่มีประสิทธิภาพ ปัญหาต่าง ๆ อาจถูกกำหนดให้แยกแยะระหว่างลักษณะต่าง ๆ ที่มากระตุ้นแบบง่าย ๆ เช่น วัตถุชนิดใหญ่กว่า น้ำหนักมากกว่า หรือสว่างมากกว่า ซึ่งอาจกำหนดให้การตัดสินใจนั้น ๆ มีในข้อสอบ

ชนิดตัวเลือก คนเรานั้นมีการจำแนกแยกแยะและตัดสินใจนับครั้งไม่ถ้วนในทุกๆ วัน ซึ่งจะส่งผลให้การจำแนกและการตัดสินใจเป็นไปอย่างรวดเร็วและเป็นไปอย่างอัตโนมัติ

3. การคิดแบบนามธรรมและรวมความ (Abstracting and Generalizing) ในโลกมนุษย์ดังที่ Lewis Carroll's Walrus กล่าวว่าคนสองคนจะไม่เหมือนกันเพราะคนทุกคนย่อมเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา บางอย่างถดถอยในขณะเดียวกันบางอย่างกลับเจริญเติบโต การตระหนักในสิ่งต่าง ๆ ก็ย่อมเปลี่ยนแปลงไป เพื่อจะจัดการกับความหลากหลายและการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาเหล่านั้น เพื่อที่จะระบุลักษณะที่เหมือนกัน ซึ่งต้องทำให้เป็นนามธรรมจากการสะสมด้านมโนภาพ (ความคิดรวบยอด) ที่มีอยู่ เมื่อทำได้ก็ย่อมรวมความได้เช่นกัน

4. การทำนายและการควบคุม (Predicting and Controlling) ในตอนต้นพวกเรากล่าวว่า การคิดนำไปสู่อนาคต พวกเราได้คิดเกี่ยวกับสิ่งที่เราต้องการให้เกิดขึ้นและพยายามนำมันมาคิดนั้น ซึ่งนักวิทยาศาสตร์ได้ทำนายไว้ว่า พวกเขาจะพบอะไรในระหว่างการทดลอง ต่อมาเมื่อนักวิทยาศาสตร์ เข้ามามีบทบาท การทำนายทางวิทยาศาสตร์สามารถทำได้โดยการคำนวณจากความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในปัจจุบันให้เข้ากับอนาคต เช่น ผลการสำรวจก่อนการเลือกตั้งหลายอาทิตย์สามารถทำนายผลที่จะเกิดขึ้นได้ สิ่งเหล่านี้จะบรรลุผลได้ย่อมขึ้นอยู่กับความสามารถในการทำนายโดยอาศัยข้อมูลที่มีอยู่ในปัจจุบัน

5. การคาดหวังและการตั้งความหวัง (Expecting and Hoping) การคาดหวังจะมีมาก่อนการทำนาย ความแตกต่างจะเริ่มจากการที่เราเชื่อว่าบางสิ่งจะเกิดขึ้นถ้าเราทำนายด้วยความมั่นใจตามประสบการณ์ ซึ่งเราอาจพูดว่าการคาดหวังบางสิ่งได้บอกว่า มีโอกาสปานกลางที่จะไม่เกิดขึ้น เมื่อเราหวังบางสิ่ง เรามีความมั่นใจน้อยกว่าว่ามันจะเป็นไป ผลก็คือ ความผิดหวังจะมีเล็กน้อยเมื่อการตั้งความหวังต่าง ๆ ไม่จริง และมันจะยิ่งใหญ่เมื่อการทำนายล้มเหลว ถ้าการตั้งความหวังเป็นจริง เราก็จะยินดีมาก เมื่อบางอย่างที่ทำนายจะเกิดขึ้น ยิ่งเรามีความมั่นใจ สิ่งที่กำลังจะเกิดขึ้น ความผิดหวังที่ไม่เกิดขึ้นจริงจะมีมาก และมีความยินดีน้อยเมื่อเกิดขึ้น

6. ความกังวล (Worrying) เมื่อเราหวังว่าในบางสิ่งจะเกิดขึ้น เราก็มองไปโดยการคาดหวังที่น่ายินดีต่อสิ่งที่จะเกิดขึ้น เมื่อเรากังวลเกี่ยวกับอนาคต เราก็กลัวว่าบางสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้และไม่น่ายินดีกำลังจะเกิดขึ้น ไม่เหมือนกับการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ทางออก ความกังวลจะขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ที่น่ากลัว แทนที่จะจัดการกับมัน ความกลัวก็มีแนวโน้มจะหยุดยั้งอำนาจการให้เหตุผล นักเรียนผู้ที่กังวลเกี่ยวกับการสอบที่กำลังจะมาถึง เขาจะมีความคิด วิตกกังวลเกี่ยวกับการสอบตก ก่อนที่เขาจะไม่สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากความกังวลได้ป้องกันเขาจากการทำที่จะลดความกลัว เขาจะกังวลมากขึ้นและวงจรชั่วร้ายก็จะเริ่มขึ้น

ความกังวลนี้อาจจะเป็นตัวแทนของความต้องการที่ไม่มีสติ นักเรียนผู้ที่กังวลเรื่องการสอบตก อาจมีความปรารถนาที่ไม่ต้องการรู้เรื่องที่จะสอบตกอีก บางครั้งความปรารถนาที่ซ่อนไว้นั้น คือ การโทษพ่อแม่ที่ต้องการให้ได้เกรดดีๆ

7. จินตนาการ (Imagining) ชนิดของการคิดที่เราเรียกว่า จินตนาการจะมีอยู่ 2 ลักษณะที่แตกต่างกันคือ ความเป็นอิสระในการคิดทั่วไปและความไม่พอใจกับสิ่งที่เป็น เมื่อเราจินตนาการบางสิ่งบางอย่าง หรือสร้างบางสิ่งที่แปลกใหม่และที่ไม่เคยประสบมาก่อนในลักษณะที่เหมือนกัน การจินตนาการหรือการวาดภาพได้หรือคิดวิธีใหม่ได้ เมื่อนักประดิษฐ์ได้สร้างสิ่งใหม่ นักวาดภาพได้คิดวิธีใหม่ของการเป็นตัวแทนวัตถุต่าง ๆ ซึ่งแต่ละคนได้จินตนาการมาก่อนในสิ่งที่เขาค้นพบ

8. ฝันกลางวัน (Daydreaming) การฝันกลางวันเป็นการจินตนาการอีกชนิดหนึ่งที่จะขจัดข้อจำกัดต่างๆ ที่เป็นจริงและควบคุมจิตใต้สำนึกและปล่อยให้จิตใจล่องลอยในแบบที่เป็นล้อหมุน การคิดในเชิงสร้างสรรค์มักนำไปสู่การกระทำ แต่การฝันกลางวันมักทำเพื่อการแสวงหาของตนเองและอาจไม่มีผลที่ตามมาต่าง ๆ เว้นแต่ความพอใจส่วนตัว คนเราอาจจะไม่เป็นจริงอย่างที่เลือกไว้ เพราะว่าไม่มีความต้องการที่จะทดสอบจินตนาการในโลกความเป็นจริง

9. ความฝัน (Dreaming) เป็นการคิดในขณะระหว่างที่นอนหลับ ซึ่งเป็นการคิดที่ผิดปกติเพราะว่าในระหว่างที่นอน ความคิดต่าง ๆ ของคนจะถูกนำเสนอ โดยรูปภาพ จินตนาการมากกว่าเป็นคำพูดหรือความคิด บุคคลที่กำลังนอนจะเห็นในสิ่งที่เขากำลังคิด ซึ่งไม่เหมือนกับฝันกลางวัน ที่เข้าใจว่าเป็นจินตนาการ การฝันกลางวันจะถูกเข้าใจว่าเป็นจินตนาการ ส่วนการฝันในกลางคืนจะคล้ายกับความจริงในขณะที่มันดำเนินไป เพราะความสำคัญของการฝันเราจะมุ่งไปที่กิจกรรมทางด้านความคิดเป็นสำคัญ

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการคิดเป็นความสามารถหรือความชำนาญของกระบวนการทำงานของสมอง ซึ่งความสามารถนี้จะแตกต่างกันก็ขึ้นอยู่กับศักยภาพของสมอง การพัฒนาความสามารถในการคิด สามารถสะท้อนได้จากการแก้ปัญหาที่อาศัยเหตุและผลในการตัดสินใจ ซึ่งจะเป็นตัวชี้ให้เห็นถึงกระบวนการคิดและความรอบคอบในการคิด

3. ความหมายของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

ถึงแม้ว่า คำว่า "การคิดทางคณิตศาสตร์" จะถูกใช้มามากกว่า 100 ครั้งในหนังสือ Principles and Standards of School Mathematics (NCTM, 2000) แต่คำนี้ก็ยังไม่ถูกเตรียมคำนิยามที่ชัดเจน และแน่นอน

Lutfiyya (1998, p. 25) กล่าวไว้ว่า การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่รวมถึงการใช้ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด เพื่อที่จะนำไปสู่ความเข้าใจในแนวคิดนั้น ๆ

ซึ่งจะต้องอาศัยการค้นพบความสัมพันธ์ที่อยู่ระหว่างแนวคิดนั้น ๆ โดยอาจจะเป็นภาพหรือการได้รับการสนับสนุนจากเงื่อนไขที่เกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์เหล่านั้น และการแก้ปัญหาที่รวมถึงแนวคิดนั้นๆ

Suzuki (1998, p.109) ได้นิยาม "การคิดทางคณิตศาสตร์" ไว้ว่าเป็น "แนวความคิดรวบยอดทั้งหมด (global concept)" ซึ่งรวมถึงทุก ๆ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์และวิธีการเดิม ๆ ที่เป็นทางของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคย

Henderson, et al. (2001, p. 147) ได้เสนอนิยามทั่ว ๆ ไปของ "การคิดทางคณิตศาสตร์" ว่าเป็น "การใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างใดอย่างหนึ่งที่แสดงออกมาอย่างชัดเจน หรือแสดงออกมาเป็นนัยในการหาคำตอบของปัญหา"

Schoenfeld (1985, p. 158) ได้กล่าวไว้ว่า สิ่งที่มนุษย์พูดในระหว่างการแก้ปัญหาจะใกล้เคียงกับการคิดของคนๆ นั้นในขณะนั้นมากที่สุด

Bishop (2007, p. 68) ได้กล่าวถึง "การคิดทางคณิตศาสตร์" ไว้ว่า เป็นผลิตผล (products) ที่เกิดขึ้นจากแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (mathematical ideas and processes)

จากความหมายที่ได้นำเสนอไว้ข้างต้น พอสรุปได้ว่า "การคิดทางคณิตศาสตร์" หมายถึง ความสามารถในการคิดหาคำตอบหรือผลิตผล (products) ที่เกิดขึ้นจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (mathematical ideas and processes) โดยนักเรียนจะแสดงออกมาในรูปของยุทธวิธี หรือวิธีคิด หรือแนวทางต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านภาษาพูด ภาษาวาดเขียน หรือการแสดงอิริยาบถต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน ตามสมมติฐานที่เชื่อว่าสิ่งที่มนุษย์พูดในระหว่างการแก้ปัญหาจะใกล้เคียงกับการคิดของคน ๆ นั้นในขณะนั้นมากที่สุด

4. **องค์ประกอบของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์**

นอกจากการ์ดเนอร์, คาลวิน และทอมป์สัน ที่ได้แบ่งประเภทของทักษะการคิดไว้ 9 กลุ่มแล้วนั้น ยังมีสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 175 - 180) ที่ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการกำหนดมาตรฐานเนื้อหาคณิตศาสตร์และมาตรฐานกระบวนการที่จะเป็นตัวแสดงพฤติกรรมของการคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรและการประเมินผลในทุกระดับชั้นเรียน (เกรด 1–12)ไม่ว่าจะเป็นตำราการสอนทางด้านคณิตศาสตร์ทั้งระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving) การแก้ปัญหาถือเป็นพื้นฐานที่มีความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณและลำดับขั้นของการคิดจะมีคุณค่าน้อยถ้าไม่เข้าใจปัญหาและไม่รู้คำตอบของปัญหานั้น ๆ เด็ก ๆ ควรได้รับโอกาสในการตัดสินใจ แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งพัฒนากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง สำหรับกลยุทธ์ในการสอนที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะนั้นควรได้รับการสอนและเรียนรู้

2. การให้เหตุผล (Reasoning) เหตุผลเป็นรากฐานที่สำคัญของคณิตศาสตร์ การพัฒนาด้านเหตุผลของผู้เรียนมีความสำคัญ ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการวาดภาพจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยอาจสรุปออกมาเป็นรูปภาพหรือแผนที่ความคิดแทนข้อมูลได้ ซึ่งนำไปสู่การพิสูจน์และคาดเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล จึงนับได้ว่าเหตุผลนี้เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์

3. การสื่อสาร (Communication) ความสามารถในการสื่อสารอย่างชาญฉลาดของเด็กในการเรียนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเพื่อความเข้าใจในคณิตศาสตร์นั้น เด็กจะต้องสามารถอ่าน เขียนฟัง และสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการดำเนินชีวิต โดยใช้รูปแบบสถานการณ์ที่ใช้วิธีการพูด การเขียน การสะท้อนความคิดเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์และสถานการณ์ ใช้การพัฒนาความเข้าใจพื้นฐานทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ใช้ทักษะการอ่าน การฟัง การประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์ การตัดสินใจและการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

4. การเชื่อมโยง (Connections) ประสบการณ์ทางด้านคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อผู้เรียน เนื้อหาสาระควรมีความตรงกัน สามารถเชื่อมต่อกับแบบฝึกหัดอื่น ๆ และสถานการณ์อื่นๆ ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งในและนอกโรงเรียน เพราะคณิตศาสตร์สามารถเป็นสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นจริงและเป็นสถานการณ์ที่เผชิญหน้าในกิจกรรมอื่น ๆ ทั้งนี้ผู้เรียนจะต้องมองคณิตศาสตร์โดยภาพรวม การตรวจสอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ โดยการใช้ที่เกี่ยวกับรูปภาพ จำนวน กายภาพ พีชคณิตและนำเสนอโดยการพูด การใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความเข้าใจในความคิดอื่น ๆ รวมทั้งใช้ความขยันหมั่นเพียรในการคิดและการแก้ปัญหาในแง่มุมอื่น ๆ เช่น ศิลปะ จิตวิทยา วิทยาศาสตร์และด้านธุรกิจ

5. การสื่อความหมาย (Representation) ความสามารถในการแสดงแนวคิดในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ แผนภาพหรือตารางแสดงข้อมูล ตัวเลขการเขียนตัวอักษร สัญลักษณ์ รูปภาพ แผนภูมิ แผนภาพ ตาราง กราฟ การใช้สื่ออุปกรณ์

ต่างๆ แสดงความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหากับการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้ผู้อื่นได้ทราบ และเข้าใจความหมายได้ตรงกัน

จากองค์ประกอบของทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ไว้กล่าวข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบการพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนประกอบด้วย ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

4. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพด้านทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์นั้น มีแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญและมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีการกำหนดเนื้อหาสาระและกระบวนการเพื่อพัฒนาการคิดของผู้เรียน ซึ่ง NCTM (Krulik, Rudnick and Milou, 2003, p. 21) ได้กำหนดมาตรฐานกระบวนการและมาตรฐานเนื้อหา เพื่อพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนตามระดับเกรดเปรียบเทียบระหว่างปี ค.ศ. 1989 และปี ค.ศ. 2000 ดังตาราง 22

ตาราง 22 การเปรียบเทียบมาตรฐานกระบวนการและมาตรฐานเนื้อหาปี 1989 และ 2000

	มาตรฐานปี 1989	**มาตรฐานปี 2000**
เนื้อหาตามระดับเกรด (Content Grade Bands)	อนุบาล – 4, 5 -8 , 9 - 12	ก่อนอนุบาล – อนุบาล – 2, 3 - 5, 6 - 8, 9 - 12
มาตรฐานกระบวนการ (Process Standards)	- การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ - การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	- การแก้โจทย์ปัญหา - เหตุผลและการตรวจสอบ - การสื่อสาร - การเชื่อมโยง - การสื่อความหมาย

ตาราง 22 (ต่อ)

	มาตรฐานปี 1989	มาตรฐานปี 2000
มาตรฐานเนื้อหา (Content Standards)	- จำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวน - ทฤษฎีและระบบจำนวน - การคิดคำนวณและการประมาณค่า - แบบรูป ฟังก์ชัน - พีชคณิต - สถิติ - ความน่าจะเป็น - เรขาคณิต - การวัด	- จำนวนและการดำเนินการ - พีชคณิต - เรขาคณิต - การวัด - การวิเคราะห์ข้อมูล

จากตาราง 22 จะพบว่า มาตรฐานกระบวนการในส่วนที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา และ การให้เหตุผล ยังเป็นประเด็นหลักที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในระดับต้นๆ ที่ควรนำไปพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถ ตามมาตรฐานที่หลักสูตรกำหนด ส่วนมาตรฐานเนื้อหาได้มีการหลอมรวมเป็นสาระเดียวกันจาก 9 สาระ ลดลงเหลือเพียง 5 สาระ แต่ประเด็นในส่วนที่เกี่ยวกับเนื้อหานั้น มิได้ลดไปจากหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นแต่อย่างใดไม่ เช่นเดียวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551ของกระทรวงศึกษาธิการ สำหรับประเทศไทยมีการนำมาตรฐานของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกามาเป็นแนวทางในการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนเช่นเดียวกัน โดยกล่าวว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข โดยได้กำหนดสาระสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียนไว้ 6 สาระดังนี้ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสาระที่มี

การกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56-81)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 203-205) ได้จัดทำมาตรฐานเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งตามระดับเกรด (ชั้นปี) ของนักเรียน โดยจัดทำเป็นมาตรฐานของหลักสูตรตั้งแต่ระดับเกรดอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้อย่างชัดเจน ดังนี้

1. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด K – 4 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 การประมาณค่า มาตรฐาน 6 ความรู้สึกเชิงจำนวนและการคิดคำนวณ มาตรฐาน 7 ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนนับและการดำเนินการ มาตรฐาน 8 วิธีการคิดคำนวณจำนวนนับ มาตรฐาน 9 เรขาคณิตและความรู้สึกเชิงปริภูมิ มาตรฐาน 10 การวัด มาตรฐาน 11 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 ฟังก์ชันและทศนิยม และมาตรฐาน 13 แบบรูปและความสัมพันธ์

2. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด 5 – 8 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 จำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวน มาตรฐาน 6 ระบบจำนวนและทฤษฎีจำนวน มาตรฐาน 7 การคำนวณและการประมาณค่า มาตรฐาน 8 แบบรูปและความสัมพันธ์ มาตรฐาน 9 พีชคณิต มาตรฐาน 10 สถิติ มาตรฐาน 11 ความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 เรขาคณิต และมาตรฐาน 13 การวัด

3. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด 9 – 12 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 พีชคณิต มาตรฐาน 6 ฟังก์ชัน มาตรฐาน 7 เรขาคณิตจากการสังเคราะห์ มาตรฐาน 8 เรขาคณิตจากมุมมองที่หลากหลาย มาตรฐาน 9 ตรีโกณมิติ มาตรฐาน 10 สถิติ มาตรฐาน 11 ความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 คณิตวิเคราะห์วิยุตคณิต มาตรฐาน 13 แคลคูลัส และมาตรฐาน 14 โครงสร้างคณิตศาสตร์

การกำหนดมาตรฐานเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำเสนอไว้นั้นจะพบว่า มีการพัฒนาทักษะการคิดที่มีความเข้มข้นขึ้นตามระดับชั้นที่สูงขึ้น สำหรับทักษะการแก้โจทย์ปัญหา การสื่อสาร การให้เหตุผลและ

การเชื่อมโยง ซึ่งเป็นทักษะสำคัญที่ทุกระดับชั้น ต้องได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและเป็นไปตามวัยของผู้เรียน

จากที่กล่าวมาจะพบว่า ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพราะจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจ มีเจตคติที่ดี เกิดความมั่นใจและเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งการแสดงเหตุผลที่ดีนั้นมีคุณค่ามากกว่าคำตอบที่ถูกต้อง

5. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

5.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1980, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในตัวปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป ซึ่งเป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ไขกับอุปสรรคที่ต้องเผชิญ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

Krulik and Reys (1980, p. 134) ให้ความหมายการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem solving as a goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาถือเป็นเหตุผลที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาที่เฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะเป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อมีการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาในแบบต่าง ๆ กระบวนการเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ การเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

Perdikaris (1993, p. 423) ยังได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่าเป็นการเตรียมการในการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์อันจะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และเป็นการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ซึ่งความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่นักเรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

Heddens and Speer (1997, p. 34) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ตอบสนองและเอาชนะอุปสรรค หรือสิ่งกีดขวาง เพื่อให้สามารถหาคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบได้ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงใช้เนื้อหาสาระหลายอย่าง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 52) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า เป็นการทำงานโดยที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งในการหาคำตอบ นักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงวิธีการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ ดังนั้นนักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย

Sternberg and Williams (2002, p. 319) ให้ความหมายการแก้ปัญหาไว้ว่า เป็นกระบวนการในการเปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ต้องการหาคำตอบมาสู่การได้มาซึ่งคำตอบ โดยฝ่าฟันผ่านอุปสรรคต่างๆ ในขั้นตอนการแก้ปัญหา

Brahire (2005, p. 25) ได้ให้คำนิยามของการแก้ปัญหาว่า คือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนพยายามจำแนกสิ่งที่ต้องการเพื่อวางแผน ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเมื่อเผชิญปัญหา นักเรียนจะพัฒนากลวิธีการแก้ปัญหาที่สามารถประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งอาจจะประกอบด้วย การเขียนสมการ การสร้างกราฟ การสร้างรูปแบบ การสร้างตาราง เป็นต้น

นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 24) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวผู้เรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

การแก้ปัญหาที่แท้จริงควรมุ่งเน้นการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน (Real life problem) ซึ่งมักจะเป็นปัญหาแตกต่างจากปัญหาที่เป็นตัวอย่างในห้องเรียน ผลสำเร็จของการแก้ปัญหาส่วนหนึ่งนั้นจะขึ้นอยู่กับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ถูกกำหนด และประสิทธิภาพ

ของการแก้ปัญหา (Proficiency level of problem solving) มักจะถูกตัดสินจากความสามารถของผู้แก้ปัญหาในการวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของบุคคล การแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาสามารถหาคำตอบได้ และสามารถสร้างกฎทั่วไป (General rule) เกี่ยวกับคำตอบ ตลอดจนสามารถขยายหรืออธิบายคำตอบไปยังสถานการณ์ที่ซับซ้อนกว่าได้ ย่อมเป็นการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพสูง

5.2 ความหมายของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1980, pp. 245-247) ได้นำเสนอเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

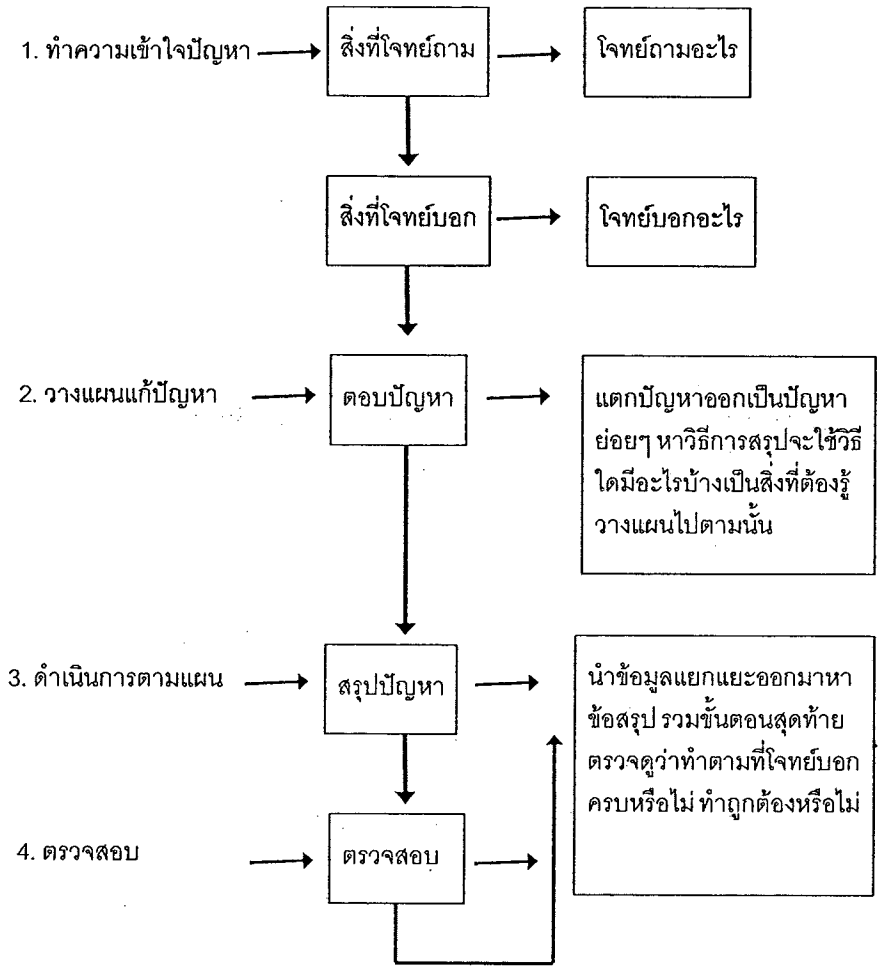
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ที่ใด บอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และอะไรคือเงื่อนไข ถ้าจำเป็นจะต้องใส่สื่อกับข้อมูลต่าง ๆ ผู้เรียนก็ควรเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ ผู้เรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกในหลาย ๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. ขั้นวางแผนปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาอย่างชัดเจนมาก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้ อย่างไร สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องทำในขั้นตอนนี้ก็คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหา ซึ่งในการวางแผนควรแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในแต่ละขั้นตอนใหญ่ ๆ แต่ละขั้นก็สามารถแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีก นอกจากนี้ผู้เรียนจะต้องมองว่าถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอิงอะไร เพื่อจะให้ได้สิ่งนั้นมาตามความต้องการ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ ก็คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ โดยตรวจสอบปัญหานั้นๆ ว่าได้ผลเป็นอย่างไร เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ โดยพิจารณาและสำรวจดูผลที่ได้ว่ามีความถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการการแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหาเข้าด้วยกันทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

โดยโพลยา ได้เสนอแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้



ภาพ 2 แสดงแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya

Krulik (1993, pp. 155-156) ได้นำเสนอกลยุทธ์สำหรับการแก้ปัญหา (Heuristic) ทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน คือ

1. การอ่านโจทย์ ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

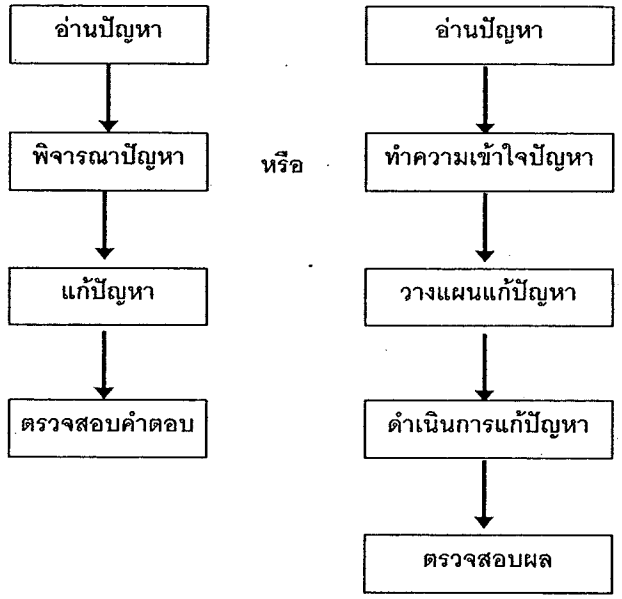
2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา ประกอบด้วย การจัดระบบของข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือมีไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

3. การเลือกวิธี ประกอบด้วย การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลองการระลึกรูปแบบ การทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ หรือการใช้คำถาม ถ้า ..... แล้ว และการอภิปรายการแก้ปัญหา

Wilson and Hadaway (1993, pp. 87–89) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวเส้นตรง ดังนี้

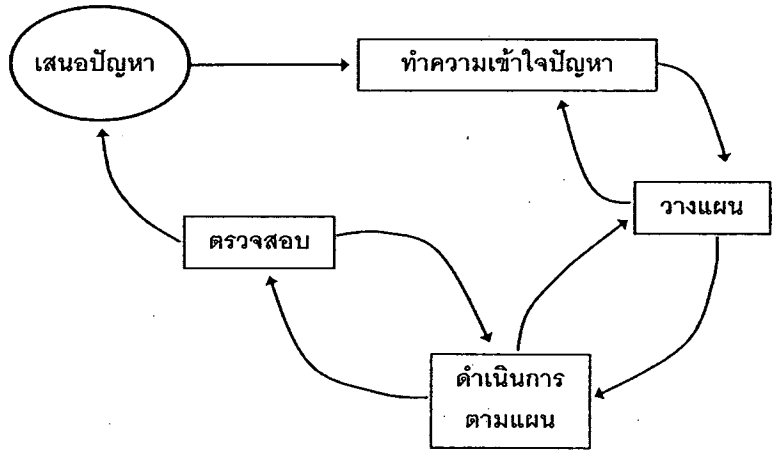


ภาพ 3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวเส้นตรงตามแนวคิดของ Wilson and Hadaway

แต่รูปแบบดังกล่าวทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิด และการวัดผลตนเอง ซึ่งมีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวเส้นตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

ซึ่งจากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน และ ฮาดาเวร์ได้ปรับปรุงกระบวนการในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพ 4 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อเป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson and Hadaway

จากกรอบแนวคิดตามภาพ อธิบายได้ดังนี้

เมื่อนำเสนอปัญหาต่อผู้เรียน ผู้เรียนจะคิดและหาวิธีทำความเข้าใจกับปัญหา สร้างแนวคิด วางแผนกำหนดวิธีการแก้ปัญหา ในกระบวนการส่วนนี้จะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และอาจมีการปรับปรุงการวางแผนใหม่ เมื่อวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้เรียนต้องตรวจสอบความเป็นไปของแผน แจกแจงรายละเอียด และลงมือปฏิบัติการตามแผน เมื่อพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ ผู้เรียนก็จะย้อนกลับไปพยายามสร้างแผนใหม่หรือหากจะต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ หลังจากลงมือปฏิบัติการตามแผนจนได้คำตอบที่คิดว่าจะเป็นคำตอบของปัญหาแล้ว ผู้เรียนก็จะย้อนกลับไปพิจารณาว่า คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะทำให้มีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น การตรวจสอบย้อนกลับยังรวมถึงการพิจารณาหาค่าคำตอบของปัญหาใหม่ ด้วยวิธีการหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างอื่น ซึ่งต้องวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ การแก้ปัญหาหนึ่งด้วยวิธีการหลายอย่างหรือใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายจะทำให้มีโอกาสเปรียบเทียบวิธีการ ปรับปรุงการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น วิธีการแต่ละอย่างอาจนำสาระของคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมองเห็นความเชื่อมโยงสาระต่างๆ ของคณิตศาสตร์

Troutman and Lichtenberg (1995, pp. 101–102) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ 6 ขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่จะต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจ คือ การตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยจะต้องกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แผนเป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนด ซึ่งมีข้อแนะนำว่าให้ทำงานเป็นกลุ่ม ถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกันทั้งกลุ่มก็จะได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน แก้ปัญหาได้อย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาก็สามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานลุล่วงเร็ว และมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผน และคำตอบ ซึ่งในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดย 1) พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้ หรือมีความสมจริงหรือไม่ 2) ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ 3) ลองดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้ 4) เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อนคนอื่น ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาแบบรูปทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งจะต้องเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนถึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย 1) เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม 2) เสนอปัญหาใหม่ เพื่อผู้แก้ปัญหาอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาที่ดีนั้นจะจดบันทึกการทำงานของเขาไว้เพื่อที่ว่าจะได้สามารถรื้อฟื้น หรือทบทวนความพยายามของเขาได้ ซึ่งการจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก ได้แก่ 1) แหล่งของปัญหา 2) ตัวปัญหาที่กำหนด 3) แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ 4) ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้ หรือสามารถนำมาใช้ได้ 5) ข้อแนะนำเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สาระที่ Troutman and Lichtenberg เพิ่มเติมให้แจ่มชัดขึ้นจากแนวทางของโพลยา ได้แก่ เน้นความร่วมมือในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาจากฐานความคิดของปัญหาเดิม และการจดบันทึกการแก้ปัญหา ซึ่งข้อแนะนำดังกล่าวนี้จะช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง การระบุว่าโจทย์ถามอะไร ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง การบอกคำหรือข้อความสำคัญ (Keyword) ในสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิด หลักการทางคณิตศาสตร์ และการบอกนิยามของคำหรือข้อความสำคัญในสถานการณ์นั้นๆ

2. ขั้นการคิดวิธีการแก้ปัญหา หมายถึง การวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับสิ่งที่ต้องการหา การแบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา แล้วเลือกแนวทางในการแก้ปัญหา โดยเลือกใช้ทฤษฎี สูตร หลักการ ที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง การลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดโดยใช้ทักษะการคำนวณทางคณิตศาสตร์ กฎเกณฑ์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการพร้อมทั้งบอกเหตุผลในการดำเนินการ

4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง การตรวจสอบเกี่ยวกับความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

5.3 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Adams and Beeson (1977, p. 245) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่จะส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นจะต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงถือเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative Factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนนั้นอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal Factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านถือเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหาต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) หลังจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าจะทำอะไรแล้วก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือนักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็นซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา (Charles and Lester, 1982; Hart, 1993; Heddens and Speer, 1992; Krulik and Rudnick, 1993)

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่าน และฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้ที่เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนทัศน์ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถที่จะนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่จะช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีเพื่อนำมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อจะแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็สามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไป คือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาจะต้องใช้การคิดคำนวณ และในบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล

การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาอย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จ

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผลผู้เรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาที่ให้จะเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ในทันทีทันใด นักเรียนจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้ อาจจะต้องใช้ระยะเวลาที่ยาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอ และสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ

8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีสอนของผู้สอน กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้สอนเป็นผู้บอกให้รู้

Baroody (1993, p. 231) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้โจทย์ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก (Affective Factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของผู้เรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553, หน้า 25) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ นักเรียนสามารถตีความ ทำความเข้าใจในปัญหา สามารถจำแนก และแยกแยะ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกจากกัน จะมองปัญหาให้ชัดเจนว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่าจะพบ และเรามีข้อมูลอะไรอยู่บ้าง การเขียนภาพจะช่วยให้เราเข้าใจปัญหานั้นๆ ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องค้นพบว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหาวิธีการในการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎี มาใช้ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ ซึ่งก็คือ ความสามารถในการหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมด้วย

พรพิรุณ บุตรดา (2550, หน้า 45) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งได้แก่

1.1 ความรู้ ความคิด และประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและพื้นฐานต่างๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการ และการคิดคำนวณ

1.5 ความรู้สึกและความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา

1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาในการพัฒนาอย่างเพียงพอ และได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้และการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

จากที่กล่าวมาสรุปว่า องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรจะประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งก็คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เมื่อผู้เรียนพบปัญหาผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา และเชื่อมโยงไปสู่ทักษะการแก้ปัญหา ก็คือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นนี้จะต้องใช้ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล

5.4 แนวทางการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยามีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้ (Krulik and Rudnick, 1995; Troutman and Lichenberg, 1995; Wilson, et al., 1993)

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านข้อความ อ่านปัญหา แล้วทำความเข้าใจ โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้ผู้เรียนได้ตอบต่อไปให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจเอง โดยอาจใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ สร้างแบบจำลอง การปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ของตัวปัญหา การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน เป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เช่น ในการทำแบบฝึกหัดควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนที่จะลงมือทำอย่างละเอียดชัดเจน ผู้สอนต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับผู้เรียนโดยตรง แต่ควร

ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้คิดด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรจัดหาปัญหาที่แปลกใหม่มาให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดอยู่เสมอ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการลำดับแนวคิดหลักในการแก้ปัญหา เมื่อจะลงมือดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความทำความเข้าใจแผน ก่อนนำแผนไปปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ซึ่งผู้สอนสามารถฝึกฝนผู้เรียนได้จากการทำแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีทำการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ควรให้ผู้เรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง ความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ ก่อนที่จะลงมือดำเนินการตามแผน

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือ การมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลง การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวทาง ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้รู้สึกเคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ และฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.3 สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี

4.4 ให้ผู้เรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

Baroody (1993, p. 245) ได้กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาว่าแบ่งออกเป็น 3 แนวทาง คือ

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป ปกติใช้รูปแบบของโพลยา

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและสถานการณ์ที่กำหนด

3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของแก้ปัญหา โดยเริ่มจากการพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา การพัฒนาความสามารถในการวางแผน การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ และต้องพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์

5.5 แนวทางการวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่สำคัญอีกกระบวนการหนึ่ง และวิธีการที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ตื่นตัวก็คือ การใช้แบบทดสอบเพื่อกระตุ้นและท้าทายความคิดของผู้เรียน และได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Polya (1980, p. 48) ได้นำเสนอรูปแบบการวัดความสามารถการแก้ปัญหาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังนี้

ตาราง 23 แสดงรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ “มีขวดขนาดบรรจุ 10 ลิตร หนึ่งใบ และขวดขนาดบรรจุ 3 ลิตร อีกหนึ่งใบ ขวดทั้งสองใบไม่มีขีด

บอกปริมาณของเหลวเลย ถ้าต้องการน้ำ 5 ลิตร นักเรียนจะมีวิธีการตวงอย่างไร จงบรรยายวิธีการตวงน้ำดังกล่าว"

Charles and Lester (1982, p. 87) ได้เสนอรูปแบบในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งมีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

Charles, et al. (1987, p. 101) แบ่งสัดส่วนการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ โดยสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนนได้ดังนี้

ตาราง 24 แสดงรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles, et al.

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาผิดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางไปสู่คำตอบที่ถูก	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวณผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

Reys (1992, p. 241) ได้กำหนด Rubric ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนน 0 – 2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา
   - 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
   - 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
   - 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์
2. การวางแผนแก้ปัญหา
   - 0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด
   - 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
   - 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิดพลาด คำนวณผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แนวทางการวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะมีรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาถึงความสามารถด้านความเข้าใจในปัญหา ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการตอบปัญหา

6. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.1 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ ถือเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล เพราะการให้เหตุผลที่ดีมีค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (NCTM, 2000, p. 62) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำทฤษฎี ข้อเท็จจริง กฎและการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ มีความหมาย และทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (Baroody, 1993, p. 231) ซึ่งในการเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือในงานการทำงานอาชีพของบุคคล จะไม่มีใครคอยบอกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาด้วยตนเอง ด้วยเหตุและผล ดังนั้นในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้น จะต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการพัฒนาการตัดสินใจได้

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลนั้น ทางสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2005, p. 77) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานที่สำคัญมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และยังได้กล่าวอีกว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการที่จะพัฒนาให้เกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง และได้มีการกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนอนุบาล – เกรด 12 ดังนี้

1. เข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์สิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

4. สามารถเลือกและใช้วิธีการในการให้เหตุผลต่าง ๆ ที่มีความเหมาะสมได้

สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทยนั้น ได้กำหนดให้ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1 – 4 ดังนี้ (กรมวิชาการ, หน้า 34)

ช่วงชั้นที่ 1 และ 2

ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ช่วงชั้นที่ 3

สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

ช่วงชั้นที่ 4

นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริง หรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า.9) กล่าวว่า กิจกรรมที่เราทำชีวิตประจำวันที่เราทำอยู่มักจะมีเรื่องของการให้เหตุผลอยู่เสมอ ซึ่งการให้เหตุผลจะมีทั้งการให้เหตุผลที่สามารถจะกระทำได้ในทันทีโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และการให้เหตุผลที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมาก จนที่เราไม่สามารถกระทำได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ทักษะ กระบวนการและเทคนิค วิธีการหลายอย่างในการให้เหตุผล ถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งข้อมูลเพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการให้เหตุผล มีเทคนิควิธีการในการให้เหตุผลที่เหมาะสมตลอดจนมีประสบการณ์ในการให้เหตุผลมาก่อน เราก็สามารถให้เหตุผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2548, หน้า 27) ได้กล่าวว่า จุดมุ่งหมายหลักของการสอนคณิตศาสตร์ คือ การช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความเชื่อว่าตนเองนั้นมีความสามารถที่จะเรียนรู้ และเป็นผู้ที่กำหนดความสำเร็จหรือความล้มเหลวของตนเอง ความเชื่อนั้นมีการพัฒนาขึ้น เมื่อผู้เรียนมีความมั่นใจในความสามารถของตนเองที่จะให้เหตุผลและตัดสินใจการคิดของตนเอง บุคคลที่คิดอย่างมีเหตุผลและอย่างวิเคราะห์จะสามารถมองแบบรูปโครงสร้าง

ข้อกำหนดต่างๆ ทั้งที่อยู่ในรูปของสถานการณ์จริงและสัญลักษณ์ ความสามารถในการให้เหตุผลจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะ/กระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญยิ่งที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงถือเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้ผู้เรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผลดีกว่าสอนให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

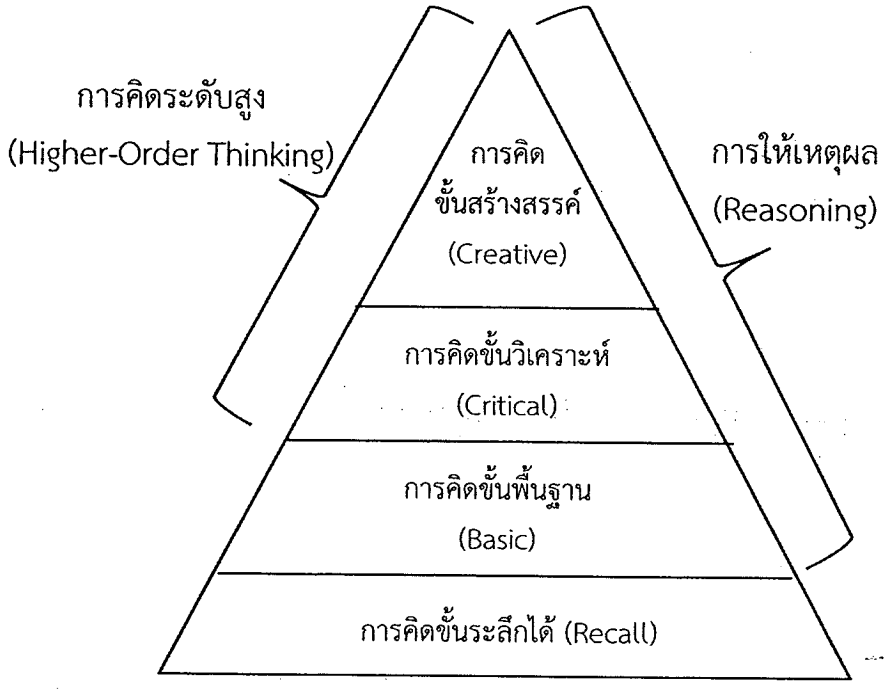
6.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรคณิตศาสตร์ได้กำหนดให้การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนเป็นจุดเน้นหลัก และเป็นเป้าหมายที่สำคัญอันหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาพยายามชี้ให้เห็นว่า การให้เหตุผลและการคิด มีส่วนเกี่ยวข้องกัน โดยมีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

Greenwood (1993, p. 210) ได้กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบ สำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เน้นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่ามุ่งไปยังผลลัพธ์หรือคำตอบ Greenwood ยังกล่าวย้ำว่า ถ้าสนับสนุนจุดเน้นให้เกิดขึ้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่จะส่งผลต่อความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวผู้เรียนด้วย

Krulik and Rudnick (1993, pp. 35-38) กล่าวว่า การคิด คือ ความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยผู้เรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่

Krulik and Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) การคิดสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผล Krulik and Rudnick มองว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังภาพต่อไปนี้



ภาพ 5 ลำดับขั้นการคิดตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick

Krulik and Rudnick อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นที่แสดงในแผนภาพมิได้แยกขาดกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นอาจจะมีคาบเกี่ยวกันบ้าง ซึ่งจากแผนภาพจะเห็นว่า การให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่าเป็น การคิดระดับสูง (Higher – order Thinking)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2005, p. 75) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำความเข้าใจโลกที่เป็นจริงจึงจำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลาย ในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

O'Daffer and Thornquist (1993, pp. 378-379) ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น และได้ให้ทัศนะ

เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

Prestage (2002, p. 26) ได้กล่าวไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถที่จะค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 97) กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ และถือเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลนั้นผู้เรียนจะต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใดๆ

2. ระบุความเข้าใจที่จะคลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคที่มีต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน พร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) สิ่งที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematics structure) บอกประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 45) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการเก็บรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

การคิดอย่างมีเหตุผล ถือเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ในการทำงานและการดำรงชีวิต

ในการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นควรจะทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical contexts) เช่น ในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญ หรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลโดยแยกจากสิ่งอื่น โดยอาจจะทำในการสอนเนื้อหา มโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา ซึ่งหากเป็นเรื่องของการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรจะให้ความสำคัญกับเหตุผลว่า ทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิด เพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบาย หรือชี้แจงเหตุผล จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือได้เขียนไว้ (NCTM, 2000, p. 6) มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่ผู้เรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิด เป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนไม่ทราบว่าถูกนั้นเพราะเหตุใดหรือผิดนั้นเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการให้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด ก็คือ การได้มาซึ่งคำตอบที่ผิด และสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่า อะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด

6.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลไว้แตกต่างกันดังนี้

Searles(1956, p. 135) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการหาเหตุผลจากหลักย่อยๆ ไปหาหลักใหญ่ เป็นข้อสรุปที่ได้จากข้อเท็จจริงย่อยๆ มารวมเข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้

1.1 ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นการวิเคราะห์ที่ความสัมพันธ์ ซึ่งวิเคราะห์จากคำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่างๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม

1.2 ด้านการจัดพวก เป็นการจำแนก แยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง

1.3 ด้านการจัดลำดับ เป็นการมองให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง

1.4 ด้านการสรุปรวบยอด เป็นการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดขึ้นประกอบด้วยเหตุใหญ่และย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย ซึ่งหมายความว่า เป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้างแล้วดูความสัมพันธ์ ความสอดคล้องหรือคล้อยตาม เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

Eysenck, et al. (1972, p. 134) ได้ทำการแบ่งประเภทของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ออกเป็น 2 วิธี ดังนี้

1. การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)คือการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นต้องมีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่า ไม่สมเหตุสมผล

2. การคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) คือการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไป เพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

Kraplus and Wollman (1974, p. 212) แบ่งการให้เหตุผลเป็น 8 ลักษณะ คือ

1. ไม่มีคำอธิบาย (No Explanation) เป็นการใช้เหตุผลแบบที่เราไม่สามารถให้รายละเอียดได้

2. การรู้สึกนึกคิด (Intuition) เป็นการใช้เหตุผลด้วยการเดา การกะประมาณโดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่

3. คำนวณโดยใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuition Computation) เป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม

4. การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล

5. ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการให้เหตุผลที่เน้นในด้านความแตกต่างเพียงด้านเดียวและแก้ปัญหาโดยใช้การบวก

6. ใช้หลักกระบวนการและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถบอกบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้

7. ใช้สัดส่วนที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการให้เหตุผลที่มีการใช้อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลี่ยนเป็นอัตราที่ถูกต้องได้

8. ใช้สัดส่วน (Proportion) เป็นการให้เหตุผลแบบสัดส่วนและมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับสเกลของการวัด

O'Daffer and Thornquist (1993, pp. 378-379) แบ่งทักษะการให้เหตุผลที่ความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ การค้นหารูปแบบทั่วไปรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning)เป็นกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผล ในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนในการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์มาเป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักการที่เป็นจริง

Baroody (1993, p. 233) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นแบ่งเป็น 3 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบการใช้ความรู้สึกนึกคิด (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือจากลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลในเชิงหยั่งรู้นี้ จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือจากข้อสมมติ สิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้ ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย เช่นเดียวกับ O'Daffer and Thornquist

เมื่อพิจารณาถึงความเกี่ยวข้องกันระหว่างการให้เหตุผลทั้ง 3 ประการของ Baroody กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักจะเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้ หรือการให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยการสร้างข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือ การให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544, หน้า 24) กล่าวว่า การให้เหตุผลใช้กันอยู่ 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่างหรือประสบการณ์ย่อยหลาย ๆ ตัวอย่าง หลายแง่มุม และสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างนี้มีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 46) ได้อธิบายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าแบ่งออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive reasoning) จะเป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้ความรู้สึกที่มีมาแต่กำเนิดหรือการใช้สามัญสำนึก ซึ่งการให้เหตุผลแบบสหัชญาณจะมีมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) จะเป็นการมองหารูปแบบและสร้างรูปทั่วไปและข้อความคาดการณ์จากการสังเกตตัวอย่างที่มีอยู่เป็นจำนวนมากแล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุป ซึ่งลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้มักจะเกิดในชีวิตประจำวันบ่อย ๆ รวมถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนด้วย ผู้สอนมักจะให้ผู้เรียนใช้เหตุผลประเภทนี้หาคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ ที่ผู้สอนต้องการ

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ใช้เพื่อแสดงความถูกต้องของการให้เหตุผลชนิดต่าง ๆ ได้ เป็นอย่างดีในแง่ของการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุผลสนับสนุนที่น่าเชื่อถือ ลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้จะมีความเป็นทางการมากกว่าแบบอุปนัย การพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะนำไปสู่การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีได้

จากรูปแบบของการให้เหตุผลตามที่นักการศึกษาได้กล่าวมาดังข้างต้นนั้น จะเห็นว่า ครอบคลุมถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรูปแบบการให้เหตุผลจะมีทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยโดยการให้เหตุผลทั้งสองแบบนี้สามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อทำให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดอย่างมีหลักการและสามารถบูรณาการกับวิชาอื่น ๆ ได้เป็นอย่างดี ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ซึ่งเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เน้นการใช้ข้อมูลเกี่ยวกับการอธิบายสมบัติ และโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหา รูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนในการคิด การให้เหตุผลแบบนี้ให้เหตุผลแบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท

6.4 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ต้องเริ่มจากการพัฒนากระบวนการคิดของเด็ก ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถทำได้ และมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดของเด็กอย่างต่อเนื่อง ผู้สอนถือเป็นบทบาทสำคัญในการสนับสนุนและส่งเสริมการพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็ก ซึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีความจำเป็นต้องมีความหมายกับตัวเด็ก กล่าวคือ ผู้สอนควรส่งเสริมให้เด็กสำรวจ ให้เหตุผล และคิดแก้ปัญหามากกว่าการเรียนโดยการจำกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น เด็กจำเป็นจะต้องสร้าง (Construct) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการคิดและค้นหาคำตอบด้วยตนเอง

Brandt (1984, p. 176) ได้เสนอแนวทางการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการคิดกับการให้เหตุผล 4 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิด(Teaching for Thinking)เป็นการสอนที่เน้นด้านเนื้อหาวิชาการ โดยการสร้างสิ่งแวดล้อมภายในห้องเรียนและโรงเรียน เช่น การสร้างห้องสมุดที่มีหนังสือแหล่งความรู้ คอมพิวเตอร์ อินเทอร์เน็ต ที่ผู้เรียนสามารถสืบค้นหาความรู้ได้ และมุมหนังสือในห้องเรียน เพื่อเป็นการส่งเสริมการศึกษาหาความรู้ สนับสนุนการคิด ทำให้เกิดพัฒนาการทางด้านสติปัญญาและผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการคิด

2. การสอนการคิด (Teaching of Thinking) เป็นการสอนที่เน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองเป็นการปลูกฝังทักษะการคิดโดยตรง เนื้อหาที่นำมาสอนอาจจะไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ผู้เรียนเรียนอยู่ในโรงเรียน แต่การเรียนเนื้อหานั้นจะทำให้ผู้เรียนได้ใช้การคิดเชิงตรรกะ การคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ การตัดสินใจและการสื่อสาร

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) เป็นการสอนที่เน้นการใช้ทักษะการคิด ทำให้ผู้เรียนตระหนักในกระบวนการคิดของตนเอง เกิดทักษะการคิดที่เรียกว่า Metacognition โดยที่ผู้เรียนทราบว่าตนรู้อะไร ต้องการจะทราบอะไร และยังไม่รู้อะไร สามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่อง

4. การสอนด้วยการคิด (Teaching with Thinking) เป็นการสอนที่เน้นการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) โดยให้ผู้เรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในงานที่ได้รับมอบหมาย

ได้ช่วยกันคิด ช่วยกันทำ ทำให้ได้เรียนรู้ซึ่งกันและกัน มีความชำนาญในการคิดมากขึ้น และการสอนด้วยวิธีนี้ยังช่วยพัฒนาทักษะทางด้านสังคมอีกด้วย

Lappan and Scharm (1989, p. 312) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรมีการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย การแลกเปลี่ยนความคิด การชี้แจงเหตุผล และการแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการพัฒนาความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลองและการตอบคำถามต่าง ๆ เช่น "ทำไม" "อะไรจะเกิดขึ้นถ้า ..." ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดการณ์ และการกำหนดแบบจำลอง (Modeling) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและการพัฒนาการให้เหตุผลแล้ว Rowan and Morrow (1993, p.30) ยังให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญ ผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้ผู้เรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดที่ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 55-56) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักให้เหตุผล ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ให้ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนนั้นถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือ โดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ อาจใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า "ทำไม" "อย่างไร" "เพราะเหตุใด" เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น "ถ้า .....แล้ว ผู้เรียน

คิดว่า ..... จะเป็นอย่างไร" ซึ่งผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า "ไม่ถูกต้อง" แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมา มีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ซึ่งในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้นั้นควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open – ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

จะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลนั้นจะเกิดขึ้นจากองค์ประกอบที่สำคัญ คือ การให้ผู้เรียนได้เจอกับสถานการณ์ที่ลากหลาย ทำให้เกิดประสบการณ์หลายอย่าง จะได้เกิดความคิดและหาเหตุผลในการตอบคำถาม นอกจากนี้ให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ช่วยกันสรุป ดังนั้น การที่จะวัดด้านเหตุผลของผู้เรียนก็คือ การให้เหตุผลของการตอบคำถามว่า ปัญหาหรือโจทย์ที่กำหนดให้มีแนวทางในการหาคำตอบได้อย่างไร โดยใช้หลักเกณฑ์ที่เรียนมาแสดงความคิดเห็น

6.5 เกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) (2551, หน้า 100) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ตาราง 25 แสดงเกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบกับการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 106) ได้เสนอเกณฑ์การตัดสินการคิดอย่างมีเหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถให้เหตุผลแบบนิรนัย หรืออุปนัยในการพิจารณาข้อเท็จจริงได้

3. สามารถให้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย ในการพิจารณาข้อเท็จจริงได้

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตาราง 26 แสดงเกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

7. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร

7.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, p. 187) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจในแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด ซึ่งความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

7.1.1 สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

7.1.2 สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการพูด การเขียน หรือภาพต่างๆ

7.1.3 สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์

Thurber (1976, p. 513) ได้กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

พิชิต แก้วก่อง (2549, หน้า 38) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูดหรือเขียน การแสดงด้วยภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ ที่เป็นตัวแทนการคิดของนักเรียน ซึ่งอธิบายความสัมพันธ์และสถานการณ์จำลองต่าง ๆ ที่ครูผู้สอนกำหนดให้

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547, หน้า 7) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย หรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

จากความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งการพูดและการเขียน โดยการนำเสนอข้อมูล ที่เป็นตัวแทนการคิดของนักเรียน อธิบายรายละเอียด ระบุเป็นขั้นตอน โดยการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร เพื่อให้วัตถุประสงค์ที่ต้องการตามสถานการณ์จำลองต่าง ๆ ที่ครูผู้สอนกำหนดให้

7.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 187-189) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

Kennedy and Tipps (1994, p. 183) กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิดแลกเปลี่ยนความรู้

Baroody (1993, p. 99) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด แสดงแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เที่ยงตรงและรัดกุม

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่าง ๆ มีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิดและมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดอันเนื่องมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ดังที่ Hoyles (1985, pp. 206–207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายทำให้เกิดการผสมผสานความรู้ได้เป็นอย่างดี แต่ละคนสามารถขยายแนวคิดของกันและกัน ช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน

2. การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่งแต่ยังไม่ค่อยได้รับการฝึกฝนมากนักในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนช่วยให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหาและช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น (Lappan and Schram, 1989, p. 16)

3. การอ่านนับว่าเป็นการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องประสบส่วนใหญ่อยู่ในรูปของหนังสือ เอกสาร หรือสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ นักเรียนจึงควรได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram, 1989, p. 16)

4. การนำเสนอความคิด (Representing) เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกัน ให้มีการแปลแผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพทางกายภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, p. 190)

Riedesel (1990, p. 377) ได้อธิบายถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนบรรยายจะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน

2. เป็นเครื่องมือช่วยวิจัยกระบวนการคิดของผู้เรียน

3. เป็นวิธีในการเรียนคณิตศาสตร์ที่ช่วยเสริมทักษะการอ่านและการเขียน

4. เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่าอย่างไร (How) และทำไม (Why) มากกว่าตอบว่า อะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When)

Mumme and Shepherd (1993, pp. 7–11) ได้เสนอความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจในการที่จะได้อภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้ผู้เรียนคนอื่นๆ เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย การฟังจะช่วยให้ผู้เรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่น จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของความคิดที่แตกต่างกันออกไปของผู้เรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม ผู้เรียนจะสร้างความเข้าใจจากรากฐานของประสบการณ์เดิมของผู้เรียนนั่นเอง การสื่อสารจะสนับสนุนการสร้างความรู้แก่ผู้เรียน โดยการสื่อสารจะช่วยขยายความคิดของผู้เรียนให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น แต่ในบางครั้งการสื่อสารอาจสร้างความไม่สมดุลให้เกิดขึ้นจนกลายเป็นอคติ

2. การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ผู้เรียนส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยการจำมากกว่าการค้นพบด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ผู้สอนจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดกัน ผู้สอนต้องให้ผู้เรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจในบทบาทของคำนิยามและกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจนขึ้น

3. การสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดหรือแสดงความคิดของผู้เรียนเอง ผู้สอนจะต้องบอกผู้เรียนว่าจะประเมินอะไรจากการพูดของผู้เรียน เพื่อให้ผู้สอนแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของผู้เรียนอย่างแท้จริง ผู้เรียนควรฝึกการใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อที่ผู้เรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการที่จะแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนแก่ผู้เรียน การอำนวยความสะดวกและสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มใจที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดของผู้เรียน

จากความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า คุณค่าและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้ คือ ช่วยเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจให้กับผู้เรียน และช่วยส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่ดีในการเรียนรู้

7.3 แนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แนวทางการส่งเสริมกรสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ มุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นในการสื่อสารแนวคิดในกิจกรรมที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 187-188) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ออกแบบให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้ผู้อื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ที่จะรับฟังและนำเสนอแนวคิดในลักษณะต่างๆที่จะทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง การพูด การฟัง การอ่าน และการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

Rowan and Morrow (1993, p. 46) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้ผู้เรียนได้พรรณนาสิ่งที่พบเห็น

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของผู้เรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์

4. ให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบายนั่นคือ เป้าหมายของการเขียนอย่างชัดเจน

5. ใช้การเรียนแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง

ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถาม การพูดคุย การอภิปราย และการนำเสนอระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน หรือระหว่างผู้เรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถทางการสื่อสารมากน้อยเพียงใด ผู้สอนควรนำเสนอสื่อรูปธรรม ส่งเสริมและฝึกทักษะให้ผู้เรียนในด้านการอภิปราย และการนำเสนอเทคนิคการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามที่ต้องใช้ความคิดระดับสูง เช่น คำถามปลายเปิด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียนเพิ่มมากขึ้น

7.4 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994, p. 112) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งการประเมินออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Language)
   - 1.1 ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม
   - 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   - 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   - 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Representation)
   - 2.1 ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
   - 2.2 มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
   - 2.3 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
   - 2.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน
3. การนำเสนอความคิด (Presentation)
   - 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด เนื้อหาสับสน)
   - 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
   - 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
   - 3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดระบุ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 132) ได้กล่าวถึง การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร ด้วยวิธีการที่เหมาะสม
2. ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ และแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้

5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

8. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการเชื่อมโยง

8.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 203-204) ให้ความหมาย การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการผสมผสานความคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 83) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 101) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ ที่ตนพบเห็น

ปาจรีย์ ไทรงาม (2549, หน้า 18) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

จิราพร พรายมณี (2552, หน้า 45) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การดำเนินการของบุคคลหรือกลุ่มคน เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่นำมาพิจารณากับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้หัวข้อเรื่องทักษะ/กระบวนการ เจตคติ หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมาช่วย

Kennedy and Tipps (1994, p. 43) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงความคิดรวบยอดและความเข้าใจในเนื้อหาต่าง ๆ รวมกันเป็นหลักการคณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความจริง

จากที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดในการนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์และ

ประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ มาใช้ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาการนำความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

8.2 รูปแบบของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 205-206) แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กัน โดยให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาวิชาขึ้นไปภายใต้หัวเรื่องที่เกี่ยวข้องให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยการใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 84) ได้จำแนกการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามลักษณะของการเชื่อมโยงได้ 2 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยจะเป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนมีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน คือ ด้านเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับการวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงสาระการวัด เรขาคณิตและพีชคณิต และด้านวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาโดยการนำวิธีการเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่โดยวิธีการวิเคราะห์จากกราฟ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนร้อยละโดยวิธีการเขียนสมการและการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยวิธีการหาร

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยจะเป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์

เป็นต้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้นทั้งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาและสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แบ่งรูปแบบของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็น 2 รูปแบบใหญ่ ๆ ที่ตรงกันคือ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

8.3 ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2001, p. 209) ได้กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในโรงเรียนและในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าและร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา อภิปราย สร้างแบบจำลองข้อเท็จจริง และสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอของปัญหาช่วยให้มองเห็นสิ่งต่างๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและคำตอบได้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 134) กล่าวถึงประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงว่า มีการนำความร้างคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง การตวง การวัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

จิราพร พรายมณี (2552, หน้า 56) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นี้จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้อย่างลึกซึ้ง ยาวนาน สามารถมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ในชีวิตจริง

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2549, หน้า 101) ได้กล่าวว่า ถึงแม้เนื้อหาคณิตศาสตร์จะแบ่งออกเป็นส่วน ๆ แต่นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์มักจะมีความสามารถในการเชื่อมโยงสิ่งต่าง ๆ ทั้งระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกันเอง ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์

อื่น ๆ และเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เขาสนใจเป็นพิเศษ การมีมุมมองทางคณิตศาสตร์กับลักษณะเชื่อมโยงเป็นภาพรวมเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่า คณิตศาสตร์ไม่ใช่ทักษะที่ถูกแยกออกมาเดี่ยว ๆ หรือเป็นกฎเกณฑ์ที่ถูกตัดขาดออกจากความรู้ของสิ่งอื่นๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 101) กล่าวว่า การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เนื่องจากการเชื่อมโยงนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ ได้

Kennedy and Tipps (1994, p. 194) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ ภาพประกอบ แผนผัง สัญลักษณ์และภาษา กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

จากความสำคัญของการเชื่อมโยงทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง และประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่น ๆ ตลอดจนนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องเลือกปัญหาที่ทำให้ผู้เรียนสามารถฝึกทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดเพื่อให้เกิดความคิดใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ผู้สอนจะต้องคอยให้กำลังใจผู้เรียนและสนับสนุนความรู้ ความเข้าใจและแนวคิดใหม่ๆ ที่อาจเชื่อมโยงไปยังวิชาอื่น ๆ หรือเชื่อมโยงกับการดำเนินชีวิตของผู้เรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาภายในคณิตศาสตร์และเนื้อหาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ สร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงว่าทุกสิ่งสามารถเชื่อมโยงได้และทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจมากขึ้น

8.4 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 1991, p. 119) ได้จัดทำหลักสูตรและมาตรฐานการวัดผล ในหนังสือชื่อ The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics โดยได้กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงว่า โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์และให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ ตลอดจนแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่

3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณายุทธวิธีต่าง ๆ ได้

4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว และสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ได้

ต่อมาสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, p. 189) ได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 โดยเขียนในหนังสือ Principles and Standards for School Mathematics เป็นโปรแกรมการศึกษาที่ให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ความคิดที่ว่า คณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรที่จะสอดแทรกอยู่ในการเรียนการสอนในโรงเรียน ในทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนคณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรก ที่เข้ามาในโรงเรียนไม่ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ แต่ควรจะรวมคณิตศาสตร์เข้ากับหลายๆ เหตุการณ์ คณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต เช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะเป็นการซึมซับความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ ในระดับเกรด 6-8 นักเรียนควรมองคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่เชื่อมโยงความรู้ถึงกัน กุญแจสำคัญอยู่ที่การรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทั้งเรื่องจำนวนตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9 – 12 นักเรียนไม่เพียงต้องเรียนถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาได้

2. เข้าใจแนวทางการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ร่วมกัน และสร้างแนวคิดต่างๆ โดยเชื่อมโยงความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่

เมื่อนักเรียนสะสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้องกันได้ในคณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 จะได้ตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวนและสัญฐานของวัตถุต่างๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่าง ๆ และนักเรียน

ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ

3. ตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่น ๆ บ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่น ๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับชั้นเกรด 3 ถึงเกรด 5 ควรได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับวิชาอื่น ๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับชั้นเกรด 6 ถึงเกรด 8 และในระดับชั้นเกรด 9 – 12 ควรจะได้ใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาประยุกต์ที่ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ได้ในวิชาวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เภสัชศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำเฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

8.5 การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ด้วยการประเมินตามสภาพจริงกระทรวงศึกษาธิการ กล่าวว่า การประเมินผลตามสภาพจริงของวิชาคณิตศาสตร์เป็นการประเมินที่ได้จากการเรียนรู้ด้วยวิธีที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การบันทึก การทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูลจากผลงานที่ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงสมรรถภาพของผู้เรียนอย่างเพียงพอ และตรงกับความเป็นจริง การประเมินตามสภาพจริงควรให้ความสำคัญกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่สอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนแต่ละคนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลที่สอดคล้องกับวิธีการประเมินผล (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 17-23)

1. แบบทดสอบ เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้สอนสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการทดสอบผู้เรียน ประกอบด้วยแบบทดสอบประเภทต่าง ๆ ได้แก่ แบบเลือกตอบ แบบถูกผิด แบบจับคู่ แบบเติมคำ แบบเปรียบเทียบ แบบเขียนตอบ และแบบแสดงวิธีทำ

2. ภาระงานที่ได้รับมอบหมาย เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้สอนและผู้เรียนอาจมีส่วนร่วมกันกำหนดขอบเขตและเกณฑ์ต่าง ๆ ในการทำงาน ซึ่งประกอบด้วยแบบฝึกหัด ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าทางคณิตศาสตร์ และการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ แฟ้มสะสม

งานและโครงงานคณิตศาสตร์ก็เป็นภาระงานที่ได้รับมอบหมาย ที่ผู้สอน ผู้เรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ อาจร่วมกันประเมินผลงานของผู้เรียนตามความเหมาะสม

นอกจากนี้กระทรวงศึกษาธิการยังได้นำเสนอวิธีการประเมินตามสภาพจริงที่ผู้สอน ผู้เรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องร่วมกันประเมิน หรือผู้เรียนประเมินตนเองจากผลงานในรูปของภาระงานที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีโอกาสได้ใช้ความรู้ ความคิด ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการแสดงออกด้านต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย มีการใช้เหตุผล การสื่อสาร การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตลอดจนฝึกให้ทำงานเป็นระบบมีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ภาระงานที่ได้รับมอบหมาย ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. เป็นกิจกรรมที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น หรือสอดคล้องกับสาระเพิ่มเติม โดยบูรณาการกับสถานการณ์จริงหรือกับศาสตร์อื่นๆ

2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงออกและประยุกต์ใช้มโนทัศน์ รวมทั้งได้ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อการสร้างสรรค์งาน

3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการค้นพบด้วยตนเอง ที่ทำให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

4. แสดงถึงความรู้ความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รวมทั้งความสามารถด้านการจัดการและการลงมือปฏิบัติจริง

5. ปลูกฝังผู้เรียนให้มีนิสัยในการทำงานที่ดี มีความมุ่งมั่น พากเพียร มีเหตุผลและมีความรับผิดชอบ

ภาระงานที่ได้รับมอบหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีรูปแบบหลากหลาย ซึ่งแบ่งได้ 4 รูปแบบ ดังนี้

1. แบบฝึกหัด เป็นภาระงานที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทบทวนผลการเรียนรู้เนื้อหาสาระต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว แบบฝึกหัดที่มอบหมายให้ผู้เรียน จำแนกเป็น แบบฝึกหัดในชั้นเรียน แบบฝึกหัดท้ายเรื่อง และแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการหรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบ

จะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ

3. การศึกษาค้นคว้าทางคณิตศาสตร์ เป็นภาระงานที่จัดให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า เรียบเรียง เพื่อให้ได้ความหมายอย่างครอบคลุมกับประเด็นที่ต้องการศึกษาและนำเสนอผลการศึกษาในรูปแบบต่าง ๆ โดยผู้สอนทำหน้าที่แนะนำเกี่ยวกับแหล่งเรียนรู้และแนวทางในการค้นคว้า ตลอดจนเป็นที่ปรึกษาระหว่างการค้นคว้าด้วยกัน

4. การร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะต่าง ๆ เช่น การเข้าร่วมกิจกรรม การสาธิต การทดลอง การศึกษาสำรวจ และการชมนิทรรศการ หรือการแสดงผลงาน

การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นการวัดความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามสภาพจริง เพื่อตรวจสอบดังนี้

1. สามารถเชื่อมโยงการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยการมองปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในภาพรวมก่อน แล้วจึงวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดให้ว่า ตรงกับสาระเนื้อหาหรือสาระคณิตศาสตร์เรื่องใด มีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกันในเรื่องใดและสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้ได้

2. สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ โดยสำรวจปัญหาและอธิบายผลที่ได้จากการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลและสร้างแนวคิดใหม่หรือแนวทางการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้

3. นำความรู้และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน

9. การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อความหมาย

9.1 ความหมายของการสื่อความหมาย

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญที่จะพาผู้เรียนไปสู่การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการให้ความหมายไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, pp. 208-210) ได้ให้ความหมายของการสื่อความหมายว่าหมายถึง วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และ

นำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ

คำว่าการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เกี่ยวโยงกันถึงทั้งกระบวนการและผลผลิต ส่วนในความหมายอื่น ๆ เช่น ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือความสัมพันธ์ในบางแบบและในตัวมันเอง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ถือเป็นสิ่งสำคัญที่ควรคำนึงถึงเป็นอย่างยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน บางครั้งการสื่อความหมายหมายถึง การใช้แผนภาพ การแสดงผลทางกราฟ และนิพจน์ที่เป็นสัญลักษณ์ ซึ่งการสื่อความหมายควรจะถูกจัดกระทำในฐานะที่เป็นส่วนประกอบสำคัญในการสนับสนุนความเข้าใจทางความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ หรือในการสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้งและความเข้าใจได้ด้วยตนเองและให้ผู้อื่นเข้าใจด้วยได้ รวมทั้งในการเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กัน

Kennedy and Tipps (1994, p. 181) กล่าวว่า การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Cuoco and Curcio (2001, p. 241) ได้กล่าวถึง ความหมายของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ว่า แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ การใช้ตัวสื่อความหมายภายนอก (External Representation) ซึ่งเป็นตัวแทนที่เราสามารถใช้สื่อสารกับผู้อื่นได้อย่างง่ายดาย เช่น สัญลักษณ์บนกระดาษ การวาดภาพ การร่างภาพทางเรขาคณิต และการทำให้เป็นสมการ ส่วนอีกลักษณะหนึ่งคือ การใช้ตัวสื่อความหมายภายใน (Internal Representation) ซึ่งเป็นภาพที่เราสร้างขึ้นในใจสำหรับ สิ่งต่าง ๆ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวสื่อความหมายลักษณะนี้นั้นยากเกินกว่าจะอธิบาย

Greenes and Findell (1999, p. 128) กล่าวว่า การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นการแสดงออกถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ โดยได้ให้ตัวอย่างลักษณะการสื่อความหมายแต่ละชนิด ดังนี้

1. การสื่อความหมายด้วยภาพ ได้แก่ การวาดภาพด้วนวิธีกำหนดจุด (Isometric Drawing) การเขียนแผนผัง (Schematic Diagrams) การสร้างสเกล (Scale Drawing) การเขียนเส้นเพื่อแสดงเวลาของเหตุการณ์ (Time Lines) และการเขียนแผนที่ (Map)

2. การสื่อความหมายเชิงกราฟ ได้แก่ การสร้างกราฟแท่ง (Bar Graph) กราฟวงกลม (Circle Graph) กราฟเส้น (Line Graph) กราฟรูปภาพ (Pictograph) แผนภาพกระจาย (Scatter plots) และแผนภาพก้านใบ (Stem-and-Leaf Plots)

3. การสื่อความหมายที่เป็นสัญลักษณ์ ได้แก่ ตาราง (Table) นิพจน์ที่เป็นตัวแปร (Variable Expression) สูตร (Formula) และฟังก์ชัน (Function)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, p. 56) ให้ความหมายว่า การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นการสื่อสารความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม โดยใช้การพูดเพื่ออธิบาย อภิปราย ตั้งคำถาม การเขียนตัวอักษร ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ แผนภูมิ แผนภาพ ตาราง กราฟ การใช้สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ เพื่อให้ผู้อื่นได้ทราบและเข้าใจความหมายได้ตรงกัน

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ แผนภาพหรือตารางแสดงข้อมูล แสดงความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหากับการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

9.2 ความสำคัญการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ถือเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาสร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ความสำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 68) กล่าวถึง ความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีอักษรเป็นตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์ก็จะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกใช้สมอง การคำนวณจะช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ดังที่เห็นอยู่ในปัจจุบัน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, p. 220) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียน

เข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึก ไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ยังช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

Baroody (1993, p. 89) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ว่าคณิตศาสตร์เป็นภาษาภาษาหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ แผนภูมิ กราฟ หรืออื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน เที่ยงตรง และรัดกุม

Rowan and Morrow (1993, p. 7) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในทำนองเดียวกันและเพิ่มประเด็นอื่น ๆ อีก โดยกล่าวถึงประโยชน์ที่สำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ คือ

1. เพิ่มความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของผู้เรียน
2. เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจของผู้เรียน
3. ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้
4. ส่งเสริมบรรยากาศที่เหมาะสมแก่การเรียนรู้
5. ช่วยให้ผู้สอนเข้าใจแนวคิดของผู้เรียนดีขึ้น

Dossey, et al. (2002, pp. 83–85) ได้ให้ความสำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยมองคณิตศาสตร์ในฐานะตัวแทน โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์หลายรูปแบบบรรยายถึงสถานะและความคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ช่วยขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของผู้เรียนและชี้ให้เห็นความที่ไม่เข้าใจในรูปแบบอย่างเพียงพอ ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปรของผู้เรียนที่หลากหลายเพิ่มความสามารถในการทำและเข้าใจคณิตศาสตร์

3. การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เห็นภาพ สร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และทำให้การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น

Greeno and Hall (2001, p. 47) ได้สรุปความสำคัญของการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การสื่อความหมายเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การสื่อความหมายจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการสื่อความหมายจะสนับสนุนการให้เหตุผล โดยช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การสื่อความหมายช่วยให้ผู้เรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อผู้เรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการสื่อความหมายที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้เรียนต้องพัฒนาและใช้การสื่อความหมายในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การสื่อความหมายเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจในการสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

จากการศึกษาที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า การสื่อความหมาย มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่จะทำให้ผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่และอย่างไร แม้ว่าหากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือสื่อความหมายภายนอกได้ถูกต้อง โดยไม่มีความเข้าใจอย่างแท้จริง ผู้สอนก็จะสามารถพิจารณาเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากการสื่อความหมายเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และยังเป็นการช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

9.3 แนวทางการพัฒนาทักษะการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 97) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาและการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ซึ่งผู้สอนจะต้องสอนให้ผู้เรียนได้คิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมายที่ทำให้เข้าใจและถูกต้อง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, p. 250) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับกิจกรรมการพัฒนาว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ เป็นกิจกรรมการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร โดยการอ่าน การพูด และการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนในชั้นมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเอง จะเป็นการฝึกทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้ผู้เรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง

Rowan and Morrow (1993, pp. 9-10) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้ผู้เรียนพัฒนาถึงสิ่งที่พบ

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของผู้เรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรม การสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของผู้เรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายในที่นี้รวมไปถึงการให้ผู้เรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ

4. ให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้ผู้เรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องเข้าใจว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (cooperative and collaborative group) การให้ผู้เรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิด

การอภิปราย การจัดกลุ่มให้ผู้เรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ จะเป็นการให้โอกาสผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม

6. ให้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของผู้เรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้ผู้เรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาทักษะการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ในการพัฒนาความสามารถด้านนี้มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยการแปลงข้อความหรือสถานการณ์ปัญหาไปสู่การแทนค่าด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักแบบช่วยเสริมศักยภาพเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่สองเป็นการวิจัยกึ่งทดลองเพื่อทดสอบกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบเสนอชื่อโดยครู แบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอน คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนพญาไท ในปีการศึกษา 2545 จำนวน 15 คน ผู้วิจัยทดลองสอนเป็นระยะเวลา 6 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 41 ชั่วโมง วิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบ t ผลการวิจัยพบว่า 1) กระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์

แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้ เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ เตรียมปัญหา สร้างความเชื่อมโยงปัญหา สร้างกรอบการศึกษา ศึกษาค้นคว้าโดยกลุ่มย่อย ตัดสินใจหาทางเลือกปัญหา สร้างผลงาน และประเมินผลการเรียนรู้ 2) คะแนนเฉลี่ยสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จันทร์ ติยะวงศ์ (2549) ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนารูปแบบการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem-Based Approach) และศึกษาผลการใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในเรื่อง ทฤษฎีพีทาโกรัส เส้นขนาน และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ระยะแรกเป็นการวิจัยเชิงสำรวจ เพื่อศึกษาบริบทสภาพการณ์เกี่ยวกับยุทธวิธีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นกรอบแนวคิดของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก และร่างต้นแบบของรูปแบบการสอนดังกล่าว กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547. จำนวน 60 คน ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 90 คน และรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ 6 คน จากโรงเรียนสุรนารีวิทยา โรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย โรงเรียนราชสีวิทยาลัย 2 โรงเรียนบุญวัฒนา โรงเรียนโคราชวิทยาคม และโรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา และได้ทดลองใช้รูปแบบการสอนที่สังเคราะห์ขึ้นกับนักเรียนโรงเรียนสุรนารีวิทยา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 จำนวน 58 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 เพื่อประเมินความเป็นไปได้ของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลักในบริบทห้องเรียนจริง ในระยะที่ 2 ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของ Kemmist and Mctaggart เพื่อพัฒนารูปแบบการสอน จำนวน 3 วงจร คือ วงจรที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 จำนวน 6 ชั่วโมง เนื้อหาเรื่องเส้นขนานและการนำไปใช้ วงจรที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 จำนวน 6 ชั่วโมง เนื้อหาเรื่องทฤษฎีพีทาโกรัสและการนำไปใช้ และวงจรที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 จำนวน 6 ชั่วโมง เนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/7 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 58 คน และระยะที่ 3 ใช้การวิจัยก่อนทดลองแบบหลังสอนเท่านั้น เพื่อประเมินหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และ 2/5 โรงเรียนสุรนารีวิทยา จำนวนห้องเรียนละ 60 คน และนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 โรงเรียนบุญวัฒนา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 53 คน รวมทั้งสิ้น 173 คน โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ในระยะแรกเป็นแบบสังเกต แบบสัมภาษณ์ แบบสอบถาม ชิ้นงานเดี่ยวและกลุ่ม ส่วนในระยะที่ 2 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ แบบบันทึกพฤติกรรมการเรียนการสอน วีดีทัศน์ แบบสัมภาษณ์ ชิ้นงานเดี่ยวและกลุ่ม แบบฝึก แบบสอบย่อย และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนท้ายบท และในระยะที่ 3 ใช้เครื่องมือชุดเดียวกับระยะที่ 2 และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังสอน ผลการวิจัยพบว่า 1) รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นประกอบด้วยเป้าหมาย หลักการ ขั้นตอนการสอน ระบบสนับสนุน ระบบทางสังคม หลักการตอบสนอง โดยสังเคราะห์จากทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้และการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยมี 7 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิด ขั้นที่ 2 ขั้นไตร่ตรองรายบุคคล ขั้นที่ 3 ขั้นไตร่ตรองรายกลุ่ม ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอผลงาน ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป ขั้นที่ 6 ขั้นขยายปัญหา และขั้นที่ 7 ขั้นประเมินและสะท้อนผล 2) คะแนนผลสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของกลุ่มเป้าหมายสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนเกิดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 ด้าน ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การนำเสนอและการเชื่อมโยงและกระบวนการดังกล่าวมีค่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นการพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจึงเหมาะกับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งส่งผลทั้งการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สุจิตรา เขียวศรี (2550) ได้ทำการวิจัย การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบบนเว็บวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้การช่วยเสริมศักยภาพเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบบนเว็บวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้การช่วยเสริมศักยภาพเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 2) ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบบนเว็บที่พัฒนาขึ้น 3) นำเสนอรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบบนเว็บวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้การช่วยเสริมศักยภาพเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น แบ่งการดำเนินออกเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การสร้างรูปแบบการเรียนการสอน โดยการวิเคราะห์และสังเคราะห์เอกสารและศึกษาความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 22 ท่าน โดยใช้เทคนิคเดลฟายระยะที่ 2 การทดสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนท้ายหาด จังหวัดสมุทรสงคราม จำนวน 25 คน วัดทักษะ

การแก้ปัญหาก่อนและหลังเรียนและเปรียบเทียบความแตกต่าง โดยใช้ t – test ระยะที่ 3 การนำเสนอรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบบนเว็บวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้การช่วยเสริมศักยภาพเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัย พบว่า 1) รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีองค์ประกอบคือ หลักการ วัตถุประสงค์ กระบวนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล 2) ผลการทดลองใช้รูปแบบที่พัฒนาขึ้น พบว่า นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 และ 3) ผู้ทรงคุณวุฒิด้านเทคโนโลยีการศึกษา มีความเห็นว่ารูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้

เทพสุดา เกตุทอง (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ 3) ศึกษาและเปรียบเทียบพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ 4) ศึกษาและเปรียบเทียบพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ โดยทดลองกับนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 36 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าสถิติที คะแนนพัฒนาการสัมพันธ์

และค่าซี ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นจากเดิมร้อยละ 38.52 ขณะที่กลุ่มควบคุมมีพัฒนาของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นร้อยละ 20.20 และเมื่อเปรียบเทียบพัฒนาการระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า ร้อยละของพัฒนาการของค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) นักเรียนกลุ่มทดลอง มีพัฒนาการของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้นจากเดิมร้อยละ 30.71 ในขณะที่กลุ่มควบคุมมีพัฒนาของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้นร้อยละ 18.51 และเมื่อเปรียบเทียบพัฒนาการระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า ร้อยละของพัฒนาการของค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จารุ หร่ายเจริญ (2552) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยมีขอบเขตของการวิจัย คือ ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์และสถิติในชีวิตประจำวัน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ของมหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Clustered Random Sampling) จากนักศึกษาทั้งหมด แล้วทำการจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน มีจำนวนทั้งสิ้น 43 คน ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย ตัวแปรจัดกระทำคือ การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และตัวแปรตามคือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แผนการจัดการเรียนการสอน โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.79 ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design ผลการวิจัยพบว่า จากการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน พบว่า

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สนิท ตีเมืองซ้าย (2552) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ร่วมกันโดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ 1) สังเคราะห์รูปแบบการเรียนรู้ร่วมกันโดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ หรือรูปแบบ CoPBL 2) พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL ที่สังเคราะห์ขึ้น 3) หาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL 4) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มผู้เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL กับกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ และ 5) หาความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL วิธีดำเนินการวิจัย แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนการสังเคราะห์รูปแบบ CoPBL ด้วยเทคนิคเดลฟาย และขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL ด้วยขั้นตอนในรูปแบบ ADDIE เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบสอบถาม แบบทดสอบ และบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญ แบ่งเป็น 4 กลุ่มย่อย รวม 44 คน และกลุ่มนักศึกษา แบ่งเป็น 2 กลุ่มย่อย คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 26 คน ผลการวิจัย พบว่า รูปแบบ CoPBL ประกอบด้วยองค์ประกอบหลักและด้านกลไกการทำงาน ซึ่งด้านองค์ประกอบหลัก ประกอบด้วย 8 โมดูล ได้แก่ โมดูลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก โมดูลการเรียนรู้ร่วมกัน โมดูลการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียน โมดูลการประเมินผล โมดูลฐานความรู้ โมดูลผู้เรียน โมดูลผู้สอน และโมดูลการติดต่อสื่อสาร ส่วนด้านกลไกการทำงานของรูปแบบ CoPBL ประกอบด้วย กลไกการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก กลไกการเรียนรู้ร่วมกัน กลไกการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียน บทบาทของผู้สอน บทบาทของผู้เรียน การประเมินผลการเรียน ชุดการเรียนการสอน เครื่องมือสนับสนุนและการติดตามพฤติกรรมผู้เรียน ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อรูปแบบ CoPBL ที่สังเคราะห์ขึ้นอยู่ในระดับสูงมากที่สุด ผลการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL ได้บทเรียนที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานของเมกุยแกนส์ (1.07) และผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL อยู่ในระดับเหมาะสมมาก การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่า ผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามรูปแบบ CoPBL ที่พัฒนาขึ้น อยู่ในระดับมาก การวิจัยครั้งนี้สรุปได้ว่า รูปแบบ

CoPBL ที่บูรณาการการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักกับเทคนิคการเรียนร่วมกันและเทคนิคการช่วยเสริมศักยภาพทางการเรียนในสภาพแวดล้อมของเครือข่ายคอมพิวเตอร์ เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพและสามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางได้

ณัฐกานต์ รักนาค (2552) ทำการวิจัย การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อ 1) พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเป็นการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน และขั้นตอนที่ 2 เป็นการทดลองใช้รูปแบบที่พัฒนาขึ้นในชั้นเรียน โดยใช้แนวคิดของการถ่ายโยงการเรียนรู้ การวิเคราะห์และการสังเคราะห์ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอนุบาลวังม่วง จังหวัดสระบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 43 คน โดยเป็นห้องทดลอง 1 ห้อง และห้องควบคุม 1 ห้อง ใช้เวลาในการดำเนินการทดลอง 18 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การเชื่อมโยงวิเคราะห์ข้อมูลแบบผสมทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลโดยค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติที (t-test) วิเคราะห์ความแปรปรวนและการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ 1) รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ 2) ขั้นการฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ 3) ขั้นการถ่ายโยงการเรียนรู้ 4) ขั้นสะท้อนความคิด 2. รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการเชื่อมโยง 2.1) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2.2) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2.3) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ พบว่า

นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงอย่างชัดเจน นักเรียนค่อยๆเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ในทางดีขึ้น สามารถเชื่อมโยงและนำความรู้ไปใช้แก้สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้มากขึ้น

วารีรัตน์ แก้วอุไร (2554) ทำการวิจัย การพัฒนารูปแบบการเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนสู่สังคมแห่งคุณธรรม ภูมิปัญญาและการเรียนรู้ โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนสู่สังคมแห่งคุณธรรม ภูมิปัญญาและการเรียนรู้ และมีวัตถุประสงค์เฉพาะเพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนสู่สังคมแห่งคุณธรรม ภูมิปัญญาและการเรียนรู้ และเพื่อทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนสู่สังคมแห่งคุณธรรม ภูมิปัญญาและการเรียนรู้ดำเนินการวิจัยโดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเป็น 2 ขั้นตอนหลัก คือ ขั้นการสร้างและตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และขั้นการทดลองใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นแบบพหุกรณีด้วยกระบวนการวิจัยปฏิบัติการ ผลการวิจัยพบว่า 1) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นใช้แนวคิดสำคัญของการจัดการศึกษาตามแนวพระบรมราโชวาทที่เน้นว่า การให้การศึกษาจะต้องช่วยให้บุคคลค้นพบวิธีการดำเนินชีวิตอย่างถูกต้อง เหมาะสม ไปสู่ความเจริญและความสุขตามอัตภาพ ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาทั้งนักวิชาการ ศึกษานิเทศก์และครูจำนวน 9 คน พบว่า รูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีคุณภาพดีและสามารถนำไปใช้ได้เหมาะสมกับการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้แบบเน้นผู้เรียนโดยองค์รวมทั้งด้านคุณธรรม ภูมิปัญญาและการเรียนรู้ 2) ผลการทดลองใช้และศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นแบบพหุกรณี พบว่า 2.1) กรณีการใช้กับระดับอุดมศึกษากับนักศึกษาครู พบว่า การเรียนโดยใช้หลักการของรูปแบบที่พัฒนาขึ้นช่วยให้นักศึกษาร้อยละ 80 มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ร้อยละ 80 ขึ้นไป สามารถเขียนแผนผังความคิด สามารถนำเสนอเนื้อหาได้อย่างน่าสนใจและเข้าใจง่าย อธิบายเนื้อหาได้ละเอียดต่อเนื่องชัดเจน และโดยภาพรวมมีพฤติกรรมความรับผิดชอบในระดับปานกลาง กรณีการใช้กับนักศึกษาพยาบาล พบว่า ผู้สอนและนักศึกษาประเมินว่า นักศึกษาแสดงพฤติกรรมจริยธรรมความเอื้ออาทร ด้านการรู้จักบุคคลในครอบครัวในฐานะบุคคลคนหนึ่งในระดับมาก และนักศึกษาสามารถเขียนรายงานสุขภาพครอบครัวในขั้นตอนการรวบรวมข้อมูลได้ครอบคลุมทั้งด้านร่างกาย จิตใจ อารมณ์ สังคมและสิ่งแวดล้อม 2.2) กรณีการใช้กับระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานในโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่ พบว่า

ด้านความรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบันทึกองค์ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับคำสั่งสำคัญสำหรับการใช้สร้างผลงานได้ครบถ้วนตามวัตถุประสงค์ ด้านการปฏิบัติ พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถปฏิบัติการสร้างชิ้นงานตามเทคนิคการแต่งภาพที่เรียนได้ทุกเรื่อง มีผลสำเร็จของชิ้นงานอยู่ในเกณฑ์คุณภาพ "ดีมาก" เป็นส่วนใหญ่ ด้านคุณธรรมความมีวินัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมที่บ่งบอกถึงการมีวินัย ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านการควบคุมตนเองและด้านการพัฒนาตนเองอยู่ในระดับ "ดีเยี่ยม" การประเมินพฤติกรรมความมีวินัยระดับการปฏิบัติ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการปฏิบัติพฤติกรรมที่บ่งบอกถึงการมีวินัยในการศึกษาเล่าเรียน อยู่ในระดับ "3" คือ ปฏิบัติเป็นประจำสม่ำเสมอ กรณีการใช้กับโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 80 มีความรู้และทักษะการสื่อสาร การพูด ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม รวมทั้งมีคุณธรรม จริยธรรมด้านความกตัญญู ความมีน้ำใจและจิตอนุรักษ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และกรณีการใช้กับโรงเรียนระดับประถมศึกษา พบว่า นักเรียนสามารถสรุปผังความคิดในเรื่องที่เรียนได้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ศาสนาของเราที่รู้จักหลังเรียนร้อยละ 86.30 มีพฤติกรรมด้านความมีวินัยการทำงานและส่งงานหลังเรียนในระดับดี รู้จักการมีน้ำใจเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ ช่วยเหลือครูและเพื่อนเพิ่มมากขึ้น ตลอดจนมีทักษะในการนำเสนอผลงานได้คล่องแคล่วกว่าเดิมและมีความสนุกสนานในการเรียน 3) ผลการประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยผู้ทรงคุณวุฒิระดับสูงด้านการศึกษา จำนวน 3 คน พบว่า รูปแบบมีความเหมาะสมดีมาก แต่มีข้อเสนอแนะให้เพิ่มรายละเอียดและปรับรายละเอียดบางประการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเพื่อให้เหมาะสมมากขึ้น

งานวิจัยต่างประเทศ

Cita, et al. (1997) ได้ทำการศึกษาโดยใช้การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่เป็นรูปแบบการสอนใหม่และมีชื่อเสียงแพร่หลายมากขึ้นเรื่อย ๆ กับนักวิทยาศาสตร์สุขภาพจำนวน 164 คน ในประเทศเนเธอร์แลนด์ และใช้เครื่องมือที่เป็นแบบวัดพฤติกรรมการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักใน 24 ลักษณะ ทั้งในขณะที่ศึกษาในกลุ่มและศึกษาคนเดียวของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่าการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และลักษณะของพฤติกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Pehkonen (1997) แห่งมหาวิทยาลัยเฮลซินกิ ประเทศฟินแลนด์ ทำรายงานเรื่อง Using Open-Ended Problems in Mathematics ที่บรรจุวิสัยทัศน์ที่มีการปฏิรูปในการนำเสนอในการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาจากคำถามปลายเปิดในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีนักศึกษาจำนวนมากที่เห็นด้วย และมีการใช้วิธีการแก้ปัญหาจากคำถามปลายเปิด ที่นานมาแล้ว

ในประเทศออสเตรเลีย ญี่ปุ่น และอังกฤษ และยังมีปรากฏการณ์การใช้วิธีการแก้ปัญหาจากคำถามปลายเปิดในแวดวงการศึกษาของประเทศฟินแลนด์และไต้หวัน รายงานจะเน้นสภาพจริงของการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาที่เป็นคำถามปลายเปิด ซึ่งจะเป็นสิ่งที่แสดงถึงการที่นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาและทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงกว่าปกติ รายงานเหล่านี้มีเรื่องเกี่ยวกับการแนะนำสู่มโนมติในการพัฒนาหลักสูตร การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสอนนักเรียนให้คิดแบบคณิตศาสตร์ และวรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

Besena, Fries and Kilibarda (2001) ทำการวิจัยกับนักเรียนฝึกหัดครูในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเนื้อหาเรขาคณิต โดยใช้การสอนด้วยวิธีใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยมีปัญหาที่ใช้นำกิจกรรมการเรียนการสอน คือ "What type of isometry is the result of the composition of two reflection" ซึ่งเป็นปัญหาที่สามารถตอบได้อย่างหลากหลาย โดยครูอนุญาตให้นักเรียนสามารถศึกษาจากอุปกรณ์ของจริงที่เป็นรูปทรง 3 มิติ จากโปรแกรม GSP รูปตัวอย่างจากในหนังสือ เพื่อให้เห็นรูปในลักษณะต่าง ๆ ที่ทำให้เกิดความเข้าใจที่เป็นรูปธรรม นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาร่วมกัน โดยครูมีหน้าที่ในการคอยฟังการอภิปรายปัญหาของกลุ่มนักเรียนและสังเกตปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น การวิจัยนี้ใช้เวลาถึง 4 ปี ติดต่อกันในมหาวิทยาลัยคอร์เนลล์ โดยเริ่มตั้งแต่ปี 1998 ถึง ปี 2001 การวิจัยพบว่า นักเรียนโดยมากไม่ชอบวิชาเรขาคณิตตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษา โดยมีแนวคิดว่า ทุกคำถามต้องมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว แต่เมื่อเรียนเรขาคณิตโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก นักเรียนจะไม่ได้รับการแนะนำแนวคิดเหมือนเรียนแบบเดิม ทำให้ต้องหาวิธีในการแก้ปัญหาเอง ซึ่งทำให้เกิดความคับข้องใจในระดับสูง ในการหาคำตอบของปัญหา แต่ถ้านักเรียนสามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จจะทำให้นักเรียนเกิดการรู้แจ้ง (Epiphany) ซึ่งจะเกิดการประสบผลสำเร็จ การเป็นเจ้าของผลงาน (Ownership) และการให้อำนาจแก่นักเรียนในการเรียน เป็นดัชนีบ่งบอกถึงการได้กำไรและประโยชน์จากการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก และข้อมูลจากการวิจัยยังพบอีกว่า นักเรียนได้ปรับเจตคติและความเชื่อเกี่ยวกับเรื่องเรขาคณิต และเรื่องคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในทางที่ดีขึ้น

Katwibun (2004) ได้ศึกษาเพื่ออธิบายความรู้สึกชอบคณิตศาสตร์ในห้องเรียนโดยอาศัยปัญหาเป็นหลักของนักเรียนศึกษาตอนต้น จำนวน 8 คน ในโครงงานคณิตศาสตร์เชื่อมโยงในหลักสูตร แหล่งเก็บรวบรวมข้อมูลสำคัญ ได้แก่ การสังเกตชั้นเรียน แบบสอบถามเจตคติและความเชื่อ การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน ดำเนินการศึกษาแบ่งเป็น 4 ระยะ คือ เตรียม ลงมือปฏิบัติ สำรวจ และสรุป ครูให้ความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กลุ่มเล็กและอภิปรายในกลุ่มใหญ่ ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนเกือบทุกคนมีความรู้สึกชอบคณิตศาสตร์

ในเชิงบวก นักเรียนอาสาและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นทั้งในสอบสวนกลุ่มร่วมมือขนาดเล็กและการอภิปรายกลุ่มใหญ่ นักเรียนเชื่อว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ความคิดใหม่ ๆ และคณิตศาสตร์ คือชีวิต เพราะคณิตศาสตร์อยู่ในทุกเรื่องในชีวิตประจำวันของตน นักเรียน 8 คน ชอบกิจกรรมที่ลงมือปฏิบัติและการทำงานเรื่องโครงงานคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่าพวกตนชอบคณิตศาสตร์ เพราะสนุกและมีปฏิสัมพันธ์ ส่วนใหญ่เห็นว่าตนเองเก่งคณิตศาสตร์ นักเรียนทุกคนเห็นด้วยว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ และเห็นด้วยว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์ของคนเราเพิ่มขึ้นได้โดยใช้ความพยายาม นักเรียนเชื่อด้วยว่าไม่มีความแตกต่างทางเพศในวิชาคณิตศาสตร์ แม้ว่าในห้องเรียนของตน พวกเขาตระหนักดีว่านักเรียนชายเรียนได้ดีกว่านักเรียนหญิง นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่าพวกตนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้กินเวลามากและเห็นด้วยว่ามีความสำคัญที่จะต้องเข้าใจแนวคิดของคณิตศาสตร์

Cho (2001) ได้ศึกษาผลของการช่วยเสริมศักยภาพในการให้เหตุผล ในรูปแบบอักษรและแบบกราฟิกในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาในลักษณะปัญหาต่างกันสองรูปแบบในบริบทของกลุ่มร่วมมือแก้ปัญหา โดยผู้เรียนกลุ่มละ 3 คน ใช้เครื่องมือการเรียนออนไลน์ในการสนทนาโต้ตอบและช่วยสนับสนุนการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับวิทยาลัยที่ศึกษาในวิชาเศรษฐศาสตร์ จำนวน 60 คน การช่วยเสริมศักยภาพในการให้เหตุผล แบ่งเป็นแบบตัวอักษรและกราฟิก คำถาม แบ่งออกเป็น ด้านความรู้ ความเข้าใจ และด้านการตัดสินใจ ตัวแปรตาม ได้แก่ องค์ประกอบของเหตุผลของผู้เรียนขณะมีการอภิปราย คุณภาพของการให้เหตุผลในการแก้ปัญหารายบุคคล องค์ประกอบของกระบวนการแก้ปัญหาระหว่างการอภิปรายกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าการช่วยเสริมศักยภาพแบบกราฟิกช่วยสนับสนุนการให้เหตุผลระหว่างการอภิปรายกลุ่มทั้งองค์ประกอบด้านการอ้างอิงและหลักฐานรวมถึงคุณภาพของการให้เหตุผลในการแก้ปัญหารายบุคคล ประเภทของปัญหาที่มีต่อการให้เหตุผลของผู้เรียนอย่างมีนัยสำคัญ กล่าวคือ ปัญหาที่มีโครงสร้างน้อยทำให้มีการโต้แย้งระหว่างการอภิปรายกลุ่มและคุณภาพของการให้เหตุผลในการแก้ปัญหารายบุคคลมากขึ้น ผู้เรียนที่ได้รับการช่วยเสริมศักยภาพการให้เหตุผลแบบอักษรและแบบกราฟิกจะสามารถสร้างองค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหาระหว่างการอภิปรายกลุ่มได้มากกว่าผู้เรียนที่ได้รับการช่วยเสริมศักยภาพแบบอักษระ

Zydney (2004) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาว่า การช่วยเสริมศักยภาพรูปแบบใดมีประสิทธิผลในการช่วยให้ผู้เรียนสามารถนิยามปัญหาที่ซับซ้อนได้ และเพื่อศึกษาระยะเวลาที่ผู้เรียนใช้ในการดูวีดีทัศน์ของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งได้แสดงความเห็นที่หลากหลายเกี่ยวกับปัญหาที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนของผู้เรียนหรือไม่ โดยในการสนับสนุน

ผู้เรียนได้มีการจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนโดยมีพื้นฐานจากทฤษฎี Cognitive Flexibility Theory รวมทั้งการจัดกรณีตัวอย่างและการช่วยเสริมศักยภาพจากทฤษฎี Constructivists กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 10 จำนวน 79 คน ซึ่งใช้การเข้ากลุ่มทดลอง 4 กลุ่ม ที่มีการช่วยเสริมศักยภาพที่แตกต่างกัน ดังนี้ 1) การช่วยเสริมศักยภาพด้านการจัดการ (The Organization Scaffold) จะมีลักษณะเป็นแม่แบบ ที่มีหัวเรื่องและคำถามนำ ซึ่งมีประสิทธิผลในการช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา สร้างสมมติฐานและตั้งคำถามที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ 2) การช่วยเสริมศักยภาพการคิดระดับสูงมีลักษณะเป็นการชี้นำ (Prompt) ที่มีคำถามแบบสะท้อน ซึ่งมีประสิทธิผลในการช่วยให้ผู้เรียนสามารถตั้งคำถามมากขึ้นและช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจแง่มุมต่าง ๆ ของปัญหา 3) แบบผสมของการช่วยเสริมศักยภาพแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ซึ่งมีแนวโน้มว่าน่าจะช่วยผู้เรียนได้มากกว่าการช่วยเสริมศักยภาพด้านการจัดการเพียงอย่างเดียว แต่ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบผสมไม่ช่วยให้เกิดผลดีเท่ากับการใช้การช่วยเสริมศักยภาพแบบใดแบบหนึ่งตามลำพัง เวลาในการดูวีดีทัศน์มีผลในการทำนายความสามารถของผู้เรียนในการพิจารณาความซับซ้อนของปัญหา ความสามารถในการคิดหลากหลายมีผลต่อการตั้งคำถามและสมมติฐานเกี่ยวกับปัญหา

King (1999) ได้ศึกษาเปรียบเทียบธรรมชาติของปฏิสัมพันธ์ที่เป็นการช่วยเหลือระหว่างผู้สอนและผู้เรียน โดยยึดแนวคิดเรื่อง การช่วยส่งเสริมต่อการเรียนรู้ของไวก็อตกี้และนิยามคำว่าปฏิสัมพันธ์ที่มีการช่วยเหลือว่า หมายถึง ทั้งผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันทำกิจกรรม ซึ่งเกี่ยวกับองค์ประกอบของการช่วยส่งเสริมต่อการเรียนรู้ที่มี 4 ประเภท คือ 1) การสร้างความเข้าใจร่วมกัน (Establishing shared understanding) 2) การจัดระบบโครงสร้างในงาน (Structuring of tasks) 3) การสร้างข้อตกลงในการรับผิดชอบ (Negotiating of responsibility) 4) การกำกับอย่างต่อเนื่อง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ผู้สอน 4 คน และผู้เรียนก่อนวัยเรียน 5 ปี จำนวน 76 คน ในกรุงไทเป ประเทศไต้หวัน วิธีการเก็บข้อมูลคือ การสังเกตแบบธรรมชาติโดยสังเกตการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างการทำกิจกรรมกลุ่ม และช่วงการเล่นโดยอิสระ ผลการศึกษาพบว่า ผู้เรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีลักษณะการช่วยเหลือที่คล้ายคลึงกัน ส่วนในการกำกับอย่างต่อเนื่องพบว่า ทั้งผู้สอนและผู้เรียนมีความแตกต่างกันในกิจกรรมกลุ่มและช่วงการเล่นอิสระ ยิ่งไปกว่านั้นยังพบว่า ผู้สอนและผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในสถานภาพทางปฏิสัมพันธ์ที่หลากหลาย ในช่วงที่ใช้กระบวนการช่วยเหลือและสถานะแห่งปฏิสัมพันธ์แปรเปลี่ยนไปตามบริบทการสอนและที่สำคัญที่สุด ก็คือ รูปแบบของการช่วยเหลือของผู้สอนและผู้เรียนที่มีต่อการช่วยเสริมต่อการเรียนรู้นั้นแปรเปลี่ยนไปตามสถานการณ์ของปฏิสัมพันธ์

Ge (2001) ได้ศึกษาผลของการใช้คำถามเป็นตัวชี้แนะคำตอบ (Question Prompt) และการมีปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนในการช่วยเสริมต่อการเรียนรู้ กระบวนการแก้ปัญหาของนักศึกษากับงานที่มีโครงสร้างไม่ดี (Ill – structured Lask) โดยรูปแบบการช่วยเหลือที่ใช้ในการวิจัย คือ การนำเสนอปัญหา การช่วยแก้ปัญหา การปรับสภาพการณ์การเรียนรู้ การประเมินและแจ้งผลการประเมิน กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ ผู้เรียนระดับวิทยาลัย จำนวน 115 คน และกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษารายกรณี ได้แก่ ผู้เรียน จำนวน 19 คน วิธีการศึกษา คือ การผสมผสานวิธีการวิจัยเชิงทดลองและการเปรียบเทียบ และการศึกษารายกรณี ผลการทดลองพบว่า นักศึกษาที่ทำงานกับเพื่อนได้รับคำถามเป็นตัวชี้แนะคำตอบ (Peers and question Prompt : PQ)ทำให้มีการแสดงออกได้ดีกว่าการเรียนในเงื่อนไขอื่นๆ อย่างมีนัยสำคัญโดยเฉพาะอย่างยิ่งกลุ่มนักศึกษาที่ได้รับคำชี้แนะคำตอบในกระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ประการ ในขณะเดียวกันนักศึกษาทำงานเดี่ยวและที่ได้รับคำถามชี้แนะคำตอบ สามารถแสดงออกให้เห็นได้ดีว่ากลุ่มนักศึกษาที่ไม่มีคำถามชี้แนะคำตอบ(Peercondition without question prompt : PC) และศึกษาว่า นักศึกษาแต่ละคนที่ได้รับคำถามชี้แนะคำตอบ (IC) ในการนำเสนอปัญหา การปรับสภาพการณ์ และในการแจ้งและประเมินอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งแม้ว่าจะได้ดีน้อยกว่ากลุ่ม PQ ในการนำเสนอปัญหาก็ตาม และยังพบว่า ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่ม PC และกลุ่ม IC ในกระบวนการแก้ปัญหา ปรากฏว่าคำถามชี้แนะคำตอบเป็นกลยุทธ์ในการช่วยเสริมต่อการเรียนรู้ที่ดีกว่าการมีปฏิสัมพันธ์ของเพื่อนในการช่วยเหลือการแก้ปัญหาของผู้เรียนด้วยงานที่มีโครงสร้างไม่ดี อย่างไรก็ตามในการศึกษาเชิงเปรียบเทียบซึ่งเป็นการศึกษารายกรณี ซึ่งพบว่า มีความซับซ้อนในการมีบริบทของการปฏิสัมพันธ์ของเพื่อน มีความสัมพันธ์ระหว่างคำถามชี้แนะคำตอบและปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน ผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้จากการมีส่วนร่วมในเชิงสร้างสรรค์ของสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งหมายถึง การตั้งคำถาม การอธิบายให้รายละเอียดและให้ข้อมูลย้อนกลับภายในกลุ่มเพื่อนนั่นเอง ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า การที่จะทำให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์อย่างเต็มที่จากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อนนั้น กระบวนการดังกล่าวจะต้องได้รับการช่วยเหลือ โดยเฉพาะเมื่อผู้เรียนเป็นผู้เริ่มเรียนในการแก้ปัญหา

กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ร่วมกันโดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีการช่วยเสริมศักยภาพเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนลาย ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ร่วมกัน แล้วนำมาบูรณาการกับการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ที่มีการช่วยเสริมศักยภาพในแต่ละขั้นตอนของการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ดังภาพ 6

กรอบแนวคิดรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักแบบช่วยเสริมศักยภาพ เพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

แนวคิด/ ทฤษฎี

การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ Joyce & Weil (2004) เป็นการจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางแก่ครูผู้สอนที่เน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนและพัฒนาวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
Illinois Mathematics and Science Academy (2006) เป็นวิธีทางการศึกษาที่เริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่งที่ตั้งขึ้น เพื่อนำไปสู่การเกิดความรู้ใหม่ของผู้เรียน จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง และการเรียนรู้เป็นกลุ่ม ผ่านการค้นคว้า วางแผนการแก้ปัญหา และการลงมือปฏิบัติ

การเรียนรู้ร่วมกัน Barkley, Cross and Major (2004) เป็นการปฏิบัติงานร่วมกันโดยเน้นการจัดระบบการเรียนรู้ มีการแบ่งปันความรู้ มีการยอมรับซึ่งกันและกัน มีการลงความเห็นร่วมกัน ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน เพื่อช่วยกันค้นหา และสร้างความรู้ใหม่

การช่วยเสริมศักยภาพ Eggen and Kauchak (1978) คือ การช่วยเหลือ (Assistance) ที่จัดให้กับผู้เรียนกรณีที่งานนั้นเป็นงานที่ผู้เรียนไม่สามารถทำให้สำเร็จได้ด้วยตนเอง และจะมีการลดความช่วยเหลือลงเมื่อผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง

ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ National Council of Teacher of Mathematics (2000) คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบหรือผลผลิต (products) ที่เกิดจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์และแสดงพฤติกรรมออกทางกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (mathematical ideas and processes) ประกอบด้วย

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผล (Reasoning)
3. การสื่อสาร (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connections)
5. การสื่อความหมาย (Representation)

ประเด็นที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้

องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ มีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ประการ คือ ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล (Joyce & Weil , 2004)

กระบวนการขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

ขั้นการเชื่อมโยง (Delisle, 1997)
ขั้นเชื่อมโยงปัญหาและระบุปัญหา (สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้, 2550)

ขั้นการแสดงกรอบการศึกษา และขั้นการศึกษาปัญหา (Delisle, 1997)
ขั้นศึกษาปัญหา ขั้นนิยาม ขั้นกำหนดปัญหา (Center for Problem-Based Learning)
ขั้นกำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ (สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้, 2550)

ขั้นการรวบรวมความรู้ ขั้นการสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือก (Delisle, 1997)
ขั้นการศึกษาค้นคว้า ขั้นการหาคำตอบที่เป็นไปได้ (Center for Problem-Based Learning)
ขั้นดำเนินการศึกษาค้นคว้า ขั้นสังเคราะห์ความรู้(สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้, 2550)

ขั้นการประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา (Delisle, 1997)
ขั้นประเมินค่าของคำตอบ (Center for Problem-Based Learning)
ขั้นสรุปและประเมินค่าคำตอบ (สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้, 2550)

เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน (Barkley, Cross and Major ,2004)
1. เทคนิคการอภิปราย 2. เทคนิคการสลับกันสอน 3. เทคนิคการแก้ปัญหา 4. เทคนิคการใช้กราฟิกและการจัดระเบียบสารสนเทศ 5. เทคนิคให้ความสนใจเกี่ยวกับการเขียน

กลวิธีและเทคนิคการช่วยเสริมศักยภาพ (Barkley, Cross and Major ,2004)
1. การแนะแนวสิ่งที่เกี่ยวกับวิธีการคิด (Hannafin, 1999) 2. การสร้างแรงจูงใจอย่างต่อเนื่อง (Wood,Bruner and Ross,1976) 3. การใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตามความคิด (Beyer,1997) 4. การให้คำอธิบาย การสนับสนุนให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม การตรวจสอบความถูกต้อง (Roehler and Cantlon, 1996) 5. การใช้คำถาม การให้การชี้แนะหรือการชี้นำ (Eggan and Kauchak, 1997)

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
- ประเมินผลที่ความสามารถจากการทำงานหรือสิ่งที่แสดงออกมา (Barell, 1998)
- ประเมินโดยใช้ข้อสอบ ให้เสนอรายงานการดำเนินการแก้ปัญหา (จันทร์ ติยะวงศ์, 2549)

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ร่วมกัน (Cramer ,1994)
1. การประเมินกระบวนการ (Assessment Process)
2. การประเมินผลผลิต (Assessment of Product)

รูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักแบบช่วยเสริมศักยภาพ เพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

หลักการ
มุ่งเน้นให้ผู้เรียนปฏิบัติงานร่วมกัน เพื่อสร้างความรู้ใหม่จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง และการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม ผ่านการค้นคว้า วางแผนการแก้ปัญหา และการลงมือปฏิบัติ โดยมีการให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียน ไม่สามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง

วัตถุประสงค์
เพื่อพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

เนื้อหา
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น

กิจกรรมการเรียนการสอน (4-S Model)
1. ขั้นศึกษาปัญหา (S: Study the Problem)
2. ขั้นกำหนดกรอบการศึกษา
(S: Set up the Framework)
- ข้อเท็จจริง (Facts)
- ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้า (Learning Issues)
- แนวทางการแก้ปัญหา (Ideas)
- วิธีการศึกษา (Action Plan)
3. ขั้นลงมือแก้ปัญหา (S: Solve the Problem)
4. ขั้นสรุปและประเมินคำตอบ (Summarize and evaluate the answers)

การวัดและประเมินผล
- การประเมินทั้งกระบวนการและผลการเรียน ดังนี้
1. การวัดทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน
2. สังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการคิดทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน

ภาพ 6 กรอบแนวคิดการวิจัย