

บทที่ 2

ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน ในส่วนแรกจะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับแบบหล่อทรายได้แก่ ส่วนประกอบพื้นฐานของทรายทำแบบหล่อ ชนิดของทรายหล่อแบบ ส่วนผสมและสมบัติของแบบหล่อทรายชั้น สมบัติของแบบหล่อทราย ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อสมบัติของแบบหล่อทราย การทดสอบสมบัติของทรายแบบ กระบวนการปรับสภาพทรายที่ผ่านการใช้งานแล้ว และข้อบกพร่องในงานหล่อที่เกิดจากแบบหล่อทราย ในส่วนที่สองจะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบการทดลอง และหลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับแบบหล่อทราย

1.1 ส่วนประกอบพื้นฐานของทรายทำแบบหล่อ

ทรายทำแบบหล่อ (นิกร มหกรรมโกลา & พิพัฒน์ สุจิตธรรมกุล, 2539) หมายถึงทรายที่สามารถทนความร้อนได้สูงๆ มีต้นทุนต่ำ ทำให้เปียกหรือหมาดได้โดยง่าย มีการอัดตัวแน่นพอดี ไม่เกิดการร่วนตัวง่าย บั่นเป็นรูปต่างๆ ได้โดยง่าย มีอายุยืนยาว ด้านทานต่อน้ำหนักของโลหะได้ดี มีอัตราการผ่านดี มีปริมาณของน้ำพอดี สามารถไหลตามซอกมุมของแบบได้ดี อีกทั้งยังเมื่อลองหักดูจะไม่ร่วนและผิวหน้าของลอมที่หักจะต้องเรียบดียิ่ง สำหรับส่วนประกอบที่มีในทรายหล่อโดยทั่วไปคือ (สุภชัย ประเสริฐสกุล, 2547)

1.1.1 เม็ดทรายหล่อในงานหล่อ (Foundry sand)

เม็ดทรายหมายถึง ก้อนวัสดุที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.05–2.5 มิลลิเมตร ที่แยกสลายมาจากหินโดยธรรมชาติหรือโดยการบดย่อยก้อนหิน องค์ประกอบทางเคมีหลักของเม็ดทรายที่พบโดยทั่วไปคือ ซิลิกา ซึ่งมีองค์ประกอบทางเคมีอื่น ๆ เช่น เฟลสปาร์ ไมกา และออกไซด์ของโลหะปะปนในเนื้อของเม็ดทรายอยู่ด้วย ซึ่งเม็ดทรายซิลิกาจากธรรมชาติที่นำมาใช้ในงานหล่อควรมีดินเหนียวปะปนรวมมากับเม็ดทรายในปริมาณที่น้อยกว่า 5% เรียกว่า unbounded sand การที่นำเม็ดทรายซิลิกาเป็นวัสดุแบบหล่อ เนื่องจากเม็ดทรายซิลิกาเป็นเม็ดทรายที่สามารถตกตะกอนรวมกันโดยกระแส น้ำ กระแสลม เม็ดทรายเหล่านี้อาจสกปรกเนื่องจากการปนเปื้อนและอาจจะมีควมบริสุทธิ์ของเม็ดทรายไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้งาน ในทางปฏิบัติเม็ดทรายเหล่านี้จะถูกนำมาร้อนคัดขนาด และทำให้แห้ง การคัดขนาดจะทำให้สามารถควบคุมการกระจายขนาดเม็ดทรายได้ดี รูปร่างของเม็ดทรายสามารถจัดแยกออกได้เป็น ทรายเม็ดกลม (round) เม็ดเหลี่ยม (angular) และเม็ดมน (sub-angular) รายละเอียดสมบัติของรูปร่างของเม็ดทรายแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ลักษณะรูปร่างของเม็ดทราย

รูปร่างของเม็ดทราย	สมบัติ
ทรายเม็ดกลม (round)	ทรายเม็ดกลมที่มีขนาดใหญ่และสม่ำเสมอทำเป็นแบบจะทำให้การทำแบบง่ายและแบบมีอัตราลมผ่านดี เนื่องจากทรายเม็ดกลมมีช่องว่างระหว่างเม็ดทรายมากพอที่ทำให้ก๊าซหนีสู่บรรยากาศได้ดี และทรายเม็ดกลมมีความแข็งแรงต่อการเพิ่มขึ้นของความร้อนอย่างกระทันหัน และไม่เกิดจุดเสียแบบสเคป (scab)
ทรายเม็ดเหลี่ยม (angular)	ทรายเหลี่ยมเมื่อนำมาทำเป็นแบบ การกระทุ้งเพื่อขึ้นแบบจะกระทำได้ยากกว่าเม็ดกลม แต่ความแข็งแรงของแบบหล่อจะสูงกว่าทรายเม็ดกลมเพราะทรายเหลี่ยมมีการจับตัวกันเองได้ดีกว่า แต่ถ้าให้ความร้อนอย่างกระทันหัน ทรายชนิดนี้จะขยายตัวและเกิดจุดเสียแบบสเคป เพราะระยะห่างของเม็ดทรายด้วยกันเองมีน้อย
ทรายเม็ดมน (sub-angular)	ลักษณะทรายเม็ดมน สมบัติทางด้านคงทนต่อความร้อน และสมบัติคงรูปในสภาพร้อน อัตราการระบายแก๊ส ความสามารถในการร่วนตัว รวมไปถึงการไหลตามซอกแบบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี แต่ยังมีสมบัติด้อยกว่าทรายเม็ดกลมเนื่องจากรูปร่างของเม็ดทรายปนกันไม่สม่ำเสมอ

1.1.2 ดินเหนียวในงานหล่อ (Clay)

ดินเหนียวที่ใช้ในงานหล่อส่วนใหญ่จะเป็นดินทนไฟ (kaolinite) และเบนโทไนต์ (bentonite) หรือมอนท์มอริลโลไนท์ (montmorillonite) (มนัส สติรจินดา, 2520) ซึ่งดินเหนียวทั้งสองชนิดนี้จะมีพฤติกรรมที่ระดับอุณหภูมิสูงต่างกัน ดินทนไฟ (kaolinite) เป็นดินเหนียวที่เกิดขึ้นในธรรมชาติ มีองค์ประกอบหลักทางเคมีเป็น $Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$ เป็นดินเหนียวที่มีสมบัติทางด้านทนความร้อนสูง แต่ความเหนียวมีน้อยทำให้มีการนำมาใช้น้อยมากในการทำทรายแบบ สำหรับดินเหนียวเบนโทไนต์เป็นดินเหนียวที่เกิดจากการย่อยสลายของซีตัสภูเขาไฟ พบครั้งแรกที่ค่ายทหาร Benton ที่สหรัฐอเมริกาจึงเรียกว่า เบนโทไนต์ (bentonite) มีองค์ประกอบทางเคมีคือ $Al_2O_3 \cdot 4SiO_2 \cdot H_2O$ เป็นดินเหนียวที่ดูดซับน้ำและขยายตัวได้มาก ทำให้มีความเหนียวสูงมากเหมาะสำหรับผสมทรายทำแบบ ดินเหนียวเบนโทไนต์มีสองประเภทคือ ประเภทที่มีโซเดียมเป็นส่วนประกอบและประเภทที่มีแคลเซียมเป็นส่วนประกอบ ประเภทโซเดียมเบนโทไนต์เป็นประเภทที่ให้สมบัติทางด้าน plastic มากกว่าแคลเซียมเบนโทไนต์ ดินเหนียวประเภทนี้เหมาะสำหรับงานหล่อโลหะที่เป็นเหล็กและโลหะไม่ใช่เหล็ก (สูกชัย ประเสริฐสกุล,

2547) การขึ้นแบบทรายหล่อด้วยเครื่องจักรทำแบบเช่น jolt-squeeze machine ควรเลือกใช้โซเดียมเบนโทไนต์ เพราะจะให้ความแข็งแรงที่อุณหภูมิดีกว่า แต่ถ้าใช้เครื่องจักรทำแบบหล่อชนิด high pressure molding machine ควรเลือกใช้แคลเซียมเบนโทไนต์

1.1.3 ตัวประสานชนิดอื่น ๆ

บางครั้งใส่แบบจะทำด้วยทรายซึ่งมีน้ำมันพืชผสมอยู่ประมาณ 1.5-3.0 เปอร์เซ็นต์ แล้วนำไปอย่างอุณหภูมิ 200-250 องศาเซลเซียส เช่น น้ำมันละหุ่ง น้ำมันถั่วเหลือง เป็นต้น เรียกว่าใส่แบบประเภท “ใส่แบบทรายผสมน้ำมัน” ใส่แบบนี้จะไม่เก็บความชื้นและสลายตัวง่ายขณะแกะแบบ ข้อเสียคือ ถ้ามีแต่น้ำมันผสมกับทรายจะทำให้มีความแข็งแรงไม่เพียงพอที่อุณหภูมิห้องแก้ไขโดยผสมแป้งหรือเบนโทไนต์ไปเล็กน้อย ทำให้ขึ้นรูปและปรับแต่งได้ง่ายแม้ที่อุณหภูมิห้อง

1.1.4 ส่วนผสมพิเศษ

ส่วนผสมของผงถ่าน ผงยางมะตอย หรือผงกราไฟต์ประมาณ 1 เปอร์เซ็นต์ ผสมเข้ากับทรายทำแบบหล่อ เพื่อที่จะทำให้ผิวชิ้นงานมีความละเอียดดีและยังป้องกันไม่ให้เกิดกาบหรือหน้าข้าวตัง (scabs) ในบางกรณีถ้าใส่ส่วนผสมเข้าไปมากเกินไปทำให้เกิดจุดเสียเนื่องจากเกิดแก๊สขึ้น ดังนั้นจึงต้องใช้สารเหล่านี้ในปริมาณที่เหมาะสม

1.2 ชนิดของทรายหล่อแบบ

ทรายหล่อแบบสามารถแบ่งออกได้เป็นหลายลักษณะ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะทางกายภาพและพฤติกรรมที่ทำให้ทรายจับตัวเป็นก้อนแข็งคงรูป เพื่อช่วยให้ก้อนทรายมีความแข็งแรงสูงเพียงพอต่อการเคลื่อนย้ายหีบหรือแบบหล่อและมีความแข็งแรงเพียงพอที่จะทนแรงที่เกิดขึ้นในระหว่างการแข็งตัวของน้ำโลหะ ทรายหล่อโดยทั่วไปแบ่งได้ 2 ชนิดได้แก่ ทรายหล่อธรรมชาติ (Natural bonded sand) และทรายหล่อสังเคราะห์ (Synthetic molding sand) ทรายหล่อธรรมชาติเกิดจากเม็ดทรายที่ตกตะกอนรวมกับดินเหนียวในธรรมชาติในปริมาณที่เหมาะสม จึงทำให้เกิดทรายหล่อธรรมชาติ จะพบได้ในบริเวณที่กระแสน้ำไหลเปลี่ยนทิศทาง โดยทั่วไปทรายหล่อธรรมชาติ ประกอบด้วยดินเหนียวมากกว่า 15 เปอร์เซ็นต์ และน้ำ 7-8 เปอร์เซ็นต์ เหมาะในการหล่อชิ้นงานที่บางและโลหะที่ไม่ใช่เหล็ก และมีข้อดีคือ ไม่จำเป็นต้องใช้เครื่องจักรงานหล่อเข้ามาช่วยในการผสมเตรียมทรายเพียงแค่พรมน้ำ และเคล้าให้เข้ากันก็สามารถที่นำทรายที่เตรียมแล้วนี้ไปใช้ทำแบบหล่อได้ทันที แต่ทรายหล่อธรรมชาตินี้มีอัตราลมผ่านต่ำ ความทนความร้อนต่ำ และความแข็งแรงต่ำ ทำให้เกิดจุดเสีย ทำให้ทรายหล่อธรรมชาติไม่นิยมนำมาใช้ในการหล่อแบบ (สุนทร รุณรงค์ และคณะ, 2534) แต่สำหรับทรายหล่อสังเคราะห์ต้องมีการเติมส่วนผสมเพื่อให้ตัวประสานเข้าห่อหุ้มเม็ดทรายได้ทั่วถึงเป็นการปรับปรุงความแข็งแรงให้กับแบบหล่อ โดยส่วนใหญ่ทรายหล่อสังเคราะห์จะประกอบไปด้วย ทรายซิลิกาผสมกับตัวประสาน น้ำ และสารเติมพิเศษ สำหรับตัวประสานที่นิยมใช้คือ เบนโทไนต์ (Bentonites)

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับแบบหล่อทรายขึ้น (Green sand mold) ซึ่งจัดเป็นชนิดทรายหล่อสังเคราะห์โดยมีส่วนผสมได้แก่ ทรายซิลิกา (silica sand) เบนโทไนต์ และน้ำ นำมาผสมกันเพื่อสร้างเป็นแบบหล่อทราย สำหรับคุณภาพของแบบหล่อทรายที่ดี ต้องผสมทรายซิลิกา กับดินเหนียวในปริมาณที่พอเหมาะ โดยมีการควบคุมปริมาณความชื้นของทรายหล่อให้เหมาะสมกับชนิดของน้ำโลหะที่จะนำมาเทหล่อ

1.3 ส่วนผสมและสมบัติแบบหล่อทรายขึ้น (Green sand mold)

ทรายหล่อขึ้น (สุภชัย ประเสริฐสกุล, 2547) หมายถึง ทรายหล่อที่ใช้ทำแบบทรายหล่อโลหะและสามารถใช้รองรับการเทน้ำโลหะได้หลังการทำแบบหล่อแล้วเสร็จ ทรายหล่อขึ้นจัดเป็นแบบทรายหล่อโลหะที่สำคัญที่สุดในอุตสาหกรรมหล่อโลหะ เนื่องจากแบบทรายที่ขึ้นรูปแล้วเสร็จสามารถใช้เทน้ำโลหะได้ทันที ส่วนผสมของแบบหล่อทรายขึ้นที่ใช้ในงานวิจัยประกอบด้วยคือ

1.3.1 ทรายซิลิกา (silica sand)

ทรายซิลิกาที่นำมาสร้างเป็นแบบหล่อทรายในงานวิจัยได้มาจากจังหวัดระยองหรือโดยทั่วไป เรียกว่า ทรายระยอง มีปริมาณซิลิกอนไดออกไซด์ (SiO_2) 98.8 % โดยมีขนาดของเม็ดทราย 0.15 มิลลิเมตร มีขนาดของการกระจายตัวอยู่ที่ 68 AFS ขนาดของพื้นที่ผิวของเม็ดทราย $138 \text{ cm}^2/\text{g}$ และรูปร่างของเม็ดทรายมีลักษณะเป็นเม็ดกลมปานกลาง (medium sphericity) ปนกับเม็ดกลมต่ำ (low sphericity) ซึ่งจัดอยู่ในกลุ่มที่มีเหลี่ยมมุมมน (sub-angular) (บรรเจิด แสงจันทร์ และคณะ, 2544) ดังแสดงในภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 รูปร่างของเม็ดทรายเหลี่ยมมุมมน (sub-angular)

ของทรายระยอง (บรรเจิด แสงจันทร์ และคณะ, 2544)

ลักษณะเม็ดทรายซิลิกา ลักษณะเช่นนี้ เมื่อนำมาสร้างเป็นแบบทำให้แบบที่ได้มีสมบัติทางด้านคงทนต่อความร้อนและสมบัติคงรูปอยู่ในสภาพร้อนที่อุณหภูมิสูงได้ดี อัตราการ

ระบายแก๊ส ความสามารถในการรวนตัวและการไหลตามชอกแบบได้ง่าย รวมไปถึงการไม่แตกหัก เป็นฝุ่น

1.3.2 ดินเหนียวเบนโทไนต์ (Bentonite clay)

ดินเหนียวเบนโทไนต์มีชื่อทางเคมีคือ $Al_2O_3 \cdot 4SiO_2 \cdot H_2O$ จัดอยู่ในกลุ่มแร่ มอริลโลไนท์ (Montmorillonite) เป็นดินเหนียวที่ถูกดูดซึมและขยายตัวได้มากทำให้มีความเหนียวสูงเหมาะสำหรับผสมกับทรายปั้นแบบ และยังทำให้ความแข็งแรงของแบบหล่อทราย ในขณะขึ้นมีความแข็งแรงมากขึ้นอีกด้วย ดินเหนียวเบนโทไนต์แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดคือ ดินชนิดที่เป็นผงละเอียด เมื่อผสมกับน้ำแล้วจะบวมตัวขึ้นมา 4-5 เท่า เนื่องจากดูดน้ำได้ดี และมีความเหนียวมากเป็นพิเศษ มีสมบัติคล้ายกาว และดินชนิดที่ไม่บวมตัว มีความเหนียวเหมือนดินเหนียวธรรมดาแต่ดินจะไม่บวมโป่งพอง โดยปกตินิยมใช้ดินเบนโทไนต์ชนิดแรกในปริมาณเล็กน้อยเพื่อเพิ่มความเหนียวให้วัสดุตบ และเนื้อดินชนิดต่างๆ ง่ายต่อการขึ้นรูป ดินเบนโทไนต์ส่วนใหญ่มีแร่เหล็กเจือปนอยู่ด้วย 3-4% จึงมีปัญหาถ้าใส่ในเนื้อดินปริมาณมาก จะทำให้สีดินที่ผสมหมองคล้ำลงจากมลทินของแร่เหล็กหลังการเผา ดังนั้น ถึงแม้ว่าดินเบนโทไนต์จะเป็นวัสดุตบที่มีความเหนียวสูง แต่จึงถูกจำกัดการใช้แต่เพียงปริมาณน้อย ถ้าปริมาณดินเหนียวมากเกินไปจะทำให้ค่าความโปร่งของอากาศลดลง

ในงานวิจัยเลือกใช้โซเดียมเบนโทไนต์ (Na-bentonite) เป็นตัวประสาน สมบัติของโซเดียมเบนโทไนต์มีลักษณะเป็นผงละเอียดสามารถร่อนผ่านตะแกรงขนาด 200 mesh ได้ในปริมาณถึง 60-92 % มีสีครีมหรือสีเหลืองอ่อน มีความหนาแน่นมวล 864 kg/m^3 เมื่อละลายน้ำจะเป็นเมือกเหนียวลื่นสามารถเกาะผิววัสดุอื่น ๆ ได้ดี อุณหภูมิการหลอมละลายอยู่ที่ประมาณ 1,038-1,338 องศาเซลเซียส

1.3.3 น้ำ

น้ำเป็นส่วนช่วยให้เกิดแรงดึงดูดระหว่างดินเหนียวและทราย แต่ปริมาณของน้ำต้องอยู่ในขอบเขตที่พอเหมาะ ถ้าปริมาณน้ำที่เติมเข้าไปพอเหมาะจะทำให้ดินเหนียวยึดเหนียวกับทรายทำให้ความแข็งแรงดี ถ้าน้ำน้อยจะทำให้ดินเหนียวผสมกับน้ำไม่ทั่วถึงกันทำให้เสียความแข็งแรง แต่ถ้าน้ำมากจะทำให้แบบหล่อทรายอ่อนตัวเกินไปทำให้สูญเสียความแข็งแรงและทำให้แบบหล่อทรายมีความแน่นของแก๊สมากและไอน้ำที่เกิดขึ้นในขณะสัมผัสกับโลหะหลอมเหลวหนีออกภายนอกได้ยาก ทำให้สูญเสียสมบัติด้านความโปร่งอากาศ (permeability)

1.4 สมบัติของแบบหล่อทราย

สมบัติที่จำเป็นของแบบหล่อทรายคือ

1.4.1 ต้องมีความโปร่งอากาศ (permeability)

สมบัติในด้านความโปร่งอากาศ เพื่อให้โอกาสแก่แก๊สที่เกิดขึ้นจากการเผาไหม้หรือความชื้นเมื่อโลหะหลอมเหลวสัมผัสกับทรายแบบมีทางหนีออกไปได้สะดวก เพราะถ้า

แก๊สหรือไอน้ำที่เกิดขึ้นออกไปไม่ได้ ก็จะดันกลับเข้าไปผสมหรือแทรกอยู่กับโลหะ ซึ่งขณะนั้นยังไม่แข็งตัว จะทำให้งานหล่อที่ได้มีรูพรุน

1.4.2 ความแข็งแรงในสภาพเปียกและในสภาพแห้ง

ทรายแบบที่ดีจะต้องมีความแข็งแรงพอที่จะรับน้ำหนักตัวเอง ในขณะที่มีการเคลื่อนย้ายได้ โดยไม่พังหรือบิดเบี้ยวไปจากรูปร่างที่สร้างขึ้น และสามารถที่จะรับน้ำหนักในขณะที่เทน้ำโลหะลงในแบบ ทรายแบบจะต้องแข็งแรงพอจนไม่เกิดการเซาะ (Erosion) ซึ่งเกิดจากการไหลผ่านของน้ำโลหะ

1.4.3 ความแข็งแรงในสภาพร้อน (Hot strength)

ในขณะที่เทน้ำโลหะร้อนลงในแบบหล่อทรายแบบจะได้รับความร้อนโดยตรงจากโลหะ ในขณะที่ยังไม่แข็งตัว ทรายแบบที่ดีจะต้องสามารถรับน้ำหนักของโลหะได้โดยไม่มีกรขยายตัวหรือพองตัวซึ่งจะทำให้ได้รูปร่างชิ้นงานตามที่ต้องการ

1.4.4 สมบัติยุบตัวเอง (Collapsibility)

นับว่าเป็นสมบัติที่สำคัญประการหนึ่งของทรายแบบ ในขณะที่เมื่อโลหะแข็งตัวคงรูปร่างที่ดีแล้ว ทรายแบบที่ดีจะต้องไม่คงความแข็งแรงไว้ จะต้องยุบตัวเองหรืออยู่ในสภาพร่วนขาดความแข็งแรง ทั้งนี้ก็เพราะจะได้ง่ายต่อการรื้อโลหะที่หล่อแล้วออกมาได้สะดวก ทรายทำแบบหล่อสามารถถูกใช้ซ้ำได้หลายครั้ง ดังนั้น การเก็บรวบรวมทรายหลังจากการแกะแบบจะต้องทำได้โดยง่ายและสะดวก

1.4.5 สมบัติคงรูปอยู่ในสภาพร้อน (Thermal stability)

ความร้อนจากน้ำโลหะเมื่อสัมผัสกับผนังของแบบ (Mold cavity) จะทำให้เกิดการขยายตัวของแบบเพิ่มมากขึ้นทำให้รูปร่างขนาดของชิ้นงานเกิดการผิดเพี้ยนไปจากเดิม ดังนั้น ทรายแบบที่ดีจะต้องมีการขยายตัวน้อยที่สุดเมื่อมีการสัมผัสความร้อนจากน้ำโลหะ

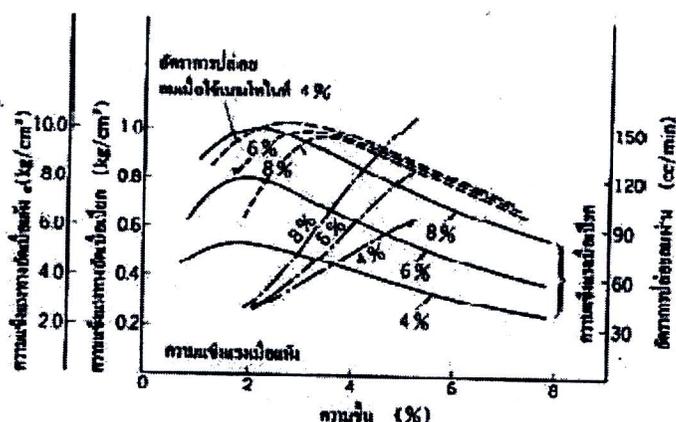
1.4.6 สมบัติคงทนต่อความร้อน (Refractoriness)

ทรายแบบที่ดีจะต้องทนอุณหภูมิสูงได้โดยไม่ละลาย โดยเฉพาะโลหะหล่อประเภทความร้อนสูง เช่น เหล็กหล่อ (Cast iron) หรือเหล็กเหนียว (Cast steel) ซึ่งมีอุณหภูมิสูง 1300-1600 องศาเซลเซียส

1.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อสมบัติของแบบหล่อทราย

สมบัติต่าง ๆ ของแบบหล่อทรายที่มีดินเหนียวหรือเบนโทไนต์เป็นตัวประสานจะเปลี่ยนไปตามปริมาณความชื้นในทราย แสดงดังภาพที่ 2.2 เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความชื้น และสมบัติต่าง ๆ ของทรายที่มีเบนโทไนต์เป็นตัวประสาน จากรูปจะเห็นได้ว่าถ้าไม่เปลี่ยนปริมาณเบนโทไนต์แต่เพิ่มปริมาณความชื้น ความแข็งแรงจะเพิ่มขึ้นเป็นลำดับจนถึงจุดสูงสุด แต่เมื่อปริมาณความชื้นเพิ่มขึ้นอีกความแข็งแรงจะมีค่าลดลง และเมื่อให้ปริมาณความชื้นคงที่แต่เพิ่มปริมาณเบนโทไนต์ก็จะมีลักษณะสมบัติเช่นเดียวกัน สภาพที่แบบหล่อทรายมีความแข็งแรงและการปล่อยซึมอากาศ (permeability) สูงสุดคือ สภาพที่มีส่วนผสมของเม็ดทราย

เบนโทไนต์และน้ำผสมหุ้มอยู่ด้วยความหนาระดับหนึ่ง ในกรณีที่มีความชื้นมากเกินไปจะมีผลทำให้สมบัติในด้านความแข็งแรงและการปล่อยซิมลดลง เพราะเบนโทไนต์ที่มีความชื้นมากเกินไปจะขยายเข้าไปอยู่ในที่ว่างระหว่างเม็ดทราย และในกรณีที่ความชื้นไม่เพียงพอก็จะทำให้ความแข็งแรงลดลงเช่นกัน เนื่องจากความเหนียวของเบนโทไนต์ลดลง นอกจากนี้ เบนโทไนต์ที่ยังอยู่ในสภาพผงเข้าไปอุดที่ว่างระหว่างเม็ดทรายทำให้สมบัติการปล่อยซิมมีค่าลดลง ดังนั้น การควบคุมปริมาณส่วนผสมจึงถือว่าเป็นเรื่องสำคัญในการควบคุมสมบัติของแบบหล่อทราย



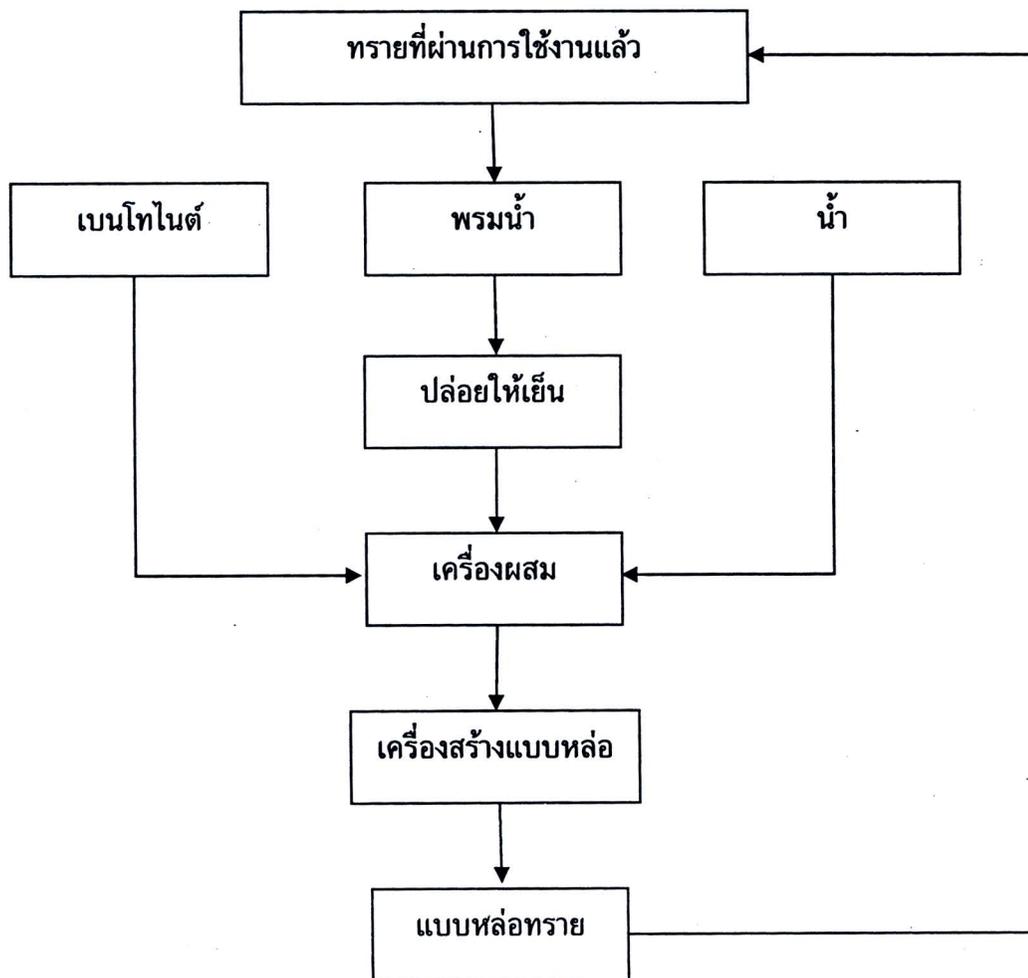
ภาพที่ 2.2 กราฟแสดงผลของความชื้นและเบนโทไนต์ที่มีผลต่อแบบหล่อทราย
(ทริส สูตะบุตร & เคนยิ จิยิอิวา, 2543)

1.6 กระบวนการปรับสภาพทรายที่ผ่านการใช้งานแล้ว

ทรายทำแบบหล่อสามารถนำกลับมาใช้งานซ้ำได้หลายรอบ โดยการนำทรายที่ผ่านการใช้งานแล้วมาปรับสภาพให้พร้อมที่จะใช้งานใหม่ เนื่องจากการนำทรายทำแบบหล่อกลับมาใช้หลาย ๆ ครั้งจะทำให้เม็ดทรายแตก แรงประสาน (binding force) ของดินเหนียวลดลง ซึ่งจะส่งผลทำให้ความแข็งแรงและการปล่อยซิมของทรายลดลง เป็นสาเหตุให้เกิดจุดเสียในชิ้นงาน เช่น เกิดทรายแทรกเข้าไปในเนื้อโลหะ และเกิดรูพรุนที่ผิวของชิ้นงาน เป็นต้น (ทริส สูตะบุตร & เคนยิ จิยิอิวา, 2543) ตามหลักการจึงต้องนำทรายที่ผ่านการใช้งานแล้วมาปรับสภาพโดยการเติมทรายใหม่ และตัวประสานเข้าไปในปริมาณที่ถูกต้อง เพื่อให้ทรายทำแบบหล่อมีความแข็งแรงเพียงพอที่จะสร้างเป็นแบบหล่อทราย แต่การนำทรายกลับมาใช้ใหม่ต้องทำให้ทรายเย็นก่อน เนื่องจากความร้อนจะทำให้การจับตัวของทรายกับตัวประสานลดลง โดยทั่วไปทรายที่จะผ่านเข้าเครื่องผสมควรมีอุณหภูมิไม่เกิน 49 องศาเซลเซียส เนื่องจากทรายที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า 49 องศาเซลเซียส จะทำให้การผสมทรายเป็นไปโดยง่ายและคุณภาพที่ได้จะดีและคงที่ แต่ทรายที่มีอุณหภูมิสูงเกินกว่า 49 องศาเซลเซียส จะทำให้ทรายผสมยากและทำให้ทรายแบบเริ่มสูญเสีย

สมบัติไป ดังนั้น ในทางปฏิบัติก่อนการผสมต้องทำให้ทรายเย็นโดยใช้อุปกรณ์ทำให้เย็นหรือพรมน้ำให้ทั่วเพื่อเป็นการลดอุณหภูมิ

ในงานวิจัยที่ได้ศึกษากระบวนการปรับสภาพของทรายที่ผ่านการใช้งานแล้ว ส่วนผสมที่เติมเข้าไปในการปรับสภาพของทรายคือ เบนโทไนต์ และน้ำ ซึ่งจะช่วยให้ทรายมีสมบัติในด้านความแข็งแรงและการปล่อยซิมเพิ่มมากขึ้น และเหมาะที่จะนำมาสร้างเป็นแบบหล่อทราย โดยที่กระบวนการปรับสภาพไม่มีการเติมส่วนผสมของทรายใหม่เข้าไป เนื่องจากทรายที่ผ่านการใช้งานแล้วยังมีสมบัติที่เกิดจากตัวประสานของเบนโทไนต์ที่เติมเข้าไปยังคงเหลืออยู่ เมื่อมีการเติมทรายใหม่เข้าไปจะทำให้สมบัติของตัวประสานลดลง ทำให้ต้องเติมตัวประสานเพิ่มมากขึ้นกว่าเดิม กระบวนการปรับสภาพทรายที่ผ่านการใช้งานแล้วของโรงงานกรณีศึกษา แสดงดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 แผนภูมิแสดงกระบวนการปรับคุณภาพทรายที่ผ่านการใช้งานแล้ว
ของโรงงานกรณีศึกษา



1.7 การทดสอบสมบัติของทรายแบบ (Molding sand testing)

ในงานวิจัยนี้เป็นการทดสอบสมบัติของทรายแบบ อาศัยหลักการทดสอบตามมาตรฐานของสมาคม A.F.S. (American Foundrymen's Society) โดยทำการทดสอบสมบัติของทรายแบบประกอบไปด้วยคือ การทดสอบความแข็งแรงอัดในสภาพเปียก และความสามารถในการปล่อยซิมอากาศ โดยขั้นตอนการทดสอบดังนี้

1.7.1 การทดสอบความแข็งแรงอัดในสภาพเปียก

การทดสอบวัดความแข็งแรงอัดเป็นการทดสอบสมบัติของทรายแบบ เพื่อเป็นการบ่งบอกถึงความสามารถในการรองรับน้ำหนักของงานหล่อโดยไม่ทำให้แบบหล่อมีการพังหรือยุบตัว โดยใช้เครื่องมือในการทดสอบวัดค่าความแข็งแรงอัดในสภาพเปียกคือ เครื่อง Universal sand strength และเตรียมตัวอย่างทราย โดยใช้เครื่อง Sand rammer และภาชนะทรงกระบอกมาตรฐาน เครื่อง Universal sand strength แสดงดังภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 เครื่อง Universal sand strength

โดยมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

- (1) นำตัวอย่างทรายใส่ลงในกระบอกมาตรฐานเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 นิ้ว จากนั้นใช้เครื่อง Sand rammer กระทบอัดขึ้นรูปทรายตัวอย่างให้มีขนาดความสูง 2 นิ้ว แล้วใช้แกนดันอัดทรายตัวอย่างออกจากกระบอกมาตรฐาน
- (2) วางทรายตัวอย่างลงในที่สำหรับทดสอบความแข็งแรง ทรายตัวอย่างอยู่ระหว่างน้ำหนักของเพนดูลัมที่ติดอยู่บนเฟลมและแขนตัวขับเคลื่อน ให้อยู่ในตำแหน่งสเกล "0"
- (3) ดัดแม่เหล็กไว้บนสเกล สำหรับอ่านค่าการทดสอบความแข็งแรงของทราย แม่เหล็กจะเคลื่อนที่ไปตามน้ำหนักของเพนดูลัม
- (4) หมุนแขนที่จับทำให้ทรายตัวอย่างเคลื่อนที่สูงจากแนวตั้ง หมุนจนกระทั่ง

ทรายตัวอย่างเกิดแรงกดดันกับน้ำหนักของเพนดูลัมจนทำให้ทรายตัวอย่างแตก หมุนแกนที่จับ ย้อนกลับให้น้ำหนักมาอยู่ที่ตำแหน่งเริ่มต้น

(5) หมุนแกนที่จับทำให้ทรายตัวอย่างเคลื่อนที่สูงจากแนวตั้ง หมุนจนกระทั่ง ทรายตัวอย่างเกิดแรงกดดันกับน้ำหนักของเพนดูลัมจนทำให้ทรายตัวอย่างแตก หมุนแกนที่จับ ย้อนกลับให้น้ำหนักมาอยู่ที่ตำแหน่งเริ่มต้น

(6) อ่านค่าตรงที่แม่เหล็กเคลื่อนที่ตามน้ำหนักเพนดูลัมค้างอยู่ โดยอ่านค่า สเกลโดยตรงมีหน่วยเป็น ปอนด์ต่อตารางนิ้ว

1.7.2 การทดสอบการปล่อยซึมอากาศ

การปล่อยซึมอากาศเป็นดัชนีชี้วัดแสดงให้เห็นถึงปริมาณอากาศที่มีความดัน คงที่ สามารถไหลผ่านตัวอย่างทรายแบบหล่อมาตรฐานทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 นิ้ว สูง 2 นิ้ว เครื่องมือที่ใช้วัดคือ Electric permeability meter แสดงดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 เครื่อง Electric permeability meter

โดยมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

(1) เลือกขนาดรูลมผ่าน (orifice) ขนาดใหญ่ ที่ส่วนบนของเครื่องมือวัดให้ แสดงอักษร “L”

(2) ทรายตัวอย่างทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 นิ้ว สูง 2 นิ้ว และ ปล่อยทรายตัวอย่างค้างอยู่ในกระบอกมาตรฐาน นำมาวางบนฐานกรอบเกลียวเหนือขนาดรูลม ผ่านของเครื่องมือวัด

(3) หมุนปุ่มควบคุมให้เข็มวัดค่าสเกลมาอยู่ตำแหน่งค่าการปล่อยซึมที่ ตำแหน่ง “0”

(4) ดึงคันโยกมาทางด้านหน้าของตัวเครื่อง (อยู่ตำแหน่งสถานะทดสอบ) และอ่านค่าการปล่อยซึมอากาศจากสเกลรูลมผ่านขนาดใหญ่

1.8 ข้อบกพร่องในงานหล่อที่เกิดจากผลกระทบจากแบบหล่อทราย (Pearce และคณะ, 2544)

ข้อบกพร่องในงานหล่อโลหะที่เกิดจากแบบหล่อทรายมีหลายรูปแบบ เช่น การแตกหักของงานหล่อ งานหล่อมมีผิวขรุขระ การหลุดร่วงของทรายแบบ เป็นต้น ทำให้เกิดความเสียหายต่องานหล่อในหลายลักษณะ และมีสาเหตุที่เกิดจากแบบหล่อทรายต่างกัน ดังแสดงในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ตัวอย่างข้อบกพร่องในงานหล่อที่มีสาเหตุมาจากแบบหล่อทราย

ข้อบกพร่อง	ลักษณะ	สาเหตุ
1. การแตกหักของงานหล่อ (Defective Fracture)	งานหล่อเกิดการแตกหักเสียหาย	ทรายที่ใช้ทำแบบหล่อแห้งเกินไป
2. ผิวขรุขระของงานหล่อ (Rough surface)	เกิดรอยขรุขระที่ผิวชิ้นงาน เช่น ผิวของร่องลื่น	แบบหล่อทรายอ่อนแอเกินไป ทำให้หลุดติดปนไปกับน้ำโลหะ หรือน้ำโลหะซึมผ่านทรายแบบได้
3. การหลุดร่วงของทรายแบบด้านบน (Drop)	รอยบกพร่องเกิดจากแบบหล่อทรายด้านบนหลุดร่วงลงมาทำให้ชิ้นงานหล่อผิวขรุขระ	แบบหล่อทรายมีความอ่อนตัวเกินไป
4 รอยสะเก็ดจากการกัดเซาะ (Erosion Scab)	เป็นรอยขรุขระเกิดที่ผิวของงานหล่อ	สมบัติของแบบหล่อทรายไม่ดี และแบบหล่อทรายแตกออกระหว่างการเทน้ำโลหะ
5 รอยสะเก็ดจากการขยายตัว (Expansion Scab or buckle)	เป็นรอยขรุขระบนผิวงานหล่อ รอยบกพร่องนี้จะแยกออกจากชิ้นงานโดยมีชั้นของทรายกั้นอยู่	เกิดการขยายตัวของชั้นทรายที่แห้งและได้รับความร้อนที่บริเวณผิวของแบบหล่อทราย
6. รูพรุนหรือโพรงอากาศ (Blow Holes)	ส่วนใหญ่เป็นรูกลมผนังเรียบมีหลายขนาดตั้งแต่ขนาดเท่าหัวเข็มไปจนถึงขนาดใหญ่และส่งผลให้สมบัติของชิ้นงานลดลง	เกิดแก๊สจากแบบหล่อทรายหรืออากาศถูกกักในเนื้องานระหว่างการหล่อ

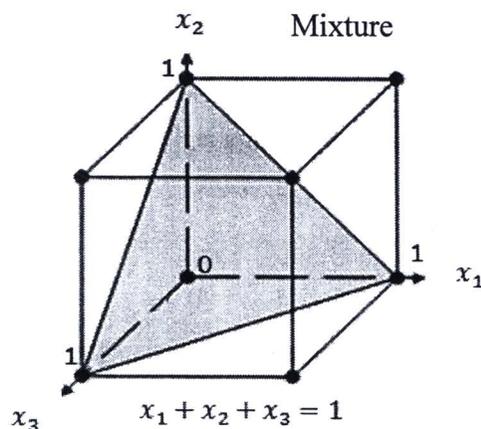
2. ทฤษฎีเกี่ยวกับการออกแบบการทดลอง

2.1 การทดลองแบบส่วนผสม (Mixture Experiment)

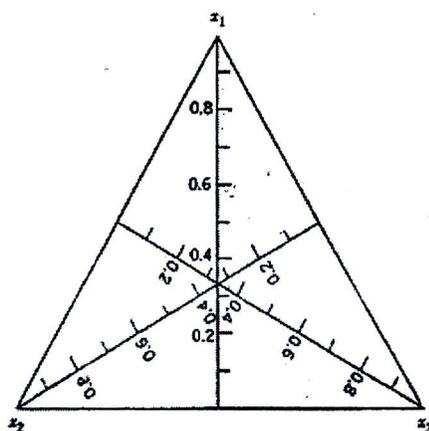
Myers & Montgomery (2002) กล่าวว่า การออกแบบการทดลองแบบส่วนผสม คือ การทดลองวิเคราะห์ค่าผลตอบสนองที่เป็นฟังก์ชันของเปอร์เซ็นต์ของส่วนประกอบ (Components) ยกตัวอย่างเช่น การทดสอบความเหนียวของเส้นใยผ้า ที่เป็นผลมาจากสัดส่วนของการผสมส่วนประกอบของการทอเส้นใยสามชนิดคือ ใยฝ้าย ใยสังเคราะห์และใยลินิน เป็นต้น มีวัตถุประสงค์คือ สํารวจผลตอบสนองเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของแต่ละส่วนประกอบที่จะทำ ให้ผลตอบสนองมีค่าที่ดีที่สุด หรือเป็นไปตามที่ผู้ทดลองต้องการ

การทดลองแบบส่วนผสมเป็นการออกแบบพื้นผิวผลตอบสนองประเภทหนึ่งที่มี ข้อจำกัดคือ ระดับของปัจจัยหรือส่วนประกอบจะไม่เป็นอิสระต่อกัน ยกตัวอย่างเช่น ถ้าของผสมที่จะทำการทดลองประกอบไปด้วย 3 ส่วนผสมแล้ว เป็นไปได้ว่าแต่ละส่วนผสมจะถูกใช้เป็นสัดส่วน ตั้งแต่ 0 เปอร์เซ็นต์จนถึง 100 เปอร์เซ็นต์ และผลรวมของแต่ละส่วนผสมจะต้องเท่ากับ 100 เปอร์เซ็นต์พอดี หรือคิดเป็น 1 ส่วน ข้อจำกัดนี้ถูกแสดงเป็นดังภาพที่ 2.6 ช่องว่างระหว่างปัจจัย (ส่วนที่แรเงา) สำหรับการออกแบบจะรวมเอาค่าทั้งหมดของทั้งสามส่วนผสม ที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ ซึ่งแต่ละส่วนผสมจะถูกจำกัดด้วยขอบเขต 0 และ 1 สำหรับแต่ละจุดยอดของสามเหลี่ยมเรียกว่าเป็นส่วนผสมบริสุทธิ์ (Pure Blend) นั่นคือส่วนผสมที่มี 100 เปอร์เซ็นต์ของส่วนประกอบนั้นเพียงอย่างเดียว (ปารเมศ ชูติมา, 2545)

เมื่อมี 3 ส่วนผสมบริเวณของการทดลองที่ถูกจำกัดสามารถเขียนอยู่บนกราฟแกนสามเส้นดังแสดงในภาพที่ 2.7 แต่ละด้านของทั้งสามด้านจะไม่มีส่วนผสมของทั้งสามส่วนประกอบนี้ และจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถึง 100 เปอร์เซ็นต์ (ชื่อของส่วนประกอบจะถูกเขียนอยู่ที่จุดยอดที่อยู่ตรงกันข้าม)



ภาพที่ 2.6 ช่องว่างของปัจจัยที่มีส่วนผสม 3 ส่วนผสม



ภาพที่ 2.7 ระบบโคออดิเนตแกนสามเส้น

รูปแบบของส่วนผสม (Mixture models) ใช้กับปัจจัยที่เป็นเชิงปริมาณตั้งแต่ 2 ปัจจัยเป็นต้นไป และปัจจัยนั้นมีความเกี่ยวเนื่องกันซึ่งปริมาณของแต่ละปัจจัยรวมกันจะเป็น 100 เปอร์เซ็นต์ และเนื่องจากรูปแบบส่วนผสมไม่มีเทอมของค่าคงที่ β_0 (จุดตัด) และเทอมของกำลังสอง $\beta_{ij}x_i^2$ ที่แสดงโดย Scheffé (1958) ข้อมูลจากการทดลองส่วนผสมสามารถถูกทำให้สอดคล้องโดยการถดถอยแบบ Polynomial regression ในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้ (ไพโรจน์ วิริยจารี, 2547)

รูปแบบเชิงเส้นตรง (Linear)

$$E(y) = \sum_{i=1}^q \beta_i x_i \quad (1)$$

รูปแบบเชิงเส้นโค้ง (Quadratic)

$$E(y) = \sum_{i=1}^q \beta_i x_i + \sum_{i<j}^q \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

รูปแบบกำลังสามแบบพิเศษ (Special cubic)

$$E(y) = \sum_{i=1}^q \beta_i x_i + \sum_{i<j}^q \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j<k}^q \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (3)$$

รูปแบบกำลังสามแบบเต็ม (Full cubic)

$$E(y) = \sum_{i=1}^q \beta_i x_i + \sum_{i<j}^q \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j}^q \delta_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{i<j<k}^q \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (4)$$

เครื่องหมาย $E(y)$ แสดงถึงค่าที่คาดหวังของการตอบสนอง การแปลความหมายของเทอมด้านขวามือของสมการรูปแบบเป็นดังนี้ $\beta_i x_i$ คือ การตอบสนองเนื่องจากส่วนประกอบเดี่ยวๆ และ β_{ij} เป็นสัมประสิทธิ์เชิงเส้นตรง $\beta_{ij} x_i x_j$ คือ การตอบสนองเนื่องจากอันตรกิริยาของส่วนผสมคู่ และ β_{ijk} เป็นสัมประสิทธิ์เชิงเส้นโค้ง $\beta_{ijk} x_i x_j x_k$ คือ การตอบสนองเนื่องจากอันตรกิริยาส่วนผสมคู่ และ δ_{ij} เป็นสัมประสิทธิ์ของกำลังสาม $\beta_{ijk} x_i x_j x_k$ คือ การตอบสนองเนื่องจากอันตรกิริยาของส่วนผสม 3 ชนิดสำหรับส่วนประกอบ i, j, k และ β_{ijk} เป็นสัมประสิทธิ์ของกำลังสาม และเรียกส่วน $\sum_{i=1}^q \beta_i x_i$ ว่าส่วนผสมเชิงเส้น (Linear blending portion) เมื่อมีส่วนโค้งเกิดขึ้นเนื่องจากส่วนผสมที่ไม่เป็นเชิงเส้นระหว่างคู่ของส่วนประกอบจะมีพารามิเตอร์ β_{ij} เกิดขึ้น ซึ่งพารามิเตอร์นี้จะแสดงถึงส่วนผสมที่เป็นอันตรกิริยาต่อกัน

การออกแบบการทดลองแบบส่วนผสม มีแบบแผนการออกแบบย่อยแบ่งได้เป็น 3 แบบดังนี้

2.1.1 การออกแบบโครงตาข่ายซิมเพล็กซ์ (Simplex-Lattice design) เป็นการออกแบบร่วมสำหรับแต่ละส่วนผสม โดยมีพิกัด (Coordinate) ซึ่งเป็นส่วนประกอบต่างๆ ของการทดลอง สามารถวิเคราะห์โดยใช้สมการ (5) ดังนี้

$$x_i = 0, \frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \dots, 1 \quad \text{โดยที่ } i = 1, 2, \dots, q \quad (5)$$

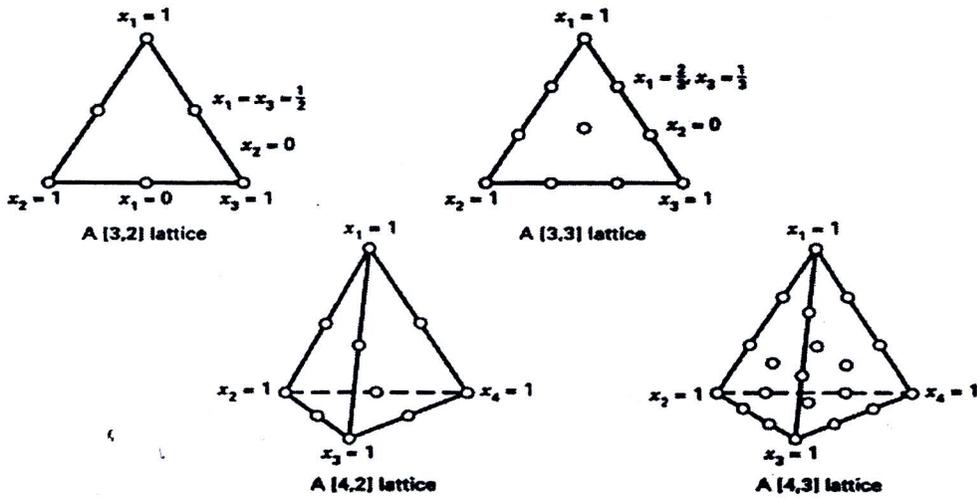
เมื่อ q คือจำนวนของส่วนผสมหรือปัจจัย และ m คือ สัดส่วนของแต่ละปัจจัย จาก 0-1 (0-100เปอร์เซ็นต์) และจำนวนของจุดในการทดลองแบบโครงตาข่ายซิมเพล็กซ์ $\{q, m\}$ ทั้งหมดคำนวณได้จากสมการที่ (6) ดังนี้

$$M = (m+q-1)! / m!(q-1)! \quad (6)$$

เช่น จำนวนสูตรที่ผสมจาก 3 ส่วนผสม ($q = 3$) เมื่อกำหนดให้ $m = 2$ จะได้จำนวนจุดในการทดลองทั้งหมด 6 จุด ดังนี้ $(x_1, x_2, x_3) = (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1/2, 1/2, 0), (1/2, 0, 1/2), (0, 1/2, 1/2)$

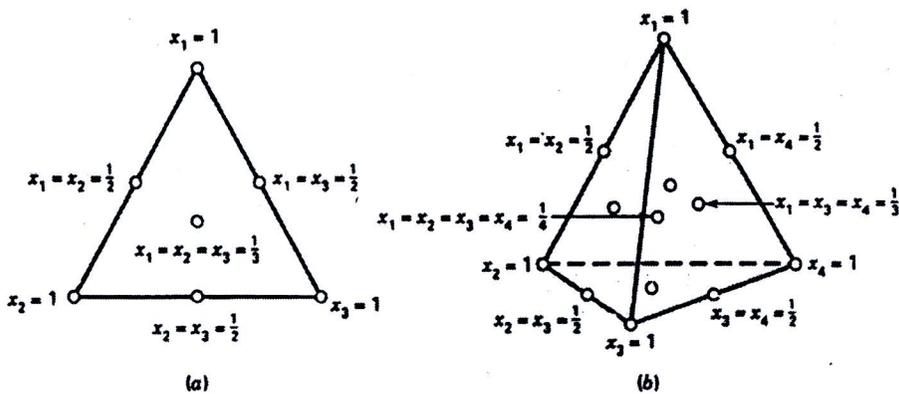
สมมติฐานที่ดีของการออกแบบนี้คือ การกระจายของจุดที่มีพื้นที่ในช่วงที่เท่าๆ กันบนพื้นผิวของซิมเพล็กซ์ ซึ่งจะให้รูปแบบที่ต้องการและมีจุดที่เพียงพอในการดำเนินการวิเคราะห์โพลีโนเมียลรีเกรสชัน ดังแสดงในภาพที่ 2.8





ภาพที่ 2.8 การเรียงตัวของของพื้นที่ของการออกแบบโครงตาข่ายซิมเพล็กซ์สำหรับ ส่วนผสม 3 ชนิด และส่วนผสม 4 ชนิด (Myers & Montgomery, 2002)

2.1.2 การออกแบบซิมเพล็กซ์เซนทรอยด์ (Simplex-Centroid design) เป็นการ ออกแบบแผนการทดลองที่มีสิ่งทดลองเท่ากับ $2q-1$ โดยแต่ละปัจจัยมีสัดส่วนที่เท่ากันทุกปัจจัย สิ่งทดลองประกอบด้วยจุดที่เป็นส่วนผสมเดียว (Pure components) ต่าง ๆ ซึ่งหมายถึงสิ่งทดลอง ที่มีปัจจัยนั้น 100 เปอร์เซ็นต์ หรือ เท่ากับ 1.0 และ 0.5, 0.5, 0, ..., 0 เป็นส่วนผสมคู่ (Binary mixture) และ $1/3, 1/3, 1/3, 0, \dots, 0$ สำหรับส่วนผสม 3 ชนิด (Ternary mixture) และ $1/q, 1/q, 0, \dots, 0$ สำหรับส่วนผสมแบบควินารี (q-nary mixtures centroid) และจุดกึ่งกลาง ($1/q, 1/q, \dots, 1/q$) สำหรับส่วนผสม 3 ชนิดและ 4 ชนิด มีจุดการทดลองแบบซิมเพล็กซ์เซนทรอยด์ แสดงดังภาพที่ 2.9



ภาพที่ 2.9 แผนการทดลองแบบซิมเพล็กซ์เซนทรอยด์สำหรับ (a) ส่วนผสม 3 ชนิด และ (b) ส่วนผสม 4 ชนิด (Myers & Montgomery, 2002)

2.1.3 การออกแบบส่วนผสมที่มีข้อจำกัดของสัดส่วน (Constrained Mixture Design) ในกรณีที่ส่วนประกอบบางตัวหรือทุกตัว มีทั้งขอบเขตบนและขอบเขตล่างเมื่อตีกรอบบริเวณที่เป็นไปได้แล้วมักไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมแต่เป็นรูปหลายเหลี่ยม การออกแบบซิมเพลกซ์ไม่สามารถทำได้ ต้องเลี้ยวมาใช้การออกแบบ D-Optimal เพื่อคัดเลือกจุดทดลองที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขข้อจำกัด โดยคัดเลือกมาจากจุดทั้งหมดที่เป็นไปได้ และควรที่จะเลือกจุดที่สามารถระบุพิกัดได้โดยง่ายและถูกต้อง ในสภาวะแบบนี้การทดลองจะดำเนินการกับพื้นที่ย่อยของซิมเพลกซ์ สภาวะนี้เรียกว่า การทดลองส่วนผสมที่มีข้อจำกัด (Constrained mixture experiment) จะได้สมการที่ (7)

$$0 \leq L_i \leq x_i \leq U_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (7)$$

เมื่อ L_i เป็นขีดจำกัดต่ำของส่วนที่ i และ U_i เป็นขีดจำกัดสูงของส่วนที่ i กล่าวคือแผนการทดลองแบบนี้ ระดับในแต่ละปัจจัยไม่จำเป็นต้องเป็น 0-100% โดยอาจเป็น 20-30% (0.20-0.30) หรือ 10-25% (0.10-0.25) เป็นต้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องมาจากความจำเป็นโดยพื้นฐานในการทดลองบางอย่าง เช่น ในการผลิตอาหารบางชนิดที่มีส่วนผสมของกลูเตนและโปรตีนสกัดจากถั่วเหลือง และน้ำ โดยส่วนผสมของกลูเตนและโปรตีนสกัดจากถั่วเหลืองรวมกันอย่างน้อย 50% (โดยใช้ในปริมาณเท่ากันชนิดละ 25%) เพื่อทำการรีดเป็นแผ่นได้ และน้ำต่ำกว่า 30% จะไม่สามารถปั้นเป็นก้อนได้ ดังนั้น จึงกำหนดเฉพาะปริมาณขั้นต่ำแต่ละชนิดเป็น 25, 25 และ 30% ตามลำดับ โดยให้สังเกตว่าปริมาณขั้นต่ำของส่วนผสมรวมกัน ต้องไม่เกินหรือเท่ากับ 100% อย่างเด็ดขาด ไม่เช่นนั้นจะมีเพียงส่วนผสมเดียวที่เป็นไปได้ หรือไม่มีส่วนผสมใดที่เป็นไปได้เลย

ในปัญหาของผสมบางอย่างจะมีข้อจำกัดเกี่ยวกับส่วนประกอบเฉพาะบางตัวเกิดขึ้น เช่น การมีเฉพาะข้อจำกัดล่างของส่วนประกอบ และการมีเฉพาะขีดจำกัดบนของส่วนประกอบ

(1) การมีขีดจำกัดล่างของส่วนประกอบ

ในหลาย ๆ การทดลอง จะพบว่าจำเป็นต้องมีการกำหนดค่าต่ำที่สุดที่จะเป็นไปได้ให้แก่ส่วนผสมบางตัว อาจเนื่องมาจากเหตุผลของการทำปฏิกิริยาในกรณีที่เป็นการเคมี เหตุผลด้านการลดต้นทุน หรือเหตุผลอื่น ๆ จะใช้สัญลักษณ์ $L_i \leq x_i \leq 1$, $i=1, 2, 3, \dots, q$ โดยที่ L_i แทนขอบเขตล่าง ซึ่งหมายถึงปริมาณน้อยที่สุดที่ยอมให้มีได้ของส่วนผสมนั้น ๆ เมื่อมีเฉพาะข้อจำกัดของขีดจำกัดล่างปรากฏเพียงอย่างเดียวบริเวณที่เป็นไปได้ของการออกแบบยังคงเป็นซิมเพลกซ์ แต่จะต้องมีการเพิ่มเติมอะไรบางอย่างเข้าไปข้างในบริเวณของซิมเพลกซ์เดิม เหตุการณ์เช่นนี้อาจจะทำให้ง่ายขึ้นด้วยการใส่ส่วนประกอบเทียม (Pseudo component) ลงไป ดังสมการที่ (8)

$$x_i' = \frac{x_i - L_i}{\left(1 - \sum_{j=1}^q L_j\right)} \quad (8)$$

$$\text{โดยที่ } \sum_{j=1}^q L_j > 1 \text{ และ } x_1' + x_2' + \dots + x_q' = 1$$

ดังนั้น การใช้ส่วนประกอบเทียมทำให้เราสามารถใช้ออกแบบชนิดที่เป็นซิมเพล็กซ์ได้เมื่อขอบเขตล่างเป็นส่วนหนึ่งของเหตุการณ์ในการทดลอง สูตรที่กำหนดโดยการออกแบบซิมเพล็กซ์สำหรับส่วนประกอบเทียมจะถูกแปลงไปเป็นสูตรสำหรับส่วนประกอบดั้งเดิมโดยการแปลงกลับสมการ (8) นั่นคือ ถ้า x_i เป็นค่าที่ถูกกำหนดให้แก่ส่วนประกอบเทียม i กับ 1 ในการรันการทดลอง ดังนั้นส่วนผสมดั้งเดิมของส่วนประกอบ ดังสมการที่ (9)

$$x_i = L_i + \left(1 - \sum_{j=1}^q L_j\right) x_i' \quad (9)$$

(2) การมีขีดจำกัดบนของส่วนประกอบ

บางครั้งการผสมส่วนประกอบที่มีอันตรายมากหรือมีราคาต้นทุนที่สูงจำเป็นต้องกำหนดระดับว่ามีให้ใช้เกินค่าที่กำหนดไว้ จะใช้สัญลักษณ์ $0 \leq x_i \leq U_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, q$ โดยที่ U_i แทนขอบเขตบน ซึ่งหมายถึงปริมาณมากที่สุดที่ยอมให้มีได้ในส่วนผสม การระบุเช่นนี้เท่ากับเป็นการมีขีดจำกัดบน หมายความว่าผู้ทดลองอาจไม่ใส่ส่วนประกอบนั้น ๆ เลย หรือจะใส่เท่าใดก็ได้ ต้องไม่มากกว่าระดับที่กำหนดไว้ เมื่อตีกรอบอาณาบริเวณของสูตรการผสมที่เป็นไปได้ นั่น พื้นที่ยังคงเป็นรูปสามเหลี่ยมอยู่ เพียงแต่เป็นสามเหลี่ยมที่กลับหัวลง เรียกว่าเป็นการออกแบบโครงตาข่ายอย่างง่ายแบบกลับหัว (Inverted Simplex Lattice Design) การออกแบบโครงตาข่ายอย่างง่ายจึงยังคงสามารถนำมาใช้ได้ แต่ต้องมีการปรับตัวเลขเช่นเดียวกับการมีขีดจำกัดล่างเพียงอย่างเดียว

ปกติเวลาทำการออกแบบการทดลอง จะเลือกปัจจัยหรือตัวแปรที่ต้องการทดลอง แล้วเลือกรูปแบบของการออกแบบการทดลองที่เหมาะสม จากนั้นก็ดำเนินการทดลอง แต่ถ้าหากเกิดปัญหาติดเรื่องวิธีการที่ต้องใช้ในการทดลองมีจำกัดไม่ถึงระดับของตัวแปรที่ออกแบบไว้ หรือความสามารถของกลไกไม่เอื้ออำนวย หรือติดเรื่องอื่น ๆ จนทำให้ไม่สามารถดำเนินการทดลองได้จริงตามระดับของตัวแปรในรูปแบบการทดลองที่เลือกไว้ จึงจำเป็นที่จะต้องใช้ระดับของตัวแปรตามเท่าที่มีในการทดลอง แต่ผลคือมันทำให้การทดลองเสียความเป็น

ออร์ทอโกนอล (Orthogonal) ไป ทำให้ผลการทดลองที่ได้มีความผิดพลาดสูง จึงได้มีการคิดหา รูปแบบการทดลองภายใต้ข้อจำกัดขึ้นเรียกว่าการออกแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุด (Optimal design) ซึ่งสามารถประยุกต์ได้กับทุก ๆ รูปแบบการทดลอง เช่น วิธีแฟคทอเรียล วิธีพื้นผิว ผลตอบสนอง และวิธีการออกแบบส่วนผสม เป็นต้น โดยเทคนิคการออกแบบการทดลองที่เหมาะสมเป็นการลดความผิดพลาดจากแผนการทดลองที่เสียสมดุลและออร์ทอโกนอลลงได้ระดับหนึ่งแต่ไม่ได้ทั้งหมด ดังนั้นจึงต้องมีการประเมินรูปแบบการทดลองค่าองศาอิสระของทั้ง Lack of fit และค่าความคลาดเคลื่อน (residual) จากการใช้รูปแบบการทดลองนั้น ๆ ก่อน แต่ที่นิยมนำมา พิจารณาโดยรวมคือการใช้ค่าดีเทอร์มิแนนท์ (Determinant) ของเมตริกซ์ของค่า X ทั้งหมดในการออกแบบการทดลองที่เหมาะสม จึงเรียกการทำการออกแบบการทดลองที่เหมาะสมแบบใช้ค่า ดีเทอร์มิแนนท์ในการประเมินว่าการออกแบบการทดลองแบบ D-optimal (D-optimal design) เป็นรูปแบบการทดลองที่ให้ค่าดีเทอร์มิแนนท์ที่มากที่สุดของ $X'X$ หรือดีเทอร์มิแนนท์ที่น้อยที่สุด ของอินเวอร์ส $X'X$ และสามารถประยุกต์ใช้หลักการการออกแบบการทดลองที่เหมาะสมใน 2 กรณีดังต่อไปนี้

(1) กรณีเกิดข้อจำกัดในการทดลอง อาทิเช่น วัสดุที่ใช้ในการทดลองมี ราคาแพงมาก ทำให้ปรับระดับของตัวแปรของปัจจัยได้ไม่ถึงตามรูปแบบของการทดลองที่กำหนด หรือติดในเรื่องของเทคนิคที่ใช้ในกระบวนการ เช่น หากปรับปัจจัยนี้ไปที่ระดับของตัวแปรที่กำหนด มีผลทำให้ต้องจำกัดการปรับระดับของตัวแปรของอีกปัจจัยหนึ่ง

(2) กรณีต้องการลดจำนวนหน่วยการทดลอง เนื่องจากมีข้อจำกัดในเรื่อง ของต้นทุนการทดลอง เช่น การวิเคราะห์หาพื้นผิวผลตอบสนองจะต้องใช้ผลจากการทดลองเป็น จำนวนมาก เพื่อไปสร้างสมการคำตอบให้เหมาะสมตามรูปแบบของวิธีพื้นผิวผลตอบสนอง อาจ เป็นรูปแบบเชิงเส้นโค้งหรือรูปแบบกำลังสาม ซึ่งก็ต้องใช้วัสดุในการดำเนินการแต่ละการ ทดลองมาก และหากติดทั้งไปก็จะทำให้เสียสมดุลได้

ในการออกแบบการทดลองแบบ D-optimal การสุ่มของโปรแกรมจะไม่สามารถสุ่มเอาทุก ๆ จุดการทดลองทั้งหมดในการออกแบบที่ระบุไว้มาทดลองประเมินได้ มันจะใช้ อัลกอริทึมในการแลกเปลี่ยน (exchange algorithm) เพื่อวิ่งไปบนจุดหลักต่างๆในการออกแบบ ที่ระบุไว้ เช่น จุดกึ่งกลางแกนของรูปแบบกำลังสาม (Center edge) จุดมุม (Vertices) และจุด ภายในของรูปแบบกำลังสาม (Interior) หรือจุดหลักอื่น ๆ เป็นต้น เพื่อดูว่าค่าดีเทอร์มิแนนท์ของ $X'X$ มีแนวโน้มจะมากที่สุดหรือไม่ หากพบแล้วหรือครบตามจำนวนรอบที่กำหนด โปรแกรมก็จะ หยุดการสุ่มแล้วเอาจุดทดลอง (candidate point) ที่ได้มาสร้างเป็นรูปแบบการทดลอง หลังจากนั้นหากต้องการปรับเปลี่ยนจุดหลักอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นการลดหรือเพิ่มในจุดทดลองก็สามารถทำได้ วิธีการเช่นนี้เรียกว่าการปรับปรุง (Modification) หลักการออกแบบการทดลองที่เหมาะสม

2.2 วิธีการพื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface Methodology)

วิธีการพื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface Methodology) หรือ RSM (อิศรพงษ์ พงษ์ศิริกุล, 2545) เป็นเทคนิคที่อาศัยหลักการด้านสถิติและคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการจำลองปัญหา และการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาค่าผลลัพธ์ หรือผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุด โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยในกระบวนการผลิต และผลตอบสนอง (y) ที่เกิดขึ้นจากกระบวนการผลิต โดยแสดงรูปแบบดังสมการ (10)

$$E(y) = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (10)$$

โดยที่ ε คือ ค่าความผิดพลาดของผลตอบสนอง y ที่เป็นผลมาจากการทดลอง ถ้ากำหนดให้ $E(y) = f(x_1, x_2) = \eta$ ดังนั้น พื้นผิวสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (11)

$$\eta = f(x_1, x_2) \quad (11)$$

ซึ่งเราจะเรียกว่า พื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface) โดยที่ η จะถูกพล็อตกับระดับของ X_1 และ X_2 เพื่อจะทำให้สามารถมองรูปร่างของพื้นผิวผลตอบสนองได้ดียิ่งขึ้นโดยการพล็อตเส้นโครงร่าง (contour plot) ของพื้นผิวผลตอบสนอง (Myers & Montgomery, 2002)

ในปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองส่วนมาก เราไม่ทราบค่าความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองและตัวแปรอิสระ ดังนั้นขั้นตอนแรกคือ ต้องหาตัวประมาณที่เหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนสำหรับแสดงความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่าง y ของเซตของตัวแปรอิสระ ถ้าแบบจำลองของผลตอบมีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นกับตัวแปรอิสระ ฟังก์ชันที่จะใช้ในการประมาณความสัมพันธ์นี้ก็คือแบบจำลองกำลังหนึ่ง สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (12)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_3 x_3 + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (12)$$

ถ้ามีส่วนโค้งเข้ามาเกี่ยวในระบบ ฟังก์ชันที่ใช้จะเป็นฟังก์ชันที่มีพหุนามที่มีกำลังสูงขึ้น เช่น พหุนามกำลังสอง ดังสมการข้างล่าง

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (13)$$

ในปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองส่วนมากใช้แบบจำลองกำลังหนึ่งในสองแบบที่กล่าวมานี้ แน่ใจว่าแบบจำลองที่กล่าวมานี้ไม่สามารถประมาณความสัมพันธ์ตลอดพื้นผิว

ทั้งหมดของตัวแปรอิสระ แต่ถ้าพื้นที่เราสนใจนั้นมีขนาดค่อนข้างเล็ก แบบจำลองเหล่านี้จะใช้งานได้ดีพอสมควร

วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least square Method) ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแบบจำลองพหุนาม การวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบสนองเป็นวิธีการแบบมีลำดับขั้นตอน บ่อยครั้งที่จุดบนพื้นผิวผลตอบท่วงไกลออกไปจากจุดที่ดีที่สุด ซึ่งพบว่าผลตอบสนองของระบบไม่ค่อยเป็นส่วนโค้งและแบบจำลองกำลังหนึ่งไม่เพียงพอในการสร้างแบบจำลองแล้ว สิ่งที่ต้องทำคือการนำการทดลองไปตามแนวทางที่มีการปรับปรุงมากที่สุดและอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด เพื่อให้ไปถึงจุดที่ดีที่สุดได้อย่างรวดเร็วที่สุด และเมื่อพบอาณาเขตที่ดีที่สุดแล้ว จึงใช้แบบกำลังที่ซับซ้อนขึ้น เช่น แบบจำลองกำลังสองเข้ามาใช้ในการวิเคราะห์และการทดลองเช่นนี้เพื่อที่จะทำให้สามารถหาจุดที่ดีที่สุดได้เทียบกับการป้อนเขา ซึ่งยอดเขาจะเป็นผลตอบสนองสูงสุด หรือถ้าค่าที่ดีที่สุดคือค่าที่ต่ำที่สุด จุดประสงค์ของการสุดท้ายของการวิเคราะห์คือ การหาเงื่อนไขที่ดีที่สุดสำหรับระบบ หรือ เพื่อที่จะหาอาณาเขตของปัจจัยก่อให้เกิดการทำงานอย่างน่าพอใจ

2.2.1 วิธีการป้อนขึ้นด้วยทางชันที่สุด (Steepest Ascent)

เป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่อย่างเป็นอันดับบนเส้นทางที่มีความชันมากที่สุด กล่าวคือในทิศทางที่มีการเพิ่มขึ้นของผลตอบสนองสูงที่สุด ถ้าต้องการหาค่าที่ต่ำที่สุดแทน เรียกวิธีการดังกล่าวว่า วิธีการป้อนลงด้วยทางที่ชันที่สุด (Steepest Descent) แบบจำลองกำลังหนึ่งที่จะถูกสร้างขึ้นมา ดังสมการที่ (14)

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i \quad (14)$$

2.2.2 พื้นผิวผลตอบสนองกำลังหนึ่ง (First-order Response Surface)

พื้นผิวผลตอบสนองกำลังหนึ่งเป็นเส้นโครงร่างของขอ \hat{y} ซึ่งเป็นอันดับของเส้นขนาน ทิศทางของการป้อนขึ้นด้วยทางที่ชันที่สุดคือทิศทางที่ค่า \hat{y} มีค่าเพิ่มขึ้นรวดเร็วที่สุด ทิศทางนี้คือ เส้นทางขนานกับเส้นตั้งฉากกับพื้นผิวที่ถูกสร้างขึ้นมา ใช้เส้นทางเส้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของอาณาเขตที่กำลังสนใจและตั้งฉากกับพื้นผิวที่สร้างขึ้นมานี้เป็นเส้นทางในการป้อนขึ้นที่มีความชันสูงที่สุด ดังนั้น การก้าวอย่าง (Step) บนเส้นทางเดินนี้เป็นสัดส่วนกับสัมประสิทธิ์การถดถอย $\{\beta_i\}$ ขนาดที่แท้จริงของก้าวอย่างหาได้จากประสบการณ์เกี่ยวกับกระบวนการของผู้ทำการทดลอง หรือ ข้อพิจารณาทางปฏิบัติอื่น ๆ การทดลองจะมีการทำขึ้นบนเส้นทางที่มีความชันมากที่สุดจนกระทั่งค่าของผลตอบสนองไม่สามารถที่จะเพิ่มขึ้นอีกต่อไปได้ หลังจากนั้นแบบจำลองกำลังหนึ่งตัวใหม่อาจจะถูกสร้างขึ้นมา จะต้องมีการหาเส้นทางที่มีความชันสูงสุดขึ้นมาใหม่ และกระบวนการดังกล่าวมาข้างต้นนี้จะเกิดขึ้นอีกครั้ง ในที่สุดผู้ทำการทดลองก็จะมาสู่จุดที่อยู่ใกล้กับจุดที่มีค่าที่ดีที่สุด ซึ่งถูกบ่งชี้ด้วยค่า Lack of fit ของแบบจำลองกำลังหนึ่ง เมื่อถึงตอนนั้น การทดลองเพิ่มเติมจะถูกดำเนินการขึ้นเพื่อหาตัวประมาณของค่าที่ดีที่สุดที่เหมาะสม

2.2.3 การวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบสนองกำลังสอง (Second-order Response Surface)

เมื่อผู้ทำการทดลองอยู่จุดใกล้เคียงกับจุดที่ดีที่สุด แบบจำลองที่สามารถแสดงส่วนโค้งได้จะถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าของผลตอบสนอง โดยมากแบบจำลองกำลังสองมีรูปแบบดังสมการที่ (15)

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (15)$$

ซึ่งแบบจำลองนี้มีความเพียงพอ ในส่วนต่อไปเป็นการแสดงให้เห็นถึงการสร้างแบบจำลองกำลังสอง เพื่อที่จะนำไปสู่การหาเซตของสภาวะการทำงานที่ดีที่สุด

2.2.4 ตำแหน่งของจุดหยุดนิ่ง

สมมติว่าต้องการที่จะหาระดับของ x_1, x_2, \dots, x_k ทำให้ผลตอบสนองมีค่าดีที่สุด จุดนี้ถ้าหากมีอยู่จริงหมายถึงเซตของจุด x_1, x_2, \dots, x_k ที่มีค่าของอนุพันธ์แบบบางส่วน (Partial Derivative) $\partial \hat{y} / \partial x_1 = \partial \hat{y} / \partial x_2 = \dots = \partial \hat{y} / \partial x_k = 0$ และเรียกจุดเหล่านี้ว่า $x_{1,s}, x_{2,s}, \dots, x_{k,s}$ ว่า จุดหยุดนิ่ง (stationary Point) จุดหยุดนิ่งสามารถใช้ในการแทน จุดที่มีค่าผลตอบสนองสูงสุด จุดที่มีค่าผลตอบสนองต่ำสุด หรือ จุดอานม้า (Saddle Point)

การหาค่าตอบทั่วไปทางคณิตศาสตร์สำหรับตำแหน่งของจุดหยุดนิ่ง (Stationary Point) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\hat{y} = \beta_0 + x' b + x' B x \quad (16)$$

โดยที่

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{11}/2 & \dots & \beta_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \beta_{kk} \end{bmatrix}$$

ซึ่ง b คือเวกเตอร์ขนาด $(k \times 1)$ ของสัมประสิทธิ์การถดถอยกำลังหนึ่ง และ B คือเมตริกซ์แบบสมมาตรขนาด $(K \times K)$ ซึ่งมีส่วนประกอบในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นสัมประสิทธิ์ของกำลังสองบริสุทธิ์ (β_{ii}) และส่วนประกอบที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมเป็นครึ่งหนึ่งของสัมประสิทธิ์กำลังสองผสม ($\beta_{ij}, i \neq j$) ค่าอนุพันธ์ของ \hat{y} เทียบกับส่วนประกอบของเวกเตอร์ x มีค่าเท่ากับ 0 นั่นคือ

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x} = b + 2Bx = 0 \quad (17)$$

ซึ่งจะได้จุดหยุดนิ่งเป็น

$$x_s = -\frac{1}{2}B^{-1}b \quad (18)$$

ผลตอบสนองที่คาดหวังที่จุดหยุดนิ่งคือ

$$\hat{y}_s = \beta_0 + \frac{1}{2}x'_s b \quad (19)$$

2.3 ฟังก์ชันความพึงพอใจ

ในการหาสภาวะทำงานที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Operating Condition) ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองที่มีการวิเคราะห์ผลตอบสนองหลายตัว มีด้วยกันหลายวิธี เช่น วิธีการใช้โครงร่างพื้นผิวผลตอบสนอง (Contour Plot) แต่ในกรณีที่มีปัจจัยที่ต้องการศึกษา มากกว่าสองตัว เส้นโครงร่างไม่สามารถแสดงผลพร้อมกันได้เนื่องจากมีลักษณะเป็นสองมิติ ฟังก์ชันความพึงพอใจ (Desirability Function) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาผลตอบสนองที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการหาผลตอบสนองแบบหลายค่า (Myers & Montgomery, 2002) ฟังก์ชันความพึงพอใจนี้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด ในกรณีในกรณีที่มีผลตอบสนองหลายตัว (Multiple-response Optimization) นำเสนอโดย Deringer & Suich (1980) หลักการพื้นฐานของฟังก์ชันความพึงพอใจคือ การแปลงผลตอบสนองหลายตัวให้เป็นผลตอบเพียง 1 ตัว โดยทำการแปลงค่าผลตอบสนองแต่ละตัว y_i ให้เป็นค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยว (individual Desirability Function: d_i) และทำการแปลงค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเป็นฟังก์ชันความต้องการรวม (Overall Desirability Function: D) แล้วทำการหาค่าที่ดีที่สุดของ D ซึ่งการแปลงค่าจาก y_i ให้เป็นค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยวในกรณีที่ต้องการค่ามากที่สุด ค่าที่น้อยที่สุด และต้องการให้ได้ค่าตามที่กำหนด ค่าฟังก์ชันความพึงพอใจสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (20), (21) และ (22) ตามลำดับ

$$d_i = \begin{cases} \left(\frac{\hat{y}_i - low}{high - low} \right)^r, & low \leq \hat{y}_i \leq high \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (20)$$

$$d_i = \begin{cases} \left(\frac{high - \hat{y}_i}{high - low} \right)^r, & low \leq \hat{y}_i \leq high \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (21)$$

$$d_i = \begin{cases} \left(\frac{\hat{y}_i - low}{t - low}\right)^r, & low \leq \hat{y}_i \leq t \\ \left(\frac{\hat{y}_i - high}{t - high}\right)^s, & t \leq \hat{y}_i \leq high \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (22)$$

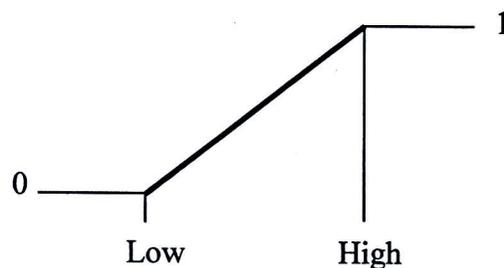
ซึ่ง t คือค่าที่ต้องการ (Target Value) , $high$ คือค่าขอบเขตบน และ low คือค่าขอบเขตล่าง

ค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยว (Individual Desirability Function: d) จะมีค่าจาก 0 ถึง 1 โดยค่าที่ตรงตามความพึงพอใจมากที่สุดจะมีค่าเท่ากับ 1 และค่าที่มีความพึงพอใจต่ำที่สุดจะมีค่าเท่ากับ 0 ในการแปลงค่าจากผลตอบสนองแต่ละตัวให้เป็นค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยวนั้น มีวัตถุประสงค์ 3 ประการด้วยกันคือ ต้องการให้ได้ค่าที่มากที่สุด (Maximization) ต้องการค่าน้อยที่สุด (minimization) และต้องการได้ค่าตามที่กำหนด (meeting the target) ซึ่งค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยวสามารถกำหนดได้ดังนี้

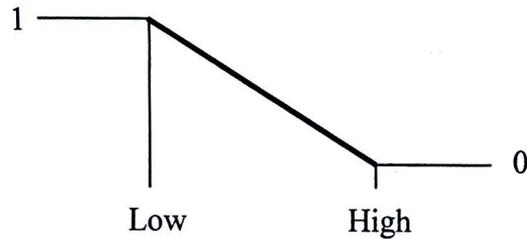
$d = 0$ ถ้า y มีค่าน้อยกว่าขอบเขตล่าง

$0 < d < 1$ ถ้า y มีค่าเปลี่ยนแปลงตามช่วงที่กำหนด

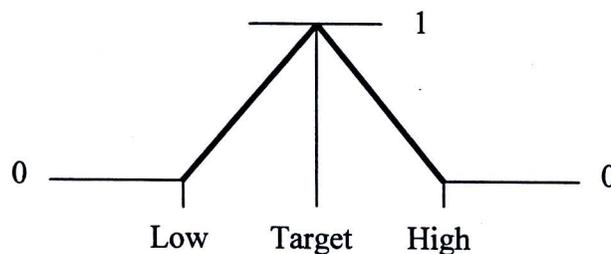
$d = 1$ ถ้า y มากกว่าขอบเขตบนที่กำหนด



ภาพที่ 2.10 แสดงค่าความต้องการในกรณีที่ต้องการค่ามากที่สุด



ภาพที่ 2.11 แสดงค่าความต้องการในกรณีที่ต้องการค่าน้อยที่สุด



ภาพที่ 2.12 แสดงค่าความต้องการในกรณีที่ต้องการค่าที่กำหนด

จากภาพที่ 2.10 จะพบว่าเมื่อค่าที่ต้องการเป็นค่ามากที่สุด ค่า d จะมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อค่าที่ต้องการมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อพิจารณาในกรณีที่ต้องการค่าน้อยที่สุดจะพบว่าเมื่อค่าที่ต้องการมีค่ามากขึ้นค่า d จะมีค่าเข้าใกล้ 0 และในกรณีที่ต้องการค่าตามที่กำหนดจะพบว่าค่า d จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นจาก 0 และจะมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อได้ค่าตามที่กำหนดและจะลดลงจาก 1 ไปจนถึง 0 เมื่อมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อได้ค่าของฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยว (Individual Desirability Function) แล้ว จะทำการแปลงค่าฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยวให้เป็นค่าฟังก์ชันพึงพอใจรวม (Overall Desirability Function) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ (23)

$$D = (d_1 \times d_2 \times \dots \times d_n)^{\frac{1}{n}} = \left(\prod_{i=1}^n d_i \right)^{\frac{1}{n}} \quad (23)$$

เมื่อ D คือค่าฟังก์ชันความพึงพอใจรวม (Overall Desirability Function), d คือฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยว (Individual Desirability Function) และ n คือ จำนวนผลตอบสนอง (Response) เมื่อเพิ่มค่าความสำคัญของฟังก์ชันความพึงพอใจจะได้ดังสมการที่ (24)

$$D = (d_1^{w_1} + d_2^{w_2} \dots + d_n^{w_n})^{\frac{1}{\sum w_i}} = \left(\prod_{i=1}^n d_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum w_i}} \quad (24)$$

โดยที่ w_i คือค่าความสำคัญของฟังก์ชันความพึงพอใจเดี่ยว โดยมีค่าความสำคัญ ตั้งแต่ 1(+)-5(+++++) ตามความต้องการ

2.4 การวิเคราะห์การแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน

บางครั้งจุดที่เหมาะสมที่สุดที่ได้จากการวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบสนองอาจไม่เป็นจุดที่ดีที่สุด โดยเฉพาะในกระบวนการผลิตที่มีผลตอบสนองมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของระดับของปัจจัยหรือตัวแปร บางกระบวนการผลิตต้องให้ความระมัดระวังในการปรับระดับของปัจจัย เพื่อให้เกิดผลกระทบต่อความผันแปรในผลตอบสนองน้อยที่สุด กระบวนการที่มีค่าผลตอบสนองเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว เมื่อมีการปรับระดับของปัจจัยเล็กน้อย จะทำให้เกิดผลกระทบต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ เช่น จุดที่เหมาะสมที่สุดที่ให้ค่าผลตอบสนองสูงสุดมีโอกาสตกลงเหวได้ ถ้ามีความผันแปรเกิดขึ้นที่จุดนั้น การหาจุดที่เหมาะสม ณ ตำแหน่งอื่นที่ทำให้ค่าผลตอบสนองไม่ตกลงเหวหรือมีความราบเรียบของพื้นผิวผลตอบสนอง เป็นสิ่งที่ทำให้กระบวนการผลิตหรือคุณภาพของผลิตภัณฑ์มีความผันแปรน้อยที่สุด โดยจุดที่เหมาะสมนั้นไม่จำเป็นต้องเป็นจุดสูงสุด การวิเคราะห์หาจุดที่เหมาะสมในลักษณะนี้สามารถดำเนินการได้โดยการวิเคราะห์การแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน (propagation of error, POE) (Anderson & Whitcomb, 2005; ชาญณรงค์ สายแก้ว, 2553)

การคำนวณการแพร่กระจายความคลาดเคลื่อนสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (25) โดยกำหนดให้ $\text{Var}(y)$ คือความแปรปรวนของผลตอบสนอง σ_e^2 คือ ความแปรปรวนจากการทดลอง σ_{xi}^2 คือความแปรปรวนระดับของปัจจัย ค่าการแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน (POE) คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแปรปรวนของผลตอบสนอง นั่นคือ

$$\text{POE} = \sqrt{\text{Var}(y)} \quad (25)$$

คำนวณหาค่าความแปรปรวนของผลตอบจากสมการที่ 26 ดังนี้

$$\text{Var}(y) = \nabla^T \Sigma \nabla + \sigma_e^2 \quad (26)$$

โดยที่

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial y}{\partial x_k} \end{pmatrix}$$

ซึ่งค่าความแปรปรวนของผลตอบสนองจะเป็น

$$\text{Var}(y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} & \frac{\partial y}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial x_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{kk}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial y}{\partial x_k} \end{pmatrix} + \sigma_e^2$$

นั่นคือ

$$\text{Var}(y) = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{11}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{22}^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_k}\right)^2 \sigma_{kk}^2 + \sigma_e^2$$



การคำนวณค่าการแพร่กระจายความคลาดเคลื่อนซึ่งจะถูกนำมาพล็อตพื้นผิวผลตอบสนองแบบเส้นโครงร่างและแบบสามมิติของการแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน โดยพื้นผิวผลตอบสนองแบบสามมิติบริเวณที่แบนที่สุดหรือราบที่สุดจะเป็นบริเวณที่มีการแพร่กระจายความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

3. หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากหลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบหล่อทราย เป็นการศึกษเกี่ยวกับการนำทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้วนำกลับมาใช้เป็นส่วนผสมของแบบหล่อทรายอีกครั้ง J. Danko & R. Danko (2005) กล่าวว่า การนำทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้วนำกลับมาทำแบบหล่อทรายใหม่เป็นการเพิ่มประสิทธิภาพทั้งในด้านการลดต้นทุนและลดการทำลายสิ่งแวดล้อม วิธีการนำทรายกลับมาใช้งานใหม่นั้นต้องให้ความสำคัญต่อคุณภาพของทรายหล่อและกระบวนการฟื้นฟูของทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้ว Lucarz (2006) กล่าวว่า คุณภาพของทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้วต้องคำนึงถึงสมบัติทั้งด้านกายภาพและด้านเคมีก่อนที่จะนำมาเป็นทรายหล่อใหม่อีกครั้ง โดยจะต้องมีการเตรียมส่วนผสมของทรายหล่อก่อนเพื่อที่จะเพิ่มค่าความแข็งแรงให้กับแบบหล่อทราย ส่วนผสมของทรายหล่อนั้นจะต้องมีความเหมาะสมสำหรับสร้างเป็นแบบหล่อทรายและการหล่อชิ้นงาน ซึ่งตัวแบบหล่อทรายนั้นจะต้องมีความแข็งแรงเพียงพอที่จะทนต่อการหลอมละลายของน้ำเหล็กและทนต่อการยุบตัวเองหลังจากการหล่อ (Zanetti & Fiore, 2002) สมบัติของทรายหล่อที่ใช้ในการหล่อแบบทรายมีดังต่อไปนี้

(1) ขนาดของการกระจายตัวมีรูปร่างคงที่ (มีขนาดอยู่ระหว่าง 0.1 - 0.4 มิลลิเมตร) ซึ่งจะทำให้ผิวของชิ้นงานมีลักษณะที่ราบเรียบและสม่ำเสมอ โดยการวัดสมบัตินี้จะใช้การวัดของ

ดัชนีความบาง (AFS) ยิ่งรูปร่างของทรายแบบมีความละเอียดเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าของดัชนีความบางมีค่าเพิ่มขึ้น

(2) ทนความร้อน ทรายหล่อแบบที่ดีจะต้องมีลักษณะทางเคมีและทางกายภาพที่คงทนต่ออุณหภูมิสูงได้โดยไม่ละลาย ซึ่งจะมีการเติมฝุ่นผงเข้าไปในส่วนผสมเพราะมันมีผลต่อความร้อนและป้องกันก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ระหว่างแบบหล่อทรายกับการหล่อชิ้นงาน โดยฝุ่นผงที่เติมจะต้องใส่อย่างจำกัดเพราะถ้าใส่มากเกินไปจะไปขัดขวางการไหลของแก๊ส ซึ่งจะทำให้ผิวของชิ้นงานที่ได้ออกมาไม่ดี

(3) ความสามารถในการปล่อยซิม สมบัตินี้จะเป็นการส่งผ่านแก๊สระหว่างการหล่อโลหะผ่านไปยังแบบหล่อ โดยแก๊สจะผ่านไปยังช่องเล็ก ๆ ของรูปร่างของทรายซึ่งขนาดรูปร่างและตัวประสานที่ใช้จะต้องมีความเหมาะสม

(4) การประสานกัน สมบัตินี้จะเป็นการทำให้แบบหล่อทรายมีการคงรูปร่างของแบบ โดยที่จะต้องมีการอัดขึ้นรูปและการใช้ตัวประสานที่เหมาะสม

ทรายหล่อที่นำมาทำเป็นแบบหล่อทรายนั้น จะต้องคำนึงถึงสมบัติที่เหมาะสมรวมไปถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อคุณภาพของแบบหล่อทราย Chang & Hocheng (2001) ได้ทำการทดสอบสมบัติการไหลของแบบหล่อทรายซึ่งเป็นการควบคุมอัตราส่วนผสมของน้ำในการทำให้ความสามารถในการไหลที่ดีที่สุด โดยส่วนผสมของแบบหล่อทรายจะประกอบไปด้วยส่วนผสมของทรายซิลิกา ดินเหนียวเบนโทไนต์ (Bentonite) และน้ำ เมื่อทำการผสมเป็นแบบหล่อทรายเพื่อทำการทดสอบหาส่วนผสมของน้ำในส่วนผสมของแบบหล่อทราย โดยใช้เครื่องมือในการทดสอบคือ เครื่อง An infrared moisture พบว่าความสามารถในการไหลของแบบหล่อทรายนั้นจะขึ้นอยู่กับส่วนผสมของน้ำและดินเหนียวเบนโทไนต์ โดยจะให้ผลดีที่สุดเมื่อมีส่วนประกอบของน้ำ 3 เปอร์เซ็นต์ Orumwense (2002) ได้ศึกษาเปรียบเทียบคุณภาพของแบบหล่อทรายจากส่วนผสมของทรายและดินเหนียวที่แตกต่างกัน ได้แก่ Enugu sand, Enugu fireclay และ Ukpore clay และน้ำต่อค่าความแข็งแรงกดอัดและความสามารถในการปล่อยซิมอากาศ พบว่ามีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อมีการเพิ่มส่วนผสมของดินเหนียว และดินเหนียวชนิด Ukpore clay มีความเหมาะสมมากกว่า Kunda & Lahiri (2008) ได้ทำการทดสอบสมบัติของแบบหล่อทรายจากอัตราส่วนผสมของแบบหล่อทรายที่แตกต่างกัน ส่วนผสมของแบบหล่อทรายมี 3 ส่วนผสมคือ ทราย ดินเหนียวเบนโทไนต์ และน้ำนำมาผสมกันในอัตราส่วนของส่วนผสมที่แตกต่างกัน โดยทำการทดสอบสมบัติของแบบหล่อทรายได้แก่ ความหนาแน่นรวม ความแข็ง การปล่อยซิมอากาศ และความแข็งแรงกดอัด จากการทดสอบพบว่า อัตราส่วนผสมของแบบหล่อทรายที่แตกต่างกัน มีผลทำให้สมบัติของแบบหล่อทรายที่ได้มีสมบัติที่เปลี่ยนแปลงไป จะเห็นได้ว่าปัจจัยที่มีผลต่อสมบัติของแบบหล่อทรายก็คืออัตราส่วนผสมของแบบหล่อทรายและคุณภาพของส่วนผสมของแบบหล่อทราย ดังนั้นถ้าส่วนผสมมีคุณภาพดีและอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมก็จะทำให้ได้แบบหล่อทรายที่มีคุณภาพและสมบัติเหมาะแก่การหล่อ

การนำทรายหล่อยูที่ใช้งานแล้วกลับมาใช้งานใหม่ (สุภชัย ประเสริฐสกุล, 2547) มีความสำคัญมากขึ้นเนื่องจากสาเหตุหลายอย่างๆ เช่น ราคาของเม็ดทรายใหม่มีราคาสูงขึ้น ช่วยลดปัญหาเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมทั้งการสำรวจหาแหล่งเม็ดทรายใหม่ และการกำจัดทรายหล่อยูเก่าที่ซึ่งจัดเป็นของเสีย แต่การนำทรายหล่อยูที่ผ่านการใช้งานแล้วกลับมาใช้งานใหม่จำเป็นต้องผ่านระบบกระบวนการฟื้นฟู (Reclamation system) Zanetti & Fiore (2002) ศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการฟื้นฟูและปรับปรุงคุณภาพของทรายที่ใช้งานแล้วเพื่อนำกลับมาเป็นส่วนผสมในการทำแบบหล่อทรายอีกครั้ง โดยทำการศึกษาวิธีการฟื้นฟูและปรับปรุงคุณภาพของทรายที่ใช้งานแล้ว 2 วิธี คือระบบเปียกและระบบแห้ง โดยวิเคราะห์เปรียบเทียบสมบัติทางกายภาพและทางเคมี ซึ่งประกอบไปด้วยการวิเคราะห์รูปร่างและขนาด ส่วนประกอบของกรดที่จำเป็น และส่วนประกอบของธาตุต่างๆ พบว่ากระบวนการนำทรายที่ใช้งานแล้วนำกลับมาทำใหม่ด้วยระบบเปียกจะมีขนาดและรูปร่างที่ละเอียดและมีส่วนประกอบของกรดและธาตุที่จำเป็นมากกว่าระบบแห้ง Andrade et al. (2005) ศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีการนำทรายที่ใช้งานแล้วกลับมาใช้ใหม่ โดยวิเคราะห์ถึงอุณหภูมิในการให้ความร้อนกับทรายหล่อยู (Calcinations) ที่เหมาะสมในการกำจัดสารฟีนอลที่เกิดจากเรซินในทรายหล่อยูให้หมดไป จากการศึกษาพบว่าอุณหภูมิในช่วง 450-550 องศาเซลเซียส เป็นอุณหภูมิที่เหมาะสมในการฟื้นฟูและปรับปรุงสมบัติของทรายให้ดีขึ้น แต่โดยทั่วไปแล้วทรายที่ผ่านการใช้งานสามารถที่จะนำกลับมาใช้ใหม่ได้จำนวนหลายรอบ (หริส สุตะบุตร & เคนยิ จิยอิวา, 2543) แต่การนำกลับมาใช้ใหม่จะต้องมีการเติมตัวประสานเพิ่มเข้าไป เนื่องจากแรงประสานของดินเหนียวจะมีค่าลดลง ทำให้สมบัติค่าความแข็งแรงและการปล่อยซิมของทรายมีค่าลดลง ดังนั้นการที่จะทำการปรับปรุงสมบัติเชิงกลจะต้องมีการเตรียมส่วนผสมของทรายหล่อยูใหม่ก่อน Paluszkievicz et al. (2008) ศึกษาการดัดแปลงทรายหล่อยูในการนำกลับมาใช้ใหม่ในอุตสาหกรรมการหล่อ โดยการปรับปรุงสมบัติของทรายหล่อยูที่ถูกใช้งานแล้วโดยมีการเตรียมส่วนผสมโดยการเพิ่มเบนโทไนต์ซึ่งตัวอย่างของทรายหล่อยูจะถูกทำการทดลองโดย Fourier Transform infrared spectroscopy (FTIR) เพื่อทำการวิเคราะห์แถบของ si-o เพื่อแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงทางด้านเคมีและความต่างของทรายหล่อยูใหม่ ทรายหล่อยูที่ถูกใช้แล้ว และทรายหล่อยูที่นำกลับมาใช้ใหม่ ซึ่งจากการวิเคราะห์จะอยู่ในช่วงสเปกตรัม 1040 cm^{-1} และ 1083 cm^{-1} ซึ่งมีความสำคัญต่อความแข็งแรงและความสามารถในการปล่อยซิมอากาศของแบบหล่อทราย พบว่าค่าความชื้นที่เหมาะสมของทรายหล่อยูอยู่ในช่วง 3-4% เมื่อเติมเบนโทไนต์เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความแข็งแรงเพิ่มขึ้นที่ความชื้นที่เหมาะสม และเมื่อเติมส่วนผสมของน้ำมากขึ้นทำให้ค่าความชื้นเกินกว่า 5% จะทำให้สมบัติของการปล่อยซิมอากาศของแบบหล่อทรายลดลงเมื่อมีการผลิตซ้ำ

จากการศึกษาเกี่ยวกับงานวิจัยข้างต้น พบว่าการนำทรายหล่อยูที่ผ่านการใช้งานแล้วกลับมาใช้งานใหม่ช่วยให้โรงงานอุตสาหกรรมเหล็กหล่อสามารถที่จะลดต้นทุนและประหยัดในด้านค่าใช้จ่ายในกระบวนการผลิตได้ แต่พบว่าเมื่อมีการนำทรายหล่อยูที่ผ่านการใช้งานแล้วนำกลับมา

ใช้ใหม่จำนวนรอบนำกลับมาใช้ใหม่เพิ่มมากขึ้นจะทำให้สมบัติเชิงกลค่าความแข็งแรง และความสามารถในการปล่อยซีมอากาศของแบบหล่อทรายลดลง โรงงานอุตสาหกรรมเหล็กหล่อจึงมีการปรับปรุงและฟื้นฟูทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้วโดยการเตรียมส่วนผสมของทรายหล่อให้มีสัดส่วนที่เหมาะสมเพื่อให้สมบัติของแบบหล่อทรายเหมาะที่จะนำมาเป็นแบบหล่อและไม่ก่อให้เกิดผลกระทบต่อผลิตภัณฑ์ จากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีการศึกษาวิธีการที่นำมาใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมของส่วนผสมแบบหล่อทรายนั้นหลากหลายวิธี Makino et al. (2003) ใช้การจำลองสถานการณ์โดยใช้คอมพิวเตอร์และพัฒนารูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการหาค่าความเหมาะสมของทรายที่เติมเข้าไปในแบบหล่อ โดยใช้วิธีการ DEM (Distinct Element Method) ซึ่งวิธีการนี้สามารถที่จะวิเคราะห์ความผันแปรของกระบวนการในการทำแบบหล่อทรายและวิเคราะห์ระบบกลไกที่มีผลต่อกระบวนการในการหาค่าความเหมาะสมในการทำแบบหล่อทรายได้ Benny Karunakar & Datta (2007) ศึกษาหาค่าที่เหมาะสมของแบบหล่อทรายโดยใช้วิธี Artificial neural network และวิธีการ Genetic algorithm นำมาเปรียบเทียบกัน มีการนำเข้าข้อมูลให้กับทั้งสองวิธีเป็นสมบัติของแบบหล่อทรายประกอบไปด้วย ความต้านทานแรงอัดขณะขึ้น ความต้านทานแรงอัดขณะแห้ง แรงเฉือนขณะขึ้น แรงเฉือนขณะแห้งและปล่อยซีมอากาศ และผลที่ได้รับคือ ขนาดรูปร่าง ความชื้น เวลา และความแข็ง พบว่าการหาค่าที่เหมาะสมโดยวิธี Genetic algorithm จะให้ผลการหาค่าที่เหมาะสมของตัวแปรควบคุมของแบบหล่อทรายมีความเหมาะสมกว่าวิธี Artificial neural network แต่วิธีการหาค่าความเหมาะสมที่กล่าวมาทั้งหมดนี้เป็นวิธีการที่ยุ่งยากซับซ้อนและต้องอาศัยข้อมูลที่ต้องการ (Pearce และคณะ, 2544) โดยส่วนใหญ่การหาค่าที่เหมาะสมจะใช้วิธีการออกแบบการทดลองเป็นส่วนใหญ่ เป็นวิธีการที่เข้าใจง่ายและไม่สลับซับซ้อนและสามารถนำมาใช้ปฏิบัติได้จริง Guharaja et al. (2006) ได้ทำการออกแบบการทดลองโดยใช้วิธี Taguchi's method ในการหาค่าความเหมาะสมของตัวแปรของแบบหล่อทราย เพื่อให้ได้ผลิตภัณฑ์จากการหล่อเหล็กหล่อแกรไฟต์ก่อนกลมที่เหมาะสมที่สุด ตัวแปรของแบบหล่อทรายที่นำมาใช้ในการทดลองคือ ความแข็งแรงขณะเปียกชื้น ปริมาณความชื้น การปล่อยซีมอากาศ และความแข็งของแบบหล่อ พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละตัวแปรของแบบหล่อทรายด้วยวิธีการออกแบบการทดลองแบบ Taguchi's method มีผลทำให้ลดของเสียที่เกิดจากการหล่อและการปรับปรุงคุณภาพของการหล่อที่ต้นทุนต่ำ Kundu & Lahiri (2008) ได้ศึกษาหาค่าความเหมาะสมของส่วนผสมแบบหล่อทรายโดยใช้วิธีการออกแบบการทดลองแบบ CCD (Central Composite Rotatable Design) เพื่อทำการสร้างรูปแบบทางสถิติและสร้างพื้นผิวร่วมกันของแต่ละตัวแปรในสมบัตินั้น ๆ โดยสมบัติที่ถูกนำมาประเมินหาค่าความเหมาะสมได้แก่ความหนาแน่นรวม ความสามารถในการกักอัด การปล่อยซีมอากาศและแรงอัด พบว่าวิธีการออกแบบการทดลองและวิเคราะห์ทางสถิติสามารถนำมาควบคุมและหาค่าความเหมาะสมของวัตถุดิบของแบบหล่อทรายได้ อย่างไรก็ตาม เทคนิคการออกแบบการทดลองดังกล่าวเป็นเพียงการศึกษาหาค่าความเหมาะสมของแบบหล่อทรายของแต่ละปัจจัยที่กำหนดในแต่ละกระบวนการ

ในปัจจุบันมีการนำวิธีการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสมมาประยุกต์ใช้ในทางวัสดุวิศวกรรมในการหาค่าสัดส่วนที่เหมาะสมของระดับของปัจจัย ซึ่งเป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาและปรับปรุงผลิตภัณฑ์ให้มีคุณภาพที่เหมาะสมที่สุด Duèe et al. (2009) ทำการศึกษาหาส่วนผสมที่เหมาะสมที่สุดในการผลิตแก้วทางชีวภาพโดยมีส่วนผสม 3 ชนิดได้แก่ ซิลิกอนไดออกไซด์ (SiO_2) แคลเซียมออกไซด์ (CaO) และโซเดียมออกไซด์ (Na_2O) โดยใช้วิธีการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสมแบบ D-optimal ซึ่งทำให้ได้สูตรส่วนผสมแต่ละแบบแตกต่างกัน 11 สูตรสมบัติที่ใช้ในการทดสอบแก้วที่นำมาใช้ในการพิจารณา คือ การทำปฏิกิริยาทางชีวภาพ (bioactivity) และความหนาแน่นของไฮดรอกซีแอปาทิต (Hydroxyapatite) Simon et al. (1997) ทำการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสมเชิงสถิติในการวิเคราะห์หาสัดส่วนที่เหมาะสมของคอนกรีตที่ทำให้คอนกรีตที่ได้มีประสิทธิภาพมากที่สุด ซึ่งส่วนผสมของคอนกรีตประกอบไปด้วย น้ำ ปูนซีเมนต์ ไมโครซิลิกา สารลดน้ำพิเศษ วัสดุมวลรวมหยาบและวัสดุมวลรวมละเอียด และทดสอบสมบัติของคอนกรีตได้แก่ การยุบตัวของคอนกรีต ความแข็งแรงกดอัด การแทรกซึมของสารคลอไรด์ และต้นทุนที่ต่ำที่สุดโดยใช้วิธีการออกแบบส่วนผสมแบบมีเงื่อนไข พบว่าวิธีการออกแบบส่วนผสม จะทำให้ได้คอนกรีตที่มีคุณภาพดีและมีราคาต้นทุนต่ำที่สุดซึ่งดีกว่าวิธีการทั่วไปที่ใช้วิธีการลองผิดลองถูก Menezes et al. (2008) ทำการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสมเชิงสถิติ แบบ centroid simplex-lattice และทำการวิเคราะห์หาอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมโดยใช้วิธีพื้นผิวผลตอบสนอง (Response surface methodology) ในการนำส่วนผสมที่เป็นของเสียที่เกิดจากกระบวนการผลิตในอุตสาหกรรมเหมืองแร่มาเป็นวัตถุดิบในการผลิตกระเบื้องเซรามิกส์ ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนผสมดินเหนียวและหินแกรนิตซึ่งเป็นของเสียที่เกิดจากกระบวนการผลิตเหมืองแร่ และดินเหนียวแดง ทำให้ได้สูตรส่วนผสมในการผลิตกระเบื้องเซรามิกส์ 10 สูตร และทำการทดสอบสมบัติของเซรามิกส์ได้แก่ การดูดซึมน้ำ การหดตัวหลังเผา และโมดูลัสของการแตกหัก ในขณะที่ ชาญณรงค์ สายแก้ว & พนิดา ศรีประยา (2552) ศึกษาหาอัตราส่วนผสมของชิ้นส่วนพลาสติกกระหว่างส่วนผสมพลาสติกโพลีคาร์บอเนตริโซเคิลและพลาสติกโพลีคาร์บอเนตใหม่ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อให้สมบัติเชิงกลคือค่าความต้านทานต่อแรงดึงและสมบัติเชิงความร้อนคืออุณหภูมิการบิดงอที่ดีที่สุด ปัจจัยที่ทำการศึกษามี 4 ปัจจัยคือ เศษโพลีคาร์บอเนตริโซเคิลสีใส เศษโพลีคาร์บอเนตริโซเคิลสีขาวนม เศษโพลีคาร์บอเนตริโซเคิลสีขาวขุ่น และเม็ดโพลีคาร์บอเนตใหม่ โดยการประยุกต์ใช้การออกแบบการทดลองส่วนผสมแบบ D-optimal และหาอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมโดยใช้วิธีพื้นผิวผลตอบสนองรวมถึงการวิเคราะห์การแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่า การออกแบบการทดลองแบบส่วนผสมสามารถที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับวัสดุทางวิศวกรรมในการหาอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมของวัสดุได้

อย่างไรก็ตาม จากการทบทวนวรรณกรรมและสำรวจงานวิจัยที่ผ่านมายังไม่พบว่า มีการหาอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมสำหรับการผลิตแบบหล่อทรายจากทรายที่นำกลับมาใช้ใหม่ผสมกับ

เบนโทไนด์และน้ำด้วยวิธีการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสม ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงใช้วิธีการออกแบบการทดลองแบบส่วนผสม และวิธีพื้นผิวผลตอบสนอง รวมถึงการวิเคราะห์การแพร่กระจายความคลาดเคลื่อน มาประยุกต์ใช้ในการหาอัตราส่วนผสมที่เหมาะสมของแบบหล่อทราย ซึ่งเป็นการนำทรายหล่อที่ผ่านการใช้งานแล้วนำกลับมาใช้ใหม่ โดยที่สมบัติเชิงกลคือ ความแข็งแรงอัดในสภาพเปียก และความสามารถในการปล่อยซิมอากาศมีค่าที่เหมาะสมที่สุด