บทคัดย่อ

ให้ $d \in \mathbb{N}$ และ A เป็นเซตของ (a,b,c) โดยที่ a,b,c เป็นจำนวนเต็มบวก และ (a,b,c) เป็นสามจำนวนที่เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิตและมีผลต่างร่วมเป็น d ถ้า d หาร $\gcd(a,b,c)$ ลงตัว แล้วสมการพหุนาม $p := ax^2 + bx - c = 0$ มีรากตรรกยะ ก็ต่อเมื่อ $b = 2F_{2k-1}$ สำหรับบางค่า k และ F_{2k-1} เป็นจำนวนฟีโบนักชีลำดับที่ $2k-1$ ยิ่งกว่านี้ถ้า $q := ax^2 + bx + c = 0$ แล้วจะได้ว่า

$$P_d = \{ \ (a,b,c) \in A \ | q := ax^2 + bx + c = 0 \ \text{ มีรากตรรกยะ } \}$$

เป็นเซตจำกัด

Abstract

In this paper we will show the following theorem. Let $d \in \mathbb{N}$ and A be the set of all (a,b,c) where a,b,c are positive integers and (a,b,c) is an arithmetic progression with the common difference d. If $\gcd(a,b,c)$ is divisible by d then $p := ax^2 + bx - c = 0$ has rational roots if and only if $b = 2F_{2k-1}$ for some positive integer k and F_{2k-1} is a $2k-1th$ Fibonacci number. Moreover, if we consider $q := ax^2 + bx + c = 0$, then the set

$$P_d = \{ \ (a,b,c) \in A \ |q := ax^2 + bx + c = 0 \ \text{ has rational roots } \}$$

Is finite.