

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



242207

การจำลองสถานการณ์เอนติการโลของสปนใจจึงใน 3 มิติ
ด้วยเทคนิคการเดินแบบลุ่มในทักย์ญควาเสมือน

จุฑารพ เรืองยศ

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต
สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
กันยายน 2553



การจำลองสถานการณ์มอนติคาร์โลของสปินไอซิงใน 3 มิติ
ด้วยเทคนิคการเดินแบบสุ่มในศักย์ยูควาเวเสมือน



จุฑารพ เรืองยศ

วิทยานิพนธ์นี้เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัยเพื่อเป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาหลักสูตรปริญญา
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
กันยายน 2553

การจำลองสถานการณ์มอนติคาร์โลของสปินไอซิงใน 3 มิติ
ด้วยเทคนิคการเดินแบบสุ่มในศักย์ยูควาเสมีอน

จุฬารพ เรืองยศ

วิทยานิพนธ์นี้ได้รับการพิจารณาอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล อนันตา

.....
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขงยุทธ เหล่าศิริถาวร

.....กรรมการ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขงยุทธ เหล่าศิริถาวร

.....กรรมการ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตติกร ยี่มนิธิ

10 กันยายน 2553

© ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลงได้ เนื่องจากความกรุณาและการสนับสนุนอย่างสูงจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขงยุทธ เหล่าศิริถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาช่วยเหลือ ให้ความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนตรวจแก้ข้อบกพร่องต่างๆ จนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ทางผู้เขียนจึงขอขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล อนันตา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขงยุทธ เหล่าศิริถาวร และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตติกร์ ชื่นนิริญ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ความรู้ คำปรึกษา แนะนำแนวทางการวิจัย และการแก้ไขปัญหาดังกล่าว รวมทั้งกรุณาตรวจแก้ไขข้อผิดพลาดต่างๆ ในวิทยานิพนธ์ จนทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่กรุณาให้ความรู้ คำแนะนำต่างๆ เพื่อใช้ในการศึกษาและการทำงานของผู้เขียน จนสำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณ ดร. ภูษณ ปรีชมาโนช และศูนย์ความเป็นเลิศด้านฟิสิกส์ (ThEP) ที่ให้การสนับสนุนเงินทุนการศึกษาและวิจัย ทำให้ผู้เขียนมีโอกาสดำเนินการศึกษา และความร่วมมือทางวิชาการ รวมทั้งขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่สำหรับทุนสนับสนุนการนำเสนอผลงานวิชาการระดับบัณฑิตศึกษาทำให้ผู้เขียนได้รับองค์ความรู้ใหม่ๆ

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ตลอดจนขอขอบคุณญาติพี่น้องทุกคนที่ให้การสนับสนุนส่งเสริมในการศึกษาของผู้เขียนอย่างเต็มที่เสมอมาจนสำเร็จการศึกษา

ขอขอบคุณ นาย ชีรวัฒน์ ม่อนหน่อ นางสาว อาจารย์ ทองอ่อน และนางสาวกนกวรรณ กรรเชียง ที่คอยช่วยเหลือในทุกๆ เรื่องจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

สุดท้ายนี้ หากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีข้อผิดพลาดประการใด ผู้เขียนขออภัยและขออภัยอย่างยิ่งไว้ ณ โอกาสนี้ และผู้เขียนหวังว่าวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้ที่สนใจศึกษาในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	การจำลองสถานการณ์มอนติคาร์โลของสปินไอซิงใน 3 มิติด้วยเทคนิคการเดินแบบสุ่มในศักย์ยูควาแสม์
ผู้เขียน	นายจุฑารพ เรืองยศ
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (ฟิสิกส์ประยุกต์)
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ยงยุทธ เหล่าศิริถาวร

บทคัดย่อ

242207

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาสมบัติทางแม่เหล็กของแก๊สสปินไอซิง โดยการสร้างโปรแกรมการจำลองสถานการณ์มอนติคาร์โลใน 3 มิติด้วยเทคนิคการเดินแบบสุ่มในศักย์ยูควาแสม์ สปินไอซิงมีอันตรกิริยาต่อกันขึ้นกับศักย์ยูควาแสม์และระเบียบขั้นตอนเมโทรโพลิสในการปรับเปลี่ยนระบบสปินบนปริภูมิต่อเนื่อง โดยปริมาตรของแก๊สไอซิง และสมบัติทางแม่เหล็กได้แก่ สภาพแม่เหล็ก และ สภาพความไวต่อสนามแม่เหล็ก จะถูกศึกษาเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิและสนามภายนอก ผลการทดลองพบว่าที่อุณหภูมิต่ำ เมื่อเวลาผ่านไปอนุภาคสปินไอซิงจะอยู่กันชิดกัน และมีค่าสภาพแม่เหล็ก เนื่องจากระบบประพฤติกรรมแบบแม่เหล็กเฟอร์โร อย่างไรก็ตามเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นจนถึงระดับหนึ่ง ระบบจะมีสมบัติเหมือนแม่เหล็กพาราเนื่องจากสภาพแม่เหล็กเข้าสู่ศูนย์ เมื่อเวลาผ่านไป อันเป็นผลมาจากการแตกออกจากกันของสปินซึ่งจะไปลดอันตรกิริยาทางแม่เหล็กเฟอร์โรของสปิน สำหรับระบบการจำลองสถานการณ์ที่มีสนามแม่เหล็กภายนอกนั้น เมื่ออุณหภูมิและความถี่ของสนามแม่เหล็กมีค่าน้อย รูปแบบวงรอบฮิสเทอรีซิสจะเป็นแบบแม่เหล็กเฟอร์โรซึ่งมีความกว้างและแผ่ออก และที่อุณหภูมิที่สูงวงรอบฮิสเทอรีซิสจะเป็นแบบแม่เหล็กพาราและเล็กลง จึงพิสูจน์ได้ว่าคุณสมบัติของวงรอบฮิสเทอรีซิสสามารถควบคุมได้โดยการปรับเปลี่ยนอุณหภูมิและความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอก

Thesis Title Monte Carlo Simulation of 3-Dimensional Ising Spin via Random Walk
Technique in Yukawa-Like Potential

Author Mr. Jutarop Reungyos

Degree Master of Science (Applied Physics)

Thesis Advisor Asst. Prof. Dr. Yongyut Laosiritaworn

ABSTRACT

242207

This research investigated the magnetic properties of Ising spin gas using Monte Carlo Simulation and Random Walk techniques in 3-dimensional space. The Ising spins interact among themselves depend on Yukawa-like potential and Metropolis algorithm which is used to update spin system on the continuous space. The volume of Ising gas and magnetic properties such as magnetization and magnetic susceptibility were investigated as functions of temperature and external field. At low temperatures, the Ising spins stayed close when time passed where finite magnetization was found, resulting in ferromagnetic behavior. However, at high enough temperatures, magnetic properties were found to be paramagnetic type because the magnetization tended to cease when the time passed. This is due to role of diffusion that causes the spins to disperse and reduces the ferromagnetic interaction among spins. For the simulation system with external magnetic field, at the low temperature and frequency ranges the hysteresis loops were ferromagnetic, broad shaped and expanded, and at the high temperature range, the hysteresis loop was paramagnetic and reduced. This is the proof that the properties of hysteresis loop can be controlled by varying temperature and external magnetic frequency.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อ(ภาษาไทย)	ง
บทคัดย่อ(ภาษาอังกฤษ)	จ
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	3
บทที่ 2 แนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 สมบัติทั่วไปทางแม่เหล็ก	5
2.2 แบบจำลองไอซิง	12
2.3 การจำลองสถานการณ์	15
2.3.1 การจำลองสถานการณ์มอนติคาร์โล	15
2.3.2 การสุ่มตัวอย่างสำคัญ	16
2.3.3 วิธีเมโทรโพลิส	17
2.4 เลขคู่่ม	18
2.5 การเดินแบบสุ่ม	19
2.6 ศักย์ยูคาวา	22
2.7 สมการฮามิลโทเนียน	24
2.7.1 พลังงานการย้ายตำแหน่งของอนุภาค	24
2.7.2 พลังงานในการเปลี่ยนแปลงสมบัติของสปินแม่เหล็ก	25

	หน้า
2.8 การจำลองสถานการณ์	26
2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	27
บทที่ 3 ระเบียบวิธี	29
3.1 การจำลองสถานการณ์การแพร่ของอนุภาคแม่เหล็ก	29
3.1.1 การจำลองสถานการณ์ของการเดินแบบสุ่มของอนุภาค	29
3.1.2 การจำลองสถานการณ์ของการกลับสปินของอนุภาค	32
3.2 การหาพื้นที่ใต้กราฟของวงรอบฮิสเทอรีซิสที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลง	35
3.3 การออกแบบผังงานของโปรแกรมการจำลองสถานการณ์ในงานวิจัย	36
3.3.1 การจำลองสถานการณ์ที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำกับระบบ	36
3.3.2 การจำลองสถานการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กภายนอกระบบ	38
3.4 การเขียนโปรแกรมการจำลองสถานการณ์	40
3.4.1 โมดูลการสร้างประเภทของข้อมูลที่ใช้ในการเก็บคุณสมบัติของอนุภาค	40
3.4.2 โมดูลการสร้างอนุภาค	41
3.4.3 โมดูลการคำนวณศักย์ยูคาวา	42
3.4.4 โมดูลการจำลองสถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	43
3.4.5 โมดูลการหาผลต่างพลังงาน	44
3.4.6 โมดูลการจำลองสถานการณ์การกลับทิศของสปิน	45
3.4.7 โมดูลการคำนวณคุณสมบัติทางแม่เหล็ก และสัดส่วนปริมาตร	46
3.4.8 โมดูลการจำลองสถานการณ์โดยรวม	47
3.4.9 โมดูลการทดลองโดยกำหนดเงื่อนไขทั้งหมด	48
3.4.10 โมดูลการสร้างกราฟฮิสเทอรีซิส	50
3.5 การทดลองโดยการจำลองสถานการณ์ภายใต้เงื่อนไขต่างๆ	51
3.5.1 การทดลองจำลองสถานการณ์ที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำกับระบบ	51
3.5.2 การทดลองจำลองสถานการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กภายนอกระบบ	52

	หน้า
บทที่ 4 ผลการทดลอง	53
4.1 ระบบการแพร่อนุภาคแม่เหล็กที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำ	53
4.2 ระบบการแพร่ของอนุภาคแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กภายนอก	60
บทที่ 5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ	70
5.1 สรุปผลของการจำลองสถานการณ์การแพร่ของอนุภาคแม่เหล็กที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำต่อระบบ	70
5.2 สรุปผลของการจำลองสถานการณ์การแพร่ของอนุภาคแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กภายนอกต่อระบบ	71
5.2.1 ผลของอุณหภูมิที่มีต่อระบบและวงรอบฮิสเทอรีซิส	71
5.2.2 ผลของความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกที่มีต่อระบบและวงรอบฮิสเทอรีซิส	72
5.3 ข้อเสนอแนะ	72
เอกสารอ้างอิง	73
ประวัติผู้เขียน	77

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
2.1 การจำแนกชนิดวัตถุตามสภาวะแม่เหล็ก	8
4.1 พื้นที่ได้กราฟวงรอบฮิสเทอรีซิสที่ความถี่ละอุนหภูมิต่างๆ	65

สารบัญภาพ

รูป	หน้า
1.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคมะเร็งที่พบบ่อย 5 อันดับของโรงพยาบาลศิริราช ระหว่าง ค.ศ.1998-2007	1
1.2 แสดงวิธีการรักษาเนื้องอกโดยการฉีดสารแม่เหล็ก	2
2.1 แสดงการโคจรรอบนิวเคลียสของอิเล็กตรอนเมื่อ q_c คือขนาดประจุของอิเล็กตรอน และ $\hbar$ คือ เวกเตอร์แสดงโมเมนตัมแม่เหล็กของอิเล็กตรอน	5
2.2 แสดงการจัดเรียงตัวของโดเมนที่ปราศจาก อิทธิพลของสนามแม่เหล็กภายนอก(ก) และการจัดเรียงตัวของโดเมนที่ได้รับอิทธิพลของสนามแม่เหล็กภายนอก(ข),(ค)	6
2.3 แสดงการจัดเรียงตัวของโดเมนภายในสารแม่เหล็กจะอยู่ภายใน สนามแม่เหล็กภายนอก	9
2.4 แสดงการจัดเรียงตัวของโดเมนภายในสารแม่เหล็กจะอยู่ภายใน สนามแม่เหล็กภายนอก และ การเปลี่ยนแปลงของวงรอบฮิสเทอรีซิส	10
2.5 แสดงผลของอุณหภูมิต่อวงรอบฮิสเทอรีซิสของแม่เหล็กเฟอร์โร	11
2.6 แสดงรูปแบบวงรอบฮิสเทอรีซิสที่เหมาะสมกับการใช้งานในอุปกรณ์ชนิดต่างๆ	12
2.7 แสดงการจัดเรียงตัวของสปินตามแบบจำลองไอซิง ในสองมิติ (ก) โดยถูกสกรั้งขึ้นแทนสปินที่มีทิศชี้ขึ้น ส่วนถูกสกรั้งที่ชี้ลงนั้นแทนสปิน ที่มีทิศชี้ลงและ(ข)การแทนค่าของสปินด้วยตัวเลข +1 และ -1 โดย พื้นที่ว่างเป็นบริเวณที่สปินสามารถเคลื่อนที่ได้	13
2.8 แสดงแบบจำลองไอซิงในปริภูมิต่อเนื่อง	14
2.9 (ซ้าย) กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวเลขสุ่มตัวถัดไป (X_{n+1}) กับ ค่าตัวเลขสุ่มตัวปัจจุบัน (X_n) และ (ขวา) กราฟแสดงจำนวนเลขสุ่ม ในแต่ละช่วงตัวเลข แสดงโอกาสเกิดเลขสุ่มที่มีค่าใกล้เคียงกัน	19
2.10 แสดงทิศทางที่เป็นไปได้ในการเดินแบบสุ่ม	19
2.11 แสดงการเดินแบบสุ่มใน 2 มิติ	20

รูป	หน้า
2.12 แสดงการกำหนดขนาดและทิศทางการเคลื่อนที่ใน 3 มิติตามพิกัดทรงกลม	21
2.13 ฮีเคกิ ชูคาวา นักฟิสิกส์ รางวัลโนเบลผู้เสนอแนวคิดสัจยูกาวา	22
2.14 แสดง Bethe-Slater curve	23
2.15 กราฟแสดง (ก) สัจยูกาวาของสัจยระหว่างนิวคลีออนสองตัวและ (ข) สัจยอุลอมป์ของอะตอมที่เป็นกลางสองอะตอม	24
2.16 แสดงพลังงานของลำดับการทำงานของการจำลองสถานการณ์	27
3.1 แสดงขั้นตอนที่ 1 การสุ่มเลือกอนุภาคเพื่อใช้ในการจำลองสถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	30
3.2 แสดงขั้นตอนที่ 2 พิจารณาพลังงานของอนุภาคในตำแหน่งเดิม ในการจำลองสถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	30
3.3 แสดงขั้นตอนที่ 3 การสุ่มตำแหน่งใหม่ของอนุภาคในการจำลอง สถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	31
3.4 แสดงขั้นตอนที่ 4 พิจารณาพลังงานของอนุภาคในตำแหน่งใหม่ ในการจำลองสถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	31
3.5 แสดงขั้นตอนที่ 5 พิจารณาความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนตำแหน่ง ใหม่ของอนุภาค ในการจำลองสถานการณ์การเดินแบบสุ่ม	32
3.6 แสดงขั้นตอนที่ 1 การสุ่มเลือกสปินของอนุภาคเพื่อใช้ในการจำลอง สถานการณ์การกลับทิศสปิน	33
3.7 แสดงขั้นตอนที่ 2 พิจารณาพลังงานของสปินตัวอื่นที่มีผลต่อสปิน ที่ถูกเลือกในการจำลองสถานการณ์การกลับทิศสปิน	33
3.8 แสดงขั้นตอนที่ 3 พิจารณาพลังงานเมื่อมีการกลับทิศของสปินใน การจำลองสถานการณ์การกลับทิศสปิน	34
3.9 แสดงขั้นตอนที่ 4 พิจารณาความน่าจะเป็นในการกลับทิศของสปิน	34
3.10 แสดงการสร้างพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูเพื่อหาพื้นที่ใต้กราฟของวงรอบฮิสเทอรีซิส	35
3.11 แสดงพลังงานการจำลองสถานการณ์ที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมา	37
3.12 แสดงพลังงานการจำลองสถานการณ์ที่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำต่อระบบ	39

รูป	หน้า
4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสัดส่วนปริมาตร (Volume Ratio) กับ อุณหภูมิ ในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ยูควาเสมือน	54
4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสภาพแม่เหล็กของระบบ (Magnetization) กับ อุณหภูมิในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ยูควาเสมือน	55
4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสภาพรับไวได้ทางแม่เหล็กของระบบ (Magnetic susceptibility) กับ อุณหภูมิในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ยูควาเสมือน	56
4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤตกับจำนวนอนุภาคในระบบของระบบที่ใช้ศักย์ยูควาเสมือน	57
4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสัดส่วนปริมาตร (Volume ratio) กับ อุณหภูมิ ในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ของ Lennard-Jones	58
4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสภาพแม่เหล็กของระบบ (Magnetization) กับ อุณหภูมิในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ของ Lennard-Jones	58
4.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสภาพรับไวได้ทางแม่เหล็กของระบบ (Magnetic susceptibility) กับ อุณหภูมิในช่วง $0.05 K/k_B$ ถึง $0.40 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาคเท่ากับ 10, 15, 20, 25 และ 30 ตัว โดยใช้ศักย์ของ Lennard-Jones	59
4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤตกับจำนวนอนุภาคในระบบของระบบที่ใช้ศักย์ของ Lennard-Jones	60
4.9 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.01 K/k_B$ โดยใช้ศักย์ยูควาเสมือน	61

รูป	หน้า
4.10 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.25 K/k_B$ โดยใช้ศักย์คูวาเสมือน	62
4.11 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.6 K/k_B$ โดยใช้ศักย์คูวาเสมือน	63
4.12 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.1 K/k_B$, $0.25 K/k_B$ และ $0.6 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์คูวาเสมือน	64
4.13 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.1 K/k_B$, $0.25 K/k_B$ และ $0.6 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.02 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์คูวาเสมือน	64
4.14 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.1 K/k_B$, $0.25 K/k_B$ และ $0.6 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.2 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์คูวาเสมือน	65
4.15 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.05 K/k_B$ โดยใช้ศักย์ Lennard-Jones	66
4.16 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.10 K/k_B$ โดยใช้ศักย์ Lennard- Jones	67
4.17 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} , 0.02 MCS^{-1} และ 0.2 MCS^{-1} ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่อุณหภูมิเท่ากับ $0.15 K/k_B$ โดยใช้ศักย์ Lennard- Jones	67
4.18 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.05 K/k_B$, $0.10 K/k_B$ และ $0.15 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.002 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์ Lennard- Jones	68

รูป	หน้า
4.19 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.05 K/k_B$, $0.10 K/k_B$ และ $0.15 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.02 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์ Lennard-Jones	68
4.20 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.05 K/k_B$, $0.10 K/k_B$ และ $0.15 K/k_B$ ของระบบที่มีจำนวนอนุภาค 20 ตัว ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกเท่ากับ 0.2 MCS^{-1} โดยใช้ศักย์ Lennard-Jones	69