

ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ



รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์

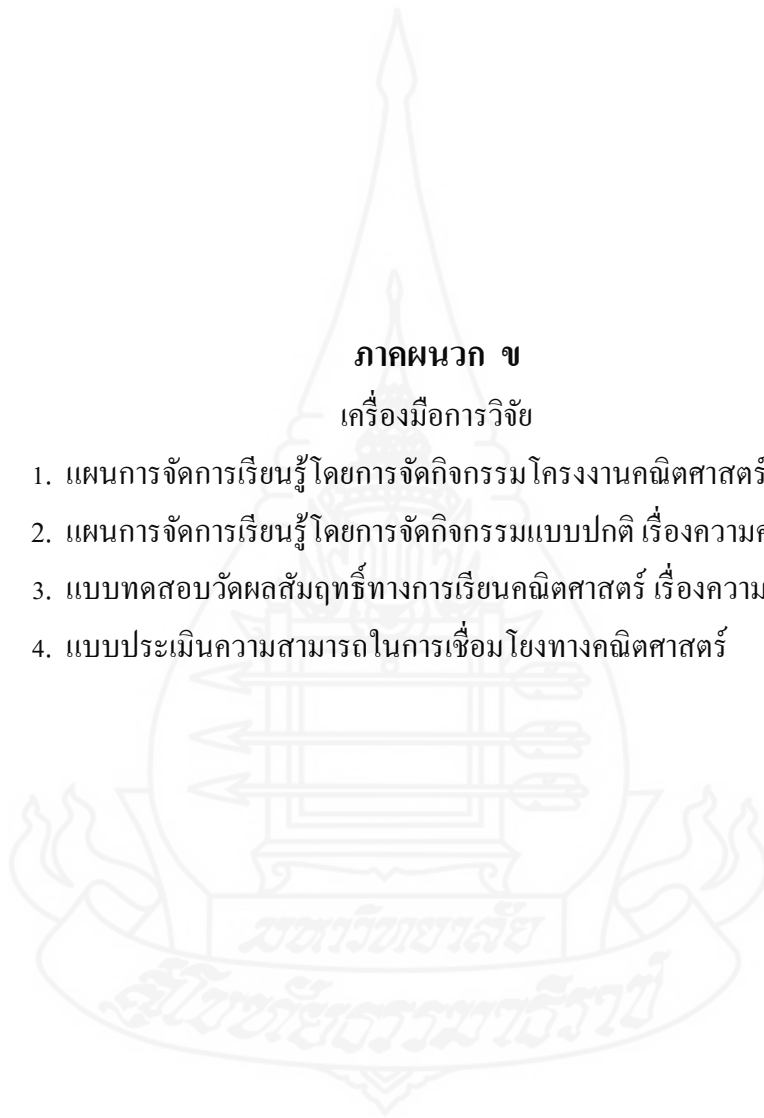
1. คุณครูนันทา หงวนตัด ประสบการณ์หรือความชำนาญ การสอนวิชาคณิตศาสตร์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์) โรงเรียนเซนต์โยเซฟคอนเวนต์ กรุงเทพฯ
2. คุณครูเพ็ญวิ สุวรรณัง ประสบการณ์หรือความชำนาญ การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ศศม. (คณิตศาสตร์) โรงเรียนเซนต์โยเซฟบางนา จ.สมุทรปราการ
3. คุณครูสุพัตรา เขตสมุทร ประสบการณ์หรือความชำนาญ การสอนวิชาคณิตศาสตร์ วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) โรงเรียนเซนต์โยเซฟระยอง จ.ระยอง



ภาคผนวก ข

เครื่องมือการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย
2. แผนการจัดการเรียนรู้โดยการจัดกิจกรรมแบบปกติ เรื่องความคล้าย
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย
4. แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อ รูปทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจจะมีขนาดที่แตกต่างกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกลักษณะของการคล้ายกันของรูปที่คล้ายกันได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของรูปที่คล้ายกัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ให้นักเรียนพิจารณาภาพจาก PowerPoint โดยครูนำภาพที่มีลักษณะคล้ายกันให้นักเรียนพิจารณาทีละภาพ แล้วตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้



- 1) ดอกกุหลาบทั้งสองดอกเท่ากันหรือไม่ (ไม่เท่ากัน)
- 2) ดอกกุหลาบทั้งสองดอกคล้ายหรือเหมือนกันหรือไม่ (คล้ายกัน)



- 3) แมวทั้งสองตัวมีขนาดเท่ากันหรือไม่ (ไม่เท่ากัน)
- 4) แมวทั้งสองตัวคล้ายหรือเหมือนกันหรือไม่ (คล้ายกัน)
- 5) นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าสิ่งของทั้งสองที่กำหนดให้พิจารณา คล้ายกัน (เป็นสิ่งของที่ย่อหรือขยายได้ตามสัดส่วน)

ชั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่



รูปที่ 1



รูปที่ 2

6) รูปที่ 1 และรูปที่ 2 มีลักษณะสัมพันธ์กันอย่างไร (รูปที่ 1 และ รูปที่ 2 เป็นรูปเดียวกัน แต่มีขนาดไม่เท่ากัน รูปที่ 1 มีขนาดใหญ่กว่า รูปที่ 2)

7) นักเรียนคิดว่ารูปที่ 1 และรูปที่ 2 เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ (เป็นรูปที่คล้ายกัน)

8) นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าสิ่งของหรือภาพนั้นเป็นรูปที่คล้ายกัน (พิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งของนั้นๆว่ามีความสัมพันธ์กันที่เกิดจากการย่อหรือขยายส่วน ได้ตามสัดส่วน)



ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

2. ให้นักเรียนพิจารณารูปเรขาคณิตที่คล้ายกันและไม่คล้ายกันแล้วตอบคำถามจากภาพที่กำหนดให้ ดังนี้

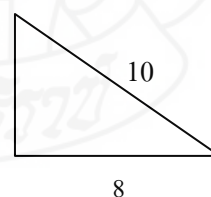
1.



2.

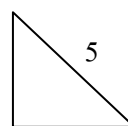


6



8

3

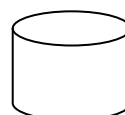


4

3.



4.



1) รูปเรขาคณิตข้อใดบ้างที่เป็นรูปที่คล้ายกัน (ข้อที่ 1, ข้อที่ 2)

2) รูปเรขาคณิตข้อใดบ้างที่เป็นรูปที่ไม่คล้ายกัน (ข้อที่ 3, ข้อที่ 4)

3) นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า รูปเรขาคณิตใดคล้ายกัน (พิจารณาความสัมพันธ์ของภาพว่า มีความสัมพันธ์กันที่เกิดจากการย่อหรือขยายส่วน ได้ตามสัดส่วน)

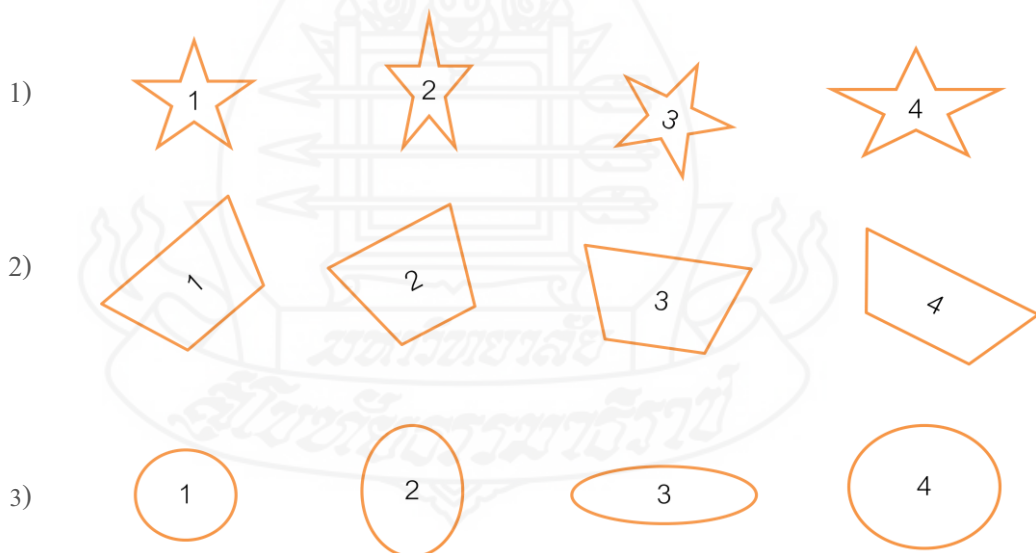
3. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปที่คล้ายกัน โดยพิจารณาจากกิจกรรม และคำตอบที่ได้จากการตอบคำถาม แล้วครูอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

รูปสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อ รูปทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจจะมีขนาดที่แตกต่างกัน
รูปเรขาคณิตสองรูปเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน
รูปเรขาคณิต A และ รูปเรขาคณิต B เป็นรูปที่คล้ายกัน จะเขียนว่า
รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B อ่านว่า รูปเรขาคณิต A คล้ายกับ รูปเรขาคณิต B

ขั้นนำไปใช้

4. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปเรขาคณิต บน Powerpoint โดยครูสุ่มถามนักเรียนว่ารูปเรขาคณิตใดคล้ายกันและรูปใดไม่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปเรขาคณิตใดคล้ายกันและรูปใดไม่คล้ายกัน



ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

5. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มแบบละความสามารรถโดยแบ่งกลุ่มละ 4 คนให้ช่วยกันทำใบกิจกรรมที่ 1 (โครงงาน คู่ที่คล้ายกัน) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งขันกันหารูปที่คล้ายกัน จากรูปที่

กำหนดให้ กลุ่มใดเสร็จก่อนให้นำเสนอผลงาน กลุ่มที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูให้คำชมเชยต่อผลงานที่นักเรียนนำเสนอ

6. ให้นักเรียนสังเกตใบกิจกรรมที่ 1 (โครงการ หาคู่ที่คล้ายกัน) โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่าการตั้งชื่อจะสอดคล้องกับเรื่องราวที่อยู่ในกิจกรรมคือ คู่ที่คล้ายกัน การกำหนดจุดประสงค์จะปรับมาจากคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรม ผลการดำเนินงาน นักเรียนสามารถหารูปที่คล้ายกันได้

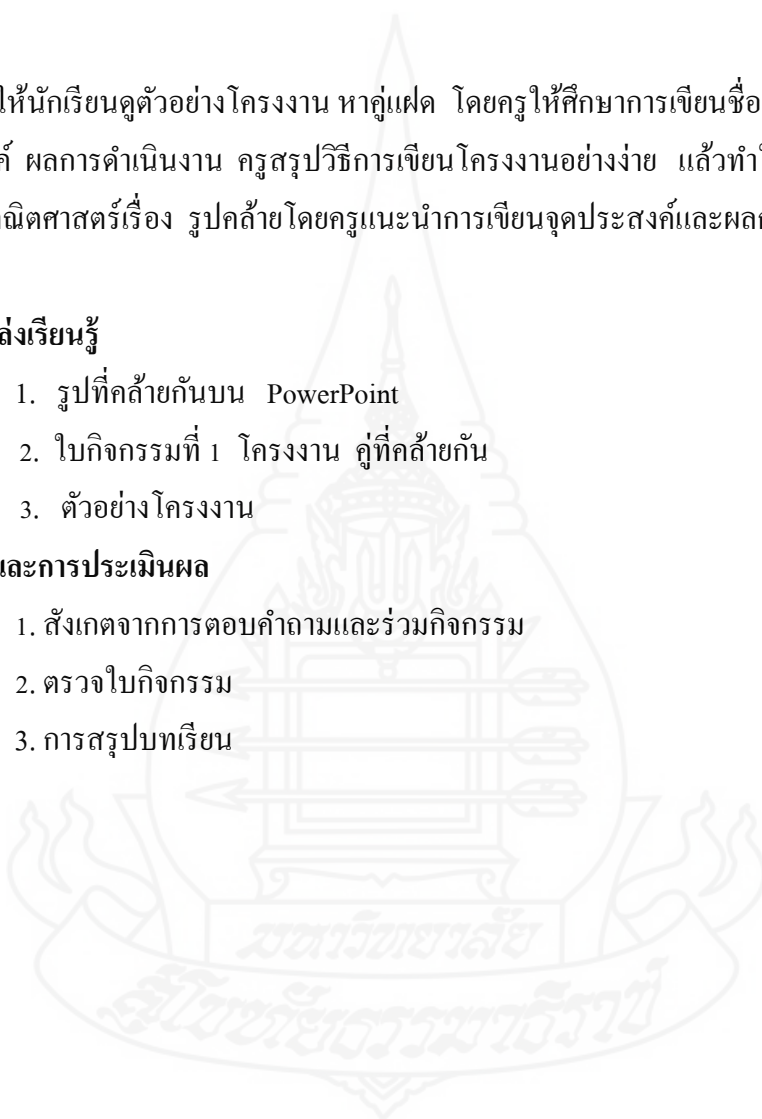
7. ให้นักเรียนดูตัวอย่างโครงการ หาคู่แฝด โดยครูให้ศึกษาการเขียนชื่อโครงการ จุดประสงค์ ผลการดำเนินงาน ครูสรุปวิธีการเขียนโครงการอย่างง่าย แล้วทำใบกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์เรื่อง รูปคล้ายโดยครูแนะนำการเขียนจุดประสงค์และผลการดำเนินงานของโครงการ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 1 โครงการ คู่ที่คล้ายกัน
3. ตัวอย่างโครงการ

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 1
โครงการ คู่ที่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดูตัวอย่างโครงการ คู่ที่คล้ายกัน แล้วเติมคำตอบเพื่อให้โครงการสมบูรณ์
ผู้จัดทำ

1.....

2.....

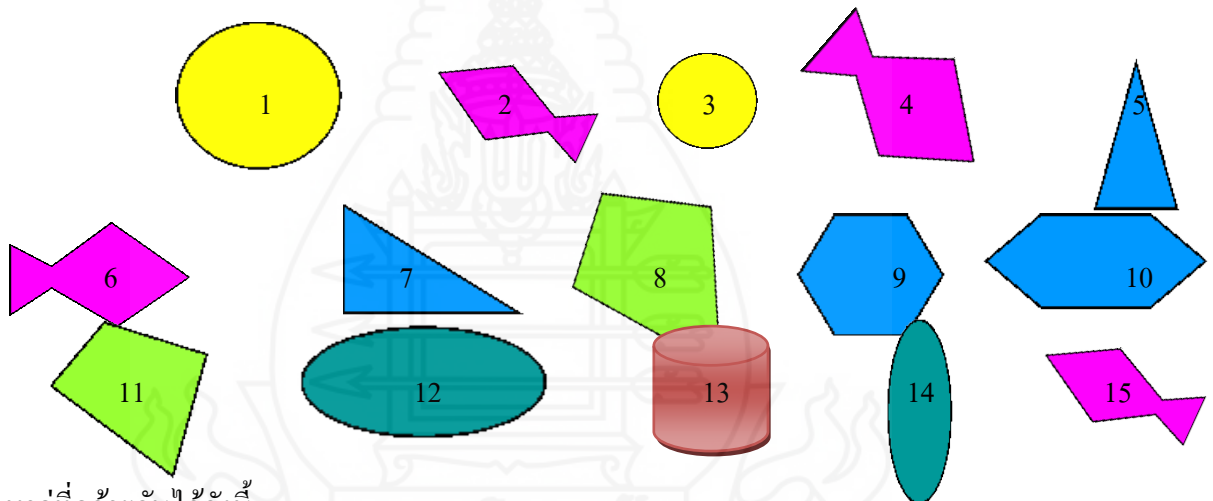
3.....

4.....

จุดประสงค์

1. หารูปที่คล้ายกันได้

ผลการดำเนินงาน



หาคู่ที่คล้ายกันได้ดังนี้

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

รูปที่คล้ายกันคือ รูปที่ กับรูปที่.....

ใบกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปคล้าย

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. ให้นักเรียนสำรวจสิ่งของที่พบเห็นในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะคล้ายกันอย่างน้อย 5 คู่
2. นำเสนอในรูปโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้
 - ชื่อโครงงาน
 - ผู้จัดทำ
 - จุดประสงค์
 - ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน และงานที่จะทำ
2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์
3. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

ตัวอย่าง โครงการที่ 1

โครงการ หาคู่แฝด

ผู้จัดทำ

จุดประสงค์

1.เพื่อสำรวจหาสิ่งที่คล้ายกันอย่างน้อย 5 คู่

ผลการดำเนินการ

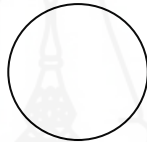
สิ่งของ มีดังนี้



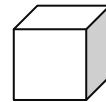
1



2



3



4



5



6



7



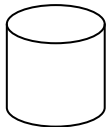
8



9



10



11



12



13



14



15

จากการสำรวจสิ่งที่คล้ายกัน มีดังนี้

รูปที่ 1	คล้ายกับ	รูปที่ 10
รูปที่ 2	คล้ายกับ	รูปที่ 9
รูปที่ 3	คล้ายกับ	รูปที่ 12
รูปที่ 6	คล้ายกับ	รูปที่ 15
รูปที่ 7	คล้ายกับ	รูปที่ 14

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และ 2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่เท่ากันเรียกว่า ด้านที่สมนัยกัน รูปที่คล้ายกันจะเขียนชื่อของรูปเรียงตามลำดับอักษรของมุมที่สมนัยกันเสมอ ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

สมบัติของความคล้ายและรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

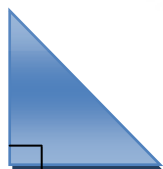
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมสนทนาถึงลักษณะของรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิม พร้อมทั้งให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนพิจารณารูปเรขาคณิตต่อไปนี้ บน PowerPoint โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

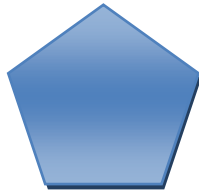


รูปห้าเหลี่ยม



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

- 1) นักเรียนคิดว่ารูปเรขาคณิตใดๆ รูปหนึ่ง จะคล้ายกับรูปเรขาคณิตรูปนั้นเสมอหรือไม่ (คล้ายกัน)



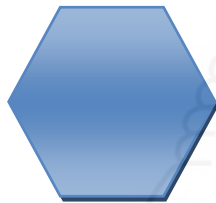
รูปเรขาคณิต A



รูปเรขาคณิต B

- 2) นักเรียนคิดว่าถ้ารูปเรขาคณิต A คล้ายกับ รูปเรขาคณิต B แล้วรูปเรขาคณิต B คล้ายกับ รูปเรขาคณิต A หรือไม่ (คล้ายกัน)

- 3) นักเรียนคิดว่าถ้ารูปเรขาคณิต A คล้ายกับ รูปเรขาคณิต B แล้วรูปเรขาคณิต B คล้ายกับ รูปเรขาคณิต C แล้วรูปเรขาคณิต A คล้ายกับ รูปเรขาคณิต C หรือไม่ (คล้ายกัน)



รูปเรขาคณิต A

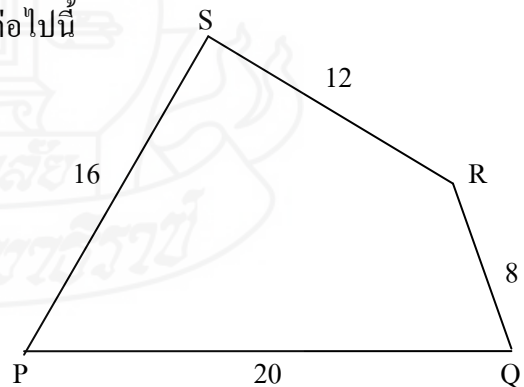
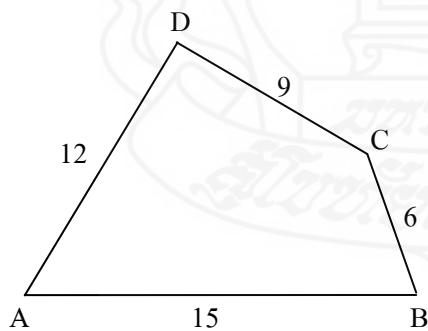


รูปเรขาคณิต B



รูปเรขาคณิต C

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมถึงสมบัติของการคล้ายกัน และความสัมพันธ์ที่สมมูลกัน
4. ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน 2 คน โดยครูนำรูปสี่เหลี่ยม 2 รูป ที่คล้ายกันแต่ต่างขนาดกันแจกให้นักเรียนแต่ละคู่ และทำกิจกรรมดังต่อไปนี้



- 1) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกันแต่ละคู่ต่อไปนี้

มุม A กับ มุม P , มุม B กับ มุม Q

มุม C กับ มุม R , มุม D กับ มุม S

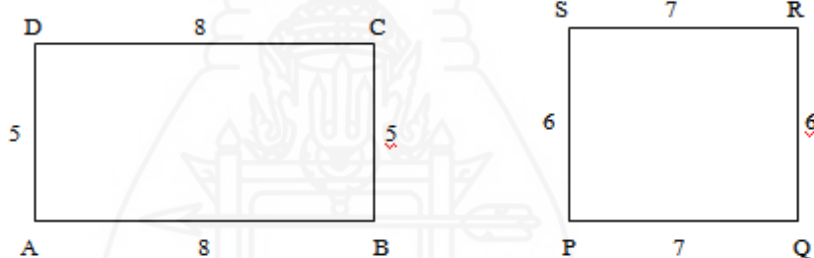
- 2) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันต่อไปนี้

$$\frac{AB}{PQ} , \frac{BC}{QR} , \frac{CD}{RS} , \frac{DA}{SP}$$

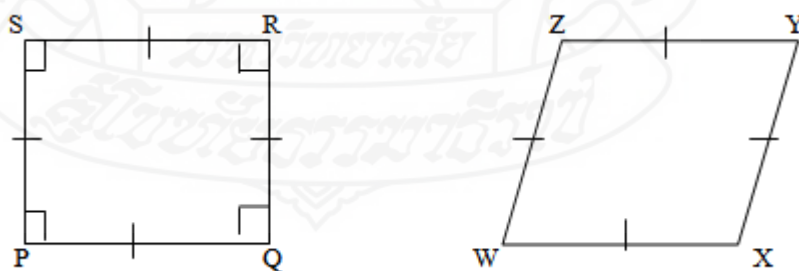
- 3) เปรียบเทียบอัตราส่วนที่ได้ ในข้อที่ 2)
- 4) ครูสุ่มถามนักเรียน นักเรียนที่ไม่ได้รับการสุ่มถามตรวจคำตอบของตนเอง
5. จากกิจกรรมที่นักเรียนปฏิบัติ ครูอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ทราบถึงกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต เกี่ยวกับขนาดของมุมและอัตราส่วนของความยาวด้าน เพื่อนำไปสู่บทนิยามและตัวอย่างของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน
6. ครูอธิบายถึงการเขียนรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ดังนี้
รูปที่คล้ายกันจะเขียนชื่อของรูปเรียงตามลำดับอักษรของมุมที่สมนัยกันเสมอ
ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

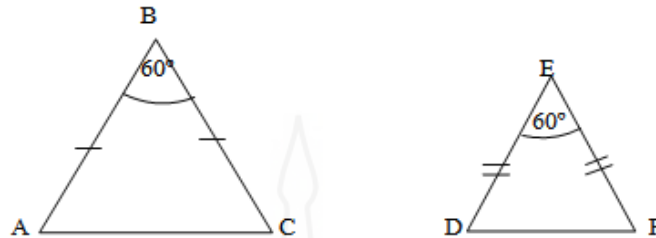
7. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างของ รูปหลายเหลี่ยมต่อไปนี้
 - 1) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า PQRS เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด ดังรูป



- 2) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส PQRS และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน WXYZ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด ดังรูป



3) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC และ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว DEF เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่เพราะเหตุใด ดังรูป



8. นักเรียนร่วมกันสรุปถึงรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

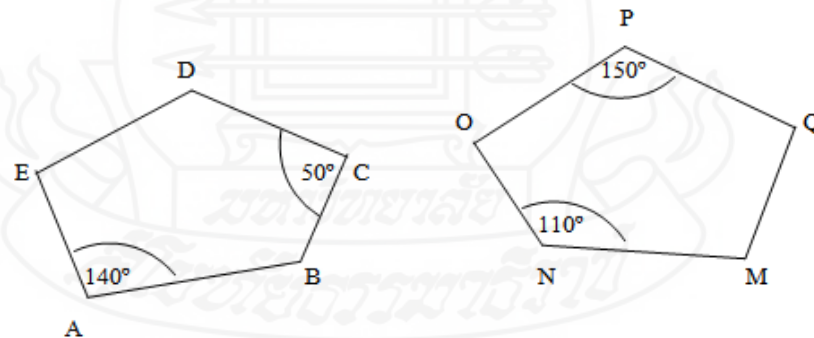
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- 1.ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่
- และ 2.อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

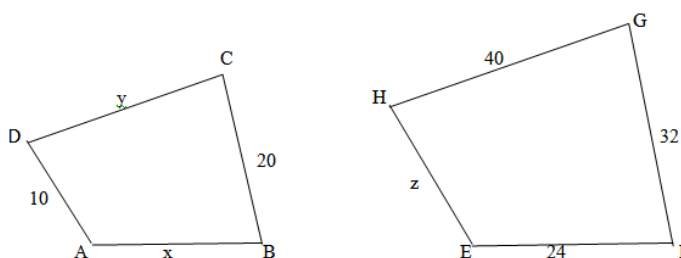
นำไปใช้

9. ให้นักเรียนพิจารณารูปบน PowerPoint และร่วมกันหาคำตอบ ดังนี้

1) จากรูป กำหนดให้รูปห้าเหลี่ยม ABCDE คล้ายกับรูป MNO PQ และหาขนาดของมุม B, มุม D, มุม E, มุม M, มุม O, มุม Q



2) จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH



จงหา

1. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน
2. ค่า x , y และ z
3. ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป
4. อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

10. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มแบบละความสามารถโดยแบ่งกลุ่มละ 4 คน ให้ช่วยกันทำใบกิจกรรมที่ 2/1 โครงงาน รูปหลายเหลี่ยมคล้ายกันได้

11. สุ่มถามนักเรียนแต่ละกลุ่มถึงคำตอบที่ได้ ครูชมเชยกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดและให้กำลังใจกลุ่มที่ได้คะแนนน้อย

12. ให้นักเรียนดูตัวอย่างโครงงาน มุมที่สมนัยกัน โดยครูให้ศึกษาการเขียนชื่อโครงงาน จุดประสงค์ ผลการดำเนินงาน ครูสรุปวิธีการเขียนโครงงานอย่างง่าย แล้วทำกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์เรื่องรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยครูแนะนำการเขียนจุดประสงค์และผลการดำเนินงานของโครงงาน

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 2/1 โครงงาน รูปหลายเหลี่ยมคล้ายกันได้
3. ใบกิจกรรมที่ 2/2 โครงงาน มุมที่สมนัยกัน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน

ใบกิจกรรมที่ 2/1
โครงการ รูปหลายเหลี่ยมคล้ายกันได้

คำสั่ง ให้นักเรียนตอบคำถาม ต่อไปนี้ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

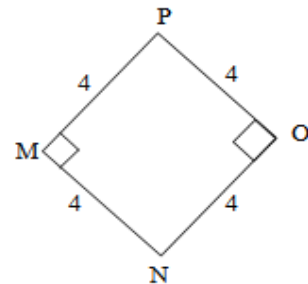
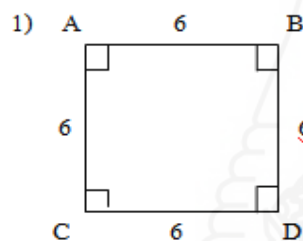
ผู้จัดทำ 1.....2.....
3.....4.....

จุดประสงค์

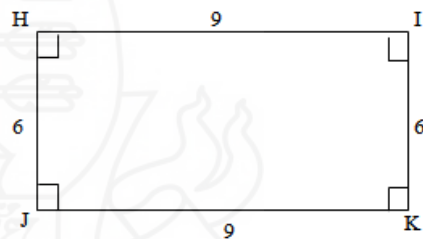
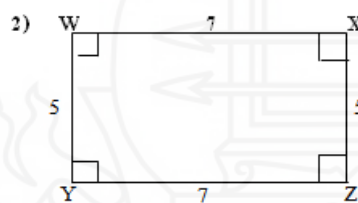
เพื่อสำรวจรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันได้

ผลการดำเนินงาน

1. จากรูป ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปที่คล้ายกัน หรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ.....



ตอบ.....

2. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

3. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

4. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

5. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

ใบกิจกรรมที่ 2/2
โครงการ มุมที่สมนัยกัน

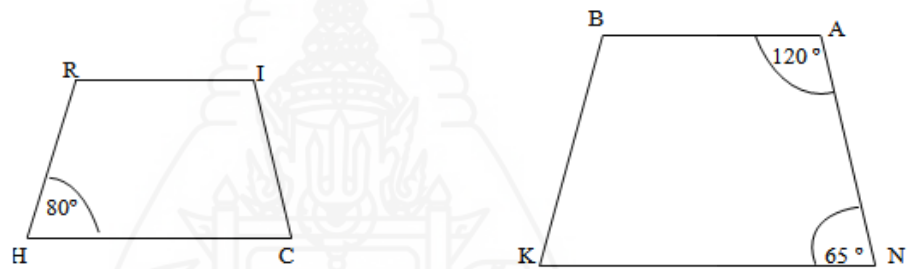
คำสั่ง ให้นักเรียนหาคำตอบ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์ เพื่อสำรวจหามุมที่สมนัยกัน

ผลการดำเนินงาน

- 1) จากรูป $\square$ RICH $\sim$ รูป $\square$ BANK จงหาขนาดของมุมทุกมุมที่ไม่ได้ระบุไว้



มุม R.....

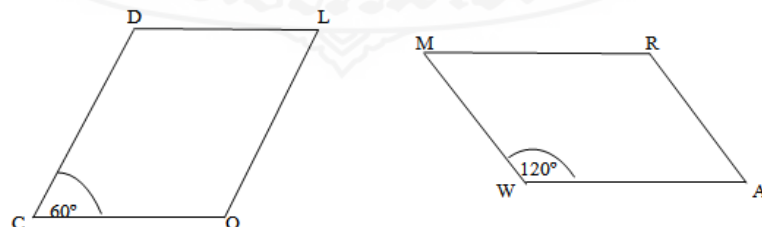
มุม B.....

มุม I.....

มุม K.....

มุม C.....

- 2) จากรูป กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน COLD $\sim$ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน WARM จงหามุมทุกมุมที่ไม่ได้ระบุไว้



มุม O.....

มุม A.....

มุม L.....

มุม R.....

มุม D.....

มุม M.....

ใบกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. นักเรียนช่วยกันสร้างรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน พร้อมทั้งบอกเหตุผลที่รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน มากลุ่มละ 3 คู่

2. นำเสนอในรูปโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อโครงงาน
- ผู้จัดทำ
- จุดประสงค์
- ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียนและงานที่จะทำ

2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์

3. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี ขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ๆ สามคู่ มุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันเรียกว่า มุมที่สมนัยกัน รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันจะมีมุมที่สมนัยกันสามคู่

รูปที่คล้ายกันจะเขียนชื่อของรูปเรียงตามลำดับอักษรของมุมที่สมนัยกันเสมอ
ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
3. นำเสนอโครงการอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ให้นักเรียนพิจารณาภาพที่ครูนำมาให้ดูบน PowerPoint ร่วมสนทนาถึงลักษณะของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากสิ่งแวดล้อมและสิ่งต่างๆ เช่น โครงสร้างสะพาน จักรยาน โครงหลังคา สิ่งก่อสร้าง และทบทวนบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน



ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

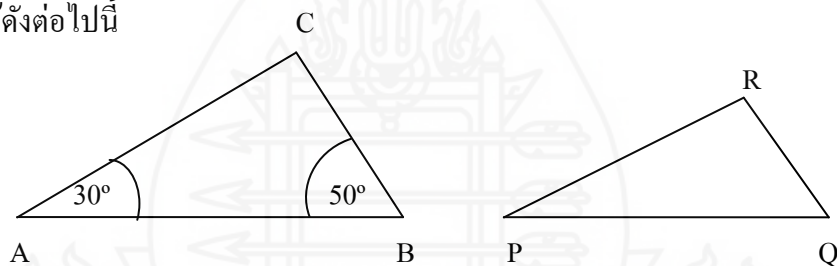
2. ให้นักเรียนแต่ละคนทำกิจกรรมต่อไปนี้ เพื่อเชื่อมโยงคำตอบของนักเรียนสู่บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

- 1) สร้าง $\triangle ABC$ ให้มีขนาดตามใจชอบ
- 2) สร้าง $\overline{DE}$ ให้ยาวพอสมควร
- 3) ที่จุด D สร้าง $\angle EDF = \angle BAC$ และที่จุด E สร้าง $\angle DEF = \angle ABC$ โดยที่ $\overline{DF}$ ตัดกับ $\overline{EF}$ ที่จุด F ครูดังคำถามนักเรียนคิดว่า $\angle FDE = \angle BCA$ หรือไม่ เพราะเหตุใด (เท่ากัน เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมภายในสองคู่มีขนาดเท่ากัน มุมคู่ที่เหลือจะมีขนาดเท่ากัน)
3. ครูดังคำถามกับนักเรียนถึงมุมแต่ละคู่ที่นักเรียนสร้าง ว่ามีลักษณะอย่างไร ให้นักเรียนหาข้อสรุปที่ได้

4. ครูอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ทราบว่า มุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่ามุมที่สมนัยกัน

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมใดๆ สองรูปที่มีลักษณะเหมือนกัน ต่างขนาดกันที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้



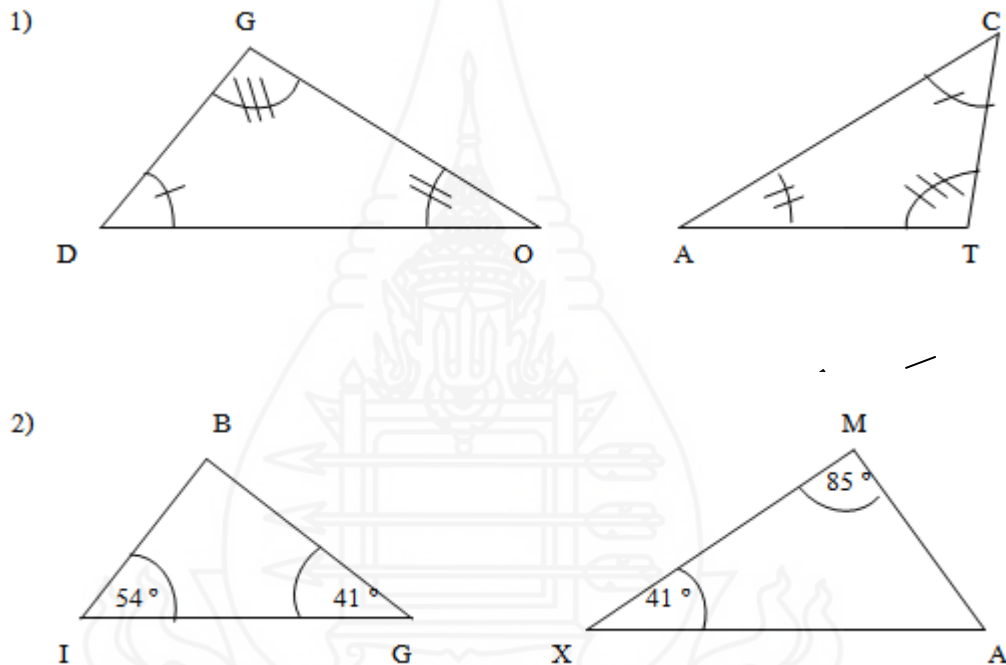
5. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้

- 1) $\triangle ABC$ มุม CAB มีขนาดเท่ากับมุมใดของ $\triangle PQR$ และมีขนาดเท่าใด (เท่ากับมุม RPQ มีขนาด 30°)
- 2) $\triangle ABC$ มุม ABC มีขนาดเท่ากับมุมใดของ $\triangle PQR$ และมีขนาดเท่าใด (เท่ากับมุม PQR มีขนาด 50°)
- 3) $\triangle ABC$ มุม ACB มีขนาดเท่ากับมุมใดของ $\triangle PQR$ และมีขนาดเท่าใด (เท่ากับมุม PRQ มีขนาด 100°)
- 4) นักเรียนรู้ได้อย่างไรว่ามุม ACB เท่ากับมุม PRQ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน ได้ 180°)
- 5) ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยเชื่อมโยงจากภาพความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมและการตอบคำถาม ดังนี้

ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมเท่ากันทั้งสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมคล้าย
รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็น
คู่ๆ สามคู่ ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

นำไปใช้

6. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมจากตัวอย่างบน PowerPoint และร่วมกันพิจารณา
ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยสามารถนำข้อสรุปเกี่ยวกับรูป
สามเหลี่ยมที่คล้ายกันตรวจสอบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ ดังตัวอย่าง



ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

7. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มแบบละความสามารถโดยแบ่งกลุ่มละ 4 คน ให้ช่วยกันทำ
ใบกิจกรรมที่ 3 โครงการ หาคู่คล้าย

8. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปถึงคำตอบที่ได้จากใบกิจกรรม โครงการ หาคู่คล้าย

9. ให้นักเรียนดูตัวอย่างโครงการ สามเหลี่ยมคล้ายกัน โดยครูให้ศึกษาการเขียนชื่อ

โครงการ จุดประสงค์ ผลการดำเนินงาน ครูสรุปวิธีการเขียนโครงการอย่างง่าย แล้วทำกิจกรรม
โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยครูแนะนำการเขียนจุดประสงค์และผล
การดำเนินงานของโครงการ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 3 โครงงาน หาคู่คล้าย
3. ตัวอย่างโครงงาน สามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 3
โครงการ หาคู่คล้าย

คำสั่ง ให้นักเรียนเติมข้อความ ต่อไปนี้ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

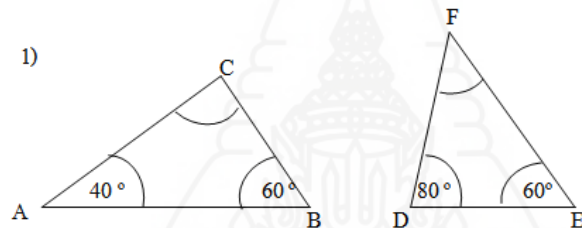
ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่

ผลการดำเนินงาน

1)



มุม A เท่ากับ มุม เท่ากับ.....องศา

มุม B เท่ากับ มุม เท่ากับ.....องศา

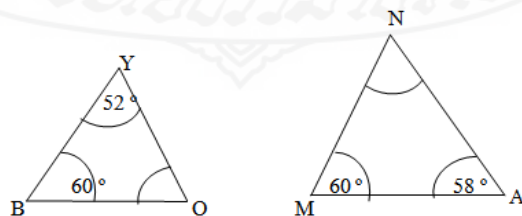
มุม C เท่ากับ มุม เท่ากับ.....องศา

$\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

.....

2)



มุมที่เท่ากัน มีมุมใดบ้าง กางกึ่งองศา

ตอบ.....

.....

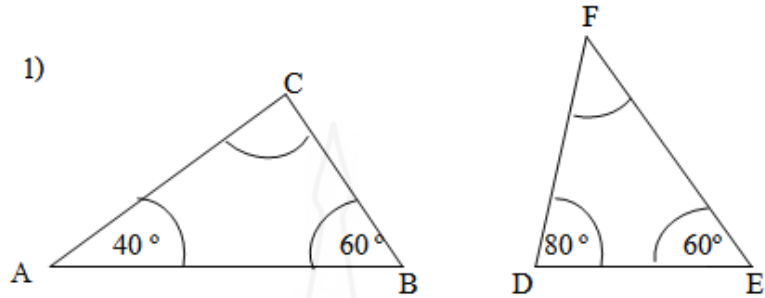
$\triangle BOY$ และ $\triangle MAN$ คล้ายกันหรือไม่

เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

โครงการ หาดูคล้าย

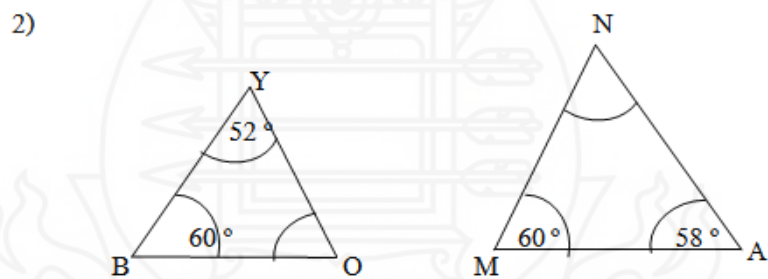


มุม A เท่ากับ มุม ...F..... เท่ากับ.....40.....องศา

มุม B เท่ากับ มุม ...E..... เท่ากับ.....60.....องศา

มุม C เท่ากับ มุม ...D..... เท่ากับ.....80.....องศา

ตอบ $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ เพราะมีมุมภายในเท่ากันทั้งสามคู่



มุม B เท่ากับ มุม ...M..... เท่ากับ.....60.....องศา

มุม O เท่ากับ มุม ...A..... เท่ากับ.....58.....องศา

มุม Y เท่ากับ มุม ...N..... เท่ากับ.....52.....องศา

ตอบ $\triangle BOY$ คล้ายกับ $\triangle MAN$ คล้ายกัน เพราะมีมุมภายในเท่ากันทั้งสามคู่

ใบกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. นักเรียนช่วยกันสร้างรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน กลุ่มละ 3 คู่ พร้อมทั้งบอกเหตุผลที่รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

2. นำเสนอในรูปโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อโครงงาน
- ผู้จัดทำ
- จุดประสงค์
- ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียนและงานที่จะทำ

2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์

3. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

ตัวอย่าง โครงการที่ 2
โครงการ สามเหลี่ยมคล้ายกัน

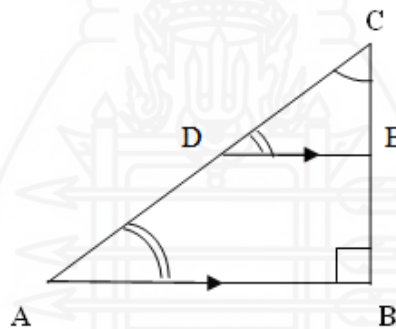
ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

1. ตำราจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน
2. บอกเหตุผลที่รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

ผลการดำเนินงาน

จากรูป $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$



มุม C เท่ากับ มุม C เป็นมุมร่วม

มุม D เท่ากับ มุม A สมบัติของเส้นขนาน

มุม E เท่ากับ มุม B เป็นมุมฉาก

มีมุมภายในเท่ากันทั้งสามคู่

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสามารถนำไปประยุกต์หามุมและด้านที่ไม่ทราบขนาดและความยาวโดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. แสดงความสัมพันธ์ของด้านและมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้
3. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
4. เสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 2 - 3 คน ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4/1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาคำสั่งในใบกิจกรรม

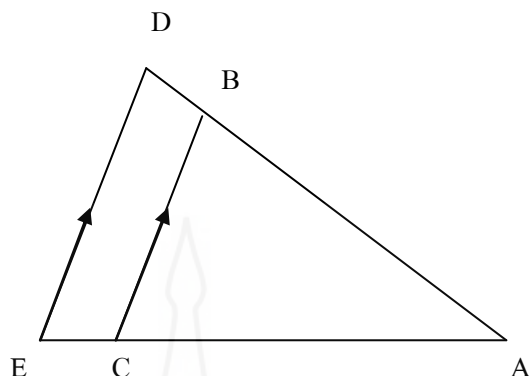
3. ให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบและวิธีการที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

4. ให้แต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนคำตอบกัน

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้บน PowerPoint เพื่อแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ จงหาว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ คล้ายกันหรือไม่



เนื่องจาก

- 1) $\hat{BAC} = \hat{DAE}$ (เป็นมุมร่วม)
- 2) $\hat{ABC} = \hat{ADE}$ (เป็นมุมภายในและมุมภายนอกข้างเดียวกันของเส้นตัด)
- 3) $\hat{BCA} = \hat{DEA}$ (เป็นมุมภายในและมุมภายนอกข้างเดียวกันของเส้นตัด)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

6. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่า การพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นคล้ายกันหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากมุมที่เท่ากันสามคู่ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

ขั้นนำไปใช้

7. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 4/2 โครงการ คล้ายกัน ครูให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้องของการหาคำตอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 4/3 โครงการ เหตุผลที่คล้ายกัน นำส่งชั่วโมงหน้า สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 4/1
3. ใบกิจกรรมที่ 4/2 โครงการ คล้ายกัน
4. ใบกิจกรรมที่ 4/3 โครงการ เหตุผลที่คล้ายกัน

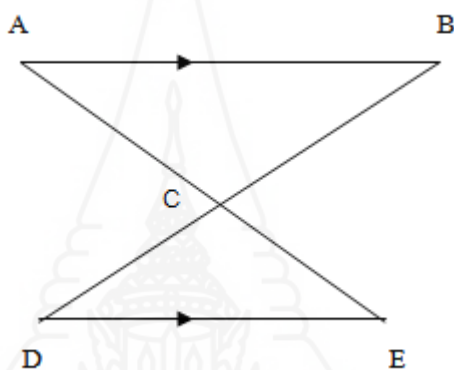
การวัดผลและการประเมินผล

1. สัมผัสจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน

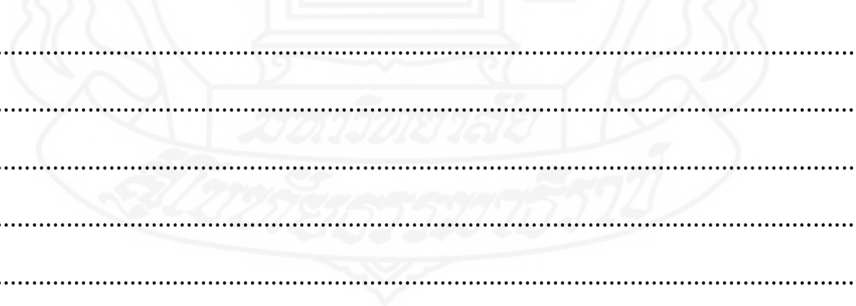


คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาคำตอบและวิธีการที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกันและให้แต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนคำตอบกัน

กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ จงหาว่า $\triangle ABC$ กับ $\triangle EDC$ คล้ายกันหรือไม่

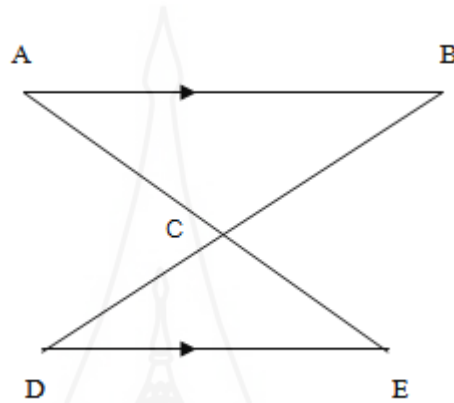


วิธีทำ



เฉลย ใบกิจกรรมที่ 4/1

กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ จงหาว่า $\triangle ABC$ กับ $\triangle EDC$ คล้ายกันหรือไม่



วิธีทำ เนื่องจาก

- 1) $\hat{A}BC = \hat{C}DE$ (เป็นมุมแย้ง)
- 2) $\hat{B}AC = \hat{C}ED$ (เป็นมุมแย้ง)
- 3) $\hat{A}CB = \hat{D}CE$ (เป็นมุมตรงข้าม)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

ใบกิจกรรมที่ 4/2

โครงการ คล้ายกัน

คำสั่ง ให้แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกัน เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....

2.....

3.....

4.....

จุดประสงค์

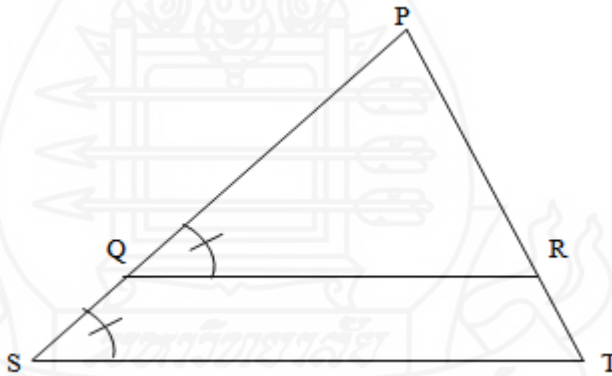
1. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

ผลการดำเนินงาน

กำหนดให้ $PQR = PST$ จงหาว่า $\triangle PQR$ และ $\triangle PST$ คล้ายกันหรือไม่



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

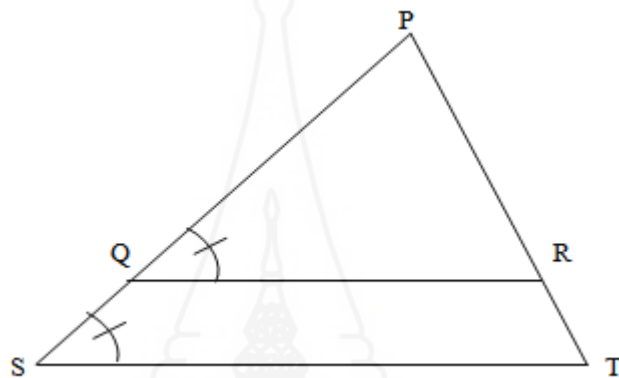
.....

.....

.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 4/2
โครงการ คล้ายกัน

กำหนดให้ $\hat{PQR} = \hat{PST}$ จงหาว่า $\triangle PQR$ และ $\triangle PST$ คล้ายกันหรือไม่



วิธีทำ เนื่องจาก

- 1) $\hat{PQR} = \hat{PST}$ (กำหนดให้)
- 2) $\hat{QPR} = \hat{SPT}$ (เป็นมุมร่วม)
- 3) $\hat{PRQ} = \hat{PTS}$ (มุมที่เหลื๋อย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยม
รวมกันได้ 180 องศา)

ดังนั้น $\triangle PQR \sim \triangle PST$

ใบกิจกรรมที่ 4/3
โครงการ เหตุผลที่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกัน และเติมข้อความ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

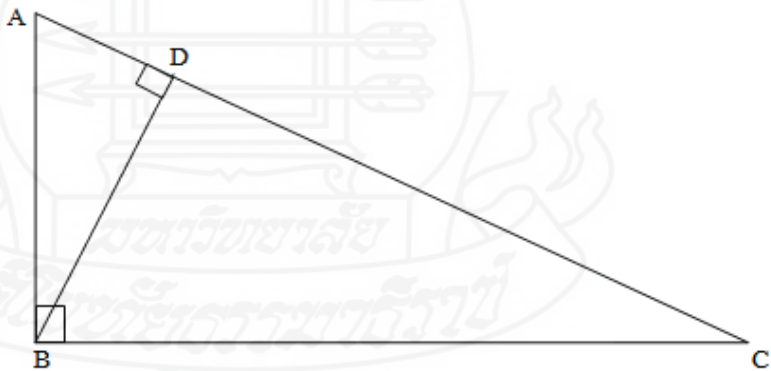
.....
.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

ผลการดำเนินงาน

จากรูป แสดงให้เห็นว่า $\triangle ABC \sim \triangle ADB$



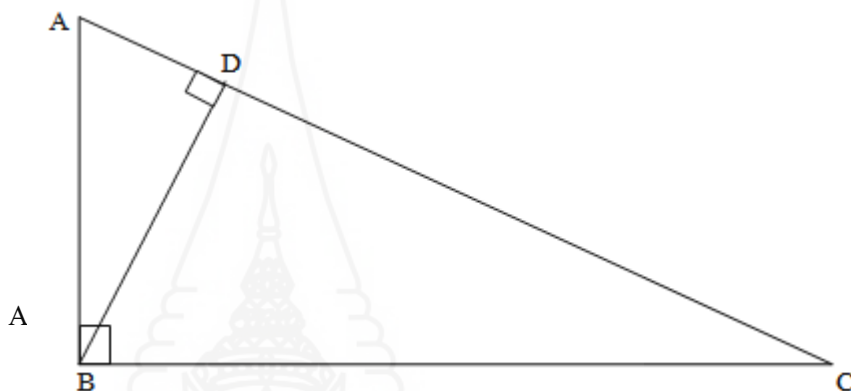
วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 4/3
 โครงการ เหตุผลที่คล้ายกัน

ผลการดำเนินงาน

จากรูป แสดงให้เห็นว่า $\triangle ABC \sim \triangle ADB$



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABC$ และ $\triangle ADB$

1. $\hat{A}BC = \hat{A}DB$ (มีขนาดมุมเท่ากับ 90° เท่ากัน)
2. $\hat{B}AC = \hat{D}AB$ (เป็นมุมร่วม)
3. $\hat{A}BC + \hat{B}AC + \hat{A}CB = \hat{A}DB + \hat{D}AB + \hat{A}BD$
 (ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°)
4. $\hat{A}CB = \hat{A}BD$ เพราะ $\hat{A}BC = \hat{A}DB$ และ $\hat{B}AC = \hat{D}AB$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (มีมุมภายในเท่ากันสามคู่)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

รูปที่คล้ายกันจะเขียนชื่อของรูปเรียงตามลำดับอักษรของมุมที่สมนัยกันเสมอ ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
3. แสดงความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยใช้อัตราส่วนของด้าน
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)

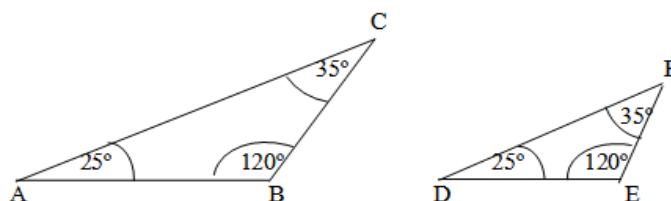
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนารับรู้ถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนบทนิยาม ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว โดยครูสุ่มถามนักเรียน

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน จะมีด้านที่สมนัยกันหรือไม่
3. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันต่อไปนี้



$\triangle$ $\triangle$
 กำหนด $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

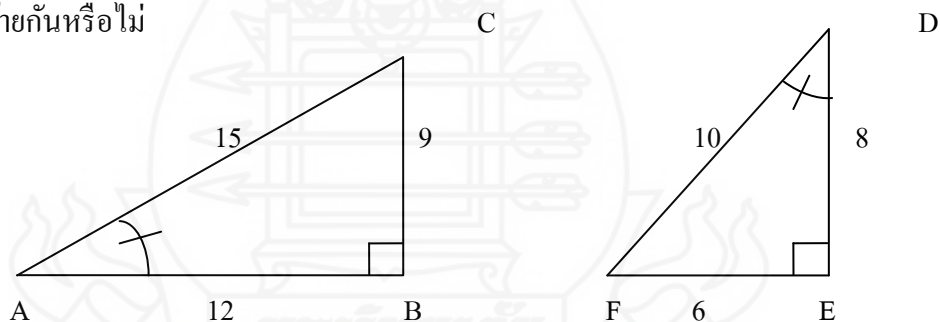
ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนดังนี้

- 1) จากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน $\overline{AC}$ และ $\overline{DF}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (เป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันหรือมุมที่สมนัยกัน)
- 2) ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันและเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันด้านนั้นเป็นด้านที่สมนัยกันหรือไม่ (เป็นด้านที่สมนัยกัน)
- 3) จากรูปให้นักเรียนบอกด้านใดบ้างที่สมนัยกัน
4. ให้นักเรียน วัดความยาวของด้านทุกด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ที่ครูนำมาให้ ทั้งสองรูป แล้วนำมาคำนวณหาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน อัตราส่วนทั้งสามเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่ (เท่ากัน)

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันบน PowerPoint โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ต่อไปนี้

ตัวอย่าง กำหนด $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีขนาดดังรูป จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองคล้ายกันหรือไม่



วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$

- มุม A เท่ากับ มุม D (กำหนดให้)
 มุม B เท่ากับ มุม E (กำหนดให้)
 มุม C เท่ากับ มุม F (สมบัติของการเท่ากัน)

หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน $\frac{AB}{DE}$, $\frac{BC}{EF}$, $\frac{CA}{FD}$

$$\begin{aligned} \frac{AB}{DE} &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{BC}{EF} &= \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{CA}{FD} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

จะเห็นว่า $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = \frac{3}{2}$

แสดงว่า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ เพราะมี อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากัน

6. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยเชื่อมโยงจากตัวอย่างความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมดังนี้

ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

7. ครูให้ข้อสังเกตกับนักเรียนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันอาจพิจารณาจากมุมที่เท่ากัน 3 คู่ หรืออัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ก็ได้ แต่รูปหลายเหลี่ยมอื่นๆต้องพิจารณาทั้งมุมและด้าน

ขั้นนำไปใช้

8. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 5 โครงการ อัตราส่วนด้านที่เท่ากัน

9. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปถึงคำตอบที่ได้จากใบกิจกรรม โครงการ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

10. ให้นักเรียนดูตัวอย่างโครงการ อัตราส่วนความยาวด้านของสามเหลี่ยม โดยครูแนะนำการเขียนจุดประสงค์ และผลการดำเนินงานของโครงการ และสาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ในการทำโครงการในครั้งนี้ แล้วทำกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 5 โครงการ อัตราส่วนด้านที่เท่ากัน
3. ตัวอย่างโครงการ อัตราส่วนชวนชม

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน

ใบกิจกรรมที่ 5
โครงการ อัตราส่วนด้านที่เท่ากัน

คำสั่ง ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาว่าสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ โดยเติมคำตอบ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

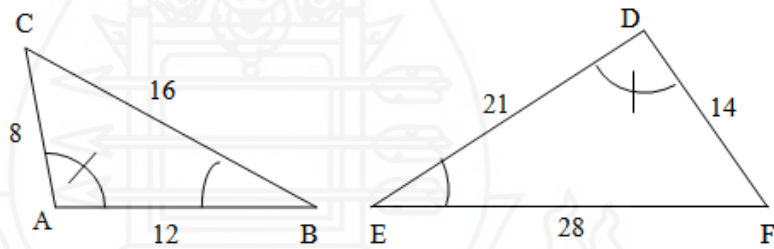
จุดประสงค์

1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

อัตราส่วนที่เท่ากัน

ผลการดำเนินงาน



$$\frac{AC}{DE} = \frac{8}{21} = \frac{8}{21}$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

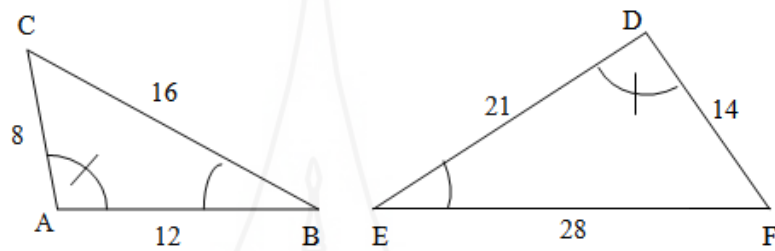
$$\frac{BC}{DF} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

เพราะ.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 5
โครงงาน อัตราส่วนด้านที่เท่ากัน

คำสั่ง ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาว่าสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่



$$\frac{AC}{FD} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{AB}{ED} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

เพราะอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ใบกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. ให้นักเรียนช่วยกันสำรวจสิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบตัวนักเรียนที่มีลักษณะของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยมีความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากัน กลุ่มละ 3 คู่ พร้อมทั้งบอกเหตุผลที่รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

2. นำเสนอในรูปโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อโครงงาน
- ผู้จัดทำ
- จุดประสงค์
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง
- ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน และงานที่จะทำ

2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์

3. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ให้พิจารณาว่าโครงงานที่จัดทำมีความเกี่ยวข้องหรือนำสาระใดของคณิตศาสตร์มาใช้บ้าง

4. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

ตัวอย่าง โครงการที่ 3
โครงการ อัตราส่วนขนาน

ผู้จัดทำ 1.....

2.....

3.....

4.....

จุดประสงค์

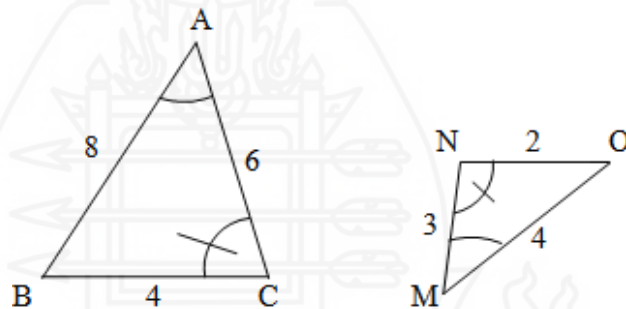
- 1.สำรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน
- 2.บอกเหตุผลที่รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

อัตราส่วนที่เท่ากัน

ผลการดำเนินงาน

จากรูป สามเหลี่ยมที่กำหนดให้



$$\text{จากรูป } \frac{BC}{ON} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{CA}{NM} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{AB}{MO} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{จะได้ } \frac{BC}{ON} = \frac{CA}{NM} = \frac{AB}{MO}$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle MON$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

รูปที่คล้ายกันจะเขียนชื่อของรูปเรียงตามลำดับอักษรของมุมที่สมนัยกันเสมอ ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ แทนคำว่า คล้ายกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
3. แสดงความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยใช้อัตราส่วนของด้าน
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)

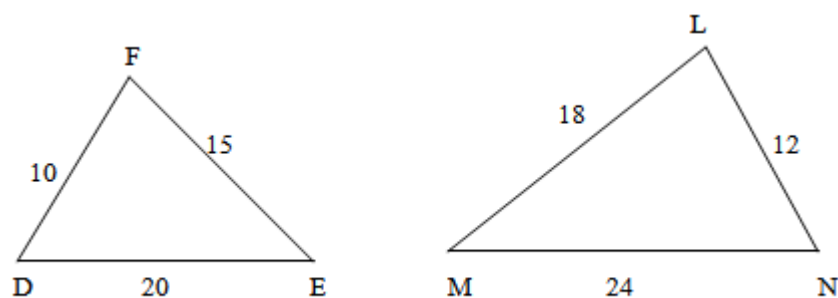
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนบทนิยาม ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว โดยครูสุ่มถามนักเรียน

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 2-3 คน ร่วมพิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ บน PowerPoint โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้



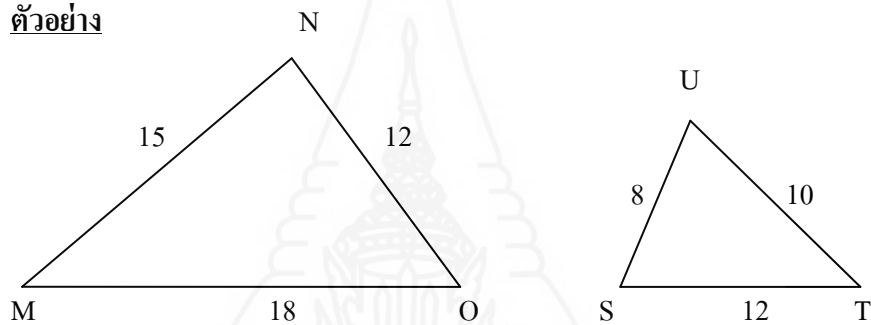
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และนักเรียนมีวิธีการอย่างไรที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

3. ให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน
4. ให้นักเรียนนำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน
5. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การพิจารณาหาด้านที่สมนัยกันนั้น ควรเริ่มจากด้านที่สั้นที่สุดไปหาด้านที่ยาวที่สุดหรือกลับกัน

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

6. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้บน PowerPoint ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ ดังนี้

ตัวอย่าง



วิธีทำ เนื่องจาก

$$\frac{ON}{SU} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{NM}{UT} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{MO}{TS} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

ดังนั้น $\triangle MON \sim \triangle TSU$

7. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่าการพิจารณาหา ด้านที่สมนัยกันนั้น ควรเริ่มจากด้านที่สั้นที่สุดไปหาด้านที่ยาวที่สุดหรือกลับกัน และรูป สามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- 1) ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ หรือ
- 2) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ขั้นนำไปใช้

8. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 6/1 โครงการ “จี๋เอ๋ เธออยู่ ไหน”
9. สุ่มนักเรียนนำเสนอคำตอบจากการทำใบกิจกรรม โครงการ

ชั้นฝึกทักษะและทบทวน

10. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 6/2 โครงการตามหาด้านที่หาย นำส่งชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 6/1 โครงการ “จีเอ เอ้ออยู่ไหน”
3. ใบกิจกรรมที่ 6/2 โครงการ ตามหาด้านที่หาย

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 6/1
โครงการ “จีเอ เอออยู่ไหน”

คำสั่ง ให้หาความยาวของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันแล้วเติมข้อความ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....

2.....

3.....

จุดประสงค์

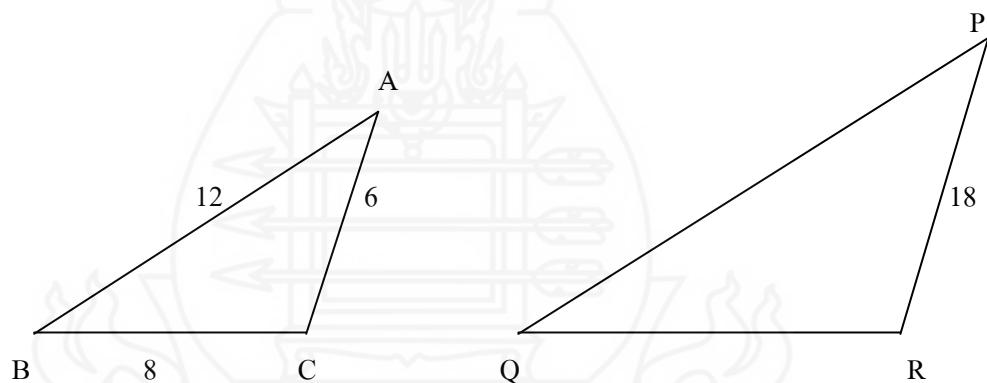
มีทักษะในการนำสมบัติรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

แก้สมการจากอัตราส่วน

ผลการดำเนินงาน

จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ หาความยาวของด้าน PQ และ ความยาวด้าน QR ได้ดังนี้

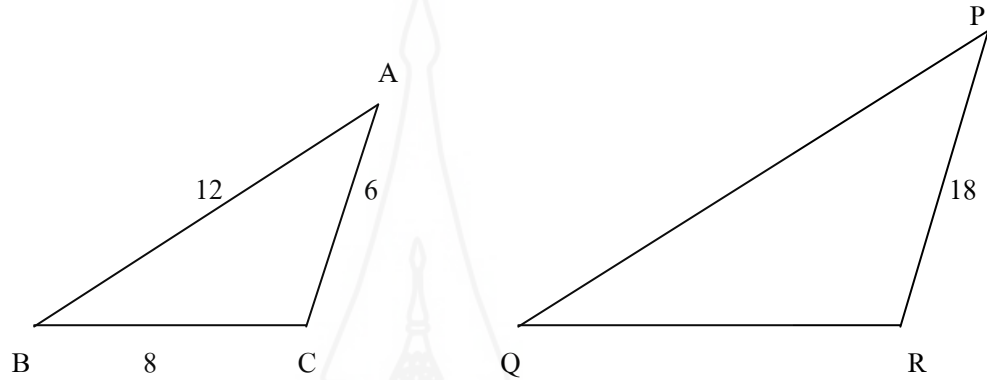


	$\triangle ABC \sim \triangle PQR$		$\triangle ABC \sim \triangle PQR$
ดังนั้น	$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$	จะได้	$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$
จะได้	$\frac{AB}{PQ} = \frac{CA}{RP}$		$\frac{12}{PQ} = \frac{8}{QR}$
	$\frac{12}{PQ} = \frac{.....}{18}$		$QR = \frac{8 \times}{12}$
	$\frac{12 \times 18}{.....} = PQ$		$QR =$
	$PQ =$		

ดังนั้น ความยาวของด้าน PQ = และ ความยาวด้าน QR =

เฉลยใบกิจกรรมที่ 6/1
โครงการ “จีเอ เอออยู่ไหน”

จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ หาคความยาวของด้าน PQ และ ความยาวด้าน QR ได้ดังนี้



$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ดังนั้น $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ จะได้ $\frac{AB}{PQ} = \frac{CA}{RP}$ $\frac{12}{PQ} = \frac{6}{18}$ $\frac{12 \times 18}{6} = PQ$ $PQ = 36$	จะได้ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ $\frac{12}{36} = \frac{8}{QR}$ $QR = \frac{8 \times 36}{12}$ $QR = 24$
---	--

ดังนั้น ความยาวของด้าน PQ = 36 และ ความยาวด้าน QR = 24

ใบกิจกรรมที่ 6 / 2
โครงงาน ตามหาด้านที่หาย

คำสั่ง ให้หาความยาวของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แล้วเติมข้อความ เพื่อให้โครงงานสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

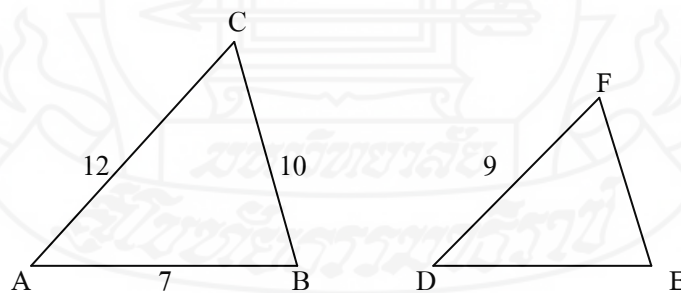
1. มีทักษะในการนำสมบัติรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้าน

ที่สมนัยกัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ผลการดำเนินงาน

จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ หาความยาวของด้าน DE และ ความยาวด้าน EF ได้ดังนี้



เฉลย ใบกิจกรรมที่ 6/2
 โครงการ ตามหาด้านที่หาย

จาก $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

จะได้ $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$

$$\frac{12}{9} = \frac{7}{DE}$$

$$DE = \frac{7 \times 9}{12}$$

$$DE = 5.25$$

ดังนั้นด้าน DE ยาว 5.25 หน่วย

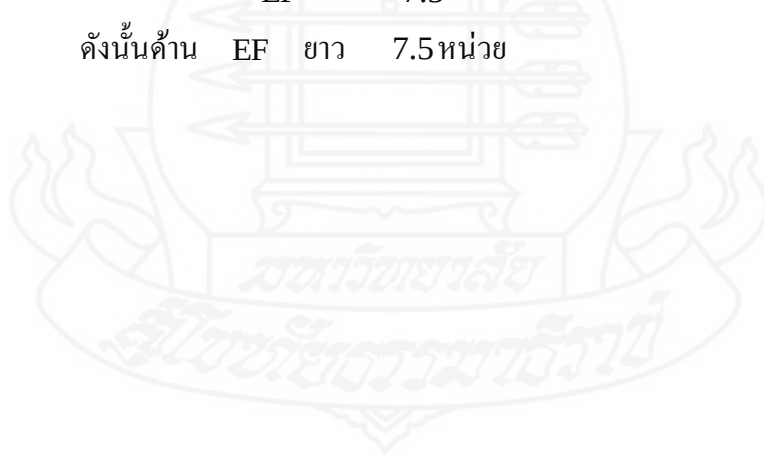
และ $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

$$\frac{12}{9} = \frac{10}{EF}$$

$$EF = \frac{10 \times 9}{12}$$

$$EF = 7.5$$

ดังนั้นด้าน EF ยาว 7.5 หน่วย



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสามารถนำไปประยุกต์หามุมและด้านที่ไม่ทราบขนาดและความยาวโดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. แสดงความสัมพันธ์ของด้านและมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้
3. มีทักษะในการนำสมบัติไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้านและมุมที่สมนัยกัน
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

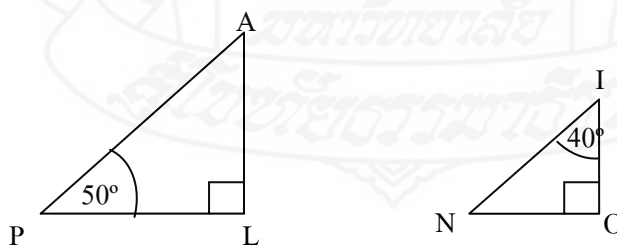
สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาภาพของรูปสามเหลี่ยมบน PowerPoint ดังนี้

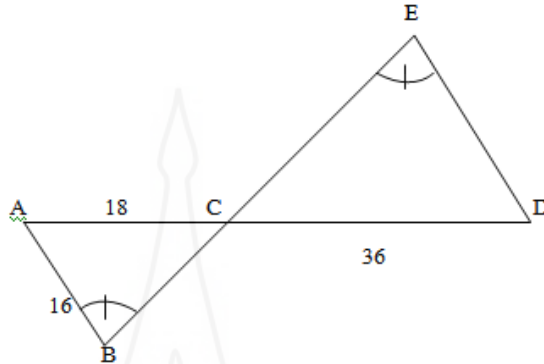


ครูตั้งคำถามเพื่อเป็นการทบทวนบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว

- 1) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) ให้นักเรียนบอกมุมคู่ที่เท่ากัน
- 3) นักเรียนคิดว่านอกจากมุมเท่ากันเป็นคู่ๆแล้ว มีอะไรอีกที่สามารถทำให้รูปสามเหลี่ยมคล้ายกันได้

ชั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 2 - 3 คน ร่วมกันพิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ บน PowerPoint โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้



นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และนักเรียนมีวิธีการอย่างไรที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

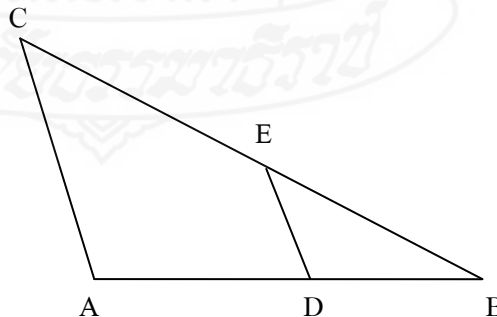
3. ให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน
4. ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันหาความยาวของด้าน ED
5. กลุ่มนักเรียนนำเสนอวิธีการหาคำตอบหน้าชั้นเรียน

ชั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

6. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้บน PowerPoint เพื่อหาความยาวด้าน ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนด $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ ถ้า $DB = 5$ เซนติเมตร , $BE = 6$ เซนติเมตร,

$AC = 12$ เซนติเมตร และ $AB = 15$ เซนติเมตร จงหาความยาวของด้าน BC และ DE



วิธีทำ กำหนด $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

$$\text{จะได้ } \frac{BC}{BE} = \frac{AB}{DB}$$

$$\frac{BC}{6} = \frac{15}{5}$$

$$BC = \frac{15 \times 6}{5}$$

$$BC = 18$$

ดังนั้น ด้าน BC ยาว 18 เซนติเมตร

และ $\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{DB}$

$$\frac{12}{DE} = \frac{15}{5}$$

$$DE = \frac{12 \times 5}{15}$$

$$DE = 4$$

ดังนั้น ด้าน DE ยาว 4 เซนติเมตร

7. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่าการพิจารณาหา
ด้านที่ไม่ทราบนั้น ให้นำอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันที่ทราบค่ามาหาด้านที่
ต้องการหาและใช้หลักการแก้สมการเพื่อหาคำตอบด้านที่ต้องการ
จึ้นนำไปใช้

8. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 7/1 โครงการงาน OB ยาว
เท่าใดครูให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้องของการหาคำตอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 7/2 โครงการงาน หาค่า x นำส่งชั่วโมงหน้า
สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 7/1 โครงการงาน OB ยาวเท่าใด
3. ใบกิจกรรมที่ 7/2 โครงการงาน หาค่า x

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน

ใบกิจกรรมที่ 7/1
โครงการ OB ยาวเท่าใด

คำสั่ง ให้หาความยาวของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

1. มีทักษะในการนำสมบัติรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

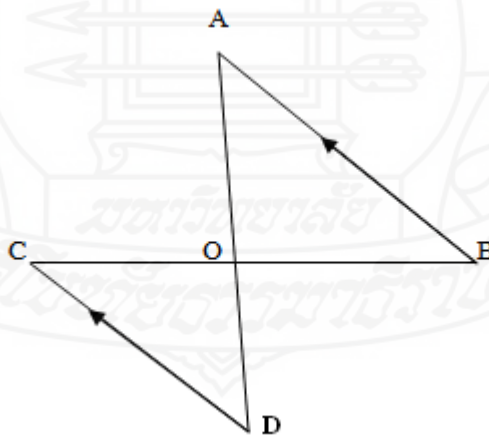
แก้สมการจากอัตราส่วน

ผลการดำเนินงาน

จากรูปที่กำหนดให้ ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB : CD = 5 : 4$ ถ้า $OC = 12$

เซนต์เมตร

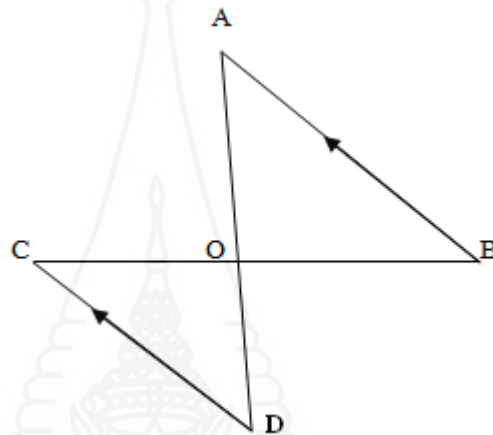
$\overline{OB}$ ยาวเท่าไร ให้แสดงวิธีการหาความยาว OB



.....
.....
.....
.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 7/1
 eworkงาน OB ยาวเท่าใด

จากรูปที่กำหนดให้ ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB : CD = 5 : 4$ ถ้า $OC = 12$
 เซนติเมตร $\overline{OB}$ ยาวเท่าไร



วิธีทำ

จาก $\triangle AOB \sim \triangle DOC$

$$\text{ดังนั้น } \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OC}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{OB}{12}$$

$$OB = \frac{5 \times 12}{4}$$

$$OB = 15$$

ดังนั้นด้าน OB ยาว 15 เซนติเมตร

ใบกิจกรรมที่ 7/2

โครงการ หาค่า x

คำสั่ง ให้หาความยาวของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ผู้จัดทำ 1.....

2.....

3.....

4.....

จุดประสงค์

1. มีทักษะในการนำสมบัติรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

ผลการดำเนินงาน

กำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ดังรูป จงหาค่าของ x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

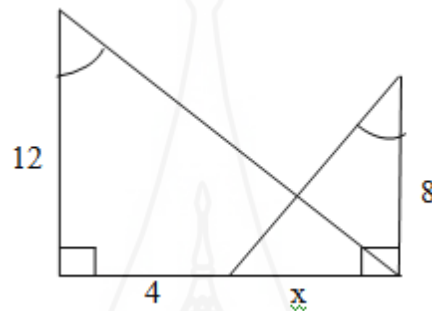
.....

.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 7/2

โครงการ หาค่า x

กำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ดังรูป จงหาค่าของ x



$$\text{จะได้ } \frac{8}{12} = \frac{x}{4+x}$$

$$8(4+x) = 12x$$

$$32 + 8x = 12x$$

$$32 = 12x - 8x$$

$$32 = 4x$$

$$x = \frac{32}{4}$$

$$x = 8$$

ดังนั้น x มีค่าเท่ากับ 8

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสามารถนำไปประยุกต์หามุมและด้านที่ไม่ทราบขนาดและความยาวโดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. แสดงความสัมพันธ์ของด้านและมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้
3. มีทักษะในการนำสมบัติไปประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ของด้านและมุมที่สมนัยกัน
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

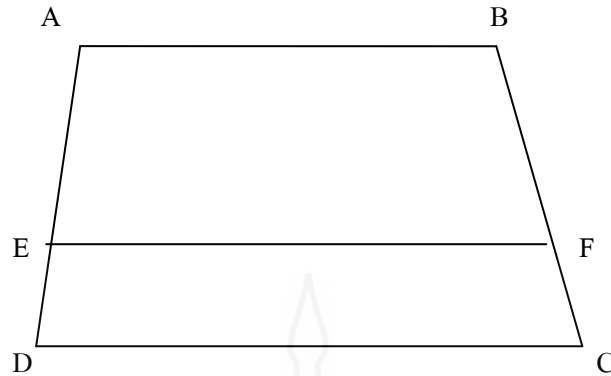
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาลงถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนบทนิยาม ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 - 4 คน ร่วมกันพิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ บน PowerPoint ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และนักเรียนมีวิธีการอย่างไรที่จะทำให้ทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน ดังนี้

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่ง $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ E และ F เป็นจุดอยู่บนด้าน AD และ BC ตามลำดับ $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ และ $\frac{BF}{FC} = \frac{2}{1}$ ถ้าให้ $AB = 7$ หน่วย และ $DC = 10$ หน่วย จงหา EF

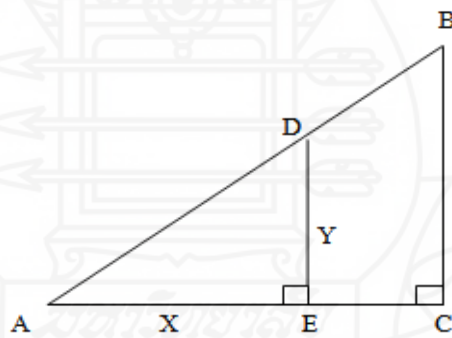


3. ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันหาความยาวของด้าน ED
4. ให้นักเรียนนำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้บน PowerPoint เพื่อหาความยาวด้าน ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\hat{C}$ และ $\hat{E}$ เป็นมุมฉาก $BC = 1$ หน่วย และ $AC = 2$ หน่วย จงหาอัตราส่วนของ $\frac{Y}{X}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (มีมุมเท่ากัน 3 คู่)

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{Y}{X} = \frac{BC}{AC}$$

จาก $BC = 1$ หน่วย และ $AC = 2$ หน่วย

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{Y}{X} = \frac{1}{2}$$

6. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่าการพิจารณาหาด้านที่ไม่ทราบนั้น ให้นำอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ที่ทราบค่ามาหาด้านที่ต้องการหา และใช้หลักการแก้สมการเพื่อหาคำตอบด้านที่ต้องการ

ชั้นนำไปใช้ ฝึกทักษะและทบทวน

7. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 8 โครงการ อัตราส่วน Y :

X ครูให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้องของการหาคำตอบ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 8 โครงการ อัตราส่วน Y : X

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



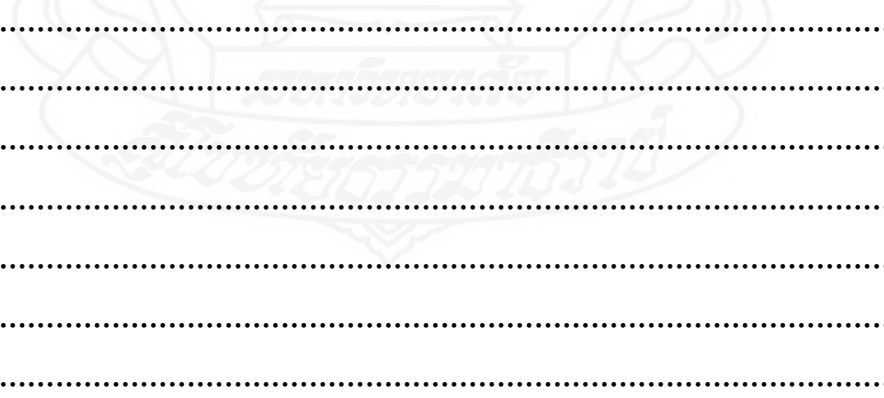
ผู้จัดทำ 1.....

2.....

3.....

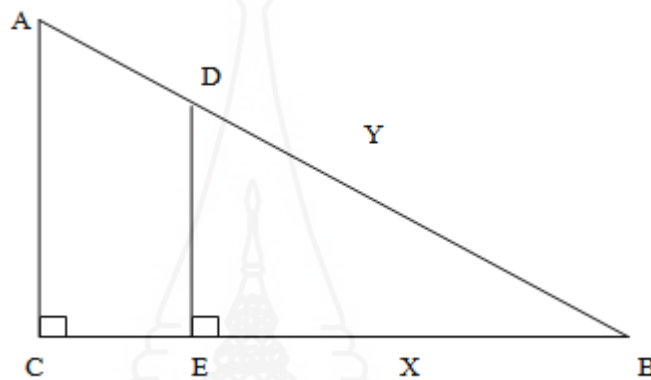
4.....

กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DBE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ มุม C และ มุม E เป็นมุมฉาก $AC = 1$ หน่วย และ $CE = 1 - X$ หน่วย จงหาอัตราส่วน $Y : X$



เฉลย ใบกิจกรรมที่ 8
โครงการ อัตราส่วน Y : X

กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DBE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ มุม C และ มุม E เป็นมุมฉาก $AC = 1$ หน่วย และ $CE = 1 - X$ หน่วย จงหาอัตราส่วน $Y : X$



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

 ดังนั้น $\frac{Y}{X} = \frac{AB}{BC}$

 จาก $BC = CE + EB$

$BC = (1 - X) + X$

$BC = 1$

 หา AB

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$= 1^2 + 1^2$

$= 2$

$AB = \sqrt{2}$

 จะได้ $\frac{Y}{X} = \frac{AB}{BC}$

$\frac{Y}{X} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพื่อเป็นการทบทวนบทนิยาม ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จากชั่วโมงที่แล้ว
2. ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ว่า นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ประโยชน์ในเรื่องใดได้บ้าง

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

3. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆ บน PowerPoint ดังนี้ “ชายคนหนึ่งมองเห็นเงาของต้นมะม่วงทอดยาวไป 28 เมตร ขณะที่เสาต้นหนึ่งสูง 5 เมตร ทอดเงาไปทางเดียวกันยาว 10 เมตร อยากทราบว่าต้นมะม่วงสูงกี่เมตร ” ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ โดยครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้

- 1) โจทย์ต้องการทราบเกี่ยวกับสิ่งใด (ความสูงของต้นมะม่วง)

2) ถ้านำความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนด มาเขียนเป็นรูปสามเหลี่ยมจะได้รูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะอย่างไร (เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป รูปหนึ่งเล็ก อีกรูปหนึ่งใหญ่)

3) นักเรียนคิดว่าสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของต้นมะม่วงได้หรือไม่ (ได้)

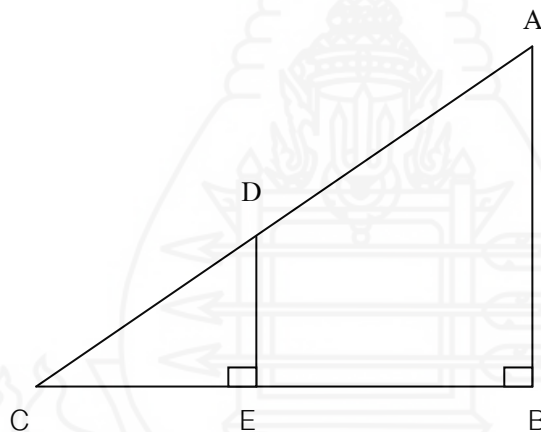
4) นักเรียนมีวิธีการลำดับขั้นตอนในการหาสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4. ครูให้นักเรียนร่วมพิจารณาตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆบน PowerPoint เพื่อแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของต้นมะม่วง

ตัวอย่าง เด็กคนหนึ่งมองเห็นเงาของต้นมะม่วงทอดยาวไป 28 เมตร ขณะที่เสาต้นหนึ่งสูง 5 เมตร ทอดเงาไปทางเดียวกันยาว 10 เมตร อยากทราบว่าต้นมะม่วงสูงกี่เมตร

วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์



จากรูปให้	AB แทนความสูงของต้นมะพร้าว	
	DE แทนความสูงของเสา	เท่ากับ 5 เมตร
	BC แทนความยาวของเงาของต้นมะม่วง	เท่ากับ 28 เมตร
	EC แทนความยาวของเงาของเสา	เท่ากับ 10 เมตร

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{CBA} = \hat{CED} \quad (\text{มุมฉาก } 90^\circ \text{ เนื่องจากต้นมะม่วงและเสาตั้งฉากกับพื้น})$$

$$\hat{ACB} = \hat{DCE} \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{CAB} = \hat{CDE} \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความสูงของต้นมะม่วง

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{AB}{DE} &= \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \\ \text{จาก} \quad \frac{AB}{DE} &= \frac{BC}{EC} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

แทนค่า $DE = 5$ เมตร , $BC = 28$ เมตร , $EC = 10$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{AB}{5} &= \frac{28}{10} \\ AB &= \frac{28}{10} \times 5 \\ AB &= 14 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

ต้นมะพร้าวสูง 14 เมตร

5. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทาง

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาสิ่งที่โจทย์

ต้องการ

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

ขั้นนำไปใช้

6. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาแสดงวิธีการหาคำตอบจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้บน

PowerPoint ครูคอยให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้อง ดังนี้

“ ตึกแห่งหนึ่งสูง 10 เมตร มีเสาไฟตั้งห่างจากตึกหลังนั้น 8 เมตร สมชายยืนมองยอดตึกพบว่า ยอดเสาไฟฟ้าและยอดตึกอยู่ในแนวเดียวกันกับสายตาพอดี ถ้าสมชายสูง 1.5 เมตร และเสาไฟฟ้าสูง 5.75 เมตร จงหาว่าสมชายยืนห่างจากเสาไฟฟ้ากี่เมตร ”

ฝึกทักษะและทบทวน

7. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 9 โครงการ สรรพกับต้นไม้

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint

2. ใบกิจกรรมที่ 9 โครงการศรธรรมกับต้นไม้

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 9
โครงการ ธรรมกับต้นไม้

คำสั่ง ให้แสดงวิธีหาความสูงของต้นไม้ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

ศรธรรมต้องการประมาณความสูงของต้นไม้โดยใช้เงา เขาวัดเงาของต้นไม้ได้ยาว 8 เมตร
วัดเงาของตนเองได้ยาว 2 เมตร ถ้าศรธรรมสูง 1.5 เมตร ต้นไม้จะมีความสูงเท่าไร

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

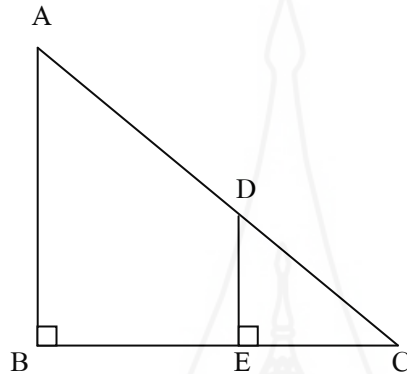
1. นำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของสิ่งต่างๆ ได้
 2. บอกขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงได้
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง**

วิธีดำเนินงาน

ผลการดำเนินงาน

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 9
โครงการ ธรรมกับต้นไม้

ศรธรรมต้องการประมาณความสูงของต้นไม้โดยใช้เงา เขาวัดเงาของต้นไม้ได้ยาว 8 เมตร
วัดเงาของตนเองได้ยาว 2 เมตร ถ้าศรธรรมสูง 1.5 เมตร ต้นไม้จะมีความสูงเท่าไร



ให้ AB แทนความสูงของต้นไม้

BC แทนความยาวของเงาของต้นไม้ เท่ากับ 8 เมตร

DE แทนความสูงของศรธรรมกับ เท่ากับ 1.5 เมตร

EC แทนความยาวของเงาของศรธรรม เท่ากับ 2 เมตร

เนื่องจาก $\hat{A}BC = \hat{D}EC$ (กาง 90°)

$\hat{A}CB = \hat{D}CE$ (มุมร่วม)

$\hat{C}AB = \hat{C}DE$ (มุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกัน เท่ากับ 180° เมื่อ
มุมสองมุมเท่ากัน มุมคู่ที่เหลือจึงมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

จะได้ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$

จาก $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$

$$\frac{AB}{1.5} = \frac{8}{2}$$

$$AB = \frac{8}{2} \times 1.5$$

$$AB = 6$$

ต้นไม้สูง 6 เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อเป็นการทบทวนถึงการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงและความกว้างของสิ่งต่างๆ โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ จากชั่วโมงที่แล้ว

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆ บน PowerPoint ดังนี้ “นิดาต้องการหาความสูงของหน้าผาแห่งหนึ่ง จึงนำไม้สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีด้านประกอบมุมฉาก $AB = 40$ เซนติเมตร และ $BC = 30$ เซนติเมตร โดยให้ด้าน AB ขนานกับพื้นดิน และนำรูปสามเหลี่ยม ABC มาเล็งยอดหน้าผา ณ จุดที่ห่างจากหน้าผา 600 เมตร ถ้าวัดระดับสายตานิดาอยู่สูงจากพื้น 1.5 เมตร จงหาว่าหน้าผาสูงเท่าไร ”

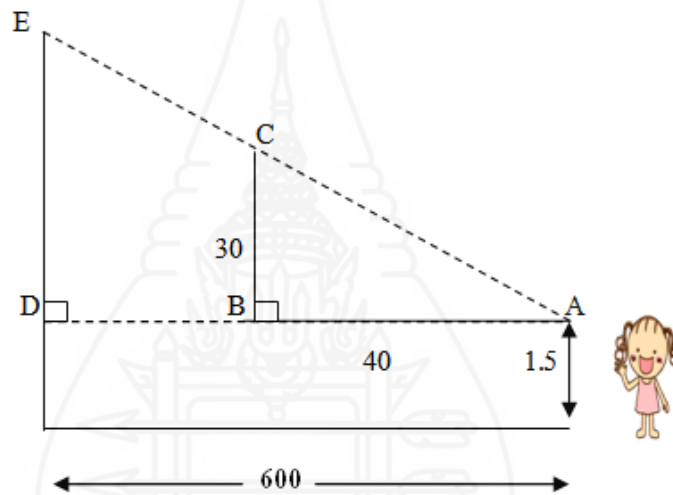
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหาความสูงของหน้าผา โดยนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาแสดงการหาคำตอบจากตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาความสูงของหน้าผา บน PowerPoint เพื่อแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของหน้าผาได้ ดังนี้

ตัวอย่าง นิดาต้องการหาความสูงของหน้าผาแห่งหนึ่ง จึงนำไม้สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีด้านประกอบมุมฉาก $AB = 40$ เซนติเมตร และ $BC = 30$ เซนติเมตร โดยให้ด้าน AB ขนานกับพื้นดิน และนำรูปสามเหลี่ยม ABC มาตั้งยอดหน้าผา ณ จุดที่ห่างจากหน้าผา 600 เมตร ถ้าระดับสายตาของนิดาอยู่สูงจากพื้น 1.5 เมตร จงหาว่าหน้าผาสูงเท่าไร

วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์



จากรูป AB แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากของไม้สามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 40 เซนติเมตร

AD แทนความยาวจากจุดที่นิดาอยู่ห่างจากหน้าผา เท่ากับ 600 เมตร

BC แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากของไม้สามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 30 เซนติเมตร

DE แทนความสูงของหน้าผาถึงระดับสายตาของนิดา

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{ABC} = \hat{ADE} \quad (\text{มุมกาง } 90^\circ \text{ เนื่องจากวัดความสูงของหน้าผาตั้งฉากกับพื้น})$$

$$\hat{CAB} = \hat{EAD} \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{BCA} = \hat{DEA} \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความสูงของหน้าผา

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{DE}{BC} &= \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \text{จาก} \quad \frac{DE}{BC} &= \frac{AD}{AB} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ ครูให้นักเรียนสังเกตหน่วยที่โจทย์กำหนดมาให้ว่าเหมือนกันหรือไม่

แทนค่า $BC = 30$ เซนติเมตร, $AD = 600$ เมตร, $AB = 40$ เซนติเมตร
เปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันจะได้ $BC = 0.3$ เมตร, $AB = 0.4$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{DE}{0.3} &= \frac{600}{0.4} \\ DE &= \frac{600 \times 0.3}{0.4} \\ DE &= 450 \end{aligned}$$

ความสูงของหน้าผา เท่ากับ $450 + 1.5 = 151.50$ เมตร

5. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงของหน้าผา

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งๆที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

ขั้นนำไปใช้

6. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาแสดงวิธีการหาคำตอบจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้บน PowerPoint ครูคอยให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้อง ดังนี้

“สายชลเงยหน้าขึ้นไปบนท้องฟ้ามองเห็นลูกโป่งอยู่ตรงแนวเดียวกับยอดไม้พоди ถ้าสายชลสูง 1.6 เมตรอยู่ห่างจากต้นไม้ 2 เมตร และต้นไม้สูง 4.6 เมตร ถ้าระยะระหว่างสายชลกับแนวตั้งของลูกโป่งห่างกัน 100 เมตร ลูกโป่งจะอยู่ห่างจากพื้นดินกี่เมตร ”

ฝึกทักษะและทบทวน

7. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 10 โครงการ ความสูงของเสาธง

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 10 โครงงาน ความสูงของเสาธง

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 10

โครงการ ความสูงของเสาธง

คำสั่ง ให้แสดงวิธีหาความสูงของเสาธง เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

สมศักดิ์ต้องการวัดความสูงของเสาธง จึงนอนราบกับพื้นดินและใช้กระดากแข็งรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ฐาน $\overline{AB}$ วางบนพื้นดิน โดยมี $\overline{AC}$ อยู่แนวเดียวกับเสาธงและยอดอาคารเรียน ถ้า $\overline{AB} = 1.5$ เมตร และ $\overline{BC} = 0.8$ เมตร เสาธงอยู่ห่างจากอาคารเรียน 45 เมตร เสาธงมีความสูงเท่าไร เมื่อเสาธงมีความสูงเท่ากับยอดเสาธงถึงยอดอาคารเรียน

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

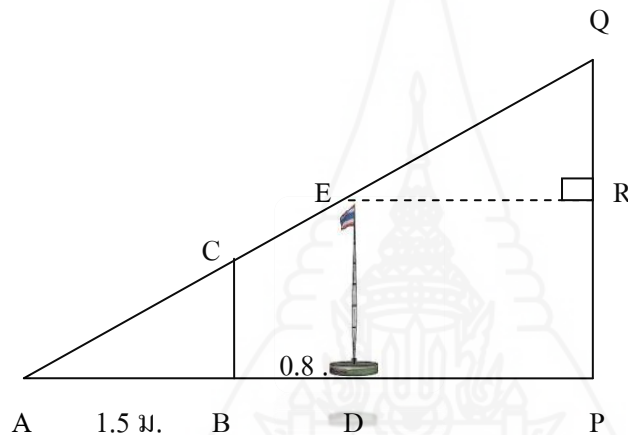
1. นำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของสิ่งต่างๆได้
 2. บอกขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงได้
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

วิธีดำเนินงาน**ผลการดำเนินงาน**

เฉลยใบกิจกรรมที่ 10
โครงการ ความสูงของเสาธง

สมศักดิ์ต้องการวัดความสูงของเสาธง จึงนอนราบกับพื้นดินและใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ฐาน AB วางบนพื้นดิน โดยมี AC อยู่แนวเดียวกับเสาธงและยอดอาคารเรียน ถ้า $AB = 1.5$ เมตร และ $BC = 0.8$ เมตร เสาธงอยู่ห่างจากอาคารเรียน 45 เมตร เสาธงมีความสูงเท่าไร เมื่อเสาธงมีความสูงเท่ากับยอดเสาธงถึงยอดอาคารเรียน

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์



จากรูป AB แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉากของไม้สามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 1.5 เมตร

BC แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉากของไม้สามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 0.8 เมตร

ER แทนความยาวจากเสาธงถึงอาคารเรียน เท่ากับ 45 เมตร

QR แทนความสูงของอาคารเรียนวัดจากยอดเสาธงถึงยอดอาคารเรียน

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{A}BC = \hat{E}RQ \text{ (มุมทแยง } 90^\circ \text{ เนื่องจากความสูงของอาคารเรียนตั้งฉากกับพื้น)}$$

$$\hat{C}AB = \hat{Q}ER \text{ (มุมภายในและมุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)}$$

$$\hat{B}CA = \hat{R}QE \text{ (มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ \text{)}$$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle EQR$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความสูงของหน้าผา

$$\text{จะได้} \quad \frac{ER}{AB} = \frac{RQ}{BC} = \frac{EQ}{AC}$$

$$\text{จาก} \quad \frac{ER}{AB} = \frac{RQ}{BC}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วหาคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

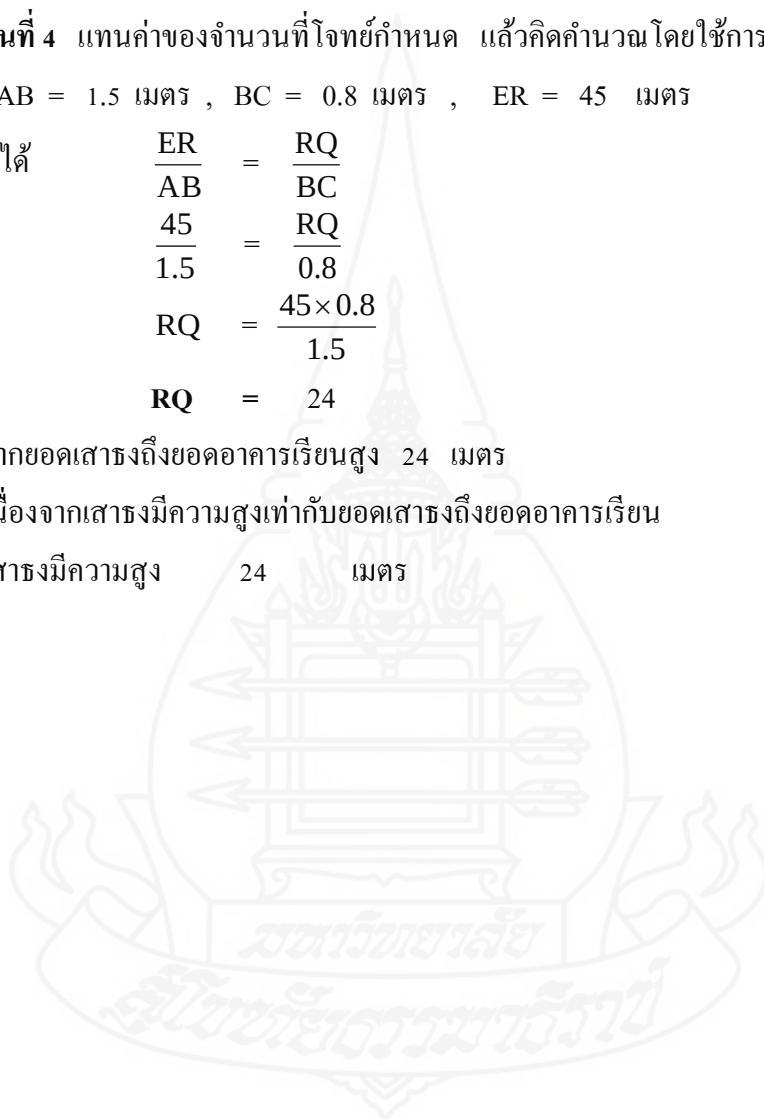
แทนค่า $AB = 1.5$ เมตร , $BC = 0.8$ เมตร , $ER = 45$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{ER}{AB} &= \frac{RQ}{BC} \\ \frac{45}{1.5} &= \frac{RQ}{0.8} \\ RQ &= \frac{45 \times 0.8}{1.5} \\ RQ &= 24 \end{aligned}$$

จะได้ จากยอดเสาธงถึงยอดอาคารเรียนสูง 24 เมตร

เนื่องจากเสาธงมีความสูงเท่ากับยอดเสาธงถึงยอดอาคารเรียน

เสาธงมีความสูง 24 เมตร



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

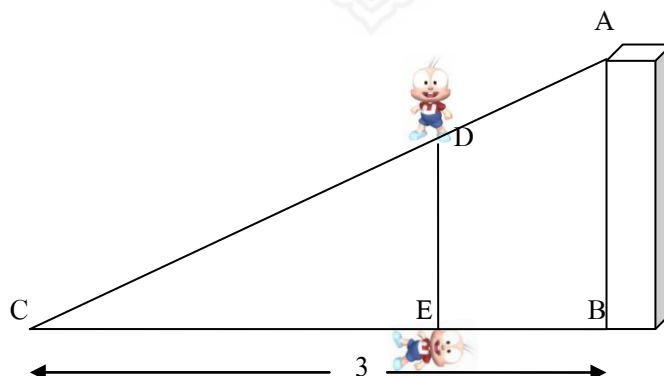
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อเป็นการทบทวนถึงการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงและความกว้างของสิ่งต่างๆ โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ จากชั่วโมงที่แล้ว

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆ บน PowerPoint ดังนี้ “เด็กชายปั๋งปอนปีนขึ้นบันไดที่มีความยาว 6 เมตร เมื่อปีนไปได้ 2 ใน 3 ของบันได บังเอิญเขาพลัดตกลงมา อยากทราบว่าเขตกลงมาตรงจุดที่ห่างจากผนังตึกเท่าไร ถ้าปลายบันไดล่างอยู่ห่างจากผนังตึก 3 เมตร



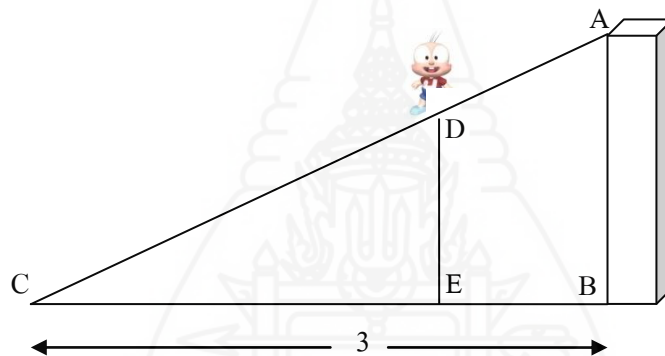
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหาระยะที่เขาตกลงมาห่างจากผนังตึกเท่าไร โดยนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาแสดงการหาคำตอบจากตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะทาง บน PowerPoint เพื่อแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาระยะทางได้ ดังนี้

ตัวอย่าง เด็กชายปิงปอนปีนขึ้นบันไดที่มีความยาว 6 เมตร เมื่อปีนไปได้ 2 ใน 3 ของบันได บังเอิญเขาพลัดตกลงมา อยากทราบว่าเขาตกลงมาตรงจุดที่ห่างจากผนังตึกเท่าไร ถ้าปลายบันไดล่างอยู่ห่างจากผนังตึก 3 เมตร

วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์



จากรูป	CA	แทนความยาวของบันได	เท่ากับ	6	เมตร
	BC	แทนความยาวจากระยะปลายบันไดห่างจากผนังตึก	เท่ากับ	3	เมตร
	EC	แทนความยาวจากระยะที่ปิงปอนตกห่างจากบันได	เท่ากับ	$3 - x$	เมตร
	EB	แทนระยะที่ปิงปอนตกห่างจากตึก	เท่ากับ	x	เมตร

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{A}BC = \hat{D}EC \quad (\text{มุมกาง } 90^\circ \text{ เนื่องจากความสูงของตึกตั้งฉากกับพื้น})$$

$$\hat{B}CA = \hat{E}CD \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{C}AB = \hat{C}DE \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาระยะที่บึงปอน
ตกห่างจากตึก

$$\begin{array}{l} \text{จะได้} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \\ \text{จาก} \quad \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \end{array}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วหาคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

แทนค่า $BC = 3$ เมตร, $EC = 3 - x$ เมตร, $CA = 6$ เมตร $CD = \frac{2}{3}$ ของบันได

$$\begin{array}{l} \text{จาก} \quad \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \\ CD = \frac{2}{3} \text{ ของบันได} \\ CD = \frac{2}{3} \times 6 \\ CD = 4 \\ \text{จะได้} \quad \frac{3}{3-x} = \frac{6}{4} \\ 12 = 6(3-x) \\ 12 = 18-6x \\ 12-18 = -6x \\ \frac{-6}{-6} = \frac{x}{1} \\ x = 1 \end{array}$$

ระยะที่บึงปอนตกห่างจากตึก 1 เมตร

5. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยม
คล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะที่บึงปอนตกห่างจากตึก

ขั้นนำไปใช้ ฝึกทักษะและทบทวน

6. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 11 โครงการ เจ้าหน้าที่ผู้เกี่ยวข้องและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 11 โครงการ เจ้าหน้าที่ผู้เกี่ยวข้อง

การวัดผลและการประเมินผล

1. สัมผัสจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 11
โครงการ เจ้าหน้าที่กู้ภัย

คำสั่ง ให้แสดงวิธีหาระยะที่เจ้าหน้าที่กู้ภัยตกลงมาถึงพื้น โดยเติมข้อความ เพื่อให้โครงการ
สมบูรณ์เจ้าหน้าที่หน่วยกู้ภัยคนหนึ่ง ใช้บันไดซึ่งมีความยาว 6 เมตร ปีนขึ้นหน้าตึกเพื่อ
ช่วยเหลือคนแก่ซึ่งติดอยู่บนอาคารหลังหนึ่งซึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 5 เมตร เมื่อขึ้นบันไดไป
ได้ 3 เมตร ปรากฏว่าพลัดตกลงมา จงหาระยะที่เจ้าหน้าที่กู้ภัยตกลงมาถึงพื้นที่สูง
เท่าไร

ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

1. นำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของสิ่งต่างๆได้
2. บอกขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

วิธีดำเนินงาน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน

.....

.....

.....

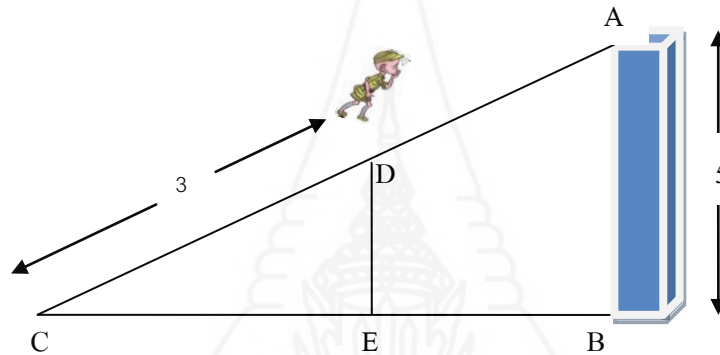
.....

.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 11
โครงการ เจ้าหน้าที่กู้ภัย

เจ้าหน้าที่หน่วยกู้ภัยคนหนึ่ง ใช้บันไดซึ่งมีความยาว 6 เมตร ปีนขึ้นหน้าต่างเพื่อช่วยเหลือคนแก่ซึ่งติดอยู่บนอาคารหลังหนึ่งซึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 5 เมตร เมื่อขึ้นบันไดไปได้ 3 เมตร ปรากฏว่าพลัดตกลงมา จงหาระยะที่เจ้าหน้าที่กู้ภัยตกลงมาถึงพื้นที่มีความสูงเท่าไร

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์



จากรูป AB แทนความสูงของอาคาร เท่ากับ 5 เมตร

DE แทนความสูงที่เจ้าหน้าที่กู้ภัยตกถึงพื้น เท่ากับ x เมตร

CA แทนความยาวของบันได เท่ากับ 6 เมตร

CD แทนความสูงของเจ้าหน้าที่กู้ภัยขึ้นบันได เท่ากับ 3 เมตร

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{A}BC = \hat{D}EC \quad (\text{มุมกาง } 90^\circ \text{ เนื่องจากความสูงของอาคารตั้งฉากกับพื้น})$$

$$\hat{B}CA = \hat{E}CD \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{C}AB = \hat{C}DE \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของ})$$

สามเหลี่ยม รวมกันได้ 180°)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความสูงของ
เจ้าน้ำที่ก๊วยตกลงมาถึงพื้น

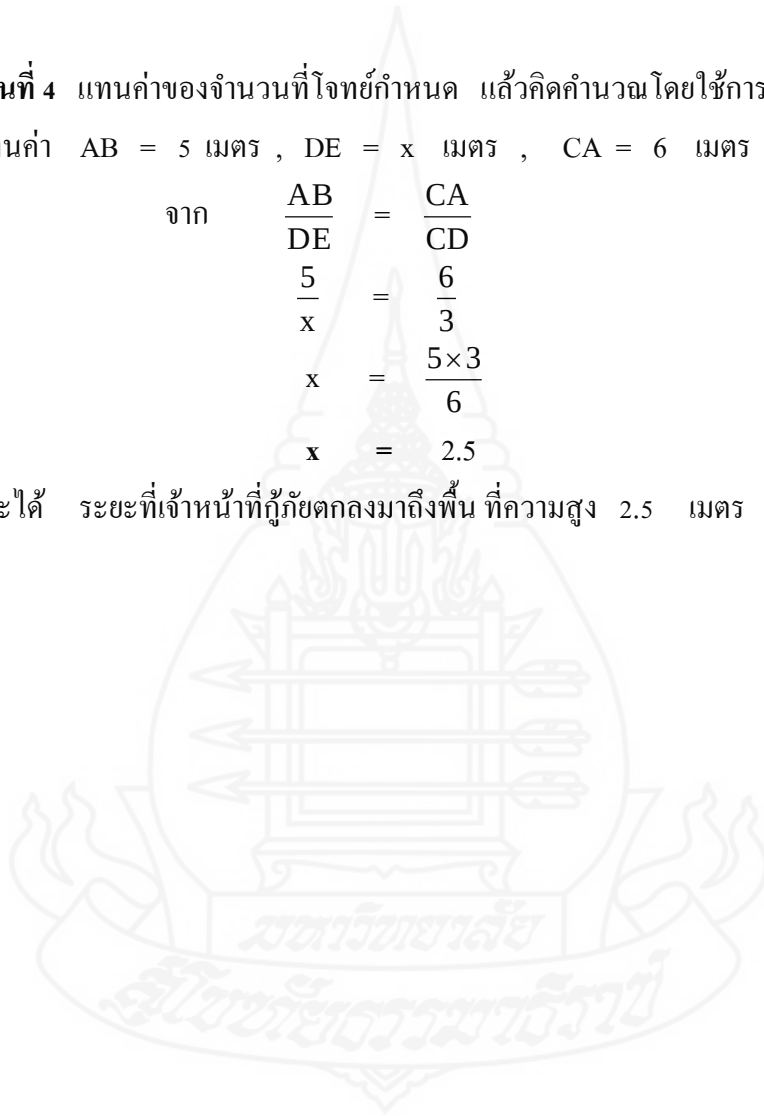
$$\begin{array}{l} \text{จะได้} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD} \\ \text{จาก} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{CA}{CD} \end{array}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วหาคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

แทนค่า $AB = 5$ เมตร , $DE = x$ เมตร , $CA = 6$ เมตร , $CD = 3$ เมตร

$$\begin{array}{l} \text{จาก} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{CA}{CD} \\ \frac{5}{x} = \frac{6}{3} \\ x = \frac{5 \times 3}{6} \\ x = 2.5 \end{array}$$

จะได้ ระยะที่เจ้าน้ำที่ก๊วยตกลงมาถึงพื้น ที่ความสูง 2.5 เมตร



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนถึงขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้เพื่อเป็นการทบทวน ดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาสิ่งที่โจทย์

ต้องการ

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆ บน

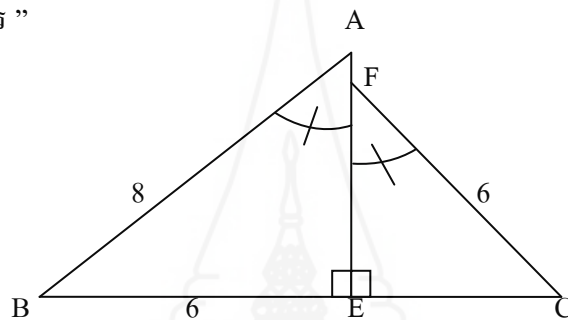
PowerPoint ดังนี้ “ต้นไม้ต้นหนึ่งทำมุม 90 องศา กับพื้นดิน วันหนึ่งมีลมพายุพัดแรงทำให้กิ่งไม้ 2 กิ่งหัก ซึ่งต่างก็หักลงทำมุมกับต้นไม้เท่ากัน และปลายกิ่งทั้งสองก็จดพื้นพอดี ดังรูป ถ้ากิ่งซึ่งยาว 8 เมตร หักปลายจรดพื้นห่างจากต้น 6 เมตร จงหาว่ากิ่งซึ่งยาว 6 เมตร จะหักปลายจรดพื้นห่างจากลำต้นกี่เมตร ”

3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหาคำตอบ

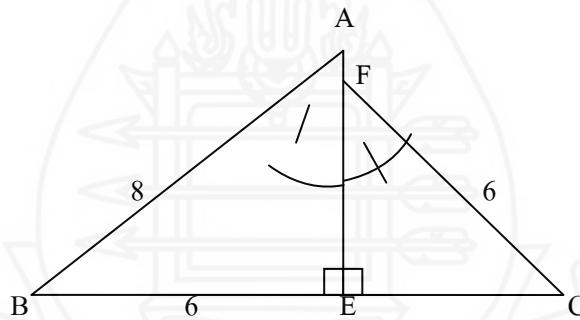
ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะที่กิ่งไม้หักปลายจรดพื้นห่างจากลำต้น ดังนี้

ตัวอย่าง “ต้นไม้ต้นหนึ่งทำมุม 90 องศา กับพื้นดิน วันหนึ่งมีลมพายุพัดแรงทำให้กิ่งไม้ 2 กิ่งหัก ซึ่งด่างก็หักลงทำมุมกับต้นไม้เท่ากัน และปลายกิ่งทั้งสองก็จรดพื้นพอดี ดังรูป ถ้ากิ่งซึ่งยาว 8 เมตร หักปลายจรดพื้นห่างจากต้น 6 เมตร จงหาว่ากิ่งซึ่งยาว 6 เมตร จะหักปลายจรดพื้นห่างจากลำต้นกี่เมตร ”



วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนด



จากรูป BA แทนความยาวของกิ่งไม้กิ่งแรกที่หัก เท่ากับ 8 เมตร

EB แทนความยาวของกิ่งไม้กิ่งแรกที่หักห่างจากลำไม้ เท่ากับ 6 เมตร

CF แทนความยาวของกิ่งไม้กิ่งที่สองที่หัก เท่ากับ 6 เมตร

EC แทนความยาวของกิ่งไม้กิ่งที่สองที่หักห่างจากลำต้น

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{AEB} = \hat{FEC} \quad (\text{มุมทแยง } 90^\circ \text{ เนื่องจากความสูงของต้นไม้ตั้งฉากกับพื้น})$$

$$\hat{BAE} = \hat{CFE} \quad (\text{โจทย์กำหนด})$$

$$\hat{ABE} = \hat{FCE} \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle AEB \sim \triangle FEC$$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความระยะที่กิ่งไม้ห่างจากลำต้น

$$\begin{array}{l} \text{จะได้} \quad \frac{AE}{FE} = \frac{EB}{EC} = \frac{BA}{CF} \\ \text{จาก} \quad \frac{EB}{EC} = \frac{BA}{CF} \end{array}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

แทนค่า $EB = 6$ เมตร , $BA = 8$ เมตร , $CF = 6$ เมตร

$$\begin{array}{l} \text{จาก} \quad \frac{EB}{EC} = \frac{BA}{CF} \\ \text{จะได้} \quad \frac{6}{EC} = \frac{8}{6} \\ EC = \frac{6 \times 6}{8} \\ DE = 4.5 \end{array}$$

ระยะที่กิ่งไม้กิ่งที่สองหักห่างจากลำต้น เท่ากับ 4.5 เมตร

5. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะที่กิ่งไม้กิ่งที่สองหักห่างจากลำต้น

ขั้นนำไปใช้

6. ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาโจทย์ที่ครูกำหนดให้บน PowerPoint และแสดงวิธีการหาคำตอบ ครูคอยให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้อง ดังนี้

“ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่หนึ่งกับต้นไม้ต้นที่สองเท่ากับ 25 ฟุต ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สามกับต้นไม้ต้นที่สี่เท่ากับ 15 ฟุต ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สองกับต้นไม้ต้นที่สามเท่ากับ 74 ฟุต จงหาระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สอง ”

ฝึกทักษะและทบทวน

7. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 12 โครงงานคณิตศาสตร์

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 12 โครงงานคณิตศาสตร์

การวัดผลและการประเมินผล

1. สืบגעจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 12 โครงงานคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้ายกับการนำไปใช้

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. ให้นักเรียนช่วยกันสำรวจสิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบตัวนักเรียน และหาระยะทางของสิ่งที่น่าสนใจ โดยนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้
2. นำเสนอในรูปโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้
 - ชื่อโครงงาน
 - ผู้จัดทำ
 - จุดประสงค์
 - สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง
 - ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน และงานที่จะทำ
2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์
3. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ให้พิจารณาว่าโครงงานที่จัดทำมีความเกี่ยวข้องหรือนำสาระใดของคณิตศาสตร์มาใช้บ้าง
4. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 2 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 - 2

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาถึงขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้เพื่อเป็นการทบทวน ดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดงความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาสิ่งที่โจทย์

ต้องการ

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ

ขั้นตอนการ

2. แบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 4 คน
3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 โครงงานคณิตศาสตร์ เรื่อง อยากรู้ระยะทาง และให้แต่ละกลุ่มดำเนินการตามใบกิจกรรมที่ได้รับ
4. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานในรูปแบบโครงงานอย่างง่าย

ขั้นสรุป

5. นักเรียนร่วมกันสรุปการนำเสนอของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 13 โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง อยากรู้ระยะทาง

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรมที่ 13

โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง อยากรู้ระยะทาง

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน แล้วดำเนินการ ดังนี้

1. ให้นักเรียนช่วยกันสำรวจสิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบบริเวณภายในโรงเรียนและหาระยะทางของสิ่งทีนักเรียนแต่ละกลุ่มสนใจ โดยนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้

2. นำเสนอในรูปแบบโครงงานที่มีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อโครงงาน
- ผู้จัดทำ
- จุดประสงค์
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง
- ผลการดำเนินงาน

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียนและงานที่จะทำ

2. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์

3. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ให้พิจารณาว่าโครงงานที่จัดทำมีความเกี่ยวข้องหรือนำสาระใดของคณิตศาสตร์มาใช้บ้าง

4. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

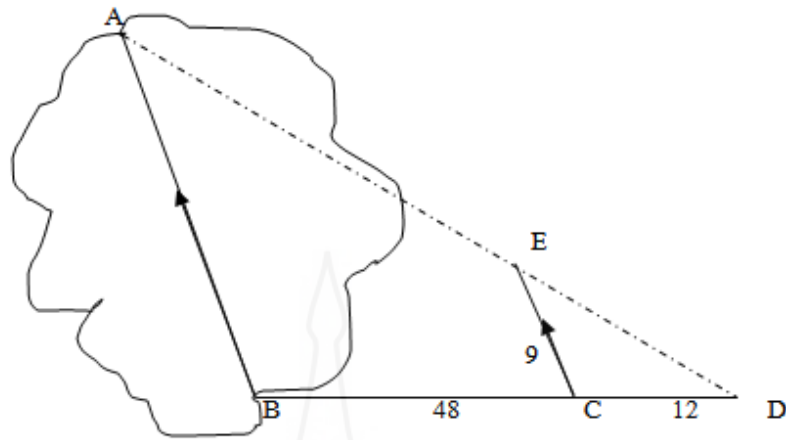
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาถึงขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้เพื่อเป็นการทบทวนจากชั่วโมงที่แล้ว

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่างๆ บน PowerPoint ดังนี้ “สระน้ำแห่งหนึ่งอยู่กลางพื้นที่ราบ มีน้ำเต็ม ชายผู้หนึ่งต้องการทราบความกว้างของสระน้ำจากจุด A ถึงจุด B เขาจึงเดินจากจุด B ไป 48 เมตร ถึงจุด C และเดินตรงต่อไปอีก 12 เมตร ถึงจุด D จากนั้นจึงกลับไปที่จุด C และเดินในแนวขนานกับ AB เดินไปได้ 9 เมตร ก็ถึงจุด E ซึ่งทำให้จุด A, E, D อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป จงหาความกว้างของสระจากจุด A ถึง B ”

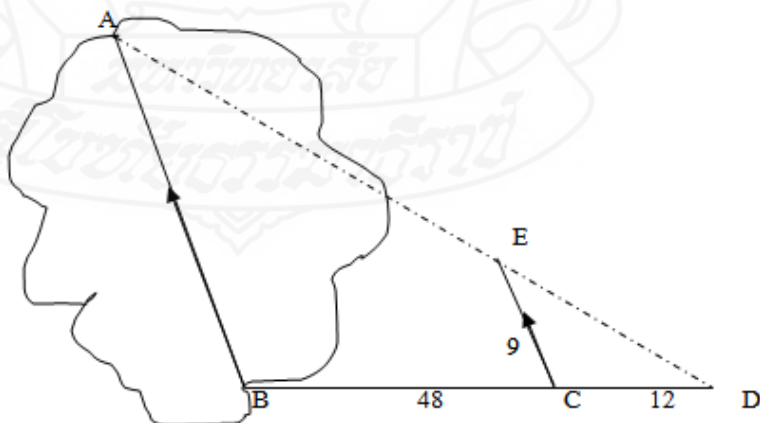


3. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า “นักเรียนมีวิธีการหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึง B อย่างไร”

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4. ให้นักเรียนร่วมพิจารณาแสดงการหาคำตอบจากตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึง B ดังนี้

“สระน้ำแห่งหนึ่งอยู่กลางพื้นที่ราบ มีน้ำเต็ม ชายผู้หนึ่งต้องการทราบความกว้างของสระน้ำจากจุด A ถึงจุด B เขาจึงเดินจากจุด B ไป 48 เมตร ถึงจุด C และเดินตรงต่อไปอีก 12 เมตร ถึงจุด D จากนั้นจึงกลับมาที่จุด C และเดินในแนวขนานกับ AB เดินไปได้ 9 เมตร ถึงจุด E ซึ่งทำให้จุด A, E, D อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป จงหาความกว้างของสระจากจุด A ถึง B ”



วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนด

จากรูป AB แทนความกว้างของแม่น้ำ

BC แทนความยาวจากจุด B ถึงจุด C เท่ากับ 48 เมตร

CD แทนความยาวจากจุด C ถึงจุด D เท่ากับ 12 เมตร

CE แทนความยาวจากจุด C ถึงจุด E เท่ากับ 9 เมตร

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{A}BD = \hat{E}CD \quad (\text{มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นขนานตัดมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\hat{B}DA = \hat{C}DE \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{D}AB = \hat{D}EC \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABD \sim \triangle ECD$$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B

$$\text{จะได้ } \frac{AB}{EC} = \frac{BD}{CD} = \frac{DA}{DE}$$

$$\text{จาก } \frac{AB}{EC} = \frac{BD}{CD}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ ครูให้นักเรียนสังเกตหน่วยที่โจทย์กำหนดมาให้ว่าเหมือนกันหรือไม่

$$\text{แทนค่า } BD = 60 \text{ เมตร}, CD = 12 \text{ เมตร}, EC = 9 \text{ เมตร}$$

$$\text{จาก } \frac{AB}{EC} = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{จะได้ } \frac{AB}{9} = \frac{60}{12}$$

$$AB = \frac{60 \times 9}{12}$$

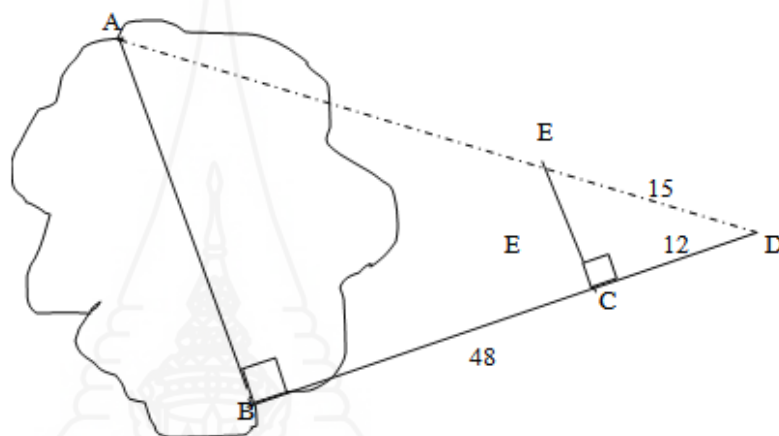
$$AB = 45$$

ความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B เท่ากับ 45 เมตร

5. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B

ขั้นนำไปใช้

6. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาจากโจทย์ปัญหาที่เป็นตัวอย่างในขั้นเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสระน้ำว่า จากโจทย์ปัญหาดังกล่าว “ถ้าชายผู้นั้นเดินจากจุด B ในแนวตั้งฉากกับ AB เดินไป 48 เมตร ถึงจุด C และเดินตรงต่อไปอีก 12 เมตร ถึงจุด D จากนั้นจึงกลับมาที่จุด C และเดินในแนวตั้งฉากกับ BD ถึงจุด E ซึ่งห่างจากจุด D เป็นระยะ 15 เมตร ปรากฏว่า จุด A, E, D อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B”



ฝึกทักษะและทบทวน

7. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 14 โครงการ ความกว้างแม่น้ำ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายบน PowerPoint
2. ใบกิจกรรมที่ 14 โครงการ ความกว้างแม่น้ำ

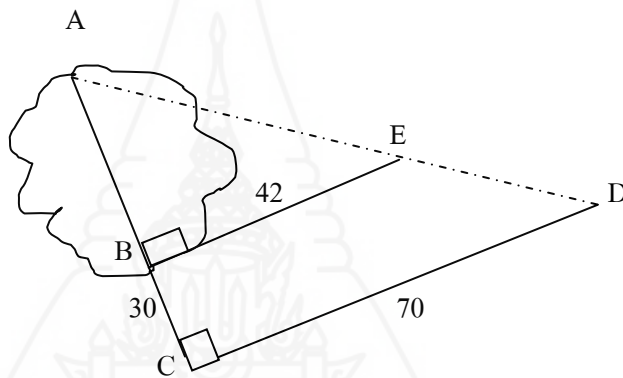
การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน

ใบกิจกรรมที่ 14
โครงการ ความกว้างแม่น้ำ

คำสั่ง ให้แสดงวิธีหาความกว้างของแม่น้ำและเติมข้อความ เพื่อให้โครงการสมบูรณ์

สระน้ำแห่งเดียวกัน ถ้าชายผู้นั้นเดิน จากจุด B ในแนว AB ถึงจุด C ได้ระยะทาง 30 เมตรและจากจุด C เดินในแนวตั้งฉากกับ AC ถึงจุด D ได้ระยะทาง 70 เมตร แล้วจึงกลับมาที่จุด B เดินในแนวตั้งฉากกับ AC ถึงจุด E ได้ระยะทาง 42 เมตร ปรากฏว่า จุด A, E, D อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันพอดี ดังรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B”



ผู้จัดทำ 1.....
2.....
3.....
4.....

จุดประสงค์

1. นำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของสิ่งต่างๆได้
 2. บอกขั้นตอนการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาความสูงได้
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

ดำเนินงาน.....

.....

.....

.....

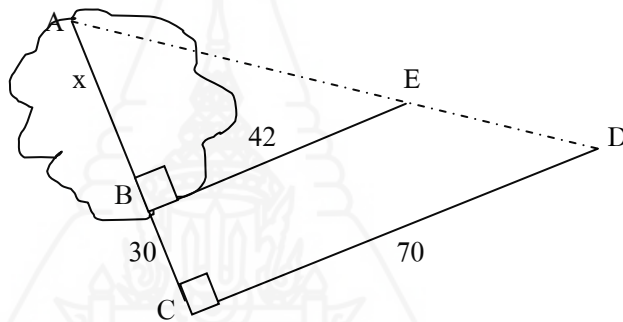
.....

ผลการดำเนินงาน

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 14
โครงการ ความกว้างแม่น้ำ

คำสั่ง ให้แสดงวิธีหาความกว้างของแม่น้ำและเติมข้อความ เพื่อให้โครงงานสมบูรณ์

สระน้ำแห่งเดียวกัน ถ้าชายผู้นั้นเดิน จากจุด B ในแนว AB ถึงจุด C ได้ระยะทาง 30 เมตรและจากจุด C เดินในแนวตั้งฉากกับ AC ถึงจุด D ได้ระยะทาง 70 เมตร แล้วจึงกลับมาที่จุด B เดินในแนวตั้งฉากกับ AC ถึงจุด E ได้ระยะทาง 42 เมตร ปรากฏว่า จุด A, E, D อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันพอดี ดังรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B”



ผลการดำเนินงาน

วิธีทำ ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนด

จากรูป AB	แทนความกว้างของแม่น้ำ	เท่ากับ	x เมตร
BC	แทนความยาวจากจุด B ถึงจุด C	เท่ากับ	30 เมตร
CD	แทนความยาวจากจุด C ถึงจุด D	เท่ากับ	70 เมตร
BE	แทนความยาวจากจุด B ถึงจุด E	เท่ากับ	42 เมตร

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\hat{ABE} = \hat{ACD} \quad (\text{กาง } 90^\circ)$$

$$\hat{BAE} = \hat{CAD} \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{AEB} = \hat{ADC} \quad (\text{มุมที่เหลือเท่ากันเนื่องจากมุมภายในของ}$$

สามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°)

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABE \sim \triangle ACD$$

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B

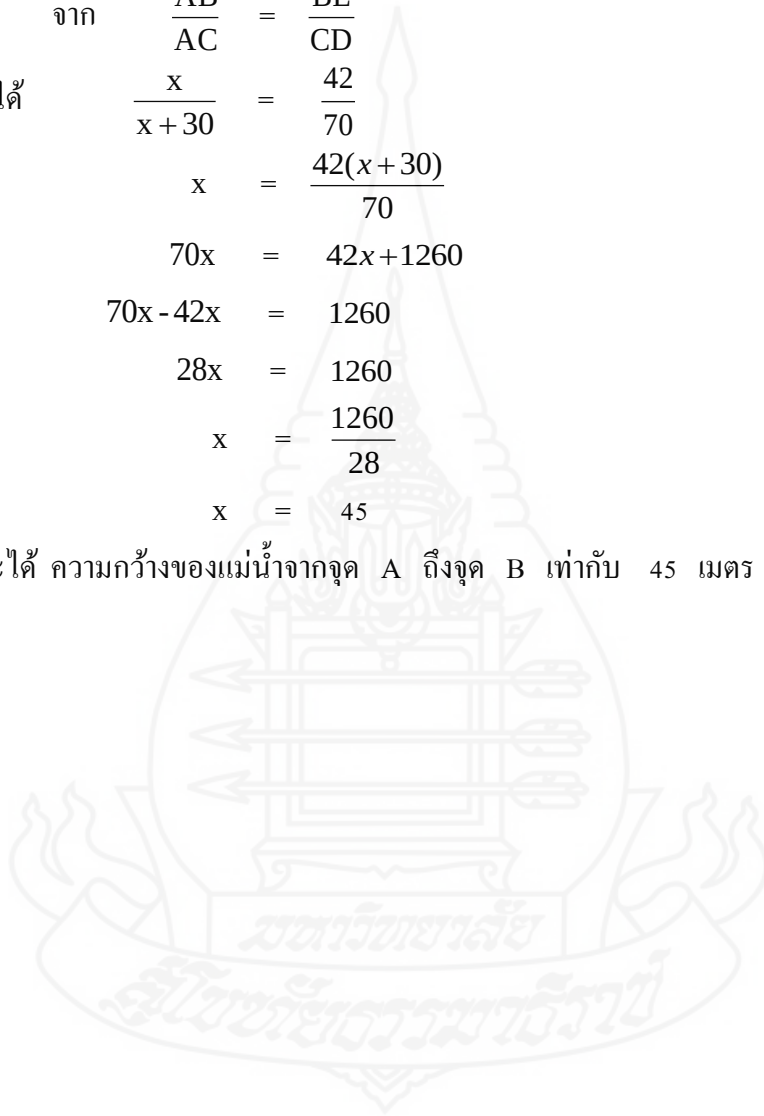
$$\text{จะได้ } \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} = \frac{EA}{DA}$$

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการ ครูให้นักเรียนสังเกตหน่วยที่โจทย์กำหนดมาให้ว่าเหมือนกันหรือไม่

แทนค่า $BC = 30$ เมตร , $CD = 70$ เมตร , $BE = 42$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{AB}{AC} &= \frac{BE}{CD} \\ \text{จะได้ } \frac{x}{x+30} &= \frac{42}{70} \\ x &= \frac{42(x+30)}{70} \\ 70x &= 42x+1260 \\ 70x-42x &= 1260 \\ 28x &= 1260 \\ x &= \frac{1260}{28} \\ x &= 45 \end{aligned}$$

จะได้ ความกว้างของแม่น้ำจากจุด A ถึงจุด B เท่ากับ 45 เมตร



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก โดยใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านเป็นหลักในการคำนวณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการนำไปประยุกต์ใช้
2. มีทักษะคิดคำนวณเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้ (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันสนทนาถึงสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันกับการนำมาประยุกต์ใช้เพื่อเป็นการทบทวนบทเรียน

ขั้นเสนอเนื้อหาใหม่

2. ครุณำนักเรียนไปที่แหล่งเรียนรู้ภายในบริเวณโรงเรียนให้นักเรียนแต่ละคนสำรวจสิ่งแวดล้อมบริเวณแหล่งเรียนรู้ ที่นักเรียนสนใจ ให้แต่งโจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบโดยนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้
3. ครูสุ่มนักเรียนบางคนนำเสนอคำตอบ
4. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 คน ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 15 โครงงานสามเหลี่ยมคล้ายกับการนำไปใช้ ครูให้ดูตัวอย่างโครงงานที่ 4 ความสูงที่น่าสงสัย

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 15 โครงการ สามเหลี่ยมคล้ายกับการนำไปใช้

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม
3. การสรุปบทเรียน



ใบกิจกรรม โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง สามเหลี่ยมคล้ายกับการนำไปใช้

คำสั่ง ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แล้วดำเนินการดังนี้

1. ให้นำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ในการหาระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่างๆ จากสภาพแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือจากสถานการณ์จริงของนักเรียน

2. นำเสนอในรูปแบบโครงงานที่มีองค์ประกอบ ดังนี้

- ชื่อโครงงาน
- ผู้จัดทำ
- คุณครูที่ปรึกษา
- ความเป็นมา
- จุดประสงค์
- สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง
- ระยะเวลาดำเนินงาน
- วิธีดำเนินงาน
- ผลการดำเนินงาน
- สรุปผลและข้อเสนอแนะ

หมายเหตุ

1. ชื่อโครงงาน นักเรียนสามารถตั้งชื่อโครงงานให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน และงานที่จะทำ

2. ความเป็นมา เหตุผล แรงจูงใจที่ทำให้เกิดความสนใจทำโครงงานนี้ขึ้นมา

3. จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำคำสั่งที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมมาปรับให้เป็นจุดประสงค์

4. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ให้พิจารณาว่าโครงงานที่จัดทำมีความเกี่ยวข้องหรือนำสาระใดของคณิตศาสตร์มาใช้บ้าง

5. ระยะเวลาดำเนินงาน บอกช่วงเวลา ระยะเวลารวมในการจัดทำโครงงาน

6. วิธีดำเนินงาน วิธีการที่นำไปสู่การได้คำตอบหรือผล ตามที่กำหนดในจุดประสงค์

7. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่ง รวมถึงการแสดงผลตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์

8. สรุปผลและข้อเสนอแนะ เป็นการสรุปสาระสำคัญของผลการดำเนินงานที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ ควรสรุปแยกเป็นข้อๆ และเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนได้รับจากการจัดทำโครงการในลักษณะที่เป็นข้อค้นพบ ความรู้ รวมถึงแนวทางที่จะเสนอแนะให้ผู้อื่นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้



ตัวอย่าง โครงการที่ 4

โครงการ ความสูงที่น่าสงสัย

ผู้จัดทำ

คุณครูที่ปรึกษา คุณครูสุวรรณา ตั้งแก้ว

ความเป็นมา

จากการสังเกตความสูงของเสาธงโรงเรียนพบว่า เสาธงมีความสูงมากไม่สามารถใช้อุปกรณ์ในการวัดความสูงได้ สมาชิกในกลุ่มของเราเกิดความสนใจต้องการที่จะทราบความสูงของเสาธงโรงเรียนว่ามีความสูงเท่าใด จึงได้ปรึกษาเพื่อคิดหาวิธีในการที่จะหาความสูงของเสาธง โดยมีความคิดว่าจะนำความรู้เรื่องความคล้ายมาประยุกต์ใช้ว่าสามารถที่จะหาความสูงของเสาธงที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงหรือไม่

จุดประสงค์

-เพื่อหาความสูงของเสาธงโรงเรียน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

- ความคล้าย
- อัตราส่วน
- การแก้สมการ

ระยะเวลาดำเนินงาน

1 สัปดาห์

วิธีดำเนินงาน

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง
2. นำไม้ท่อนหนึ่งที่มีความสูงพอประมาณ มาวางในแนวเดียวกับเสาธง โดยให้เงาของไม้ และเงาของเสาธงอยู่ในแนวเดียวกันพอดี
3. ทำการวัดเงาของเสาธงโรงเรียน พร้อมทั้งจดบันทึกไว้
4. ทำการวัดความสูงของไม้ พร้อมทั้งจดบันทึก
5. คำนวณการหาความสูงของเสาธง โดยนำอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาช่วยในการคำนวณ

ผลการดำเนินงาน



วัดเงาของเสาธงได้ 25 เมตร

วัดเงาของไม้ได้ 5 เมตร

วัดความสูงของไม้ได้ 3 เมตร

ให้ AB แทนความสูงของเสาธงโรงเรียน

DE แทนความสูงของไม้

BC แทนเงาของเสาธง

EC แทนเงาของไม้

เนื่องจาก $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$

$\hat{A}BC = \hat{D}EC$ (มุมกาง 90° เนื่องจากความสูงของเสาธงและความสูงไม้ตั้งฉากกับพื้น)

$\hat{B}CA = \hat{E}CD$ (มุมร่วม)

$\hat{B}AC = \hat{E}DC$ (มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของ

สามเหลี่ยม

รวมกันได้ 180°)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

จะได้ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$

แทนค่า $\frac{AB}{3} = \frac{25}{5}$

$AB = \frac{25}{5} \times 3$

$AB = 15$

ดังนั้น ความสูงของเสาธงโรงเรียน เท่ากับ 15 เมตร

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

จากผลการดำเนินงาน ทำให้ทราบความสูงของเสาธงที่มีความสูงมาก ๆ ได้ นอกจากการหาความสูงของเสาธงแล้ว สามารถนำความรู้เรื่องความคล้ายไปใช้ในการหาความสูงของสิ่งต่างๆ รวมทั้งการหาความกว้างของแม่น้ำ ความลึกของเหวได้

แบบทดสอบก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ (20) คะแนน

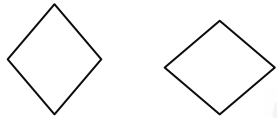
ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ (10) คะแนน

2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง

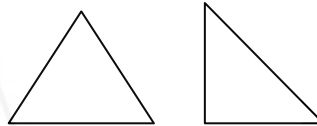
ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้อที่ถูกต้อง โดยทำเครื่องหมาย (×) กากบาทลงในกระดาษคำตอบ

1. รูปเรขาคณิตในข้อใด เป็นคู่ที่คล้ายกัน

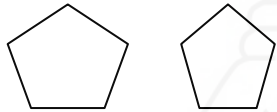
ก.



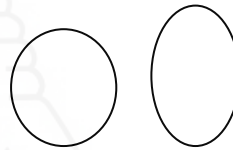
ข.



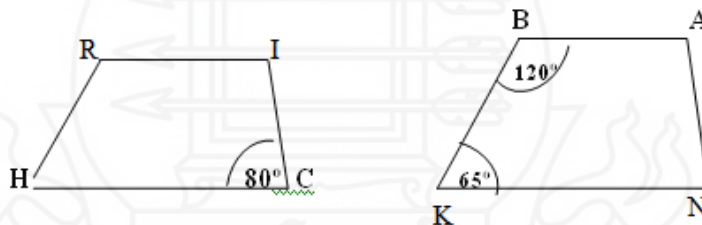
ค.



ง.



2. จากรูป $\square RICH \sim \square BANK$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง



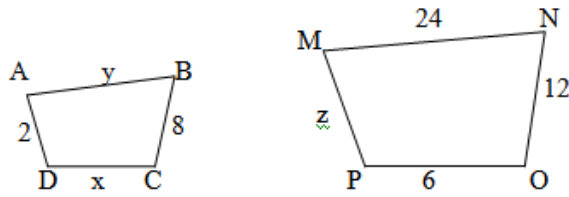
ก. $\hat{K} = \hat{C}$

ข. $\hat{K} = 120^\circ$

ค. $\hat{R} = 125^\circ$

ง. $\hat{R} = \hat{B}$

3. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับสี่เหลี่ยม MNOP ข้อใดไม่ถูกต้อง



ก. อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันของ

สี่เหลี่ยมทั้งสองรูป คือ $\frac{2}{3}$

ข. ค่าของ $x = 4$

ค. ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 40

ง. ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม MNOP เท่ากับ 45

4. ข้อใดต่อไปนี้สรุปได้ถูกต้องเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

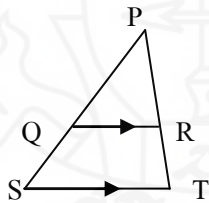
ก. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน

ข. รูปสี่เหลี่ยมสองรูปที่มีความยาวของเส้นรอบรูปเท่ากันเป็นรูปที่คล้ายกัน

ค. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน

ง. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน

5. จากรูป $QR \parallel ST$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้าย



ก. $\frac{PR}{PQ} = \frac{PT}{PS}$

ข. $\frac{PQ}{QR} = \frac{RT}{PS}$

ค. $\triangle PQR, \triangle PST$ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

ง. $\triangle PQR, \triangle PST$ ไม่เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

6. ถ้า $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $\hat{A} = \hat{C}$ ข. $\hat{B} = \hat{Z}$

ค. $\hat{C} = \hat{X}$ ง. $\hat{B} = \hat{Y}$

7. ABCD เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ลาก AC จาก B และ D ลากให้มาตั้งฉากกับ AC ที่ E และ F ตามลำดับแล้วสามเหลี่ยมคู่ใดที่คล้ายกัน

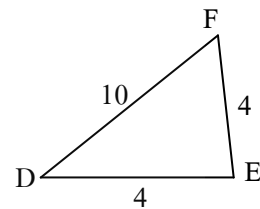
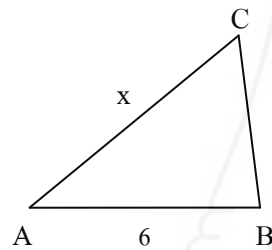
ก. $\triangle ABE$ กับ $\triangle ADF$

ข. $\triangle BCE$ กับ $\triangle ABE$

ค. $\triangle ADF$ กับ $\triangle CDF$

ง. $\triangle ABE$ กับ $\triangle CDF$

8. จากรูปกำหนดให้ ถ้า $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ จงหา x เท่ากับกี่หน่วย



ก. 8

ข. 10

ค. 15

ง. 20

9. ถ้า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ และกำหนดให้ BC ยาว 6 หน่วย, EF ยาว 4 หน่วย, AB ยาว 12 หน่วย, DF ยาว 3 หน่วย จงหาว่าด้าน DE มีความยาวเท่าไร

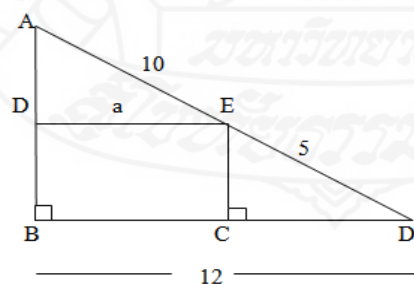
ก. 5 หน่วย

ข. 6 หน่วย

ค. 7 เมตร

ง. 8 เมตร

10. จากรูป จงหาค่าของ a



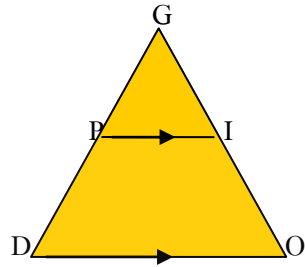
ก. 6 หน่วย

ข. 7 หน่วย

ค. 8 หน่วย

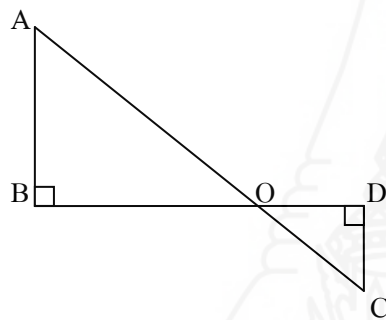
ง. 9 หน่วย

11. $\triangle DOG$ มี $PI \parallel DO$ ถ้า $GP = 4$ เซนติเมตร $PI = 4$ เซนติเมตร และ $PD = 3$ เซนติเมตร และ DO มีความยาวเท่าไร



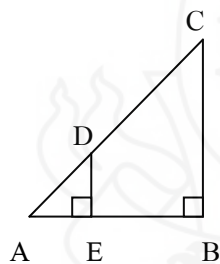
- ก. 3 เซนติเมตร
- ข. 5 เซนติเมตร
- ค. 7 เซนติเมตร
- ง. 9 เซนติเมตร

12. จากรูป AB, CD ตั้งฉากกับ BD ที่ B, D ตามลำดับ ให้ $BO = 6$ นิ้ว, $OD = 4$ นิ้ว และ $CD = 2$ นิ้ว จงหาความยาวของ AB



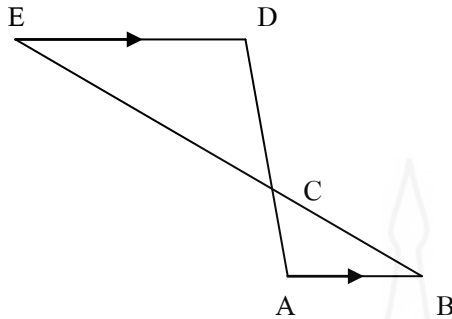
- ก. 3 นิ้ว
- ข. 3.5 นิ้ว
- ค. 4 นิ้ว
- ง. 4.5 นิ้ว

13. จากรูป $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ถ้า $AE = 4$ หน่วย, $EB = 8$ หน่วย และ $AD = 6$ หน่วย จงหา DC



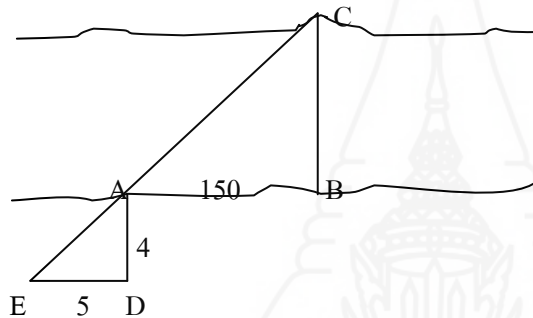
- ก. 9.5
- ข. 12
- ค. 10
- ง. 18

14. กำหนด $AB \parallel DE$, $DE = 20$ เซนติเมตร, $BC = 12$ เซนติเมตร, $AB = 8$ เซนติเมตร
จงหาค่า EC ยาวกี่เซนติเมตร



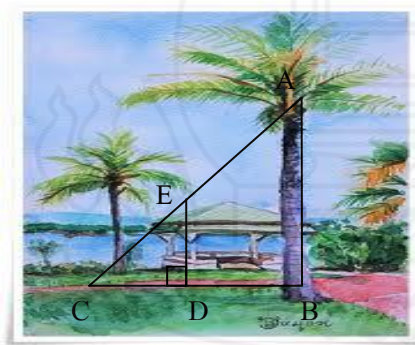
- ก. 15 เซนติเมตร
ข. 20 เซนติเมตร
ค. 30 เซนติเมตร
ง. 35 เซนติเมตร

15. จากรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำ



- ก. 90 เมตร
ข. 120 เมตร
ค. 114 เมตร
ง. 125 เมตร

16. จากรูป จงหาความสูงของต้นมะพร้าว เมื่อ $BD = 8$ เมตร, $CD = 2$ เมตร และ $DE = 2.5$ เมตร



- ก. 12.5 เมตร
ข. 12 เมตร
ค. 10.5 เมตร
ง. 10 เมตร

17. นักเรียนคนหนึ่งมองยอดตึกซึ่งมองเห็นในแนวเดียวกับเสาธง ถ้าตึกสูง 60 เมตร เสาธงสูง 25 เมตร ถ้าชายคนนี้อยืนห่างจากเสาธง 10 เมตร เสาธงอยู่ห่างจากตึกเท่าไร

- ก. 11 เมตร
ข. 14 เมตร
ค. 15 เมตร
ง. 16 เมตร

18. บันไดยาว 10 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก สูงจากพื้นดิน 8 เมตร ช่างทาสีเดินขึ้นบันไดไปได้ $\frac{3}{5}$ ของความยาวบันได ช่างทาสีอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

ก. 3.6 เมตร

ข. 4.8 เมตร

ค. 5.2 เมตร

ง. 5.4 เมตร

19. เด็กคนหนึ่งยืนห่างจากเสาไฟฟ้า 30 เมตร หาไม้ยาว 3 เมตร มาปักห่างจากจุดนั้น 5 เมตร ทำให้จุดนั้นกับปลายไม้และปลายเสาไฟฟ้าอยู่ในแนวเดียวกัน อยากทราบว่าเสาไฟฟ้าสูงเท่าไร

ก. 8 เมตร

ข. 16 เมตร

ค. 18 เมตร

ง. 20 เมตร

20. หอระฆังวัด มีความสูง 6 เมตร มีเงทอดยาวไปทางทิศตะวันออก 12 เมตร และเจดีย์ใหญ่มีเงทอดไปทางเดียวกันยาว 30 เมตร จงหาความสูงของเจดีย์ใหญ่

ก. 12 เมตร

ข. 13 เมตร

ค. 14 เมตร

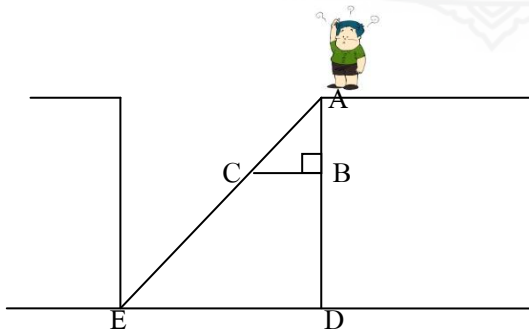
ง. 15 เมตร

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ชายคนหนึ่งสูง 1.8 เมตร ยืนอยู่ห่างจากเสาธง 9 เมตร ในแนวเดียวกับเงเสาธง ปรากฏว่าเงของเขาทอดยาวเท่ากับยอดเสาธงพอดี ถ้าเงเขายาว 3 เมตร เสาธงสูงเท่าไร

2. นพดลต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงสร้างอุปกรณ์เป็นรูป $\triangle ABC$ เพื่อใช้ในการวัดความลึกของแหวนแห่งนี้ ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 2 เมตร และ 1.5 เมตร ตามลำดับ ดังรูป ถ้าปากเหวนี้กว้าง 45 เมตร นพดล จะวัดความลึกของเหวนี้ได้เท่าไร ถ้าให้ AD เป็นความลึกของเหว



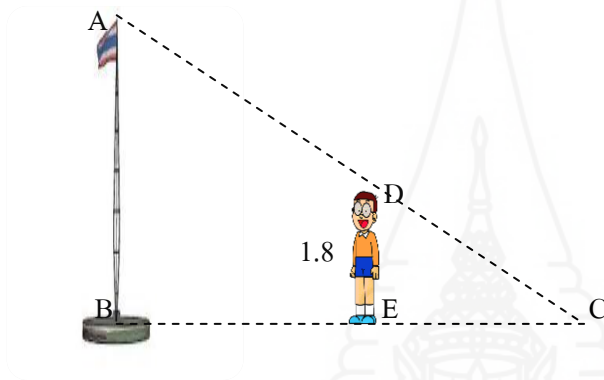
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนเรื่องความคล้าย

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ชายคนหนึ่งสูง 1.8 เมตร ยืนอยู่ห่างจากเสาธง 9 เมตร ในแนวเดียวกับเงาเสาธง ปรากฏว่าเงาของเขาทอดยาวเท่ากับยอดเสาธงพอดี ถ้าเงาเขายาว 3 เมตร เสาธงสูงเท่าไร

วิธีทำ



จากรูป	AB	แทนความสูงของเสาธง	
	BE	แทนระยะที่ยืนอยู่ห่างจากเสาธง	9 เมตร
	EC	แทนความยาวเงาของเขา	3 เมตร
	DE	แทนความสูงของชายคนนี้ซึ่งสูง	1.8 เมตร

เนื่องจาก

$$\hat{A}BC = \hat{D}EC \quad (\text{มุมกาง } 90^\circ \text{ เนื่องจากวัดความสูงของเสาธงและความสูง}$$

ของชาย

คนนี้ตั้งฉากกับพื้น)

$$\hat{B}CA = \hat{E}CD \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{B}AC = \hat{E}DC \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

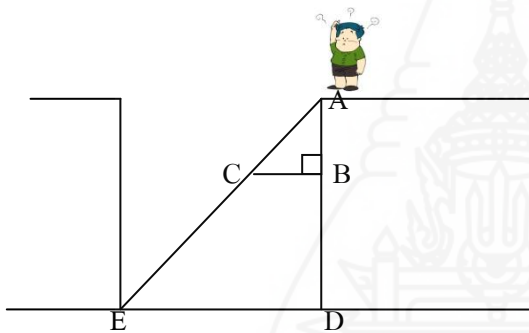
$$\text{จะได้ } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

$$\text{จาก } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\begin{aligned}\text{แทนค่า จะได้ } \frac{AB}{1.8} &= \frac{12}{3} \\ AB &= \frac{12 \times 1.8}{3} \\ AB &= 7.2\end{aligned}$$

ความสูงของเสาธง เท่ากับ 7.2 เมตร

2. นพดลต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงสร้างอุปกรณ์เป็นรูป $\triangle ABC$ เพื่อใช้ในการวัดความลึกของเหวแห่งนี้ ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 2 เมตร และ 1.5 เมตร ตามลำดับ ดังรูป ถ้าปากเหวนี้กว้าง 45 เมตร นพดล จะวัดความลึกของเหวนี้ได้เท่าไร ถ้าให้ AD เป็นความลึกของเหว



วิธีทำ จากรูป AD แทนความลึกของเหว

AB	แทนความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว	2	เมตร
BC	แทนความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว	1.5	เมตร
DE	แทนความกว้างของเหว	45	เมตร

เนื่องจาก

$$\hat{ABC} = \hat{ADE} \quad (\text{มุมทแยง } 90^\circ)$$

$$\hat{BAC} = \hat{DAE} \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{ACB} = \hat{AED} \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\text{จะได้ } \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$$

$$\text{จาก } \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทนค่า จะได้ } \frac{2}{AD} &= \frac{1.5}{45} \\
 AD &= \frac{2 \times 45}{1.5} \\
 AD &= 60
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความลึกของเหว เท่ากับ 60 เมตร



แบบทดสอบหลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ (20) คะแนน

ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ (10) คะแนน

2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง

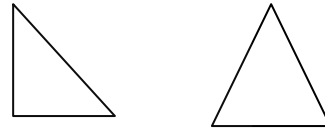
ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้อที่ถูกต้อง โดยทำเครื่องหมาย (×) กากบาทลงในกระดาษคำตอบ

1. รูปเรขาคณิตในข้อใด เป็นคู่ที่คล้ายกัน

ก.



ข.



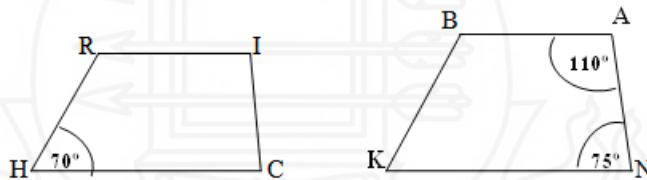
ค.



ง.



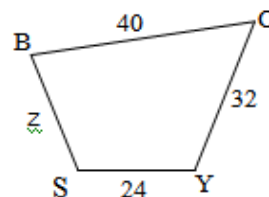
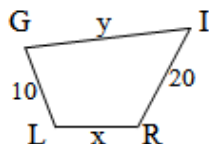
2. จากรูป ☐ RICH ~ ☐ BANK ข้อใดกล่าวถูกต้อง



ก. $\hat{K} = \hat{C}$ ข. $\hat{R} = \hat{B}$

ค. $\hat{R} = 105^\circ$ ง. $\hat{K} = 80^\circ$

3. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม GIRL คล้ายกับสี่เหลี่ยม BOYS ข้อใดไม่ถูกต้อง



ก. อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป คือ $\frac{5}{8}$

ข. ค่าของ $x = 15$

ค. ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม GIRL เท่ากับ 70

ง. ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม BOYS เท่ากับ 70

4. ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้องเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

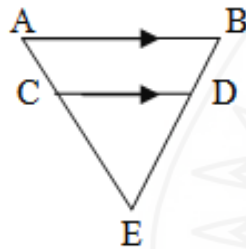
ก. ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน แสดงว่าสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม

ข. สามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ ต้องเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ค. ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุมแสดงว่าสามเหลี่ยมสองรูปนั้นคล้ายกัน

ง. ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน แสดงว่าสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

5. จากรูป $AB \parallel CD$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้าย



ก. $\frac{ED}{EC} = \frac{EB}{EA}$

ข. $\frac{ED}{EC} = \frac{DE}{EA}$

ค. $\triangle ECD, \triangle EAB$ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

ง. $\triangle ECD, \triangle EAB$ ไม่เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

6. ถ้า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $\hat{A} = \hat{C}$ ข. $\hat{B} = \hat{F}$

ค. $\hat{C} = \hat{D}$ ง. $\hat{B} = \hat{E}$

7. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีเส้น AC ตัดกับเส้น BD ที่ O แล้วสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน

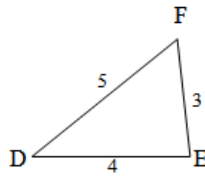
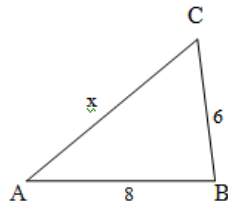
ก. $\triangle ABO$ กับ $\triangle BCO$

ข. $\triangle COD$ กับ $\triangle AOD$

ค. $\triangle ABO$ กับ $\triangle CDO$

ง. $\triangle OAD$ กับ $\triangle OAB$

8. จากรูปกำหนดให้ ถ้า $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ จงหา x เท่ากับกี่หน่วย

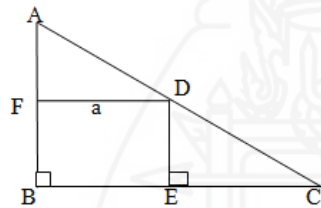


- ก. 6
ข. 8
ค. 10
ง. 12

9. ถ้า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ และกำหนดให้ BC ยาว 3 หน่วย, EF ยาว 2 หน่วย, AB ยาว 6 หน่วย, DF ยาว 6 หน่วย จงหาว่าด้าน DE มีความยาวเท่าไร

- ก. 3 หน่วย
ข. 4 หน่วย
ค. 8 หน่วย
ง. 10 หน่วย

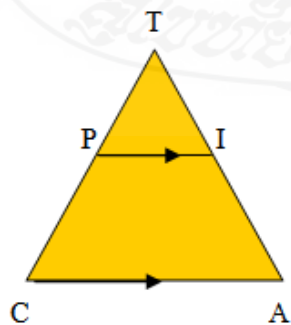
10. จากรูป $DC = 5$ หน่วย, $AC = 15$ หน่วย, $BC = 12$ หน่วย จงหาค่าของ a



- ก. 6 หน่วย
ข. 7 หน่วย
ค. 8 หน่วย
ง. 9 หน่วย

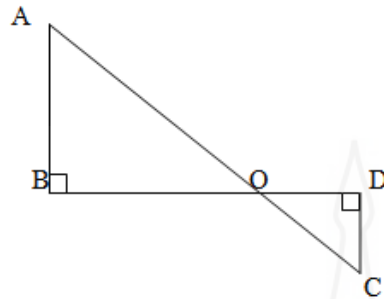
11. $\triangle CAT$ มี $PI \parallel CA$ ถ้า $TP = 8$ เซนติเมตร $PI = 6$ เซนติเมตร และ $PC = 16$ เซนติเมตร

และ CA มีความยาวเท่าไร



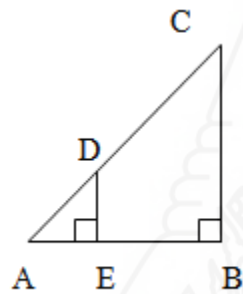
- ก. 12 เซนติเมตร
ข. 14 เซนติเมตร
ค. 16 เซนติเมตร
ง. 18 เซนติเมตร

12. จากรูป $AB \perp CD$ ตั้งฉากกับ BD ที่ B, D ตามลำดับ ให้ $BO = 9$ เซนติเมตร ,
 $OD = 6$ เซนติเมตร และ $CD = 8$ เซนติเมตร จงหาความยาวของ AB



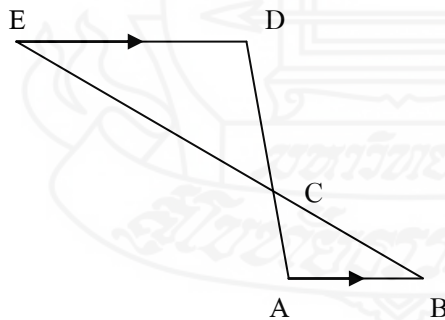
- ก. 12 เซนติเมตร
 ข. 14 เซนติเมตร
 ค. 16 เซนติเมตร
 ง. 18 เซนติเมตร

13. จากรูป $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ถ้า $AB = 12$ หน่วย, $ED = 8$ หน่วย และ $BC = 12$ หน่วย
 จงหา AE



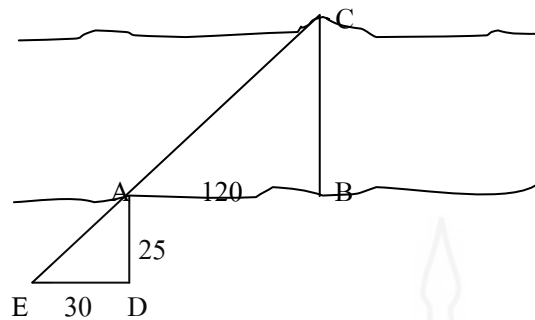
- ก. 6
 ข. 8
 ค. 10
 ง. 12

14. กำหนด $AB \parallel DE$, $DE = 15$ เซนติเมตร, $BC = 9$ เซนติเมตร, $AB = 3$ เซนติเมตร
 จงหาค่า EC ขวากี่เซนติเมตร



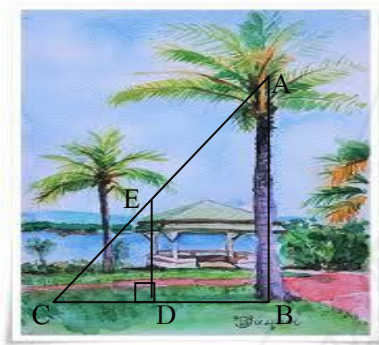
- ก. 15 เซนติเมตร
 ข. 25 เซนติเมตร
 ค. 35 เซนติเมตร
 ง. 45 เซนติเมตร

15. จากรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำ



- ก. 100 เมตร
- ข. 120 เมตร
- ค. 114 เมตร
- ง. 125 เมตร

16. จากรูป จงหาความสูงของต้นมะพร้าว เมื่อ $BD = 8$ เมตร, $CD = 12$ เมตร และ $DE = 6$ เมตร



- ก. 10 เมตร
- ข. 12 เมตร
- ค. 14 เมตร
- ง. 16 เมตร

17. นักเรียนคนหนึ่งมองยอดตึกซึ่งมองเห็นในแนวเดียวกับเสาธง ถ้าตึกสูง 10 เมตร เสาธงสูง 5 เมตร ถ้าชายคนนี้นั้นห่างจากเสาธง 3 เมตร เสาธงอยู่ห่างจากตึกเท่าไร

- ก. 3 เมตร ข. 4 เมตร
- ค. 5 เมตร ง. 6 เมตร

18. บันไดยาว 12 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก สูงจากพื้นดิน 6 เมตร ช่างทาสีเดินขึ้นบันไดไปได้ $\frac{2}{3}$ ของความยาวบันได ช่างทาสีอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

- ก. 3 เมตร ข. 4 เมตร
- ค. 5 เมตร ง. 6 เมตร

19. เด็กคนหนึ่งยืนห่างจากเสาไฟฟ้า ที่มีความสูง 18 เมตร หาไม้ยาว 3 เมตร มาปักห่างจากจุดนั้น 5 เมตร ทำให้จุดนั้นกับปลายไม้และปลายเสาไฟฟ้าอยู่ในแนวเดียวกัน อยากทราบว่าเด็กคนนั้นห่างจากเสาไฟฟ้าเท่าไร

- ก. 15 เมตร ข. 20 เมตร
ค. 25 เมตร ง. 30 เมตร

20. หอระฆังวัดตั้งบนหอที่มีความสูง 5 เมตร มีเงาทอดยาวไปทางทิศตะวันออก 4 เมตร และเจดีย์ใหญ่มีเงาทอดไปทางเดียวกันยาว 24 เมตร จงหาความสูงของเจดีย์ใหญ่

- ก. 25 เมตร ข. 30 เมตร
ค. 35 เมตร ง. 40 เมตร

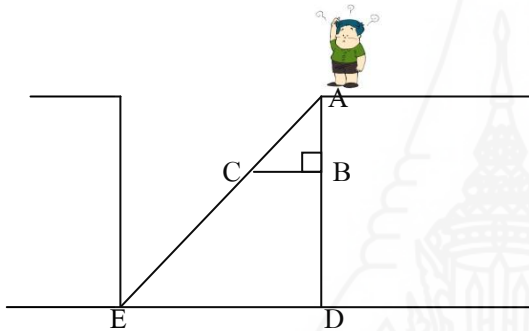


ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ชายคนหนึ่งสูง 1.8 เมตร ยืนอยู่ห่างจากเสาธง 9 เมตร ในแนวเดียวกับเงาเสาธง ปรากฏว่าเงาของเขาทอดยาวเท่ากับยอดเสาธงพอดี ถ้าเสาธงสูง 7.2 เมตร เงาเขายาวเท่าไร

2. นพดลต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงสร้างอุปกรณ์เป็นรูป $\triangle ABC$ เพื่อใช้ในการวัดความลึกของแหวนแห่งนี้ ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร และ 19.2 เซนติเมตรตามลำดับ ดังรูป ถ้าปากเหวนี้กว้าง 10 เมตร นพดล จะวัดความลึกของเหวนี้ได้เท่าไร ถ้าให้ AD เป็นความลึกของเหว



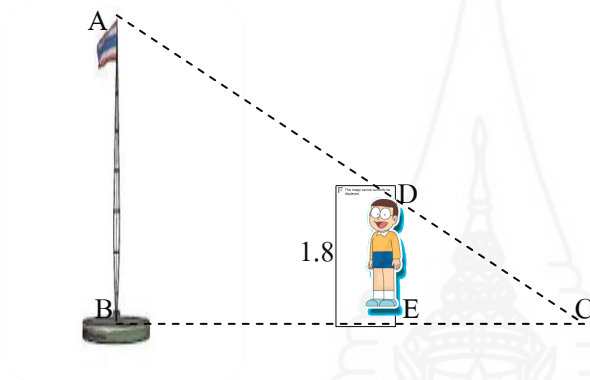
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียนเรื่องความคล้าย

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ชายคนหนึ่งสูง 1.8 เมตร ยืนอยู่ห่างจากเสาธง 9 เมตร ในแนวเดียวกับเงาเสาธง ปรากฏว่าเงาของเขาทอดยาวเท่ากับยอดเสาธงพอดี ถ้าเสาธงสูง 7.2 เมตร เงาเขายาวเท่าไร

วิธีทำ



จากรูป	AB	แทนความสูงของเสาธง	7.2 เมตร
	BE	แทนระยะที่ยืนอยู่ห่างจากเสาธง	9 เมตร
	EC	แทนความยาวเงาของเขา	x เมตร
	DE	แทนความสูงของชายคนนี้ซึ่งสูง	1.8 เมตร

เนื่องจาก

$$\hat{ABC} = \hat{DEC} \quad (\text{มุมกาง } 90^\circ \text{ เนื่องจากวัดความสูงของเสาธงและความสูงของ}$$

ชาย

คนนี้ตั้งฉากกับพื้น)

$$\hat{BCA} = \hat{ECD} \quad (\text{มุมร่วม})$$

$$\hat{BAC} = \hat{EDC} \quad (\text{มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของ}$$

สามเหลี่ยม

รวมกันได้ 180°)

$$\text{ดังนั้น} \quad \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

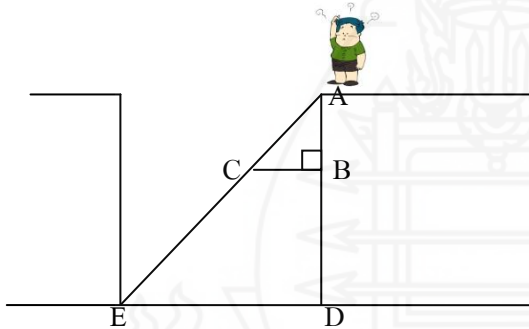
$$\text{จะได้} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

$$\text{จาก} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทนค่า จะได้ } \frac{7.2}{1.8} &= \frac{9+x}{x} \\
 7.2x &= 1.8 \times 9 + 1.8x \\
 7.2x - 1.8x &= 16.2 \\
 5.4x &= 16.2 \\
 x &= \frac{16.2}{5.4} \\
 x &= 3 \\
 \text{เงาเขายาว } &3 \text{ เมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ 3 เมตร

2. . นพดลต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงสร้างอุปกรณ์เป็นรูป $\triangle ABC$ เพื่อใช้ในการวัดความลึกของแหวนแห่งนี้ ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร และ 19.2 เซนติเมตร ตามลำดับ ดังรูป ถ้าปากเหวนี้กว้าง 10 เมตร นพดล จะวัดความลึกของเหวนี้ได้เท่าไร ถ้าให้ AD เป็นความลึกของเหว



วิธีทำ	จากรูป	AD	แทนความลึกของเหว		
		AB	แทนความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว	19.2	เซนติเมตร
		BC	แทนความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว	10	เซนติเมตร
		DE	แทนความกว้างของเหว	10	เมตร

เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
 \angle ABC &= \angle ADE \quad (\text{มุมฉาก } 90^\circ) \\
 \angle BAC &= \angle DAE \quad (\text{มุมร่วม}) \\
 \angle ACB &= \angle AED \quad (\text{มุมที่เหลี่ยวย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\begin{aligned}
 &\text{จะได้} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA} \\
 &\text{จาก} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \\
 &\text{แทนค่า จะได้} \quad \frac{19.2}{AD} = \frac{10}{1,000} \\
 &\quad AD = \frac{19.2 \times 1,000}{10} \\
 &\quad AD = 1,920
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความลึกของเหว เท่ากับ 1,920 เซนติเมตร หรือ 19.2 เมตร

ตอบ 19.2 เมตร

เฉลยแบบทดสอบปรนัยก่อนเรียนและหลังเรียนเรื่องความคล้าย

ข้อ	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	ก	ก
2	ง	ข
3	ค	ง
4	ง	ง
5	ค	ค
6	ง	ง
7	ง	ค
8	ค	ค
9	ง	ก
10	ค	ก
11	ค	ง
12	ก	ก
13	ข	ข
14	ค	ง

ข้อ	ก่อนเรียน	หลังเรียน
15	ป	ก
16	ก	ก
17	ป	ก
18	ป	ป
19	ก	ง
20	ง	ง



แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

เรื่องความคล้าย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนเซนต์โยเซฟระยอง ปีการศึกษา

ชื่อโครงการ

.....

ชื่อผู้จัดทำ

1.....ชั้น.....

2.....ชั้น.....

3.....ชั้น.....

4.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคำตอบที่ต้องการ

รายการ	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1.นำเสนอความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์				
2.นำเสนอความเกี่ยวข้องที่เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับหลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์อื่นๆ				
3.สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ				
4.หาคำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล				

การแปลความหมายของค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างสำหรับความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 3.51 – 4.00 ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในระดับดีมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51 – 3.50 ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในระดับดี

คะแนนเฉลี่ย 1.51 – 2.50 ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในระดับพอใช้

คะแนนเฉลี่ย ต่ำกว่า 1.51 ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ต้องปรับปรุง

เกณฑ์การเปรียบเทียบคะแนนที่เป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้ายหลังการเรียนรู้อยู่ในระดับดีขึ้นไป โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของผลการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ 2.51 ขึ้นไป

ภาคผนวก ค
ตัวอย่างผลงานนักเรียน



โครงการคณิตศาสตร์

เรื่อง **หาความกว้างแม่น้ำ**

ด้วย

สามเหลี่ยมคล้าย

ผู้จัดทำ

พ.3/3

1. ด.ญ. กุลธิดา เตียวสุวรรณ เลขที่ 2
2. ด.ญ. กมลวรรณ จันทร์มณี เลขที่ 5
3. ด.ญ. วรวรรณ มกดาสนิห์ เลขที่ 20
4. ด.ญ. ชญานี ตั้งไพฑูริย์วณิช เลขที่ 29

ครูที่ปรึกษา คุณครู สุวรรณา ตั้งแก้ว

โครงการคณิตศาสตร์

รายงานนี้เป็นส่วนประกอบของโครงการคณิตศาสตร์

โรงเรียนเซนต์โยเซฟระยอง

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

ทำแล้ว

คำนำ

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงการเฝ้าระวังความกว้างแม่น้ำด้วยสามเหลี่ยมคล้าย วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีจุดประสงค์เพื่อประกอบการนำเสนอโครงการ ซึ่งเป็นการนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องความคล้ายและอื่นๆ มาประยุกต์ใช้ในการหาความกว้างของแม่น้ำระยอง ทั้งนี้ในรายงานนี้มีเนื้อหารายละเอียดโครงการที่ประกอบด้วยความเป็นมาของโครงการ จุดประสงค์วิธีการและผลดำเนินงาน รวมทั้งภาพการดำเนินงานอีกด้วย

ผู้จัดทำต้องขอขอบคุณ คุณครูสุวรรณา ตั้งแก้ว ผู้ให้ความรู้และให้คำแนะนำในการทำโครงการนี้ หวังว่ารายงานประกอบโครงการฉบับนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้อ่านทุกๆ ท่าน หากมีข้อเสนอแนะประการใด ผู้จัดทำขอรับไว้ด้วยความขอบพระคุณยิ่ง

คณะผู้จัดทำ



สารบัญ

เนื้อหา	หน้า
ความเป็นมาของโครงการ	1
จุดประสงค์	1
สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง	1
ระยะเวลาดำเนินงาน	1
วิธีการดำเนินงาน	1-3
ผลการดำเนินงาน	3-4
สรุปผลการดำเนินงาน	4



ชื่อโครงงาน หาความกว้างแม่น้ำด้วยสามเหลี่ยมคล้าย

ความเป็นมาของโครงงาน

เนื่องจากวันปิดเทอม กลุ่มของพวกเราได้ไปแม่น้ำระยอง แล้วได้เห็นว่า แม่น้ำสายนี้มีความกว้างมาก จึงอยากทราบถึงความกว้างของแม่น้ำระยอง แต่ไม่มีอุปกรณ์ใดที่จะสามารถวัดได้ จึงนำความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายที่ได้เรียนมา ใช้ในการหาความกว้างของแม่น้ำ

จุดประสงค์

หาความกว้างของแม่น้ำระยอง

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

- การแก้สมการ
- อัตราส่วน

ระยะเวลาดำเนินงาน

ห้าวัน

วิธีการดำเนินงาน

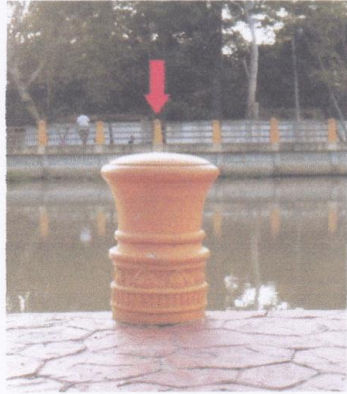
1. ปฏิบัติงานและศึกษาระที่เกี่ยวข้อง



2. สืบหาสถานที่ที่จะศึกษา



3. สังเกตหาเสาทั้งสองฝั่งที่อยู่ตรงข้ามพอดี กำหนดให้เป็นเสาด้านที่ 1 และ 2



4. จากเสาด้านที่ 2 เดินไปหาเสาถัดไปโดยเดินขนานกับแม่น้ำ แล้วกำหนดให้เป็นเสาด้านที่ 3 และวัดระยะห่างระหว่างเสาทั้งสองต้น แล้วจดบันทึกไว้



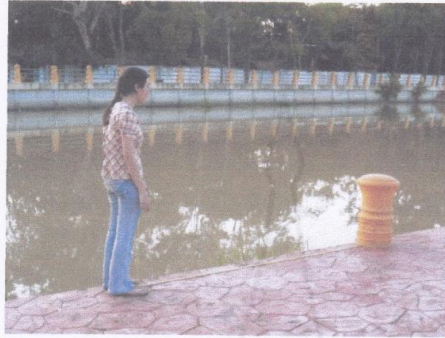
5. หากจุดที่สามารถมองเห็นเสาด้านที่ 3 กับ เสาที่ 1 ฝั่งตรงข้ามให้ตรงกัน และให้สมาชิกคนหนึ่ง ไปยืนเพื่อเป็นสัญลักษณ์บอกตำแหน่ง



6. วัดระยะห่างจากจุดที่สมาชิกยืนอยู่ ถึงริมแม่น้ำ โดยให้ตั้งฉากกับแม่น้ำ พร้อมจดบันทึกไว้



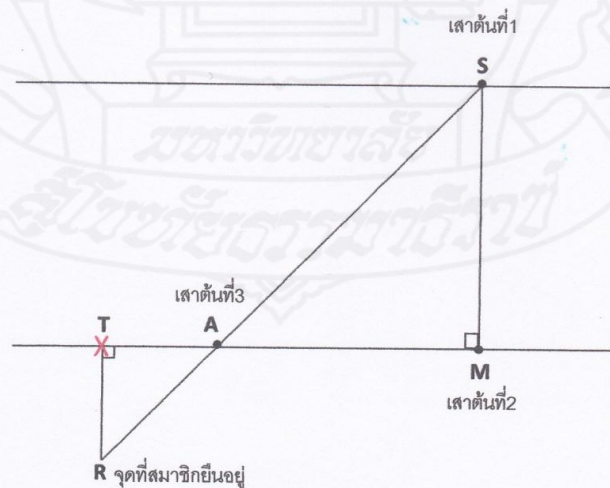
7. ทำสัญลักษณ์บริเวณริมหน้าตรงจุดที่วัดจากจุดที่สมาธิยืนอยู่
8. วัดระยะห่างจากจุดที่ทำสัญลักษณ์ถึงเสาต้นที่3 แล้วจดบันทึก



9. คำนวณหาความกว้างของแม่น้ำระยอง โดยนำอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาช่วยในการคำนวณ
10. ทำรูปเล่มรายงาน แผ่นชาร์ตและโมเดล พร้อมทั้งนำเสนอ



ผลการดำเนินงาน



วัดระยะห่างระหว่าง เสาต้นที่ 2 และ 3 ได้ 20 เมตร

วัดระยะจากจุดที่สามารถยืนอยู่ถึงจุดที่ทำสัญลักษณ์ริมแม่น้ำได้ 3.6 เมตร

วัดระยะจากจุดที่ทำสัญลักษณ์ถึงเสาต้นที่ 3 จุด 2.4 เมตร

ให้ SM แทนความกว้างของแม่น้ำหรือระยะห่างระหว่างเสาต้นที่ 1 และเสาต้นที่ 2

MA แทนระยะห่างระหว่าง เสาต้นที่ 2 และ 3

TR แทนระยะจากจุดที่สามารถยืนอยู่ถึงริมแม่น้ำ

TA แทนระยะจากจุดที่ทำสัญลักษณ์ริมแม่น้ำถึงเสาต้นที่ 3

เนื่องจาก $\triangle SMA$ และ $\triangle RTA$

มุม SMA = มุม RTA (มุมทแยง 90° เนื่องจากความกว้างของแม่น้ำและส่วนของเส้นตรง

TR ที่กำหนดขึ้นตั้งฉากกับถนน)

มุม MAS = มุม TAR (มุมตรงข้าม)

มุม ASM = มุม ART (มุมที่เหลี่ยมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยม

รวมกันได้ 180°)

ดังนั้น $\triangle SMA \sim \triangle RTA$

$$\text{จะได้ } \frac{SM}{RT} = \frac{MA}{TA} = \frac{AS}{AR}$$

$$\text{แทนค่า } \frac{SM}{3.6} = \frac{20}{2.4}$$

$$SM = \frac{20}{2.4} \times 3.6$$

$$SM = 30$$

ดังนั้น ความกว้างของแม่น้ำระยอง ประมาณ 30 เมตร

สรุปการดำเนินงาน

จากที่ใช้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้ ทำให้สามารถหาความกว้างของแม่น้ำ

ระยองได้ นอกจากนี้ ยังนำความรู้เรื่องความคล้ายมาใช้ในการหาความกว้าง

ความยาวของสิ่งของ สถานที่ หรือ อย่างอื่นในชีวิตประจำวันได้อีกด้วย

STITCH!
& Friends

โครงการคณิตศาสตร์

เรื่อง : Height puzzle of Eiffle Tower

กลุ่มที่ 1 

ผู้จัดทำ

ด.ญ กัญญา	สายโรจน์พันธ์	ม.3/3	เลขที่ 4
ด.ญ ปณิดา	อู่ดี	ม.3/3	เลขที่ 8
ด.ญ พิชชาพร	สุภคุณเกิดดี	ม.3/3	เลขที่ 20
น.ส. ไพรญา	เฟื่องฟ้า แวนฮามเมล	ม.3/3	เลขที่ 24

คุณครูที่ปรึกษา :

คุณครูสุวรรณา ตั้งแก้ว

โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนเตรียมโดยเซประยอง
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

ตรางแล้ว



คำนำ

โครงการคณิตศาสตร์เรื่องความคล้ายนี้จัดทำขึ้นมาเพื่อเป็นคะแนนตัวชี้วัดหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อวัดความเข้าใจของนักเรียนว่าเมื่อเรียนจบบทเนื้อหาเรื่องความคล้ายแล้วนักเรียนสามารถนำมาใช้ในชีวิตประจำวันได้หรือไม่

กลุ่มของข้าพเจ้านี้จึงได้นำสิ่งก่อสร้างที่อยู่ในบริเวณของโรงเรียนเซนต์โยเซฟระยองมาใช้ในการหาความคล้าย เนื่องจากนักเรียนหรือคุณครูผู้ที่สนใจจะดูของจริงสามารถหาดูได้โดยง่ายและไม่ต้องมีอุปสรรคในการเดินทาง

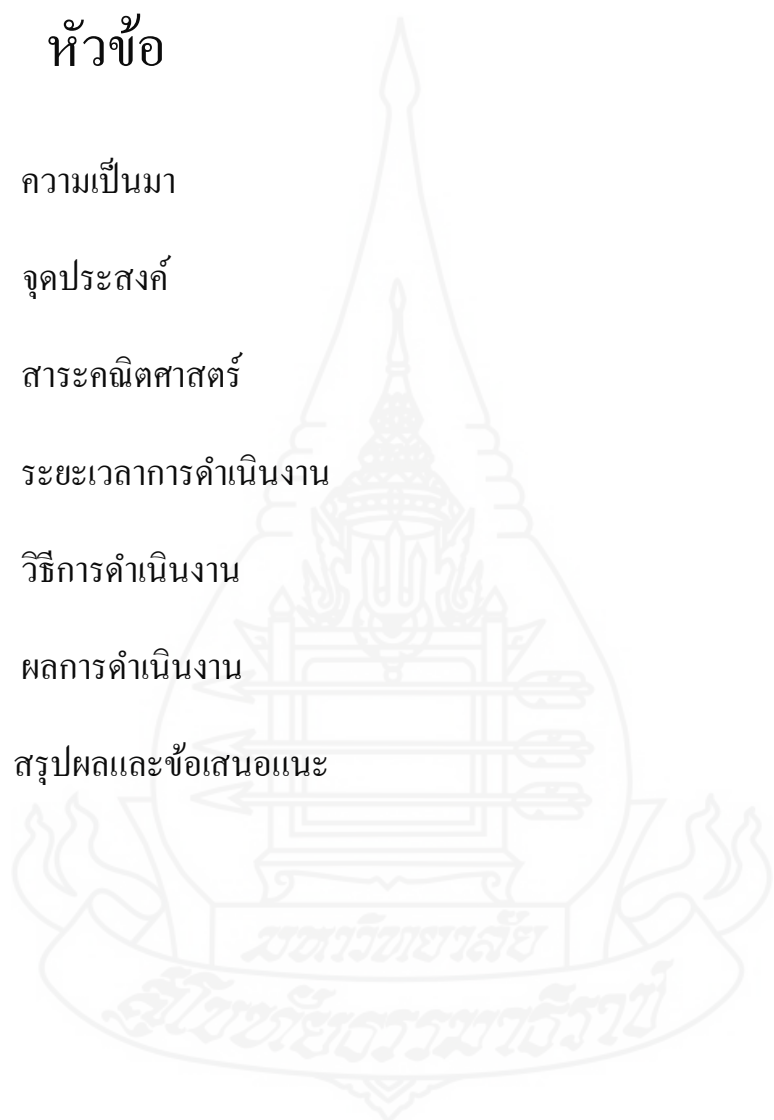
หากกลุ่มของข้าพเจ้ามีการทำขั้นตอนใดๆที่ผิดพลาดไปจึงขออภัย ณ ที่นี้ด้วย

กลุ่มที่ 1 ม.3/3



สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
ความเป็นมา	1
จุดประสงค์	1
สาระคณิตศาสตร์	1
ระยะเวลาการดำเนินงาน	1
วิธีการดำเนินงาน	1-7
ผลการดำเนินงาน	8-10
สรุปผลและข้อเสนอแนะ	11



ความเป็นมา :

จากการที่ได้ศึกษาเรื่องความคล้อยนั้นกลุ่มของพวกเราจึงเกิดความสนใจอยากที่จะวัดความสูงของหอไอเฟลจำลองในสวนป่าหลังโรงเรียนขึ้นมากลุ่มของพวกเราจึงนำเรื่องสามเหลี่ยมคล้ายนี้มาประยุกต์ใช้ในการวัดความสูงของหอไอเฟล โดยนำพีระมิดซึ่งอยู่ใกล้ๆกันมาช่วยในการหาความสูงของหอไอเฟล

จุดประสงค์ :

- 1.หาความสูงของหอไอเฟลจำลอง
- 2.นำความรู้เรื่องความคล้ายของสามเหลี่ยมมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง :

- อัตราส่วน
- สมการ
- รูปเรขาคณิต
- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ระยะเวลาดำเนินงาน :

1 เดือน

วิธีการดำเนินงาน :

1. ศึกษาและรวบรวมเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
2. ทำการวัดความกว้าง ความยาว ความสูงและเงาของพีระมิด โดยความสูงนั้นใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาและวัดเงาได้ 90 เซนติเมตร และทำการวัดระยะห่างของหอไอเฟลจำลองกับพีระมิดตามลำดับและจดบันทึก
3. ตั้งโจทย์ปัญหาและคิดคำนวณนำโจทย์ที่คิดไว้ไปปรึกษากับคุณครูที่ปรึกษา
4. คำนวณหาความสูงของหอไอเฟลจำลองโดยนำอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาช่วยในการคำนวณ

สิ่งก่อสร้างที่ต้องการศึกษา



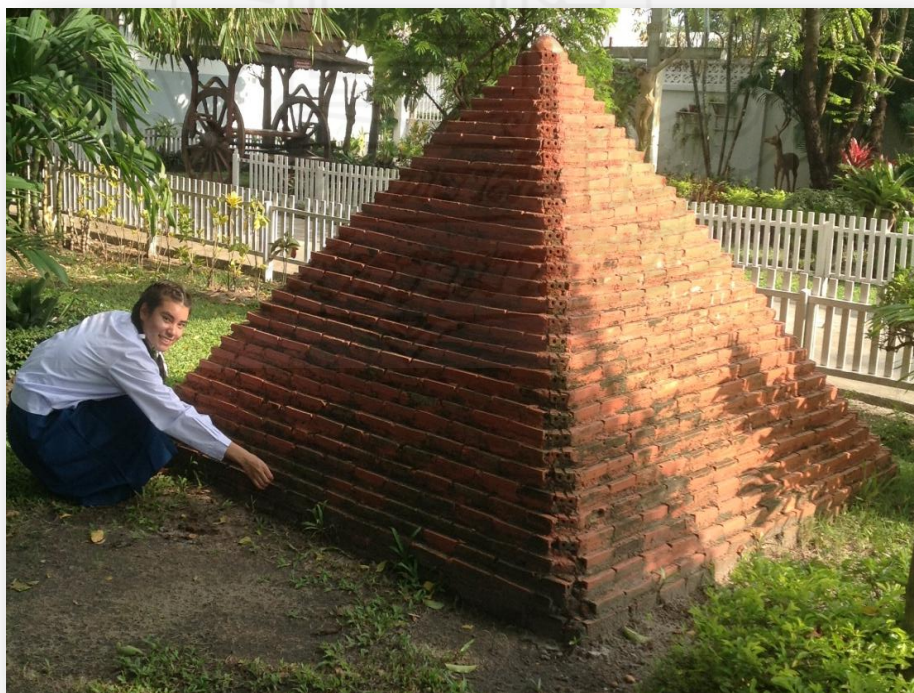
ชั้นประดิษฐ์อุปกรณ์จำลอง

ชั้นประดิษฐ์อุปกรณ์จำลอง





การวัดความยาวฐานแต่ละด้านและส่วนสูงเอียงของพีระมิด



การวัดความห่างของหอไอเฟลกับพีระมิด



การวัดเงาของพีระมิด



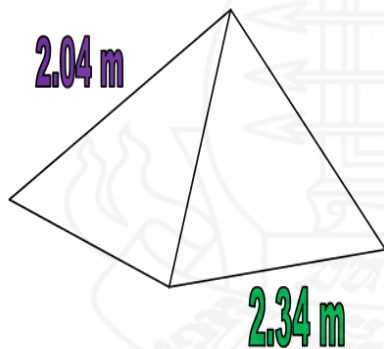
ผลการดำเนินงาน :

ในวันพฤหัสบดีที่ 4 ตุลาคม พ.ศ.2555 เวลา 15.00 น. ณ สวนป่า โรงเรียนเซนต์โยเซฟระยอง ตรงบริเวณสวนจำลองเงาของหอไอเฟลได้ทอดยาวไปยังปลายเงาของพีระมิด ซึ่งเงาของพีระมิดยาว 90 ซม. พีระมิดมีความสูงเอียง 2.07 เมตร และมีความยาวแต่ละด้าน 2.34 เมตร ซึ่งอยู่ห่างจากหอไอเฟล 8.66 เมตร อยากทราบว่าหอไอเฟลมีความสูงเท่าไร

สิ่งที่ต้องหา :

- 1) ความสูงตรงของพีระมิด
- 2) ความสูงตรงของหอไอเฟล

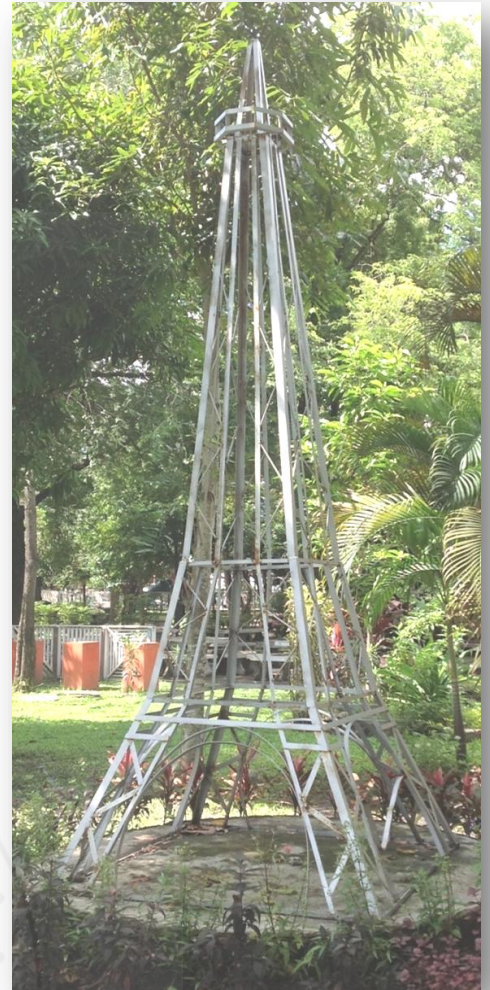
วิธีทำ : 1) ความสูงตรงของพีระมิดใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

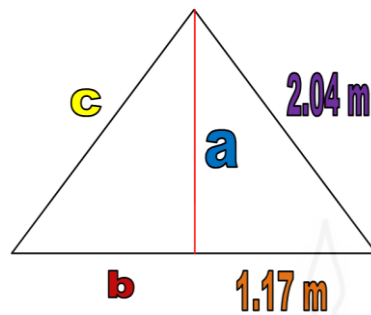


a = สูงตรง

b = ความยาวของฐานครึ่งหนึ่ง

c = สูงเอียง

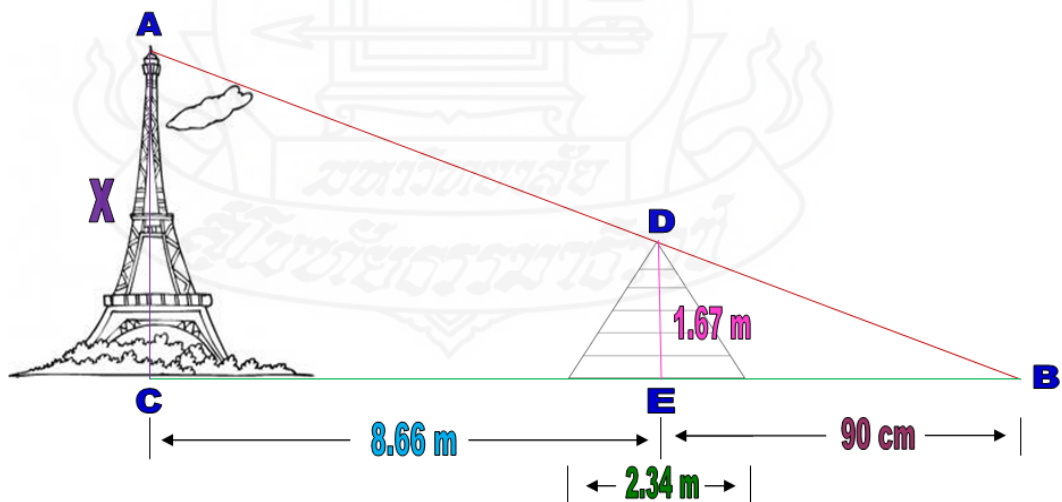




$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 (2.04)^2 &= a^2 + (1.17)^2 \\
 (2.04)^2 - (1.17)^2 &= a^2 \\
 4.1616 - 1.3689 &= a^2 \\
 2.7927 &= a^2 \\
 \sqrt{2.7927} &= a \\
 1.67 &= a
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พีระมิดมีความสูง 1.67 เมตร

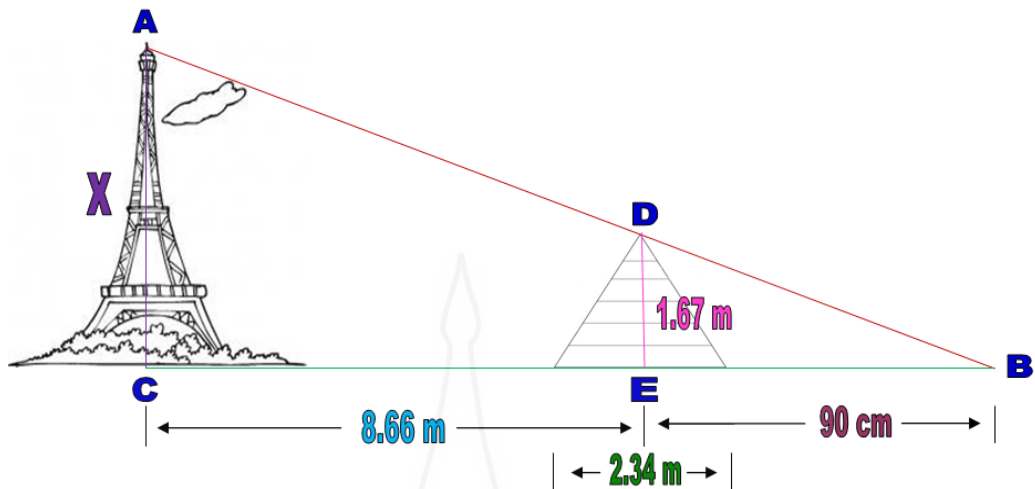
2) ความสูงของหอไอเฟล



วัดเงาของหอไอเฟลได้ $8.66 + 0.9 = 9.56$ เมตร

วัดเงาของพีระมิดได้ 0.9 เมตร

วัดความสูงของพีระมิดได้ 1.67 เมตร



ให้ AC แทนความสูงของหอไอเฟล

DE แทนความสูงของพีระมิด

CB แทนเงาของหอไอเฟล

EB แทนเงาของพีระมิด

เนื่องจาก $\triangle ABC$ และ $\triangle DBE$

$\angle ACB = \angle DEB$ (กาง 90 องศา เนื่องจากความสูงของหอไอเฟลและความสูงของพีระมิดตั้งฉากกับพื้น)

$\angle ABC = \angle DBE$ (มุมร่วม)

$\angle CAB = \angle EDB$ (มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา)

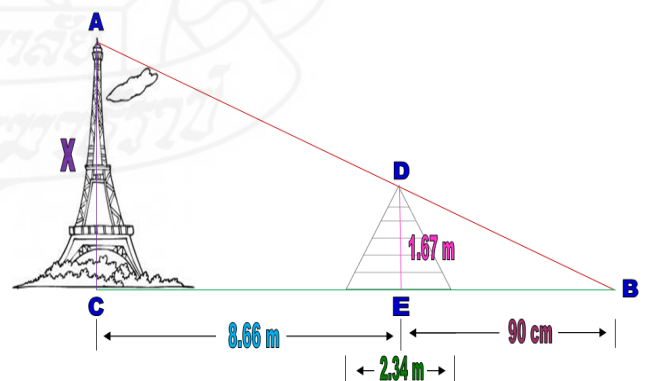
ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

จะได้ $\frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BE} = \frac{CA}{ED}$

แทนค่า $\frac{9.56}{0.9} = \frac{CA}{1.67}$

$$9.56 \times \frac{1.67}{0.9} = CA$$

$$CA = 17.74 \text{ เมตร}$$



ดังนั้น ความสูงของหอไอเฟล เท่ากับ 17.74 เมตร

สรุปผลการดำเนินงาน :

จากผลการดำเนินงานทำให้กลุ่มของพวกเรานั้นได้ทราบความสูงของหอไอเฟลจำลองจากการนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเรื่องสามเหลี่ยมความคล้ายมาใช้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในการหาความสูงของสิ่งต่างๆ ได้ เช่น ความสูงของเสาธง ความสูงของต้นไม้ และสิ่งอื่นๆ อีก เป็นต้น

