บทที่ 2
วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ การจัดตารางกีฬาจะเป็นการแสดงปัญหาอยู่ในรูปของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ที่เรียกว่ากำหนดการจำนวนเต็มและแก้ปัญหาดังกล่าวด้วย โดยระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล ดังนั้นเนื้อหาส่วนแรกจะกล่าวถึงภาพรวมของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจากนั้นจะเป็นการเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับกำหนดการจำนวนเต็มและด้วยระเบียบวิธีฮิวริสติก โดยกล่าวถึงระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล เป็นสำคัญ

1. แนวคิดและทฤษฎีที่นำมาใช้

1.1 การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimization)

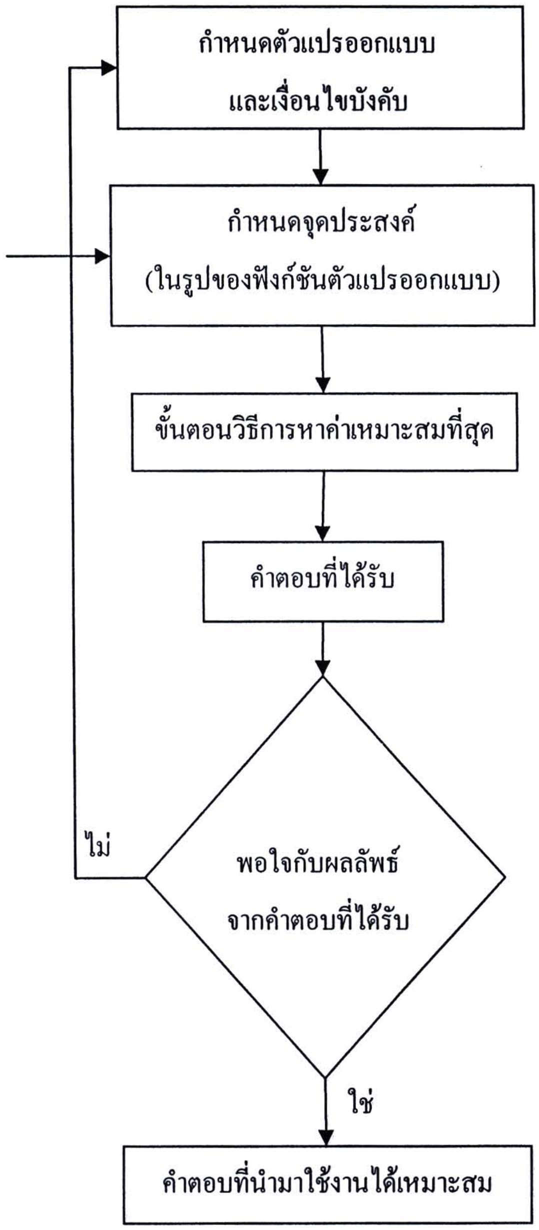
การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสามารถทำได้โดยใช้วิธีการดำเนินงานในสาขาวิชาที่เรียกว่าการวิจัยดำเนินงาน (Operations research) หรือวิทยาการการจัดการ (Management Science) ซึ่งหมายถึง เทคนิคทางคณิตศาสตร์ และสถิติที่สามารถนำไปใช้ในการตัดสินใจทางการบริหารธุรกิจ เทคนิคต่างๆ ในการวิเคราะห์เชิงปริมาณที่นำมาใช้ประโยชน์ในการตัดสินใจทางธุรกิจมีมากมาย เช่น กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming, LP) ปัญหาการขนส่ง (Transport Problem) ปัญหาการมอบหมายงาน (Assignment Problem) ทฤษฎีเกม (Games Theory) ตัวแบบข่ายงาน (Network Models) ตัวแบบกำหนดการจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) เป็นตัวแบบที่ขยายออกไปจากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น นำไปใช้ใน กรณีที่ต้องการ ให้คำตอบเป็นเลขจำนวนเต็ม ซึ่งได้มาเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการจัดตารางกีฬาในที่นี้

ค่าเหมาะสมที่สุด (Optimization) หมายถึง การเรียนรู้เพื่อกำหนดวิธีการที่ดีที่สุดให้กับปัญหาแสดงอยู่ในรูปของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ การหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันในทางคณิตศาสตร์นั้นจะหมายถึงการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันในที่นี้คือค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน คือค่าสูงสุดของจุดที่ได้ถูกพิจารณาว่าสูงกว่าจุดอื่นๆที่อยู่ข้างเคียง และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน คือ ค่าต่ำสุดของจุดที่ได้ถูกพิจารณาว่าต่ำกว่าจุดอื่นๆที่อยู่ข้างเคียง (ธนัญชัย ลีภักดิ์ปรีดา, 2543)

1.1.1 การดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุด

การดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้น จะต้องเริ่มจากการพิจารณาและทำความเข้าใจปัญหาเสียก่อน ซึ่งเป็นการศึกษาเพื่อให้ได้มาซึ่งแบบจำลองของระบบนั่นเอง เมื่อจุดประสงค์ของปัญหาถูกกำหนดขึ้น

การตั้งโจทย์ ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดก็จะเริ่มขึ้น ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุดจะถูกอธิบายดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แผนผังลำดับของการหาเหมาะสมที่สุด (ธนัญชัย ลีภักดิ์ปรีดา, 2543)

1.2 กำหนดการจำนวนเต็ม (Integer programming)

1.2.1 ลักษณะของปัญหากำหนดการจำนวนเต็ม

เป็นเทคนิคเชิงปริมาณอย่างหนึ่งที่เป็นที่นิยมนำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในการดำเนินงานของธุรกิจในปัจจุบัน กำหนดการจำนวนเต็ม คือ กระบวนการวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าสูงสุด หรือ ค่าต่ำสุดของเป้าหมายที่ตั้งไว้ ภายใต้ภาวการณ์หรือเงื่อนไขบางประการ ซึ่งเป้าหมายจะต้องอยู่ในรูปอสมการเส้นตรง สำหรับเงื่อนไขนั้นอาจจะอยู่ในรูปของสมการหรืออสมการเส้นตรงก็ได้ และทั้งนี้ตัวแปรซึ่งเป็นคำเฉลยจะต้องอยู่ในรูปของจำนวนเต็ม (Integer) ด้วย ซึ่งแท้ที่จริงแล้วกำหนดการจำนวนเต็ม ก็คือ กำหนดการเชิงเส้น (Linear programming) ซึ่งต้องการค่าของตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables) เป็นจำนวนเต็ม นั่นเอง ดังนั้นการหาผลเฉลยของกำหนดการจำนวนเต็มนี้ อาจจะถือปฏิบัติเพื่อความสะดวกรวดเร็ว ด้วยการปัดเศษค่าของตัวแปรคำเฉลย ซึ่งได้จากการคำนวณโดยวิธีการของกระบวนการเชิงเส้นเสียเลยก็ได้ ต่ออย่างไรก็ตามการปัดเศษค่าตัวแปรตัดสินใจดังกล่าว มักจะประสพปัญหาความยุ่งยากเกี่ยวกับการดำรงคำเฉลยให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดอยู่เสมอ ๆ เหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะ โดยปรกติแล้วผลเฉลยที่ได้จากวิธีการของกำหนดเชิงเส้นจะเป็นผลเฉลยที่เป็นไปตามข้อกำหนดของเงื่อนไข แล้ว แต่เมื่อมีการปัดเศษค่าตัวแปรตัดสินใจเหล่านั้นเพื่อให้เป็นค่าจำนวนเต็มตามที่ต้องการ ค่าตัวแปรที่ปัดเศษแล้ว อาจจะทำให้ผลที่ได้ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดอีกต่อไปเลย ด้วยเหตุนี้ จึงได้มีการคิดค้นหาวิธีเฉพาะแบบเพื่อการแก้ปัญหากำหนดการจำนวนเต็มเกิดขึ้น (อุไรวรรณ แย้มนิยม, 2537) ลักษณะปัญหากำหนดการจำนวนเต็มโดยทั่ว ๆ ไปแล้ว จะเขียนในรูปแบบกระบวนการทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับกำหนดการเชิงเส้น คือ ส่วนใหญ่จะนำไปใช้เกี่ยวกับปัญหาด้านการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เช่น วัตถุดิบ แรงงาน เงิน เครื่องจักร เวลา สถานที่ เป็นต้น โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะจัดสรรทรัพยากรเหล่านี้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด หรือให้เสียค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ตัวแบบกำหนดการจำนวนเต็มสามารถนำไปประยุกต์กับปัญหาได้หลายหลายลักษณะ เช่น ปัญหาการวางแผนการผลิต การจัดสรรงบประมาณ การวางแผนโฆษณา การขนส่งสินค้า การลงทุน การจัดคนเข้าทำงาน การจัดตารางการแข่งขันกีฬา เป็นต้น (สุทธิมา ชำนาญเวชม, 2552)

1.2.2 สมมติฐานของกำหนดการจำนวนเต็ม

1.2.2.1 ความแน่นอน (Certainty) หมายความว่าต้องการทราบข้อมูลต่าง ๆ แน่นอน เช่น จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ จำนวนการใช้ทรัพยากรในการผลิตสินค้า กำไรต่อหน่วย ต้นทุนต่อหน่วย เป็นต้น

1.2.2.2 มีความเป็นสัดส่วน (Proportionality) หมายความว่าการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรจะมีผลกระทบที่แน่นอนทั้งในฟังก์ชันวัตถุประสงค์และในฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ

1.2.2.3 บวกเข้าด้วยกันได้ (Addibility) หมายความว่าผลรวมได้มาจากการบวกกันของกิจกรรมต่าง ๆ

1.2.2.4 ตัวแปรไม่ติดลบ และ เป็นจำนวนเต็ม

1.2.3 โครงสร้างของกำหนดการจำนวนเต็ม

ในการนำตัวแบบกำหนดการจำนวนเต็มมาใช้ในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องศึกษาส่วนประกอบโครงสร้างต่าง ๆ ของตัวแบบและสร้างตัวแบบขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นจริง โดยให้มีโครงสร้างของปัญหาครบถ้วนในการสร้างตัวแบบจะต้องประกอบด้วยโครงสร้างต่อไปนี้

1.2.3.1 ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variables) ได้แก่ สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์ มักนิยมกำหนดให้เป็นอักษร เช่น $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ หรือ A, B, C เป็นต้น

1.2.3.2 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) จะเขียนในรูปสมการเชิงเส้นจะมีวัตถุประสงค์เดียว ซึ่งอยู่ในรูปของเป้าหมายการหาค่าสูงสุด (Maximize) หรือการหาค่าต่ำสุด (Minimize)

1.2.3.3 เงื่อนไขบังคับ (Constraints) คือ สมการหรืออสมการที่แสดงถึงขีดจำกัดในด้านทรัพยากร ความต้องการ หรือเงื่อนไขต่าง ๆ ของปัญหา โดยมีความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ในเงื่อนไขบังคับเป็นเส้นตรง จำนวนเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อเป็นเส้นตรง จำนวนเงื่อนไขบังคับจะขึ้นอยู่กับสภาพของปัญหาว่ายุ่งยากซับซ้อนเพียงใด

1.2.3.4 ข้อจำกัด (Restriction) แสดงถึงกรอบของค่าตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ ทุกตัวจะต้องมีค่าไม่ติดลบ และเป็นจำนวนเต็ม

สรุปรูปแบบของกำหนดการจำนวนเต็ม โดยสมมุติ ว่า มีตัวแปร n ตัว และ มี m เงื่อนไข ดังนี้

1) กรณีตัวแปรผลเฉลยทุกตัวแปรต้องการเป็นจำนวนเต็ม

Maximize (minimize) : objective $\quad R = P_1x_1 + P_2x_2 + \cdots + P_nx_n$

Subject to : constraints

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \le c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \le c_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \le c_m$$

And : decision Variables $x_1, x_2, \ldots, x_a = 0 \;\; or \; 1 \; or \; 2 \; or \;\; 3 \; or$ ... integer values

2) กรณีตัวแปรผลเฉลยบางตัวแปรเท่านั้น ที่ต้องการเป็นจำนวนเต็มในที่นี้ สมมุติว่ามีบางตัวแปร เท่านั้นที่ต้องการเป็นจำนวนเต็ม

Maximize (minimize) : objective

$$R = P_1x_1 + P_2x_2 + \cdots + P_nx_n$$

Subject to : constraints

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq c_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \cdots + a_{3n}x_n \leq c_3$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq c_m$$

And : decision Variables x_1, x_5 and x_6 with integer values

หมายเหตุ : ส่วนของเงื่อนไขอาจจะอยู่ในรูปสมการ และ/หรือ อสมการก็ได้ และถ้าอยู่ในรูปอสมการด้านซ้ายอาจจะมากกว่าด้านขวา หรือ ด้านขวาอาจจะมากกว่าด้านซ้ายก็ได้ (ตามรูปแบบทั่วไปข้างต้นแสดงเฉพาะกรณีอสมการด้านขวามากกว่าด้านซ้าย “ $\leq$ “)

1.2.4 การหาผลเฉลย

ในการหาคำเฉลยของกำหนดการจำนวนเต็มนั้น กระทำได้โดยดำเนินการตามวิธีการคำนวณตารางเช่นเดียวกับกำหนดการเชิงเส้นปกติ เช่น การหาผลเฉลยโดยวิธีการของรูปแบบเรขาคณิต (Graphic representation) ตารางคำนวณ (Simplex method) หากแต่ว่าจะต้องมีสมการเงื่อนไขแห่งจำนวนเต็มผนวกเพิ่มเติมเข้าไปในกำหนดการนั้น ๆ ด้วย ทั้งนี้ก็เพื่อที่จะให้สมการเงื่อนไขกำหนดการจำนวนเต็มนี้ ทำหน้าที่ในการขจัดและปัดเศษค่าของตัวแปรต่าง ๆ ให้เป็นจำนวนเต็มตามที่กำหนดนั่นเอง แต่ในที่นี้ในการหาผลเฉลยของกำหนดการจำนวนเต็ม เลือกใช้วิธีฮิสริสติก โดยระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล จึงขอละเนื้อหากระบวนการหาผลเฉลยในวิธีการอื่น

1.3 ระเบียบวิธีฮิวริสติกส์ (Heuristic)

ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้น ระเบียบวิธีฮิวริสติกส์ (Heuristic) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความสำคัญอย่างมาก ซึ่งได้ถูกพัฒนาขึ้นตามลักษณะของปัญหาที่ต้องการหาผลเฉลยโดยเฉพาะอย่างยิ่งแนวโน้มของปัญหาปัจจุบันที่มีความซับซ้อนและมีขนาดใหญ่มากขึ้น ทำให้ต้องพยายามวิเคราะห์และพิจารณา

ไตร่ตรองปัญหานั้นอย่างละเอียด โดยได้มีผู้นำวิธีฮิวริสติกส์ไปใช้อย่างแพร่หลาย เพราะฉะนั้นระเบียบวิธีฮิวริสติกส์จึงมีความจำเป็นอย่างมาก โดยเป็นระเบียบวิธีการค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งได้ใช้การประเมินผลจากประสบการณ์ที่มีอยู่ของปัญหานั้น มาแก้ไขปัญหาเดิมให้ดีขึ้น หรือการหาคำตอบที่ดีกว่าโดยอาศัยคำตอบเดิมที่มีอยู่แล้ว หลักการของวิธีฮิวริสติกส์นั้น เป็นกระบวนการคิดแบบหนึ่งของมนุษย์ในการแก้ปัญหาบางอย่าง โดยทำการลองสุ่มไปเรื่อยๆ แล้วเรียนรู้จากประสบการณ์ที่ได้ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหา วิธีการที่ใช้อาจเป็นแบบลองผิดลองถูก (Trial and Error) หรือการใช้สามัญสำนึก เป้าหมายอยู่ที่คำตอบที่ดีที่สุด ของกลุ่มคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว โดยไม่มีการรับประกันว่าคำตอบที่ได้จะดีที่สุดสำหรับปัญหานั้น แต่จะเป็นคำตอบที่สามารถยอมรับได้ ซึ่งระเบียบวิธีฮิวริสติกส์สามารถอธิบายได้ตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1) สมมติคำตอบขึ้นก่อน คำตอบนี้จะดีหรือไม่ดีก็ได้ ขอเพียงให้เป็นคำตอบที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขข้อจำกัดต่างๆ เรียกคำตอบนี้ว่า คำตอบเริ่มต้น

2) สำรวจบริเวณใกล้เคียงกับคำตอบเริ่มต้นเพื่อจะดูว่าจะหาคำตอบที่ดีกว่าได้หรือไม่

3) ถ้าพบว่ามีคำตอบที่ดีกว่าก็ใช้คำตอบใหม่นี้เป็นคำตอบเริ่มต้นแล้วย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 2)

4) ถ้าทำข้อ 2) และ 3) ซ้ำครบรอบที่กำหนดแล้ว หากไม่มีคำตอบที่ดีกว่าคำตอบเริ่มต้น ถือว่าคำตอบนี้เป็นคำตอบที่ดีที่สุดแล้ว ยุติการหาคำตอบ

ในปัจจุบันวิธีฮิวริสติกส์สามารถที่จะคำนวณหาผลเฉลยของปัญหาขนาดใหญ่ๆได้ ปัญหาต่างๆในอุตสาหกรรมนั้นจึงดูเหมาะสมในการหาผลเฉลยด้วยวิธีฮิวริสติกส์ ซึ่งวิธีฮิวริสติกส์หลายๆวิธีที่ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆอย่างแพร่หลาย เช่น วิธีการจำลองอบเหนียว (Simulated Annealing, SA) ขั้นวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA) วิธีทาบูเสริช (Tabu search) วิธีมอนติ คาร์โล (Monte Carlo, MC) ซึ่งทั้งสี่วิธีนี้เป็นวิธีการค้นหาคำตอบหรือผลเฉลยของผลเฉลยของปัญหาที่คิดว่าเป็นผลเฉลยที่เหมาะสม แต่ไม่สามารถรับประกันว่าผลเฉลยที่ได้นั้นเป็นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นวิธีการค้นหาผลเฉลยดังกล่าวข้างต้นจึงถือว่าเป็นการค้นหาคำตอบที่เป็นไปได้เฉพาะที่ นอกจากนี้วิธีฮิวริสติกส์ยังสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆเช่น ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Travelling Salesman Problem) ในแก้ปัญหาการหาเส้นทางสั้นสุดไปยังเมืองต่างๆ วิธี Clarke & Wright algorithm ที่ใช้แก้ปัญหากำหนดเส้นทางการเดินรถ ซึ่งใช้การหาระยะทางที่ประหยัดในการรวมเส้นทาง 2 เส้นเข้าด้วยกันเป็นตัวกำหนดตำแหน่งที่รถจะเดินทางต่อไป

นักวิจัยบอกว่าการใช้วิธีทั่วๆ ไปและการใช้ฮิวริสติกสามารถจะเกิดการผิดพลาดได้เพราะวิธีเหล่านั้นไม่มี ข้อกำหนดตายตัว คือไม่มีข้อจำกัดว่าจะต้องเริ่มต้นที่จุดไหน หรือลำดับขั้นตอนการทำงานต้องเป็นอย่างไร หรือไม่จำกัดว่าจะต้องสร้างตัวเลือกในการตัดสินใจหรือไม่ หรือไม่เจาะจงด้านข้อจำกัดของการแก้ปัญหาหรือทางเลือกของเกณฑ์ที่ใช้ในการระบุขบวนการทำงาน รวมถึงระดับของค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการหาว่าผลลัพธ์

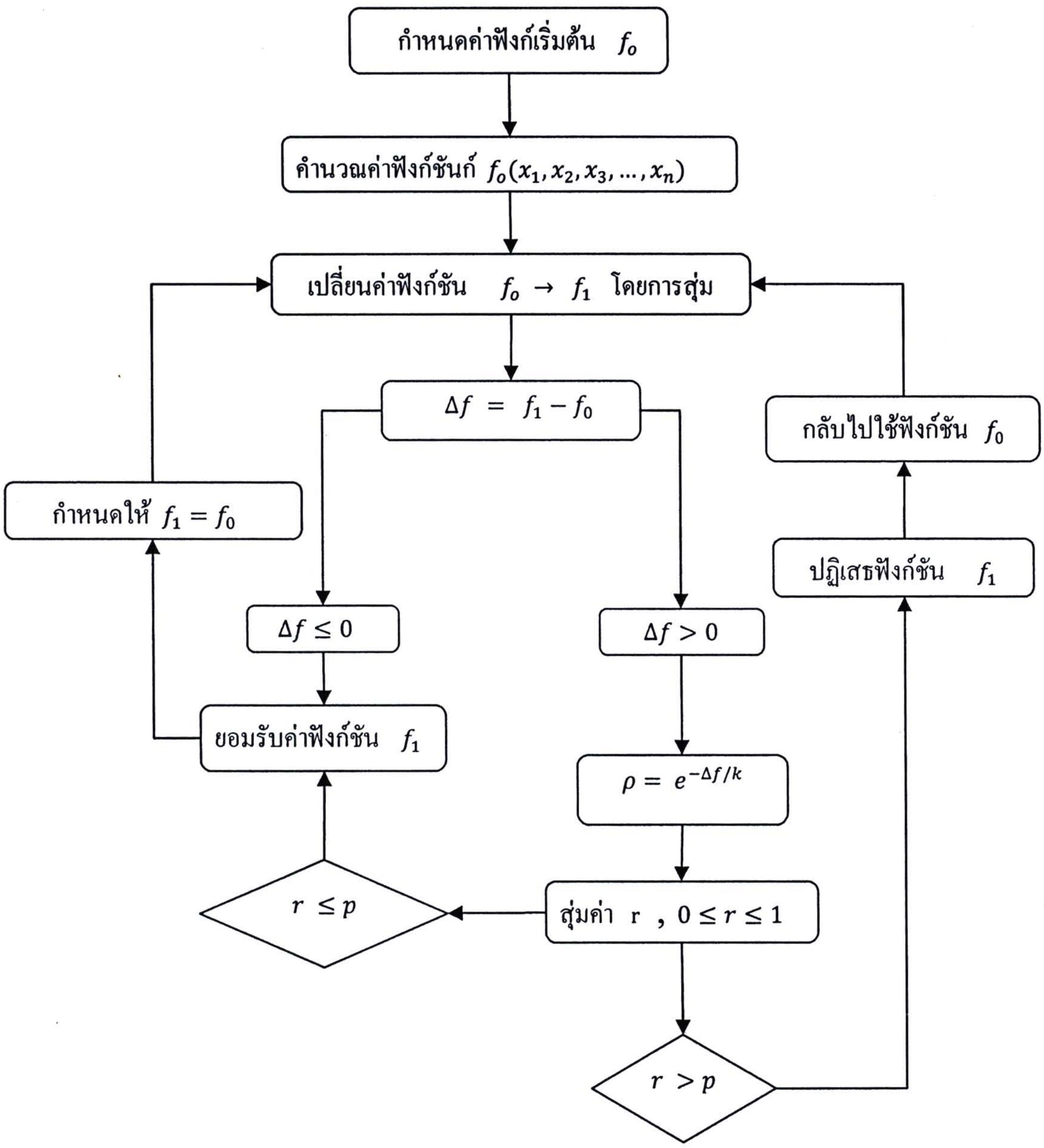
สุดท้ายที่ได้เป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจริงๆ ผลลัพธ์เป็นพฤติกรรมที่ไม่มีจุดมุ่งหมายแน่ชัดและไม่สามารถคาดเดาได้ ผลลัพธ์อาจดีในการนำไปใช้กับระบบงานหนึ่งแต่อาจไม่ดีในการนำไปใช้กับอีกระบบงานอื่นก็ได้

ตัวอย่างปัญหา ปัญหาการเดินทางของคนขายของ (TPS) ปัญหา คนขายของต้องเดินทางไปยังเมืองจำนวน N เมือง โดยเริ่มจากเมืองหนึ่งและเดินทางไปยังแต่ละเมือง (เมืองละ 1 ครั้ง) แล้วกลับมาสิ้นสุด ณ เมืองที่เริ่มต้น จึงพยายามที่จะหาเส้นทางที่ดีที่สุด (ในด้านค่าใช้จ่าย หรือระยะทางที่สั้นที่สุด) ความยุ่งยากจำนวนของเส้นทาง(นับเพียงเส้นทางทิศทางเดียว) เมื่อ N คือจำนวนเมือง คือ $R = 0.5(N-1)!$ สำหรับเมือง 10 เมืองจะมีเส้นทางถึง 181,440 เส้นทาง ถ้ามี 11 เมืองจะมีถึงสองล้านเส้นทาง และถ้ามี 20 เมืองจะมีถึง 6.1 × 1016 เส้นทาง จะเห็นว่าการเพิ่มจำนวนเมืองเพียงเล็กน้อยจะทำให้เกิดทางเลือกในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นมากมาย

วิธีแก้ปัญหา การใช้วิธีการค้นหาโดยการอ้างอย่างสมบูรณ์ (complete enumeration) และการใช้อัลกอริธึมไม่มีประสิทธิภาพและไม่มีประสิทธิผลเพียงพอเนื่องจากมีทางเลือกค่อนข้างมาก การใช้วิธีฮิวริสติกสามารถแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี และอาจใช้เวลาเพียงไม่นาน วิธีแก้ปัญหาโดยใช้ ฮิวริสติก คือ "เริ่มที่เมืองใดๆ และเดินทางต่อไปยังเมืองที่ใกล้ที่สุด ทำแบบนี้เรื่อยๆ จนกระทั่งเดินทางถึงเมืองสุดท้าย และกลับมาที่เมืองเริ่มต้น" วิธีแก้ปัญหาอีกวิธีหนึ่ง คือ ใช้การลองผิดลองถูก คือ "เริ่มที่เมืองใดๆ แล้วเดินทางไปยังเมืองที่อยู่ภายนอกก่อน โดยไม่มีการเดินตัดเส้นทางที่เดินไปแล้วและไม่มีการย้อนกลับ แล้วจึงกลับมาสิ้นสุดที่เมืองเริ่มต้น"

1.3.1 ระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล (Monte Carlo Method)

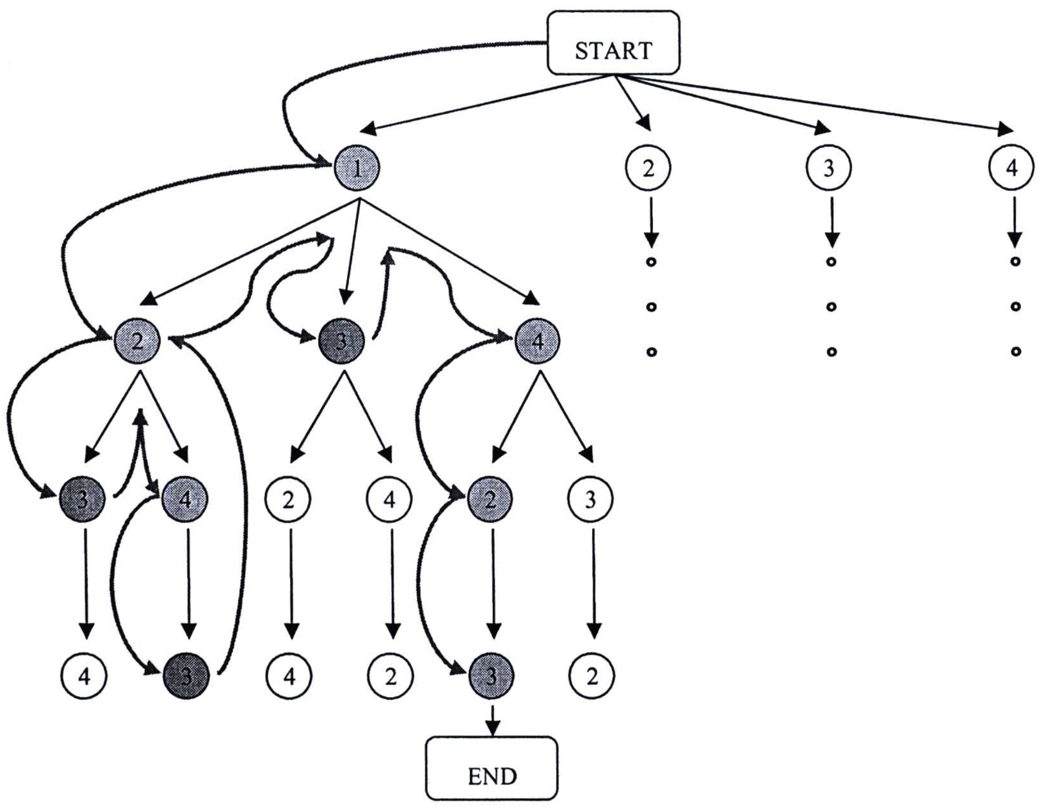
ระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล คือ ระเบียบวิธีที่อาศัยเทคนิคการใช้การสุ่มของตัวเลขและสถิติความน่าจะเป็น สำหรับที่จะแก้ปัญหาที่มีองศาความเป็นอิสระ (Degree of freedom)สูง โดยการทดลองที่อาศัยการสุ่มของตัวเลข เพื่อคัดสรรรูปแบบบางรูปแบบขึ้นมาพิจารณาเพื่อทดแทนการพิจารณาทุก ๆ รูปแบบซึ่งไม่สามารถจะเป็นไปได้ สามารถใช้ได้กับปัญหาซึ่งไม่สามารถสร้างรูปแบบทาง คณิตศาสตร์ได้โดยง่ายหรือไม่ได้เลย โดยอาศัยหลักแห่งโอกาสเป็นฐานการคำนวณ ทั้งนี้ไม่ว่าปัญหานั้น ๆ จะเป็นปัญหาเดี่ยว หรือถึงแม้ปัญหาที่เผชิญอยู่จะเป็นปัญหาที่มีขอบเขตกว้างขวาง มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน ก็จะสามารถนำระเบียบวิธี มอนติ คาร์โล เข้าช่วยหาคำเฉลยได้ (อุไรวรรณ แย้มนิยม, 2537)



ภาพที่ 2.2 แผนภาพแสดงระเบียบวิธี มอนติ คาร์โล ของฟังก์ชันทั่วไป เมื่อ $k > 0$ เป็นค่าคงที่ใด ๆ

1.3.2 ระเบียบวิธีการแตกกิ่งและการตัด (Branch and Cut algorithm)

ระเบียบวิธีการแตกกิ่งและการตัดเป็นระเบียบวิธีการค้นหาผลเฉลยในปัญหาการจัดเรียงวัตถุ โดยที่แต่ละวัตถุสามารถสลับที่ได้ ดังนั้นในการจัดเรียงวัตถุ n ชิ้นก็จะมีวิธีการจัดเรียงถึง $n!$ วิธี ระเบียบวิธี Branch and Cut จะกำหนดเงื่อนไขการจัดเรียงเป็นข้อบังคับ แล้วทำการค้นหาผลเฉลยโดยการจัดเรียงวัตถุตามลำดับ ถ้าหากจัดเรียงวัตถุถึงลำดับที่ k แล้วไม่ตรงตามเงื่อนไข ก็จะย้อนกลับไปยังตำแหน่งที่มีผลกระทบต่อการจัดวัตถุในลำดับที่ k แล้วดำเนินการจัดวัตถุชิ้นใหม่เข้าไปแทน ซึ่งถ้าออกแบบระบบการจัดเรียงให้ใกล้เคียงกับผลเฉลยจะทำให้สามารถหาผลเฉลยได้เร็วหรือถ้าออกแบบระบบให้การจัดเรียงวัตถุผิดเงื่อนไขมากเท่าไหร่ก็จะทำให้สามารถตัดผลเฉลยที่ไม่ถูกต้องและค้นหาผลเฉลยที่ถูกต้องได้เร็วขึ้น



ภาพที่ 2.3 แสดงตัวอย่างการใช้ระเบียบวิธี Branch and Cut ในการค้นหาผลเฉลยการเรียงวัตถุ 4 ชิ้น

2. **งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

Kelly Easton, George Nemhauser และ Michael Trick (2001) ได้กำหนดปัญหาและเกณฑ์มาตรฐานของการเดินทางของทีมที่เข้าแข่งขัน (Traveling Tournament Problem) โดยใช้การแข่งขันเบสบอลในทวีปเมริกาเหนือเป็นต้นแบบ ซึ่งเป็นการแข่งขันแบบเหย้า-เยือน โดยที่เมื่อแข่งเสร็จแต่ละรอบแล้วทีมจะเดินทางไปแข่งต่อในสนามถัดไปทันที และผลเฉลยที่ต้องการคือระยะทางการเดินทางของแต่ละทีมรวมกันน้อยที่สุด โดยที่แต่ละคู่เมื่อแข่งกันแล้วนัดถัดไปจะต้องไม่ได้พบกันทันทีและแต่ละทีมจะต้องไม่เป็นทีมเหย้าหรือทีมเยือนติดต่อกันเกิน 3 ครั้ง

K.K.H. Cheung (2008) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดตารางการแข่งขันแบบเหย้า-เยือนแบ่งช่วงครึ่งฤดูกาล (MRRT) สำหรับ 8 ทีม เพื่อหาระยาทางที่สั้นที่สุดในการเดินทาง โดยแบ่งระเบียบวิธีออกเป็น 2 ช่วง ซึ่งช่วงแรกจะทำการสร้างตารางการแข่งขันของครึ่งฤดูกาลที่แตกต่างกันมาจำนวนหนึ่ง และในช่วงที่สองจะใช้กำหนดการเชิงจำนวนเต็มและข้อจำกัดในการจัดหมู่ สร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้จากตารางการแข่งขันในช่วงแรกและเลือกผลเฉลยที่สั้นที่สุด

Dirk Biskorn (2009) ได้ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของการจัดหมู่ของการจัดตารางการแข่งขันแบบพบกันหมด (SRRT) โดยแบ่งเป็นกลุ่มตามอันดับในตาราง ซึ่งทำให้สามารถกำหนดเงื่อนไขการจัดการแข่งขันที่มีความเสมอภาค คือแต่ละทีมต้องไม่แข่งกับกลุ่มเดียวกันติดต่อกัน (Group-Changing) และการจัดแข่งที่มีการแบ่งกลุ่มที่สมดุล (Group-Balanced)

Dirk Biskorn และ Sigrid Knust (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างของการจัดตารางการแข่งขันแบบพบกันหมด โดยแบ่งกลุ่มจากอันดับในตารางเป็น 3 กลุ่ม ซึ่งได้วิเคราะห์การจัดตารางการแข่งขันให้แต่ละทีมมีความสมดุลโดยไม่แข่งในกลุ่มเดิมติดต่อกัน (Group-Changing) หรือแต่ละทีมจะไม่ได้แข่งกับกลุ่มเดิมในแต่ละช่วงรอบของจำนวนกลุ่ม (Group-Balanced) และได้ศึกษาถึงลักษณะจำนวนทีมที่เป็นไปได้ เช่น สมาชิกในกลุ่มเป็นจำนวนคู่ หรือเป็นจำนวนคี่ และในกรณีที่สมาชิกในกลุ่มแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน เป็นต้น

นิ่ม อินทะสอน (2553) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างตารางการแข่งขันกีฬาแบบเหย้า-เยือนโดยแต่ละอาทิตย์จะแข่งกันสองครั้งนั่นคือจะเดินทางสองรอบก่อนแล้วจึงเดินทางกลับมายังบ้าน ผลเฉลยที่ต้องการคือระยะการเดินทางของแต่ละทีมรวมกันสั้นที่สุดโดยที่แต่ละทีมจะต้องไม่เป็นทีมเหย้าหรือทีมเยือนติดต่อกันเกิน 3 ครั้ง ซึ่งในการหาผลเฉลยได้ใช้เมตริกซ์ [0, 1] อธิบายผลเฉลยของกำหนดการเชิงจำนวนเต็ม และใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลในการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะสม