

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E47271



ON THE OPLUS HEAT KERNEL RELATED TO THE
SPECTRUM

MR. AMPHON LIANGPROM

A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
KHON KAEN UNIVERSITY

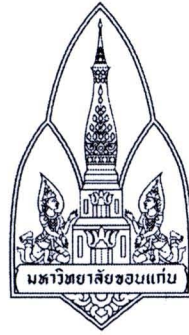
2010

๖๐๐๒๕๔๒๒๕

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E47271



ON THE OPLUS HEAT KERNEL RELATED TO THE
SPECTRUM



MR. AMPHON LIANGPROM

A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
KHON KAEN UNIVERSITY

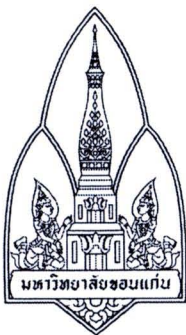
2010

**ON THE OPLUS HEAT KERNEL RELATED TO THE
SPECTRUM**

MR. AMPHON LIANGPROM

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS
GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY**

2010



THESIS APPROVAL
KHON KAEN UNIVERSITY
FOR
MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS

Thesis Title: On the Oplus Heat Kernel Related to the Spectrum

Author: Mr. Amphon Liangprom

Thesis Examination Committee

| | |
|-------------------------------------|-------------|
| Dr. Jessada Tariboon | Chairperson |
| Asst. Prof. Dr. Kittikorn Nakprasit | Member |
| Dr. Kamsing Nonlaopon | Member |

Thesis Advisor:

Kamsing Nonlaopon Advisor
(Dr. Kamsing Nonlaopon)

L Manmart
.....
(Assoc. Prof. Dr. Lampang Manmart)
Dean, Graduate School

K. Sangaroon
.....
(Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon)
Dean, Faculty of Science

อำพล เลี้ยงพรม. 2553. แก่นกลางความร้อนโอพลัสที่สัมพันธ์กับสเปกตรัม.

วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์: ดร. คำสิงห์ นนเถาพล

บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาสมการ

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = c^2 \oplus^k u(x, t)$$

E47271

ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขเริ่มต้น $u(x, 0) = f(x)$ สำหรับ $x \in \mathbb{R}^n$ ซึ่งเป็นปริภูมิแบบยูคลิด n มิติ โดยที่ตัวดำเนินการ \oplus^k เรียกว่า ตัวดำเนินการโอพลัสทำซ้ำ k ครั้ง และนิยามโดย

$$\oplus^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right)^4 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \right)^4 \right]^k$$

เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มบวก

$p + q = n$ เป็นมิติของปริภูมิ \mathbb{R}^n

$u(x, t)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า สำหรับ $(x, t) = (x_1, x_2, \dots, x_n, t) \in \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$

$f(x)$ เป็นฟังก์ชันวงนัยทั่วไป

และ c เป็นจำนวนจริงบวก

พบว่าผลเฉลยของสมการข้างต้นสัมพันธ์กับสเปกตรัมและแก่นกลางที่เรียกว่า แก่นกลางความร้อนโอพลัส ซึ่งมีสมบัติที่น่าสนใจและสัมพันธ์กับแก่นกลางของภาคขยายของสมการความร้อน

Amphon Liangprom. 2010. **On the Oplus Heat Kernel Related to the Spectrum.** Master of Science Thesis in Applied Mathematics, Graduate School, Khon Kaen University.

Thesis Advisor: Dr. Kamsing Nonlaopon

ABSTRACT

In this thesis, we study the equation

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = c^2 \oplus^k u(x, t)$$

E 47271

with the initial condition $u(x, 0) = f(x)$ for $x \in \mathbb{R}^n$ of the n -dimensional Euclidean space. The operator \oplus^k is named the oplus operator iterated k -times, and is defined by

$$\oplus^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right)^4 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \right)^4 \right]^k,$$

where k is a positive integer, $p + q = n$ is the dimension of the space \mathbb{R}^n , $u(x, t)$ is an unknown function of the form $(x, t) = (x_1, x_2, \dots, x_n, t) \in \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$, $f(x)$ is the given generalized function and c is a positive constant.

We obtain the solution of such equation, which is related to the spectrum and the kernel which is so called oplus heat kernel. Moreover, such oplus heat kernel has interesting properties and is also related to the kernel of an extension of the heat equation.

Goodness portion of present thesis study is dedicated
to my parents and entire teaching staffs.

ACKNOWLEDGEMENTS

I wish to express my deepest and sincere gratitude to Dr. Kamsing Nonlaopon for his initial idea, guidance and encouragement which enable me to carry out my study successfully.

Thank for their constructive comment and suggestion to Assoc. Prof. Dr. Supot Witayangkurn, Asst. Prof. Dr. Kittikorn Nakprasit and Dr. Jessada Tariboon.

I extend my thanks to all my teachers for their previous lectures.

I would like to express my sincere gratitude to my beloved parents, my sister who continuously encourage me.

Finally, I would like to thank all graduate students and staffs at the Department of Mathematics for supporting on this preparation of this thesis.

Amphon Liangprom

TABLE OF CONTENTS

| | Page |
|---|------|
| ABSTRACT (IN THAI) | i |
| ABSTRACT (IN ENGLISH) | ii |
| DEDICATION | iii |
| ACKNOWLEDGEMENTS | iv |
| CHAPTER I INTRODUCTION | 1 |
| CHAPTER II BASIC CONCEPTS AND PRELIMINARIES | 6 |
| 2.1 Test Functions | 6 |
| 2.2 Distributions | 8 |
| 2.3 The Convolution | 11 |
| 2.4 The Fourier Transformation | 13 |
| CHAPTER III ON THE OPLUS HEAT KERNEL RELATED TO THE SPECTRUM | 15 |
| 3.1 The Fundamental Solution | 15 |
| 3.2 Main Results | 17 |
| CHAPTER IV CONCLUSIONS | 20 |
| REFERENCES | 21 |
| VITAE | 23 |