

บทที่ 1

หลักการและเหตุผล

โรคมะเร็งปอดเป็นโรคที่เกิดจากเซลล์ของปอด เช่น เนื้อปอด หลอดลมกลายเป็นเซลล์มะเร็ง โรคมะเร็งปอดเป็นมะเร็งที่พบบ่อย หากตรวจพบเร็วสามารถรักษาให้หายขาดได้

1.1 มะเร็งคืออะไร

ร่างกายประกอบด้วยเซลล์เป็นจำนวนมาก ปกติเซลล์จะแบ่งตัวตามความต้องการของร่างกาย เช่น มีการผลิตเม็ดเลือดแดงเพิ่มเมื่อมีการเสียเลือด มีการผลิตเม็ดเลือดขาวเพิ่มเมื่อมีการติดเชื้อ เป็นต้น แต่มีเซลล์ที่แบ่งตัวโดยที่ร่างกายไม่สามารถควบคุมได้ทำให้เกิดเป็นเนื้องอก ซึ่งแบ่งเป็น Benign และ Malignant

Benign tumor คือเนื้องอกที่ไม่ใช่มะเร็งสามารถตัดออกและไม่กลับเป็นใหม่ และที่สำคัญไม่สามารถแพร่กระจายไปยังอวัยวะอื่น

Malignant tumor เซลล์จะแบ่งตัวทำลายเนื้อเยื่อและอวัยวะใกล้เคียง ที่สำคัญสามารถแพร่กระจายไปยังอวัยวะอื่นที่อยู่ไกลโดยไปตามกระแสเลือด และน้ำเหลืองเรียกว่า Metastasis

1.2 ปัจจัยเสี่ยงของการเกิดมะเร็งปอด ส่วนใหญ่พบร่วมกับการสูบบุหรี่

สูบบุหรี่ จำนวนปีที่สูบ อายุที่เริ่มสูบ จำนวนบุหรี่ที่สูบ สูบแต่ละครั้งกี่แค้ไหน ทั้งหมดเป็นปัจจัยที่จะทำให้มีโอกาสเกิดมะเร็งปอด สูบ cigars และ pipes ผู้ที่อยู่ในสิ่งแวดล้อมของผู้สูบบุหรี่ สัมผัสสาร Randon เป็นแก๊สที่ไม่มีกลิ่น ซึ่งพบได้ตามดินและหิน ผู้ป่วยที่ทำงานเหมืองจะมีโอกาสเสี่ยง ใยหิน Asbestos ผู้ที่ทำงานเกี่ยวกับเหมืองใยหินมีโอกาสเสี่ยงต่อมะเร็งปอด คิวโนจากการเผาไหม้น้ำมัน และถ่านหิน

- โรคมะเร็งปอด โดยเฉพาะวัณโรคมะเร็งจะเกิดบริเวณที่เป็นแผลเป็นวัณโรค < ผู้เคยเป็นมะเร็งปอดจะมีโอกาสเป็นมะเร็งปอดสูงกว่าคนปกติ

1.3 อาการของมะเร็งปอด อาการที่พบบ่อยมีดังนี้

- ไอเป็นมากขึ้นเรื่อยๆ
- เจ็บแน่นหน้าอก
- ไอเสมหะมีเลือดปน
- หายใจเหนื่อย เสียงแหบ
- เป็นปอดบวมหรือปอดอักเสบบ่อย
- หน้าและคอบวม
- อ่อนเพลีย เบื่ออาหาร น้ำหนักลด

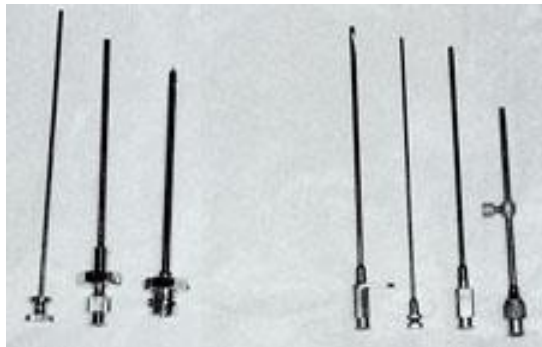
1.4 การวินิจฉัย



รูปที่ 1.1 แพทย์กำลังส่องกล้อง

เมื่อแพทย์สงสัยแพทย์จะซักประวัติครอบครัว ปัจจัยเสี่ยงต่างๆ และส่ง x-ray ปอด ส่งเสมหะตรวจหาเซลล์มะเร็ง การวินิจฉัยที่แม่นยำที่สุดคือการได้ชิ้นเนื้อไปตรวจทางพยาธิโดยพยาธิวิทยาวิธีการได้ชิ้นเนื้อ มีหลายวิธีดังนี้

- Bronchoscopy คือการส่องกล้องเข้าทางปาก ลงหลอดลม และเข้าปอดเพื่อตัดชิ้นเนื้อ<
- Needle aspiration คือใช้เข็มเจาะผ่านผนังทรวงอกเข้าปอด และเข้าเนื้อร้ายแล้วดูดเอาชิ้นเนื้อส่งตรวจ<
- Thoracentesis คือใช้เข็มเจาะน้ำในช่องเยื่อหุ้มปอดส่งตรวจหาเซลล์มะเร็ง
- Thoracotomy คือผ่าเข้าในทรวงอกและตัดเนื้อร้ายออก



รูปที่ 1.2 เครื่องมือในการวินิจฉัย

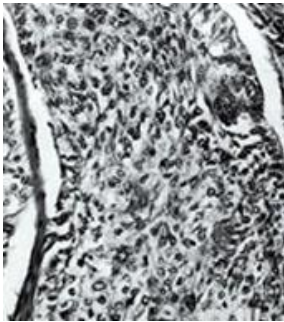
หลังจากทราบว่าเป็นมะเร็ง แพทย์จะทำการตรวจเพิ่มเติมเพื่อจะทราบว่ามะเร็งแพร่กระจายหรือยัง โดยการตรวจดังนี้

- CAT [Computed tomography] เป็นการ x-ray computer เพื่อดูว่ามะเร็งแพร่กระจายหรือยัง
- MRI [magnetic resonance imaging] ใช้คลื่นแม่เหล็กตรวจ

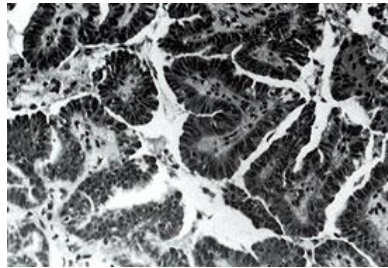
- Scan โดยใช้สารทึบรังสีฉีดเข้ากระแสเลือดและวัดรังสีที่อวัยวะนั้น เช่น ตับ กระดูก
- Mediastinoscopy เป็นการส่องเข้าไปในช่องอกเพื่อดูว่ามะเร็งแพร่กระจายไปที่อมน้ำเหลืองหรือยัง
- การรักษา
- การผ่าตัด แพทย์จะผ่าเอาเนื้อร้ายออกบางครั้งอาจต้องตัดปอดออกบางกลีบ lobectomy หรือตัดทั้งปอด pneumectomy
- เคมีบำบัด การให้สารเคมีเพื่อฆ่าเซลล์มะเร็ง แม้ว่าจะได้รับการผ่าตัดไปแล้วอาจมีมะเร็งบางส่วนหลงเหลือจึงให้เคมีบำบัดเพื่อทำลายส่วนที่เหลือ
- รังสีรักษา อาจให้ก่อนผ่าตัดเพื่อลดขนาดของมะเร็ง แพทย์อาจให้เคมีบำบัดร่วมกับรังสีรักษา
- Photodynamic therapy โดยการฉีดสารเคมีเข้าเส้นเลือด สารนั้นจะอยู่ที่เซลล์มะเร็งแล้วใช้ laser เพื่อฆ่าเซลล์มะเร็ง

1.5 มะเร็งปอดมีกี่ชนิด เราแบ่งเป็นชนิดใหญ่ๆ 2 ชนิด

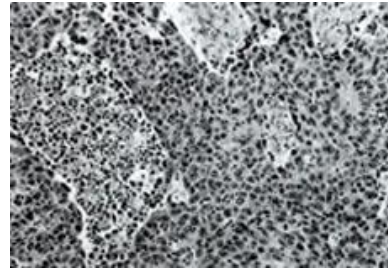
1. non-small cell lung cancer พบบ่อย โตช้ามี 3 ชนิด



squamous cell carcinoma



adenocarcinoma



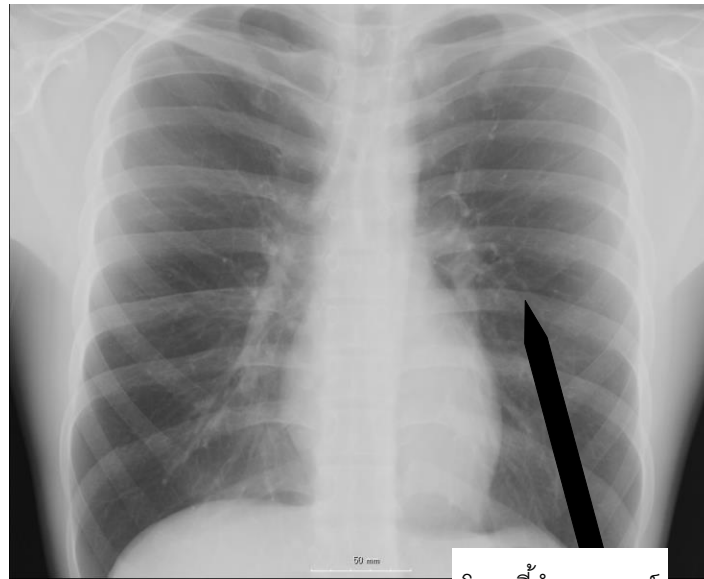
large cell carcinoma

2. Small cell carcinoma หรือที่เรียก oat cell cancer พบน้อยแต่แพร่กระจายเร็ว
การรักษา non-small cell lung cancer

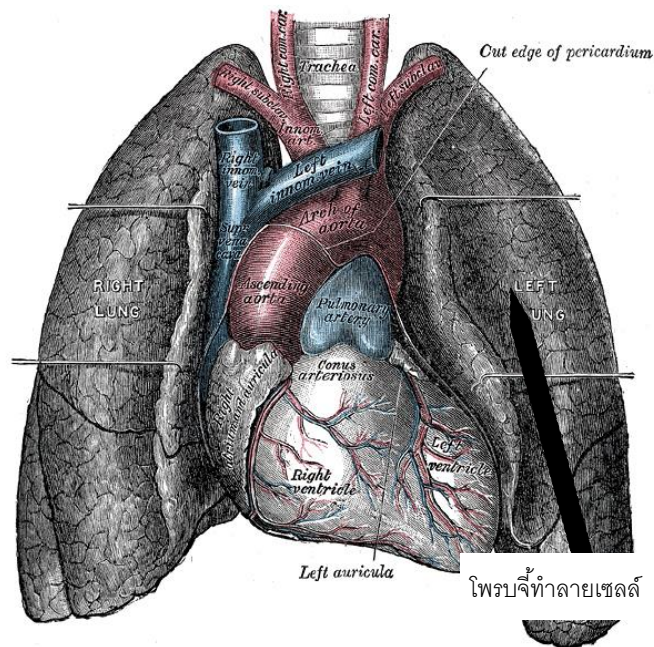
แพทย์จะเลือกการผ่าตัดและให้รังสีร่วมกับเคมีบำบัดเพื่อยุติการเจริญเติบโตของเซลล์มะเร็ง การรักษา small cell lung cancer แพทย์จะเลือกให้เคมีรักษาร่วมกับการผ่าตัด และอาจให้รังสีรักษาแม้ว่าจะตรวจไม่พบว่าการแพร่กระจาย

1.6 การประยุกต์ใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามาทำลายเซลล์มะเร็งที่ปลอดภัย

ทางทีมีผู้วิจัย ได้นำเอาหลักการด้านคลื่นความถี่ เข้ามาทำลายเซลล์มะเร็งที่อวัยวะปลอดภัย โดยเฉพาะที่ โดยจะอาศัยคลื่นความถี่ ย่านความถี่วิทยุ ขนาด 500 KHz หรือความถี่ไมโครเวฟขนาด 2.45 GHz เข้าไปทำปฏิกิริยาด้านความต้านทานความร้อนกับเนื้อเยื่อโดยในการออกแบบ ทางผู้วิจัยสนใจนำเอาความถี่ย่านไมโครเวฟขนาด 2.45 GHz ซึ่งเป็นย่านความถี่ที่สูง และมีคุณลักษณะเด่นคือไม่ต้องการ กราวด์เพลต ในการอาศัยให้คลื่นทำการเคลื่อนที่ โดย คลื่นไมโครเวฟสามารถเดินทางไปในอวัยวะที่มีโครงสร้างที่มีส่วนประกอบคล้ายๆ กับ ฟองน้ำ ที่บรรจุด้วยมวลอากาศขนาดเล็กได้ ซึ่งมีความแตกต่างกับคลื่นความถี่วิทยุที่ คลื่นไม่สามารถทำการเคลื่อนที่ในตัวกลางดังกล่าวได้ เนื่องจาก ค่าอิมพีแดนซ์ระหว่าง อิเล็กโตรดกับ กราวด์ มีค่าที่สูง ฉะนั้น สายอากาศย่านความถี่ไมโครเวฟ จึงมีความเหมาะสมเป็นอย่างมาก



โพรมีจีทำลายเซลล์

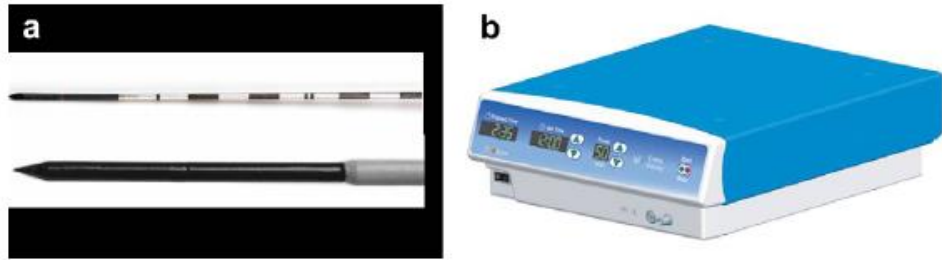


โพรมีจีทำลายเซลล์

รูปที่ 1.3 รูปแบบการรักษาด้วยโพรมีจีคลื่น

รูปแบบของการรักษาด้วยไมโครเวฟ มีวิธีการคล้ายกับในระบบ RFA เพียงแต่มีความแตกต่างกันในเรื่องของความถี่ใช้งาน และรูปแบบการใช้งาน โดยในระบบทำลายมะเร็งด้วยไมโครเวฟ มีการใช้งานที่ ความถี่ 915 MHz และ 2.45 GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ถูกระบุไว้ในย่านความถี่ที่เป็น ISM Band โดยถูกกำหนดให้ใช้งานในระบบทางการแพทย์ วิทยาศาสตร์ และอุตสาหกรรม ในการใช้งานนั้นเริ่มมีความสนใจนำมาใช้เนื่องจาก ในระบบไมโครเวฟ มีการทำลายมะเร็งที่ได้ขนาดการทำลายที่ใหญ่กว่า RFA โดยมีขนาดของการทำลายมากกว่า 3 เซนติเมตร และมีความหลากหลายโดย ได้มีการนำเสนอสายอากาศไมโครเวฟ แบบต่างๆ ที่มีรูปแบบของการแพร่กระจายคลื่นที่หลากหลายกว่าระบบ RFA

ได้มีงานวิจัยที่นำเสนอการเปรียบเทียบการทำลายมะเร็งที่เกิดขึ้นกับอวัยวะตับ พบว่า ขนาดของการทำลายในระบบไมโครเวฟ มีขนาดที่ใหญ่กว่า และมีอุณหภูมิที่สูงกว่าในระบบ RFA



รูปที่ 1.4. สายอากาศและตัวเครื่องระบบไมโครเวฟ

ในระบบนี้มีข้อดีเรื่องการใช้งานแตกต่างจากระบบ RFA โดยที่ ในระบบจะไม่ใช่แผ่นสายดิน คลื่นไมโครเวฟมีรูปแบบการเคลื่อนที่ในตัวกลางแตกต่างจากระบบ RFA ทำให้ลดปัญหาในการเกิดรอยไหม้ขึ้น บริเวณตำแหน่งแผ่นสายดินได้ดี



รูปที่ 1.5. ภาพการรักษาโดยการสอดสายอากาศนำคลื่นไมโครเวฟเข้าสู่ร่างกายเพื่อทำลายมะเร็ง

จะเห็นได้ว่าประโยชน์ของการรักษาผู้ป่วยด้วยคลื่นความถี่สูง เป็นประโยชน์อย่างมาก โดยจะมีการรักษาผู้ป่วยที่หลากหลาย ทั้งผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็ง และผู้ป่วยที่มีปัญหาเกี่ยวกับข้อบกพร่องของเส้นเลือด โดยในการวิจัยเป็นการวิจัยในรูปแบบของบูรณาการกันระหว่างแพทย์กับ งานด้านวิศวกรรม โดยมีการพัฒนา งานวิจัยที่สามารถใช้งานได้จริง

1.7 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

- สร้างหัวข้อการวิจัยที่เหมาะสมกับการตีพิมพ์โดยเน้น การออกแบบที่เหมาะสมกับอวัยวะใช้งานและเป็นโพรบนำคลื่นรูปแบบใหม่ เพื่อสามารถตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติที่มี impact factor.

1.8. ขอบเขตของโครงการวิจัย

ออกแบบและสร้างโพรบสำหรับนำคลื่นไมโครเวฟด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และสร้างชิ้นงาน ทดลอง และเขียนบทความเพื่อตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติที่มี impact factor.

1.9 วัตถุประสงค์

1. สร้างงานวิจัยตามทิศทางการวิจัยของสถาบันฯ.
ทิศทางที่.....1..... การวิจัยด้านเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร(ICT).....และ อิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งหมายถึง..... การวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาองค์ความรู้ด้าน เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร..... โดยอาศัยหลักของวิทยาการ คอมพิวเตอร์..... วิศวกรรมไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์..... วิศวกรรมชีวการแพทย์ หรือเทคโนโลยีใหม่ๆ..... โดยกลุ่มวิจัยประกอบด้วยนักวิจัยจากอิเล็กทรอนิกส์ชีว การแพทย์ และทางด้านโทรคมนาคม. ได้นำเอาหลักการทางด้านวิศวกรรม โดย ผสมผสานเพื่อให้เกิดงานวิจัยเพื่อสร้างนวัตกรรมที่มีคุณค่าต่อประเทศ....ตามทิศ ทิศทางการวิจัยของสถาบันฯ.
2. เพื่อให้เกิดความร่วมมือในการทำงานของกลุ่มวิจัยภายในสถาบัน และ กับ หน่วยงานภายนอก เพื่อพัฒนางานวิจัยให้มีประสิทธิภาพ มีความหลากหลาย
3. สร้างนักวิจัยที่มีประสิทธิภาพในการทำงานวิจัยที่มีคุณค่า. ตอนแทนประเทศชาติ.
4. เพื่อให้เกิดกลุ่มวิจัยที่มีการนำเสนอผลงานผลงานอย่างต่อเนื่องในวารสาร นานาชาติ. และสอดคล้องกับการเป็นมหาวิทยาลัยด้านการวิจัย. ของสถาบันฯ
5. เพื่อสร้างและผลิตงานวิจัยให้สอดคล้องกับเป้าหมายการวิจัยของสถาบันฯ
 - ผลิตงานวิจัยและนวัตกรรมเพื่อความเป็นเลิศทางวิชาการ.
 - ผลิตงานวิจัยที่สามารถนำไปใช้หรือต่อยอดในเชิงพาณิชย์
 - ผลิตงานวิจัยที่สามารถนำไปแก้ไขปัญหาด้านเศรษฐกิจและสังคม
 - ผลิตงานวิจัยที่ได้รับการจดอนุสิทธิบัตรหรือสิทธิบัตรระดับชาติหรือนานาชาติ

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงพื้นฐานคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา โดยกล่าวถึงสมการแมกซ์เวลล์ [13] การเดินทางของคลื่นในตัวกลางชนิดต่างๆ พื้นฐานการกระจายความร้อนในเนื้อเยื่อ การหาค่าดูดซับความร้อน และสมการความร้อนทางชีววิทยา (Bio- heat Equation)

2.2 การวิเคราะห์ทางด้านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปทั่วไปแล้วจะเป็นคลื่นซึ่งเป็นสัญญาณที่มีฮาร์โมนิก (Time – Harmonic Field) หรืออีกนัยหนึ่งคือ เป็นสัญญาณที่มีคาบการแกว่งที่แน่นอน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วมักจะแทนด้วยผลรวมของสัญญาณรูปไซน์ที่สามารถใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ เขียนได้ทั้งฟังก์ชันโคไซน์ ฟังก์ชันไซน์ หรือฟังก์ชันเอ็กโปเนนเชียลเชิงซ้อน ถ้าพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นสัญญาณโคไซน์ก็จะได้ $\frac{\partial E}{\partial t} = j\omega E$

ในกรณีที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นสัญญาณรูปไซน์นั้น สามารถวิเคราะห์ผลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีต่อตัวกลางได้ง่ายโดยพิจารณาการตอบสนองของช่วงเวลาที่มีต่อตัวกลางโดยพิจารณาการตอบสนองของช่วงเวลาที่มีต่อตัวกลางเป็นสัญญาณชาน์คงตัว (Steady State) ซึ่งสามารถอนุมานอัตราการเปลี่ยนแปลงกับเวลา $\frac{\partial}{\partial t}$ คือ การเฉลี่ยด้วยค่า $j\omega$ ทำให้ได้สมการแมกซ์เวลล์ตามหัวข้อ

2.2.1 ซึ่งเป็นการเขียนในลักษณะเฟสเซอร์

2.2.1 สมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equations)

$$\nabla \times H = -\omega \epsilon E + \sigma E \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.3)$$

$$D = \epsilon E \quad (2.4)$$

$$B = \mu H \quad (2.5)$$

เมื่อ $E =$ สนามไฟฟ้า

D = ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า

H = ความเข้มสนามแม่เหล็ก

ρ = ความหนาแน่นของประจุเชิงบวก

B = สนามแม่เหล็ก

ϵ = ค่าความยินยอมทางไฟฟ้า

μ = ค่าความซึมซาบแม่เหล็ก

2.2.2. สมการคลื่นสำหรับตัวกลางที่เป็นตัวนำ

เมื่อพิจารณาตัวกลางที่เป็นตัวนำ ในตัวกลางนี้ค่าสภาพนำไฟฟ้าจะเป็นเป็นศูนย์ และมีกระแสการนำเกิดขึ้นซึ่งจากสมการของแมกซ์เวลล์

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times H = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} + j \quad (2.7)$$

ถ้า σ เป็นสภาพการนำของตัวกลาง จากกฎของโอห์มจะได้ความหนาแน่นกระแสการนำมีค่าดังสมการที่(2.8)

$$j = \sigma E \quad (2.8)$$

ดังนั้น จากสมการ (2.1) และ (2.2) จะได้

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E \quad (2.9)$$

หาเคิร์ลของสมการ (2.1) จะได้

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \nabla \times \frac{\partial H}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times H$$

แทนค่า $\nabla \times H$ จากสมการ (2.9) จะได้

$$\nabla \times \nabla \times E = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t}$$

แต่

$$\nabla_x \nabla_x E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$$

ดังนั้น

$$\nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \sigma \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla^2 E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla(\nabla \cdot E) \quad (2.10)$$

สำหรับตัวกลางที่มีค่า ε มีค่าคงที่

$$\nabla \cdot E = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot D$$

แต่ $\nabla \cdot D = \rho$ เนื่องจากประจุสุทธิของตัวนำอยู่ที่ผิว ภายในตัวนำไม่มีประจุ σ จึงเท่ากับศูนย์

ดังนั้น

$$\nabla \cdot E = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot D = \frac{1}{\varepsilon} \rho = 0$$

จากสมการ (2.10) จะได้

$$\nabla^2 E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad (2.11)$$

สมการที่ (2.11) คือ สมการคลื่นสำหรับ E ในทำนองเดียวกัน สามารถหาสมการคลื่นสำหรับ H ได้โดยหาเคิร์ลของสมการ (2.9) จะได้

$$\nabla_x \nabla_x H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

สมการ(2.12) คือ สมการคลื่นสำหรับ H

2.2.3 สมการของแมกซ์เวลล์ที่แปรเปลี่ยนตามเวลา

ในการปฏิบัติแหล่งกำเนิดส่วนมากจะทำให้ความแตกต่างและกระแสไฟฟ้ารวมทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กแปรเปลี่ยนตามเวลาเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ ตัวอย่างเช่น

$$E = E_0 \cos \omega t = E_0 \cos 2\pi f t$$

หรือ

$$E = E_0 \sin \omega t = E_0 \sin 2\pi f t \quad (2.13)$$

เมื่อเป็นความถี่ของการแปรเปลี่ยนจากสมการ (2.13) แสดงว่าแฟกเตอร์ (Factor) เวลาที่เป็นเส้นโค้งรูปไซน์ปรากฏในทุกพจน์ในสมการใดๆ

เมื่อกำหนดให้ $E(r,t)$ เป็นสนามไฟฟ้าที่แปรเปลี่ยนตามเวลา

$E(r)$ เป็นสนามไฟฟ้าที่จุดๆ หนึ่ง ในปริภูมิ (space)

จะได้สนามไฟฟ้าที่แปรเปลี่ยนตามเวลามีรูปแบบดังนี้

$$E(r,t) = \text{Re}[E(r)e^{j\omega t}] \quad (2.14)$$

เมื่อ $E(r)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน (complex number) ในทำนองเดียวกัน จะได้การขจัดไฟฟ้าความเข้มของสนามแม่เหล็กและสนามแม่เหล็กที่แปรเปลี่ยนตามเวลาดังนี้

$$D(r,t) = \text{Re}[D(r)e^{j\omega t}] \quad (2.15)$$

$$H(r,t) = \text{Re}[H(r)e^{j\omega t}] \quad (2.16)$$

$$B(r,t) = \text{Re}[E(r)e^{j\omega t}] \quad (2.17)$$

เมื่อ $D(r), H(r), B(r)$ และเป็นจำนวนเชิงซ้อน

พิจารณาจากสมการแมกซ์เวลล์ เคิร์ลของสนามแม่เหล็ก เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \quad (2.18)$$

แทนค่า $D(r,t)$ และ $H(r,t)$ จากสมการ (2.15) และ (2.16) ในสมการ (2.18) จะได้

$$\nabla \times [\text{Re} H(r)e^{j\omega t}] = \frac{\partial}{\partial t} [\text{Re} D(r)e^{j\omega t}] + \text{Re}[J(r)e^{j\omega t}]$$

$$\text{Re}[\nabla \times H(r)] = \text{Re}[j\omega D(r) + J(r)]$$

ถ้าความสัมพันธ์นี้เป็นจริงทุกค่าของ t จะได้

$$\nabla \times H = j\omega D + J \quad (2.19)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการของแมกซ์เวลล์ เคิร์ลของสนามไฟฟ้าที่แปรเปลี่ยนตามเวลาจะได้

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.20)$$

แทนค่า $E(r,t)$ และ $B(r,t)$ จากสมการ (2.15) และ (2.16) ในสมการ (2.20) จะได้

$$\nabla_x[\operatorname{Re} E(r)e^{j\omega t}] = \frac{\partial}{\partial t}[\operatorname{Re} B(r)e^{j\omega t}]$$

$$\operatorname{Re}[\nabla_x E(r)] = -\operatorname{Re}[j\omega B(r)]$$

$$\nabla_x E = -j\omega B \quad (2.21)$$

ดังนั้น สมการของแมกซ์เวลล์ที่แปรเปลี่ยนตามเวลาเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ จึงมีรูปแบบดังสมการทั้งสี่ (2.22) ข้างล่าง โดยจัดในรูปแบบอนุพันธ์

$$\nabla \cdot D = \sigma$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla_x E = -j\omega B$$

$$\nabla_x H = j\omega D + J \quad (2.22)$$

2.2.4 การเดินทางของคลื่นในตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย

สำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่แปรเปลี่ยนตามเวลาเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ สมการคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าในตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสียพลังงานมีรูปดังนี้

$$\nabla^2 E = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

แทนค่า $E(r,t) = \operatorname{Re}[E(r)e^{j\omega t}]$ จะได้

$$\nabla_x[\operatorname{Re} E(r)e^{j\omega t}] = \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}[\operatorname{Re} B(r)e^{j\omega t}]$$

$$\operatorname{Re} \nabla^2 E(r) = \mu\epsilon \operatorname{Re}(j\omega)^2 E(r)$$

$$\nabla^2 E = -\omega^2 \mu\epsilon E \quad (2.23)$$

เรียกสมการ (2.23) ว่าสมการของเฮล์มโฮลทซ์ ดังนั้นในตัวกลางที่เป็นตัวนำ ถ้าสนามไฟฟ้าแปรเปลี่ยนตามเวลา สมการคลื่น (2.11) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\nabla^2 E + \omega^2 \mu\epsilon E - j\mu\sigma E = 0$$

$$\nabla^2 E + (\omega^2 \mu\epsilon E - j\mu\sigma E) = 0 \quad (2.24)$$

เมื่อ

$$\frac{\partial E}{\partial t} = j\omega E \quad \text{และ} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 E$$

ในทำนองเดียวกัน สมการคลื่นสำหรับสนามแม่เหล็ก H (2.12) สามารถเขียนได้ในรูปแบบเดียวกัน ดังนี้

$$\nabla^2 E + (\omega^2 \mu \varepsilon - j\omega \mu \sigma) H = 0 \quad (2.25)$$

เมื่อ $\frac{\partial E}{\partial t} = j\omega E$ และ $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 H$

สำหรับคลื่นระนาบสม่ำเสมอที่ไม่แปรเปลี่ยนตาม x และ y สมการคลื่นมีรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 \mu \varepsilon E$$

หรือ $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\beta^2 E \quad (2.26)$

เมื่อ $\beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$

พิจารณาองค์ประกอบ $E_x(z)$ ผลเฉลยของสมการ (2.26) อาจเขียนอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$E_x(z) = C_1 e^{-j\beta z} + C_2 e^{j\beta z} \quad (2.27)$$

เมื่อ C_1 และ C_2 เป็นค่าคงตัวเชิงซ้อน (Complex constant) สนามที่แปรเปลี่ยนตามเวลาคือ

$$E_x(z, t) = \text{Re}[E_x(z) e^{j\omega t}]$$

แทนค่า $E_x(z)$ จากสมการ (2.27) จะได้

$$E_x(z, t) = \text{Re}[C_1 e^{j(\omega t - \beta z)} + C_2 e^{j(\omega t + \beta z)}] \quad (2.28)$$

ถ้าใช้ส่วนจริง (real part) ในสมการ (2.28) ผลเฉลยจะอยู่ในรูปแบบเส้นโค้งไซน์ ตัวอย่างเช่น เมื่อ C_1 และ C_2 เป็นค่าจริง สมการ (2.28) จะกลายเป็น

$$E_x(z, t) = C_1 \cos(\omega t - \beta z) + C_2 \cos(\omega t + \beta z) \quad (2.29)$$

จะเห็นว่าตัวกลางที่เป็นเนื้อเยื่อเดียวกันและไม่สูญเสียพลังงาน ถ้าสมมุติว่าการแปรเปลี่ยนตามเวลาเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ จะทำให้การแปรเปลี่ยนของปริภูมิ หรือพิกัดเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ด้วย

สมการ (2.28) และ (2.29) แทนสนามไฟฟ้าที่เป็นผลบวกของคลื่น 2 ขบวนที่เคลื่อนที่ในทิศทางข้าม ถ้า $C_1 = C_2$ คลื่นเดินทาง (traveling wave) ทั้ง 2 ขบวนจะรวมกันเป็นคลื่นนิ่ง (standing wave) โดยความเร็วคลื่นหรือความเร็วเฟส (phase velocity) มีค่าดังนี้

$$V = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{\omega}{\beta}$$

ถ้า f เป็นความถี่ของคลื่น

λ เป็นความยาวของคลื่น

จะได้

$$V = f\lambda = \frac{\omega}{\beta}$$

แต่

$$\omega = 2\pi f$$

ดังนั้น

$$V = f\lambda = \frac{2\pi f}{\beta}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.30)$$

เรียก β ว่า ค่าคงที่ทางเฟส (phase constant) ของคลื่น

2.2.5 การเดินทางของคลื่นในตัวกลางที่เป็นตัวนำ

สำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่แปรเปลี่ยนตามเวลาเป็นเส้นโค้งรูปไซน์ สามารถหาผลเฉลยของสมการคลื่นในตัวกลางที่เป็นตัวนำได้ สมการคลื่น (2.24) สามารถเขียนในรูปแบบสมการของเฮล์มโฮลทซ์ ได้ดังนี้

$$\nabla^2 E - \gamma^2 E = 0 \quad (2.31)$$

เมื่อ

$$\gamma^2 = j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\epsilon = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \quad (2.32)$$

เรียก γ ว่าค่าคงตัวการแผ่ (Propagation constant) โดย γ เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งมีส่วนจริง (real) คือ α โดยมีหน่วยเป็น Neper/m เป็นส่วนจินตภาพ (imaginary part) มีหน่วยเป็น radian/m คือ β

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

เมื่อ

$$\alpha = \text{Re} \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

และ
$$\beta = \text{Im}\sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$

เรียก α ว่า ค่าคงที่ของการลดทอน (Attenuation constant) ตามความเป็นจริงแล้ว รากที่สองของ γ^2 มี 2 ค่า คือ ค่าที่เป็น บวกค่าที่เป็นลบ แต่เพื่อความสะดวกจะต้องใช้ค่าที่เป็นบวก เมื่อพิจารณาคลื่นระนาบสม่ำเสมอที่เคลื่อนที่ในทิศ z สนามไฟฟ้าต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

$$\frac{\partial E}{\partial z^2} = \gamma^2 E \quad (2.33)$$

ผลเฉลยที่เป็นไปได้คือ

$$E(z) = E_0 e^{-\gamma z} \quad (2.34)$$

ในรูปแบบการแปรเปลี่ยนตามเวลา จะได้

$$E(z,t) = \text{Re}[E_0 e^{j(\omega t - \beta z)}] \quad (2.35)$$

สมการ (2.35) คือ ผลเฉลยของสมการของคลื่นที่ในทิศ z และมีสนามไฟฟ้าลดลง โดยแฟกเตอร์ $e^{-\alpha z}$ ตามระยะทางที่เพิ่มขึ้น เช่นเดียวกันกรณีของตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสียพลังงานค่าคงตัวของ การเลื่อนเฟส และความเร็วเฟสของคลื่นมีค่าดังนี้

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{และ} \quad V = f\lambda = \frac{\omega}{\beta}$$

นอกจากนี้ยังสามารถเขียน α และ β เป็นพจน์ของ σ, μ และ ε ดังนี้

$$\alpha = \text{Re}\sqrt{(j\omega\mu)(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}} \left[\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}\right)} - 1 \right] \quad (2.36)$$

$$\beta = \text{Im}\sqrt{(j\omega\mu)(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}} \left[\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}\right)} + 1 \right] \quad (2.37)$$

2.2.6 ตัวนำและไดอิเล็กตริก

ในทางแม่เหล็กไฟฟ้า วัสดุถูกแบ่งออกเป็น 2 พวก คือตัวนำ และไดอิเล็กตริกหรือฉนวน (Insulator) เส้นแบ่งระหว่าง 2 พวกนี้ไม่ชัดเจน ตัวอย่างเช่นโลก ในช่วงของความถี่วิทยุจัดเป็นตัวนำแต่ช่วยอื่นจัดเป็นไดอิเล็กตริก พิจารณาสมการของแมกซ์เวลล์ที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

$$V \times H = J \times j \omega D$$

แทนค่า $J = \sigma E$ และ $D = \epsilon E$ จะได้

$$V \times H = \sigma E + j \omega \epsilon E$$

พจน์แรกทางขวาของสมการ คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (Conduction current density) และพจน์ที่สอง คือ ความหนาแน่นกระแสการขจัด (Displacement current density) อัตราส่วน

$$\frac{j}{\omega D} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \text{ คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นกระแสการนำ และความหนาแน่นกระแสการขจัดใน}$$

ตัวกลางเรียกอัตรส่วนนี้ว่า แฟกเตอร์การกระจาย (dissipation factor) ดังนั้น $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} = 1$ คือ เส้นที่แบ่ง

ระหว่างตัวนำและไดอิเล็กตริก สำหรับตัวนำ $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} > 1$ ส่วนไดอิเล็กตริก $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} < 1$

สำหรับตัวนำที่ดี เช่น โลหะ ในช่วงสเปกตรัมความถี่วิทยุ $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1$ จากสมการ (2.36) และ (2.37) จะได้

$$\alpha = \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \sigma}{2\omega}} = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$$

ตัวอย่างเช่น ถ้าพิจารณาทองแดง ที่มีค่าความถี่สูงถึง 30,000 เมกะเฮิรตซ์ $\frac{\sigma}{\omega \epsilon}$ มีค่าประมาณ 3.5×10^8

สำหรับไดอิเล็กตริกหรือฉนวนที่ดี ในช่วงความถี่ $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \ll 1$ ตัวอย่างเช่น ไมกาในช่วงความถี่วิทยุ ที่คนได้ยิน $\frac{\sigma}{\omega \epsilon}$ อยู่ในระดับ 0.0002

สำหรับตัวนำที่ดี σ และ ϵ เกือบจะไม่ขึ้นกับความถี่ แต่สำหรับไดอิเล็กตริก σ และ ϵ เป็นฟังก์ชันของความถี่ แต่อัตราส่วน $\sigma/\omega \epsilon$ เป็นค่าคงที่ในช่วงความถี่ที่พิจารณา ด้วยเหตุผลนี้สมบัติของไดอิเล็กตริกถูกกำหนดด้วยพจน์ของค่าคงตัวไดอิเล็กตริก σ และอัตราส่วน $\sigma/\omega \epsilon$

2.2.7 การเดินทางของคลื่นในไดอิเล็กตริกที่ดี

กรณีของไดอิเล็กตริกที่ดี $\sigma/\omega \epsilon \ll 1$ ดังนั้นจากการใช้ทฤษฎีทวินอเมียล (binomial theorem)

$$\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} = 1 + \frac{\sigma^2}{2\omega^2 \epsilon^2}$$

ซึ่งมีเพียงสองพจน์แรกของการขยายไบโนเมียลเท่านั้น จากสมการ (2.36) จะได้ α มีค่าดังนี้

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{2\omega^2\epsilon^2} \right) - 1 \right]$$

$$\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.38)$$

ในทำนองเดียวกัน จากการใช้ทฤษฎีบทไบโนเมียล พจน์สำหรับ β จากสมการ (2.37) มีค่าดังนี้

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{2\omega^2\epsilon^2} \right) + 1 \right]$$

$$\beta = \omega \sqrt{\omega\epsilon} \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{4\omega^2\epsilon^2}}$$

จากการใช้ทฤษฎีบทไบโนเมียลอีกครั้งจะได้

$$\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon \left[1 + \frac{\sigma^2}{8\omega^2\epsilon^2} \right]} \quad (2.39)$$

$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ คือ แฟกเตอร์การเลื่อนเฟส (phase factor) สำหรับไดอิเล็กตริกสมบูรณ์ (perfect dielectric) ถ้า v เป็นความเร็วคลื่นในไดอิเล็กตริก v มีค่าดังนี้

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon \left[1 + \frac{\sigma^2}{8\omega^2\epsilon^2} \right]}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \left[1 + \frac{\sigma^2}{8\omega^2\epsilon^2} \right]^{-1/2}$$

$$v = v_0 \left[1 - \frac{\sigma^2}{8\omega^2\epsilon^2} \right] \quad (2.40)$$

เมื่อ $V_0 = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ เป็นความเร็วของคลื่นในไดอิเล็กตริกเมื่อสภาพนำไฟฟ้าเป็นศูนย์ ผลของการสูญเสียพลังงานเพียงเล็กน้อย ทำให้ความเร็วของการแผ่คลื่นลดลง

สำหรับความต้านทานเชิงซ้อนในตัว หรือความต้านทานเชิงซ้อนเฉพาะ Z ของตัวกลางที่เป็นตัวนำบางส่วน ซึ่งมีค่าสภาพนำคงที่ และสนามแปรเปลี่ยนตามเวลา นิพจน์ทั่วไปของ Z มีค่าดังนี้

$$Z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left[\frac{1}{1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon}} \right] \quad (2.41)$$

จะเห็นได้ว่าในตัวนำที่ดี (Good conductor) σ มีค่ามากกว่า $\omega\varepsilon$ มากๆ ซึ่งหมายความว่า α , β และ γ มีค่ามากด้วย แสดงว่าคลื่นจะลดลงมากเมื่อเคลื่อนที่ผ่านตัวนำ และการเลื่อนเฟสต่อหนึ่งหน่วยความยาวมีค่ามาก ความเร็วของคลื่นซึ่งเป็นปฏิภาคผกผันกับ β จะมีค่าน้อยในตัวนำที่ดี ส่วนความต้านทานเชิงซ้อนเฉพาะมีค่าน้อย มุมของความต้านทานเชิงซ้อนมีค่า 45° เสมอสำหรับตัวนำที่ดี

$$z = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\pi/4} \quad (2.42)$$

สำหรับฉนวนสมบูรณ์ $\sigma = 0$ จากสมการ (2.41) จะได้

$$z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.43)$$

สำหรับสุญญากาศ $Z = Z_0$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \quad (2.44)$$

2.2.8 การเดินทางของคลื่นในตัวกลางกึ่งไดอิเล็กตริกกึ่งตัวนำ

สารกึ่งไดอิเล็กตริกกึ่งตัวนำ คือสารไดอิเล็กตริกที่มีสภาพการนำไฟฟ้าสูงพอประมาณ โดยมีค่า α อยู่ระหว่าง $0.01 \approx 100$ เท่าของ ε ค่าคงที่ของการเคลื่อนที่ γ (α กับ β) และค่าอิมพีแดนซ์ของสาร z จะได้ค่าสุดท้ายเป็นจำนวนเชิงซ้อนค่าหนึ่ง ซึ่งสามารถจะนำมาหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน α ค่าคงที่ทางเฟส β ตามลำดับดังนี้

$$\alpha = \text{Re} \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \quad (2.45)$$

$$\beta = \text{IM} \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \quad (2.46)$$

และอิมพีแดนซ์ของเนื้อสาร Z

$$Z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} \quad (2.47)$$

2.2.9 การเดินทางของคลื่นในตัวกลางที่เป็นเนื้อเยื่อ

เนื้อเยื่อปอดจัดเป็นตัวกลางที่มีค่าคงที่ประจำตัวกลาง เป็นตัวกลางชนิดกึ่งไดอิเล็กตริกกึ่งตัวนำ จากสมการของเฮล์มโฮลทซ์ (Helmholtz) ในฟรีสเปซความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าจะได้ดังสมการที่ (2.48)

$$\nabla^2 E + \omega^2 \mu \epsilon E = 0 \quad (2.48)$$

ในกรณีในตัวกลางมีสภาพนำไฟฟ้าจำกัดที่ค่าๆ หนึ่ง เช่น คลื่นเดินทางผ่านตัวกลางที่เป็นเนื้อเยื่อจะได้รับความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้างดสมการที่ (2.49)

$$\nabla^2 E + \omega^2 \mu \epsilon \left(1 + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) E = 0 \quad (2.49)$$

และสมการหาสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเมื่อให้คลื่นเดินทางในทิศทาง+z

$$E = E_0 e^{-j\gamma z} \quad (2.50)$$

เมื่อกำหนดให้ γ มีค่าดังสมการที่ (2.51)

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(j \frac{\sigma}{\omega\epsilon} - 1\right) \quad (2.51)$$

โดยที่ γ เป็นค่าคงที่ในการเดินทางของคลื่น

$\alpha = \text{Re}(\gamma)$ สัมประสิทธิ์ในการลดทอนของคลื่น

$\beta = \text{IM}(\gamma)$ ค่าคงที่ทางเฟส

สามารถหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นได้ดังสมการที่ (2.52)

$$H = \frac{\gamma}{j\omega\mu} (E_0 e^{-j\gamma z}) \quad (2.52)$$

2.3 โหมดสำหรับการเดินทางของคลื่น (Wave Propagation Mode)

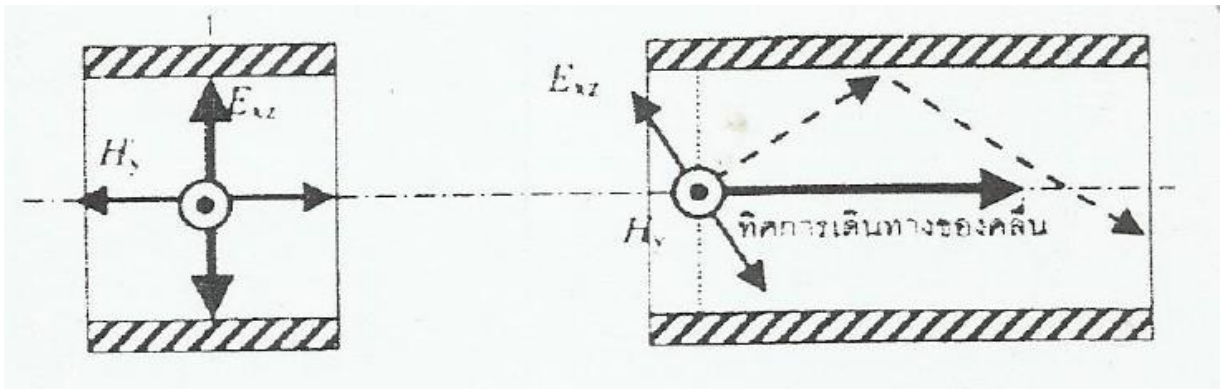
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ในสายส่งใดๆ นั้นจะมีลักษณะโหมดการเคลื่อนที่หรือลักษณะการเคลื่อนที่ภายในสายส่งนั้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะการพุ่งเข้าของคลื่นและรูปทรงภาคตัดขวางของสายส่งสัญญาณไฟฟ้านั้น โดยแต่ละโหมดจะมีรูปแบบของสนามไฟฟ้าที่มีรูปร่างลักษณะที่สอดคล้องกับภาคตัดขวางภายในของสายนั้นๆ ซึ่งในทางคณิตศาสตร์แล้วจะเปรียบเหมือนรูปทรงภาคตัดขวางว่าเป็นเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่อยู่ภายในสายส่งสัญญาณไฟฟ้านั้นๆ สนามแม่เหล็กภาคตัดขวาง (Transverse fields) ที่เกิดขึ้นมานี้จะมีรูปแบบของสนามเฉพาะตัวที่เรียกว่า

โหมดภาคตัดขวาง (transverse mode) โดยทั่วไปแล้วสายส่งสัญญาณได้จำแนกตามประเภทของโหมดการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโดยจำแนกออกเป็นโหมดพื้นฐานได้สามแบบ คือ

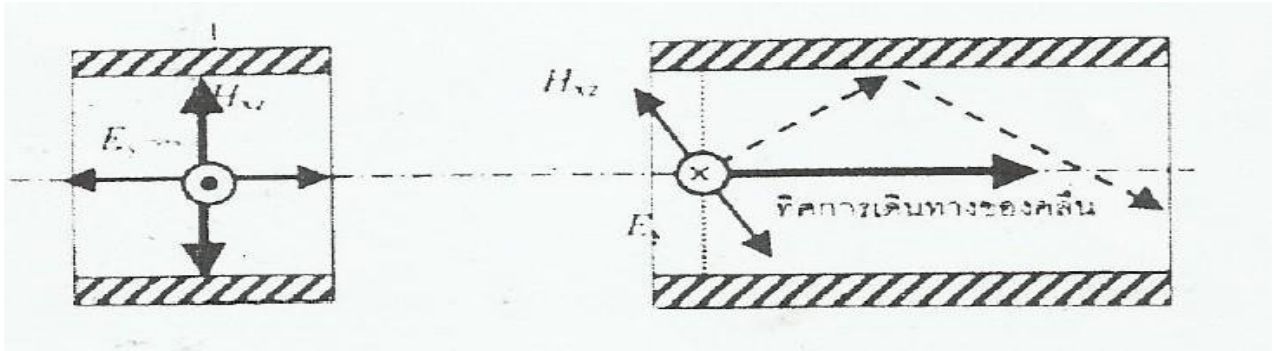
ก) โหมดสนามแม่เหล็กตัดขวาง (Transverse Magnetic Mode :TM Mode) เป็นโหมดที่คลื่นเคลื่อนที่ไปตามตัวกลางโดยมีส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กเท่านั้นที่มีการตั้งฉากกับทิศทางการเดินทางของคลื่นในสายส่งนั้นหรืออีกนัยหนึ่ง คือคลื่นจะเคลื่อนที่ไปตามตัวกลางโดยไม่มีสนามแม่เหล็กในทิศทางของคลื่นในสายส่ง ดูรูปประกอบการอธิบายได้ในรูปที่ 2.1(ก)

ข) โหมดสนามไฟฟ้าตัดขวาง (Transverse Electric Mode :TE mode) เป็นโหมดที่คลื่นเคลื่อนที่ไปตามตัวกลางโดยมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าเท่านั้นที่ตั้งฉากกับทิศทางการเดินทางของคลื่นในสายส่งนั้นหรืออีกนัยหนึ่งคือคลื่นจะเคลื่อนที่ไปตามตัวกลางโดยไม่มีสนามแม่เหล็กในทิศทางการเดินทางของคลื่นในสายส่ง ดูรูปประกอบการอธิบายได้ในรูปที่ 2.1(ข)

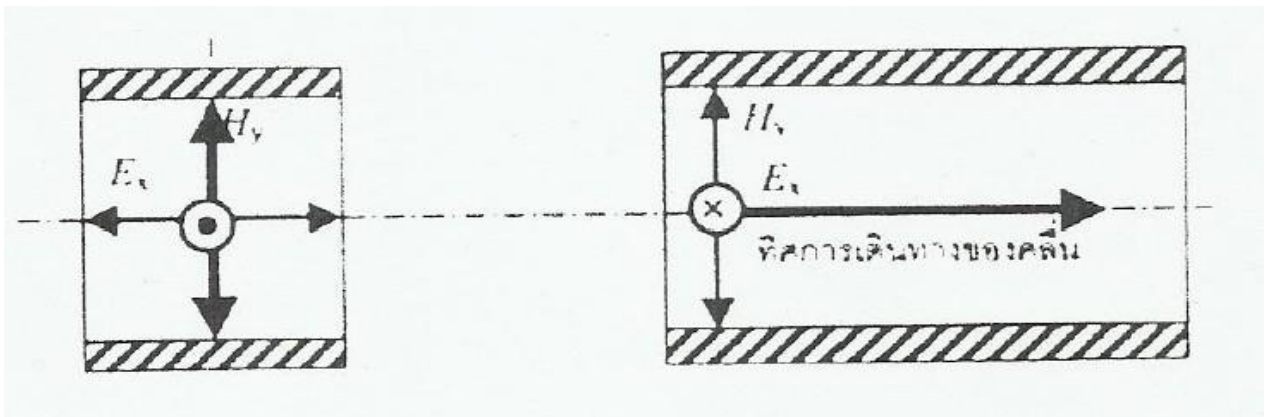
ค) โหมดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตัดขวาง (Transverse Electromagnetic Mode :TEM mode) เป็นโหมดที่คลื่นเคลื่อนที่ไปตามตัวกลาง โดยมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการเดินทางของคลื่นในสายส่งนั้น หรืออีกนัยหนึ่งคือคลื่นจะเคลื่อนที่ออกไปตามตัวกลางโดยไม่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในทิศทางการเดินทางของคลื่นในสายส่งเลย ดูรูปประกอบการอธิบายได้ในรูปที่ 2.1(ค) โดยทั่วไปแล้วการเคลื่อนที่ในโหมดนี้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะต้องมีความสมมาตรกันหมด ดังเช่น คลื่นเคลื่อนที่ในอวกาศ ในสายโคแอกเซียล (Coaxial) และสายส่งอื่นๆในรูปที่ 2.1(ก) แต่อาจมีโอกาที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นมีความสมมาตรไม่สมบูรณ์หมดดังเช่น คลื่นที่เคลื่อนที่ในสายส่งแบบไมโครสตริป (Microstrip) ในรูปที่ 2.1(ก) จึงเรียกโหมดย่อยนี้ว่า โหมดกึ่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตัดขวาง (Quasi-TEM)



(ก) การเคลื่อนที่ของคลื่นในโหมดสนามแม่เหล็กตัดขวาง(TM mode)



(ข) การเคลื่อนที่ของคลื่นในโหมดสนามไฟฟ้าตัดขวาง (TE mode)



(ค) การเคลื่อนที่ของคลื่นในโหมดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตัดขวาง(TEM mode)

รูปที่ 2.1 สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กกับทิศทางเดินของคลื่นในโหมดการเคลื่อนที่แบบต่างๆ

ตัวอย่างของโหมดการเคลื่อนที่ทั้งสามแบบของคลื่นที่เคลื่อนที่ในแผ่นตัวนำคลื่นรูปเหลี่ยมนี้ (Slab Waveguide) ได้แสดงดังในรูปที่ 2.1

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสายส่งนั้น โดยทั่วไปแล้วจะต้องหาสมการคำตอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนแกนต่างๆ ในที่ว่างอิสระทั้งหมดหกสนามด้วยกัน คือ E_x, E_y, E_z, H_x, H_y และ H_z แต่เมื่อมาทำการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของคลื่นในสายส่งสัญญาณแล้วสามารถที่จะกำหนดรูปแบบโหมดการเคลื่อนที่เพื่อที่จะลดจำนวนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่จะคำนวณลงไปได้ เช่น ในกรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศ z ในโหมด TM สามารถไม่นำ H_z (โดยมี $H_z = 0$) มาพิจารณาจึงเหลือส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กทั้งหมดห้าสนามด้วยกัน คือ E_x, E_z, H_x, H_y และ H_z ในทำนองเดียวกันในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของคลื่นในโหมด TE จะเหลือส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กทั้งหมดห้าสนามด้วยกันคือ E_x, E_z, H_x, H_y และ H_z (โดยมี $E_z = 0$) สำหรับการเคลื่อนที่ของคลื่นในโหมดสุดท้ายหรือโหมด TEM จะไม่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กใน

ทิศทางการเคลื่อนที่หรือมีสนาม E_z กับ $H_z = 0$ จึงเหลือสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพียงแค่นี้สนามคือ E_x, E_y, H_x และ H_y เท่านั้น

นอกจากนี้แล้วการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมดต่างๆ สามารถทำให้ง่ายมากยิ่งขึ้นมาก ถ้าสมมุติการวิเคราะห์คลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้านั้นมีสนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้าสนามใดสนามหนึ่งอยู่บนหลักต่างๆ นั่นคือ แกน x หรือ แกน y แล้วจะทำให้สามารถลดจำนวนสนามลงบนระนาบ xy สนาม E_x, E_y, H_x และ H_y ลงมาเหลือเป็น E_x กับ H_y หรือ E_y กับ H_x เพียงแค่สองสนามเท่านั้น ดังนั้นสำหรับในกรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศ z ในโหมด TM จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กทั้งหมดที่ต้องพิจารณาเหลือเพียงสามสนามด้วยกัน คือ E_x กับ E_z, E_y เพียง H_x กับ E_z เช่นเดียวกันสำหรับในกรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศ z ในโหมด TE จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กทั้งหมดที่ต้องพิจารณาเหลือเพียงสามสนามด้วยกัน คือ E_x, H_y กับ E_z, E_y เพียง H_x กับ E_z เช่นเดียวกันสำหรับในกรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศ z ในโหมด TE จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กทั้งหมดที่ต้องพิจารณาเหลือเพียงสามสนามด้วยกัน คือ E_x, H_y กับ H_z หรือ E_y, H_x กับ E_z ในทำนองเดียวกันการวิเคราะห์ของคลื่นในสายส่งเป็นคลื่นที่อยู่ในรูปของโหมด TEM สามารถทำการวิเคราะห์ได้ง่ายที่สุดโดยมีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพียงแค่ E_x กับ H_y หรือ E_y กับ H_x เพียงแค่คู่สนามเดียวเท่านั้น เราจึงมักเริ่มทำการวิเคราะห์หาสมการของคลื่นที่โหมด TEM ก่อนเสมอเนื่องจากเป็นโหมดที่ง่ายที่สุด

2.4 สนามไฟฟ้าในช่องว่างวัสดุ (Electric Fields in Material Space)

การพิจารณาถึงสนามไฟฟ้าสถิตในช่องว่างอวกาศว่าง (free space) หรือสุญญากาศ (Vacuum) หรือบริเวณที่ไม่มีวัสดุอยู่ (no material) ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 4 ในบทนี้เราจะพัฒนาขึ้นไปอีก สนามไฟฟ้าสามารถเกิดขึ้นได้ในอวกาศว่าง มันอาจจะเกิดขึ้นได้ในตัวกลางวัสดุ (material media) เช่น ตัวกลางที่เป็นกระดาษ ฯลฯ ที่คั่นอยู่ระหว่างขั้วทั้งสองตัวเก็บประจุ เราจะเรียกว่าเป็นตัวกลางวัสดุ วัสดุอาจถูกจำแนกอย่างคร่าวๆ ตามคุณสมบัติของไฟฟ้าของมันได้ ดังเช่น ตัวนำไฟฟ้า (Conductor) และตัวไม่นำไฟฟ้า (nonconductor) ซึ่งไม่นำไฟฟ้าหรือวัสดุไม่นำไฟฟ้า (nonconducting material) โดยปกติจะเรียกว่า ตัวฉนวน (insulator) หรือไดอิเล็กตริก (Dielectric) และโดยทั่วไป การพิจารณาอย่างคร่าวๆ ถึงคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุจะขึ้นอยู่กับพื้นฐานความเข้าใจแนวความคิดเกี่ยวกับการนำ (conduction), กระแสไฟฟ้า (Electric current) และการโพลาไรซ์ (polarization) และนอกจากนั้นก็จะต้องพิจารณาถึงคุณสมบัติของวัสดุไดอิเล็กตริก (dielectric meteril)

2.4.1 วัสดุตัวกลาง (Material Media) ในสนามไฟฟ้าสถิต (Static Electric Field)

เราได้พิจารณาถึงสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากการกระจายของประจุอยู่กับที่ในอากาศหรืออวกาศว่างมาแล้ว และจากนี้ไปเราจะได้ศึกษาถึงพฤติกรรมของสนามในวัสดุตัวกลาง (material media) โดยทั่วไป

เราสามารถจำแนกวัสดุตามคุณสมบัติทางไฟฟ้าได้เป็นสามชนิด คือ ตัวนำ (conductor) สารกึ่งตัวนำ (semiconductor) และตัวฉนวน (insulator หรือ dielectric) ตามการพิจารณาข้างต้นเราได้ทราบแล้วว่า การที่วัสดุจะเป็นตัวนำสารกึ่งตัวนำ หรือตัวนำฉนวนนั้น จะขึ้นอยู่กับอิเล็กตรอนอิสระที่เคลื่อนที่จากอะตอมหนึ่งไปยังอีกอะตอมหนึ่ง

2.4.2 ตัวนำ (Conductors) ในสนามไฟฟ้าสถิต

โดยทั่วไปแล้วปัญหาแม่เหล็กไฟฟ้าจะเกี่ยวข้องกับตัวกลางที่มีคุณสมบัติทางฟิสิกส์หลายอย่างและยังต้องทราบถึงความสัมพันธ์ของปริมาณสนามที่ขอบร่วม (interface) ระหว่างสองตัวกลาง ดังเช่น เราอาจจะต้องการหาวิธีการที่ E และ D เปลี่ยนไปตรงขอบร่วม ซึ่งเราทราบมาแล้วว่าเงื่อนไขขอบจะต้องสอดคล้องที่ขอบร่วมระหว่างตัวนำกับอากาศว่าง และเงื่อนไขเหล่านี้ได้กำหนดไว้ในสมการที่ (2.53) และ (2.54)

$$\vec{E}_t = 0 \quad (2.53)$$

$$\vec{E}_n = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \quad (2.54)$$

2.4.3 ไดอิเล็กตริก (Dielectrics) ในสนามไฟฟ้าสถิต

ตัวกลางวัสดุทุกชนิดจะประกอบไปด้วยอะตอมที่มีนิวเคลียสประจุบวกถูกล้อมรอบด้วยอิเล็กตรอนประจุลบ ถึงแม้ว่าโมเลกุลของไดอิเล็กตริกจะเป็นกลางแบบมาโครสโคปิก (macroscopically neutral) แต่การมีสนามไฟฟ้าอยู่ภายนอกจะเป็นเหตุทำให้เกิดแรงกระทำบนแต่ละอนุภาคประจุ และเป็นเหตุทำให้เกิดการเข้าแทนที่กันของประจุบวกและประจุลบในระยะสั้นๆ ในทิศทางตรงข้ามกัน ซึ่งประจุเหล่านี้คือประจุผูกพัน (bound charge) การเข้าแทนที่กันถึงแม้ว่าจะเป็นระยะสั้นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับขนาดของอะตอม การเป็นขั้วหรือโพลาริซ (polarize) ของวัสดุไดอิเล็กตริกจะเข้ามาเกี่ยวข้อง และไดโพลไฟฟ้า (electric dipole) จะเกิดขึ้นเสมอ ตำแหน่งในการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้ได้แสดงไว้ดังรูปที่ 2.2 ซึ่งในขณะที่ไดโพลไฟฟ้าเกิดขึ้นนั้นศักย์ไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าจะต้องปรากฏขึ้นด้วย



รูปที่ 2.2 ภาคตัดขวางของตัวกลางไดอิเล็กตริกโพลาริซ

2.4.4 เงื่อนไขขอบ (Boundary Condition) ของสนามไฟฟ้าสถิต (Electrostatic Field)

จากนี้ไปเราจะพิจารณาถึงสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในตัวกลางไม่เอกพันธ์ (nonhomogeneous medium) ดังเช่นสนามที่เกิดขึ้นในบริเวณที่ประกอบด้วยสองตัวกลางที่ต่างกัน ทั้งนี้เงื่อนไขต่างๆ ที่สนามจะต้องสอดคล้องที่ขอบรวมซึ่งแยกระหว่างตัวกลางทั้งสอง เรียกเงื่อนไขว่า เงื่อนไขขอบ (boundary condition) เงื่อนไขต่างๆ เหล่านี้จะเป็นประโยชน์ในการหาสนามบนด้านหนึ่งถ้ารู้สนามบนอีกด้านหนึ่งของขอบ เงื่อนไขจะช่วยให้เราจำแนกชนิดของวัสดุได้อย่างชัดเจนว่าเป็นตัวกลางอะไร เราจะพิจารณาเงื่อนไขขอบที่การแยกขอบรวมระหว่าง

1. ไดอิเล็กตริก $E_{r,1}$ และไดอิเล็กตริก $E_{r,2}$
2. ตัวนำไฟฟ้า และไดอิเล็กตริก
3. ตัวนำไฟฟ้า และอากาศว่าง

ซึ่งก่อนที่จะพิจารณาขอบรวมทั้งสามข้างต้น ในการกำหนดเงื่อนไขขอบ เราต้องใช้สมการของแมกซ์เวลล์สำหรับสนามไฟฟ้าสถิตคือ

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (2.55)$$

สมการที่ (2.54) เป็นสมการสนามไฟฟ้าสถิต E ของแมกซ์เวลล์ ซึ่ง \oint_L เป็นการอินทิเกรตวิถีปิด (close path) และ

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{enc} \quad (2.56)$$

สมการที่ (2.55) เป็นสมการสนามไฟฟ้าสถิต \vec{D} ของแมกซ์เวลล์ซึ่ง \oint_L เป็นการอินทิเกรตพื้นผิวปิด (close surface) และในเวลาเดียวกันเราจะต้องแยกความเข้มสนามไฟฟ้า ออกเป็นสองส่วนประกอบตั้งฉาก (orthogonal component) คือ

$$\vec{E} = \vec{E}_t + \vec{E}_n \quad (2.57)$$

เมื่อ E_t คือส่วนประกอบแนวสัมผัส (tangential component) กับขอบรวมและ E_n คือส่วนประกอบแนวตั้งฉาก (normal component) กับขอบรวม และในลักษณะเดียวกันนี้เราสามารถแยกความหนาแน่น ฟลักซ์ไฟฟ้า D ออกเป็นสองส่วนประกอบด้วย

2.4.5 เงื่อนไขขอบระหว่างไดอิเล็กตริกกับไดอิเล็กตริก (Dielectric-Dielectric Boundary Condition)

พิจารณาสนาม E ที่เกิดขึ้นในบริเวณที่ประกอบด้วยไดอิเล็กตริกสองชนิด ซึ่งกำหนดคุณลักษณะของไดอิเล็กตริกที่ 1 ด้วย $\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$ และคุณลักษณะของไดอิเล็กตริกที่ 2 กำหนดด้วย $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2}$ ดังแสดงในรูปที่ 2.3(ก) \vec{E}_1 และ \vec{E}_2 เป็นสนามไฟฟ้าในตัวกลางที่ 1 และตัวกลางที่ 2 เราสามารถแยกสนามไฟฟ้าได้คือ

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1t} + \vec{E}_{1n} \quad (2.58)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{1n} + \vec{E}_{2n} \quad (2.59)$$

ประยุกต์ใช้สมการที่ (2.57) กับวิถีปิด abcda ของรูปที่ 2.3(ก) โดยสมมุติให้วิถีมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ E จะได้

$$0 = \vec{E}_{1t} \Delta w - \vec{E}_{1n} \left(\frac{\Delta h}{2}\right) - \vec{E}_{2n} \left(\frac{\Delta h}{2}\right) - \vec{E}_{2t} \Delta w + \vec{E}_{2n} \left(\frac{\Delta h}{2}\right) + \vec{E}_{1n} \left(\frac{\Delta h}{2}\right)$$

(2.60)

เมื่อ $\vec{E}_t = |E_t|$ และ $\vec{E}_n = |E_n|$ ในกรณีที่ Δh เข้าสู่อินฟินิตี้ (วิถีขนาดเล็กมาก) สมการที่ (2.60) จะเปลี่ยนเป็น

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$$

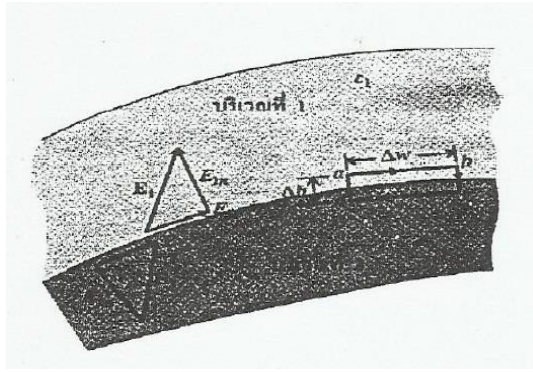
(2.61)

ส่วนประกอบแนวสัมผัสในตัวกลางที่ 1 (\vec{E}_{1t}) เหมือนกับ

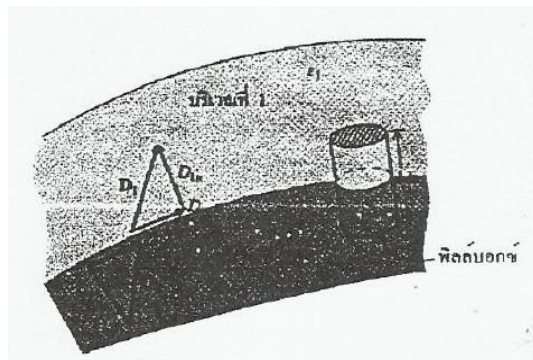
ส่วนประกอบแนวสัมผัสในตัวกลางที่ 2 (\vec{E}_{2t})

ดังนั้นส่วนประกอบแนวสัมผัสของ E บนด้านทั้งสองของขอบจะเหมือนกัน ($\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$) หรืออาจหมายถึงว่า E_t จะไม่เปลี่ยนแปลงบนขอบและจะกล่าวได้ว่า \vec{E}_t ต่อเนื่อง (continuous) ตรงบริเวณขอบเนื่องจาก $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon \vec{E}_t + \epsilon \vec{E}_n = \vec{E}_t + \vec{E}_n$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.62) จะกำหนดได้ว่า

$$\frac{\vec{D}_{1t}}{\epsilon_1} = \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} = \frac{\vec{D}_{2t}}{\epsilon_2} \quad (2.62)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.3 ขอบเขตระหว่างไดอิเล็กตริกกับไดอิเล็กตริก

หรือ

$$\frac{\vec{D}_{1t}}{\epsilon_1} = \frac{\vec{D}_{2t}}{\epsilon_2} \tag{2.63}$$

นั่นคือ \vec{D}_t จะเปลี่ยนแปลงตรงขอบร่วม \vec{D}_t ดังนั้น กล่าวได้ว่า ไม่ต่อเนื่อง (Discontinuous) ตรงขอบร่วม

ในทำนองเดียวกันนี้ เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (2.57) กับฟลักบ็อกซ์ (pillbox) หรือ พื้นผิวแบบเกาส์ (Gaussian surface) ในรูปที่ 2.3 (ข) โดยให้ Δh เข้าสู่ศูนย์จะได้ว่า

$$\Delta q = \rho_s \Delta s = \vec{D}_s \Delta S - \vec{D}_s \Delta S \tag{2.64}$$

หรือ

$$\vec{D}_{1n} - \vec{D}_{2n} = \rho_s \tag{2.65}$$

ความแตกต่างระหว่างส่วนประกอบแนวตั้งฉากของ
ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าในบริเวณที่ 1 และบริเวณที่
2 เท่ากับความหนาแน่นประจุพื้นผิว ρ_s

เมื่อ ρ_s เป็นความหนาแน่นประจุอิสระที่อยู่อย่างมั่นคงที่ขอบ สมการที่ (2.65) จะขึ้นอยู่กับพื้นฐานของการสมมติว่า \vec{D} มีทิศทางจากบริเวณที่ 2 ไปยังบริเวณที่ 1 และสมการที่ (2.65) จะต้องถูกนำมาประยุกต์ใช้ตามนี้ด้วยถ้าไม่มีประจุอิสระเกิดขึ้นที่ขอบร่วม ρ_s และสมการที่ 2.65 จะกลายเป็น

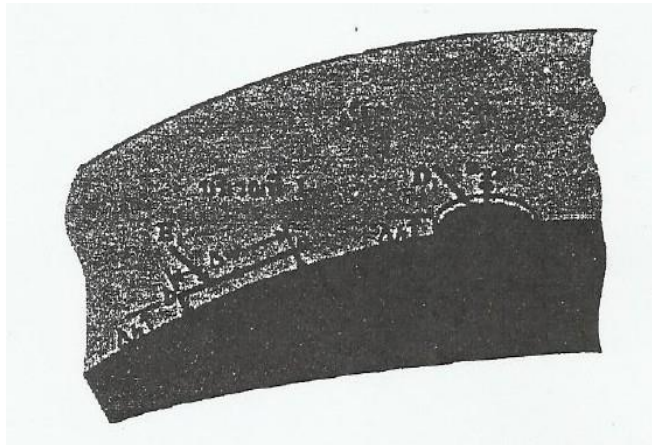
$$\vec{D}_{1r} = \vec{D}_{2r} \quad (2.66)$$

ตรงบริเวณขอบร่วมไม่มีประจุพื้นผิว ρ_s

ดังนั้นส่วนประกอบแนวตั้งฉากของ \vec{D}_n จึงต่อเนื่องตรงขอบร่วมนั่นคือ \vec{D}_n จะไม่เปลี่ยนแปลงที่ขอบ เนื่องจาก $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ สมการที่ (2.66) จึงสามารถกำหนดได้ว่า

$$\epsilon_1 \vec{E}_{1n} = \epsilon_2 \vec{E}_{2n} \quad (2.67)$$

สมการที่ (2.67) แสดงให้เห็นว่า ส่วนประกอบแนวตั้งฉากของ \vec{E} ไม่ต่อเนื่องที่ขอบ สมการที่ (2.63) และ (2.65) หรือ (2.66) จะกล่าวได้อย่างถูกต้องว่าเป็นเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) ซึ่งสมการเหล่านี้ต้องสอดคล้องตามสนามไฟฟ้าที่ขอบที่ถูกแยกด้วยไดอิเล็กตริกที่ต่างกันทั้งสอง



รูปที่ 2.4 ขอบร่วมระหว่างสองตัวกลาง

การพิจารณาความเข้มสนามไฟฟ้า \vec{E} และความหนาแน่นสนามไฟฟ้า \vec{D} ข้างต้นอาจจะพิจารณาได้จากการอินทิเกรตวิถีปิด (close path) เราลองมาพิจารณาขอบร่วมระหว่างสองตัวกลางทั่วไปในรูปที่ 2.4 ซึ่งถ้าเรากำหนดวิถีขนาดเล็ก (small path) $abcd$ ซึ่งประกอบด้วยด้าน ab ในบริเวณที่ 1 และด้าน cd ในบริเวณที่ 2 โดยที่ทั้งนี้ด้านทั้งสองจะขนานกับขอบร่วมและยาวเท่ากับ Δw เราจะประยุกต์ใช้สมการที่ (2.56) กับเส้นทางเดิน (วิถี) ขนาดเล็กนี้ ถ้ากำหนดให้ $bc = da = \Delta h$ มีค่าเข้าสู่ศูนย์ ดังนั้นอินทิกรัลตามเส้นทางทั้งสองนี้สามารถตัดทิ้งได้ เพราะฉะนั้นอินทิกรัลตามเส้นบนทางเดิน (วิถี) $abcd$ คือ

$$\begin{aligned} \oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \vec{E}_1 \cdot \Delta w + \vec{E}_1 \cdot \Delta w \\ &= \vec{E}_{1t} \cdot \Delta w + \vec{E}_{2t} \cdot \Delta w \\ &= 0 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} V/m \quad (2.68)$$

เงื่อนไขขอบของส่วนประกอบแนวสัมผัสของ E

(Boundary condition for tangential component of E)

ในสมการที่ (2.68) แสดงให้ทราบว่า ส่วนประกอบแนวสัมผัสของสนาม \vec{E} ต่อเนื่องตรงบริเวณขอบร่วม (tangential component of an E field is continuous across an interface) เมื่อบริเวณที่ 1 มีสภาพยอมเป็น ϵ_1 และบริเวณที่ 2 มีสภาพยอมได้ทางไฟฟ้าเป็น ϵ_2 ดังนั้นสามารถกำหนดได้ว่า

$$\frac{\vec{D}_{1t}}{\epsilon_1} = \frac{\vec{D}_{2t}}{\epsilon_2} \quad (2.69)$$

เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบแนวฉากของสนามที่ขอบ เราจะต้องสร้างฟิลล์บ็อกซ์ขนาดเล็ก (pillbox) ที่มีผิวด้านบนอยู่ในบริเวณที่ 1 และมีผิวด้านล่างอยู่ในบริเวณที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ถ้าผิวมีพื้นที่ ΔS และความสูงของฟิลล์บ็อกซ์ขนาดเล็กคือ Δh เมื่อประยุกต์ใช้กฎของเกาส์ ในสมการที่ (2.55) กับฟิลล์บ็อกซ์ขนาดเล็กนี้จะได้

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{D} \cdot d\vec{s} &= (\vec{D}_1 \cdot \vec{a}_{n1} + \vec{D}_2 \cdot \vec{a}_{n1}) \Delta S \\ &= a_{n2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \Delta S \\ &= \rho_s \Delta S \end{aligned} \quad (2.70)$$

ในสมการข้างต้นเราสามารถใช้ความสัมพันธ์ $a_{n2} = -a_{n1}$ โดยที่เวกเตอร์ a_{n1} และ a_{n2} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากออกจากบริเวณที่ 1 และบริเวณที่ 2 ตามลำดับ ซึ่งจากสมการที่ (2.70) เราจะได้ว่า

$$a_{n2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \quad (2.71)$$

หรือ

$$\vec{D}_1 - \vec{D}_2 = \rho_s \quad C/m^2 \quad (2.72)$$

สมการที่ (2.71) แสดงให้เห็นว่า ส่วนประกอบแนวฉาก (ตั้งฉาก) ของสนามจะไม่ต่อเนื่องตรงบริเวณขอบร่วมที่ซึ่งมีประจุตามพื้นผิวเกิดขึ้น ซึ่งจำนวนที่ไม่ต่อเนื่องจะเท่ากับความหนาแน่นประจุตามพื้นผิว ถ้าบริเวณที่ 2 เป็นตัวนำ $\vec{D}_2 = 0$ สมการที่ (2.71) จะกลายเป็น

$$\vec{D}_{1n} = \epsilon_2 \vec{E}_{2n} = \rho_s \quad (2.73)$$

ซึ่งเพื่อให้ง่ายเข้า สมการที่ (2.72) จะกลายเป็น $\vec{E}_n = \rho_s / \epsilon_0$ เมื่อบริเวณที่ 1 เป็นอากาศว่าง

เมื่อเรานำเอาไดอิเล็กตริกสองอันมาประกบกันโดยไม่มีประจุอิสระที่ขอบร่วมระหว่างไดอิเล็กตริกทั้งสอง ρ_s ดังนั้น

$$\vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n} \quad (2.74)$$

หรือ
$$\epsilon_1 \vec{E}_{1n} = \epsilon_2 \vec{E}_{2n} \quad (2.75)$$

ตามที่ได้กล่าวข้างต้นเราพอจะสรุปเงื่อนไขขอบที่จะต้องสอดคล้องในกรณีของสนามไฟฟ้าสถิตได้ ดังนี้คือ

$\text{ส่วนประกอบแนวสัมผัส } \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$	(2.76)
$\text{ส่วนประกอบแนวตั้งฉาก } a_{n2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s$	

เงื่อนไขขอบของสนามไฟฟ้าสถิต (2.77)

(Boundary conditions for electrostatic fields)

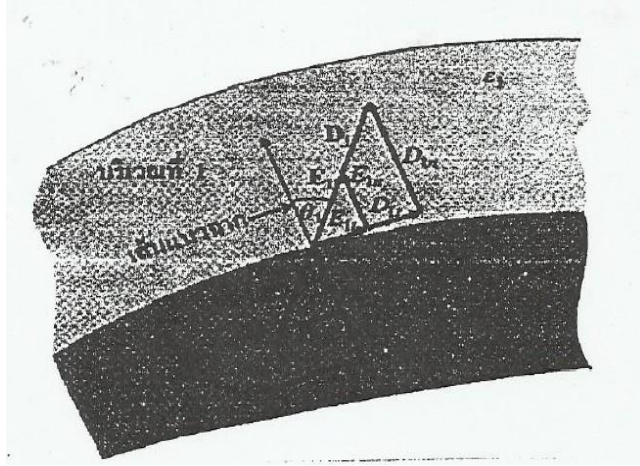
ดังที่ได้กล่าวไปแล้วว่า โดยปกติเงื่อนไขขอบจะประยุกต์ใช้หาสนามไฟฟ้าบนด้านหนึ่งเมื่อทราบสนามไฟฟ้าบนอีกด้านหนึ่งของขอบ และนอกจากนี้เรายังสามารถใช้เงื่อนไขขอบเพื่อกำหนดการหักเห (refraction) ของสนามไฟฟ้าตรงของรวม ซึ่งตามการพิจารณา \vec{D}_1 หรือ \vec{E}_1 และ \vec{D}_2 หรือ \vec{E}_2 จะเห็นว่ามันทำมุมกับเส้นปกติ เส้นแนวฉาก เป็นมุม θ_1 และ θ_2 ดังแสดงในรูปที่ 2.5 และโดยอาศัยสมการที่ (2.60) จะได้ว่า

$$\vec{E}_1 \sin \theta_1 = \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} = \vec{E}_2 \sin \theta_2 \quad (2.78)$$

หรือ
$$\vec{E}_1 \sin \theta_1 = \vec{E}_2 \sin \theta_2 \quad (2.79)$$

ในลักษณะเดียวกันนี้ เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (2.66) หรือ (2.67) จะได้รับ

$$\epsilon_1 \vec{E}_1 \cos \theta_1 = \vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n} = \epsilon_2 \vec{E}_2 \cos \theta_2 \quad (2.80)$$



รูปที่ 2.5 การหักเหของ \vec{E} หรือ \vec{D} ที่ขอบเขตระหว่างไดอิเล็กตริกกับไดอิเล็กตริก

หรือ
$$\epsilon_1 \vec{E}_1 \cos \theta_1 = \epsilon_2 \vec{E}_2 \cos \theta_2 \quad (2.81)$$

หารสมการที่ (2.80) ด้วยสมการที่ (2.81) จะได้

$$\frac{\tan \theta_1}{\epsilon_1} = \frac{\tan \theta_2}{\epsilon_2} \quad (2.82)$$

เนื่องจาก $\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$ และ $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2}$ ด้วยสมการที่ (2.82) จะได้

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \quad (2.83)$$

กฎการหักเหของสนามไฟฟ้าที่ขอบซึ่งปราศจากประจุ

สมการที่ (2.83) เป็นกฎการหักเหของสนามไฟฟ้าที่ขอบซึ่งปราศจากประจุ (เนื่องจากสมมติให้ $\rho_s = 0$ ที่ขอบร่วม) ดังนั้นโดยทั่วไปที่ขอบร่วมระหว่างสองไดอิเล็กตริกที่แตกต่างกันจะทำให้เกิดการโค้งตัวของเส้นฟลักซ์ ตามผลลัพธ์ของประจุการโพลาไรซ์ที่ไม่เท่ากัน ซึ่งจะสะสมเพิ่มพูนขึ้นบนด้านทั้งสองของขอบร่วม

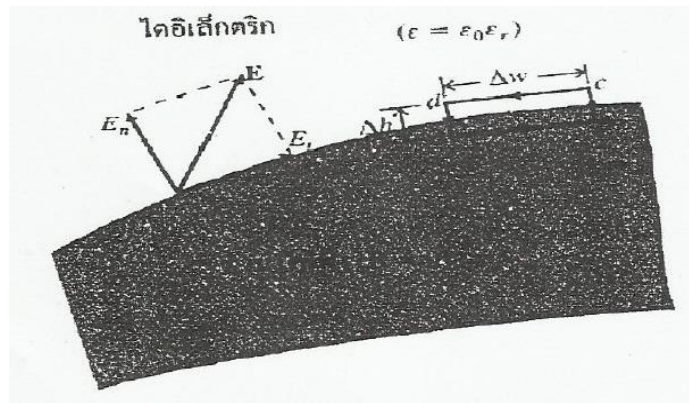
2.4.6 เงื่อนไขขอบระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับไดอิเล็กตริก (Conductor-Dielectric Condition)

เงื่อนไขขอบระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับไดอิเล็กตริกจะพิจารณาได้จากรูปที่ 2.6 ซึ่งสมมติให้ตัวนำไฟฟ้าเป็นตัวนำที่สมบูรณ์ (คือมี $\sigma \rightarrow \infty$ หรือ $\rho \rightarrow 0$) ทั้งนี้ถึงแม้ว่าในทางปฏิบัติจะไม่มีตัวนำชนิดนี้ก็ตาม แต่เราอาจจะพิจารณาให้ตัวนำไฟฟ้า อย่างเช่น ทองแดง และเงิน เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ จากกฎของโอห์ม

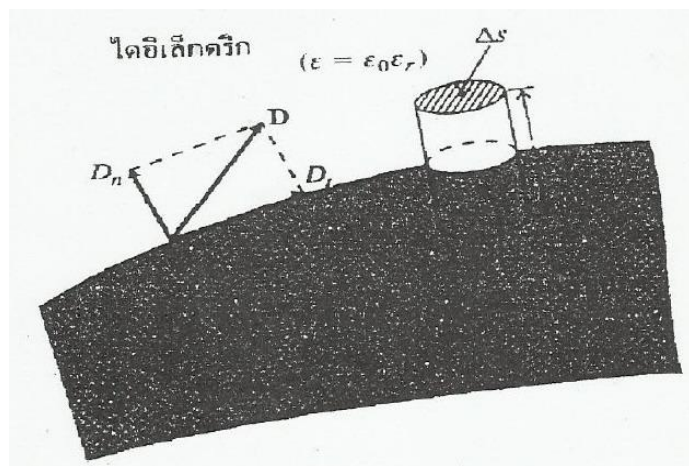
$\vec{j} = \sigma \vec{E}$ จะยังคงรักษาความหนาแน่นกระแสจำนวนไว้ในตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ ในขณะที่สนามไฟฟ้าภายในตัวนำจะไม่เกิดขึ้น หรือในอีกความหมายหนึ่งนั้น $E \rightarrow 0$ เนื่องจากว่า $\sigma \rightarrow \infty (E = j/\sigma)$ ในตัวนำไฟฟ้า ซึ่งถ้ามีประจุอยู่ภายในตัวนำไฟฟ้าข้างต้น ประจุจะเคลื่อนย้ายไปยังพื้นผิวตัวนำไฟฟ้า และจะกระจายอีกครั้งหนึ่งในลักษณะที่สนามภายในตัวนำไฟฟ้าไม่ปรากฏขึ้น (ไม่มีสนาม) ตามกฎของเกาส์ถ้า $E = 0$ ความหนาแน่นประจุ ρ_v จะต้องเป็นศูนย์ ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ไม่สามารถรวบรวมสนามไฟฟ้าสถิตไว้ภายในตัวมันได้

เพื่อที่จะกำหนดเงื่อนไขขอบของขอบร่วมระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับไดอิเล็กตริก เราจะดำเนินการตามขั้นตอนที่ใช้พิจารณาขอบร่วมระหว่างไดอิเล็กตริกกับไดอิเล็กตริก ซึ่งเรากำหนดตามความจริงได้ว่าภายในตัวนำไฟฟ้า และเมื่อประยุกต์ใช้สมการ กับลีปิด (วิถี abcda) ของรูปที่ 2.6(ก) จะได้ว่า

$$0 = 0 \cdot \Delta w + 0 \left(\frac{\Delta h}{2} \right) + \bar{E}_n \left(\frac{\Delta h}{2} \right) - \bar{E}_t \left(\frac{\Delta h}{2} \right) - 0 \left(\frac{\Delta h}{2} \right) \quad (2.84)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.6 ขอบเขตระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับไดอิเล็กตริก

ในทำนองเดียวกัน เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (2.56) กับฟิล์มบ็อกซ์ของรูปที่ 2.6(ข) และกำหนดให้ $\Delta h \rightarrow 0$ จะได้

$$\Delta Q = D_n S - 0 \cdot \Delta S \quad (2.85)$$

เพราะว่า $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ภายในตัวนำไฟฟ้า สมการที่ (2.85) จะเขียนได้ว่า

$$\vec{D}_n = \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \rho_s \quad (2.86)$$

หรือ
$$\vec{D}_n = \rho_s \quad (2.87)$$

ดังนั้นภายใต้เงื่อนไขสถิตที่เกี่ยวข้องกับตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ พอจะสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ไม่มีสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นภายในตัวนำไฟฟ้า นั่นคือ

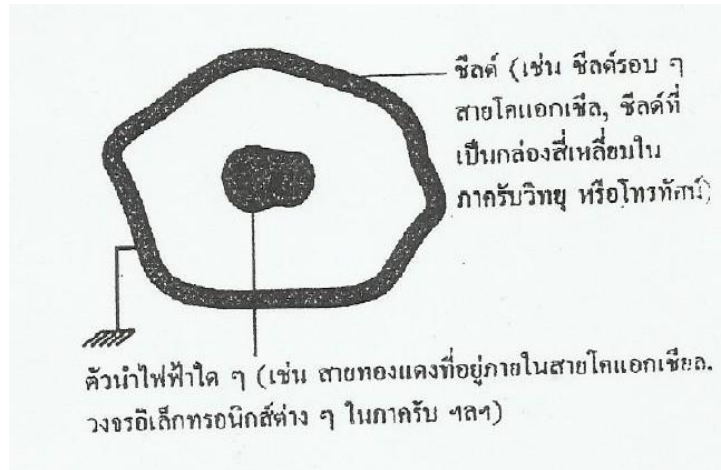
$$\rho_v = 0 \text{ และ } \vec{E} = 0 \quad (2.88)$$

2. เนื่องจาก $E = -V = 0$ ดังนั้นจึงไม่มีความต่างศักย์ ระหว่างจุดสองจุดใดๆ ในตัวนำไฟฟ้า นั่นคือ ตัวนำไฟฟ้าเป็นวัตถุศักย์เท่า (equipotential body)

3. สนามไฟฟ้า E จะอยู่ภายนอกตัวนำไฟฟ้าเท่านั้น และจะตั้งฉากกับพื้นผิวของตัวนำไฟฟ้า คือ

$$\vec{D}_t = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_t = 0, \vec{D}_n = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_n \quad (2.89)$$

การประยุกต์ใช้ที่สำคัญจริงๆ ที่ว่า $E=0$ ภายในตัวนำไฟฟ้าอยู่ในการกั้นกรงไฟฟ้าสถิต (electrostatic screening หรือ electrostatic shielding: การชิลด์ไฟฟ้าสถิต) ดังตัวอย่าง ชิลด์ที่อยู่รอบๆ สายโคแอกเซียล (coaxial cable : สายเคเบิลร่วม) ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งภาคตัดขวางของสาย (หรืออุปกรณ์ใดๆ ที่ต้องการชิลด์ประกอบด้วย A ซึ่งทำหน้าที่กั้นกรง (screen หรือ shield) ทางไฟฟ้าเพื่อทำให้ศักย์รอบๆ ตัวนำไฟฟ้า B ซึ่งเกิดขึ้นจากระบบไฟฟ้าอื่นๆ เป็นศูนย์



รูปที่ 2.7 การกั้นกรงไฟฟ้าสถิต

2.4.7 เงื่อนไขขอบระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับอากาศว่าง (Conductor-Free-Space Boundary Conditions)

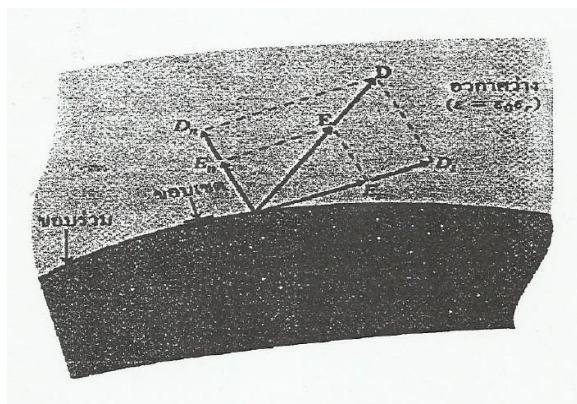
เงื่อนไขนี้เป็นกรณีพิเศษของเงื่อนไขขอบระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับไดอิเล็กทริก ในรูปที่ 2.7 จะแสดงถึงเงื่อนไขขอบระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับอากาศว่าง (ไดอิเล็กทริก) ซึ่งเงื่อนไขขอบในกรณีพิเศษนี้จะได้รับจากสมการที่ (2.89) โดยแทน ϵ_r ด้วย 1 (เพราะว่าอากาศว่างจะคำนึงว่าเป็นไดอิเล็กทริกพิเศษ ซึ่งมี $\epsilon_r = 1$) เนื่องจากสนามไฟฟ้า \vec{E} อยู่ภายนอกตัวนำและตั้งฉากกับพื้นผิวของมัน ดังนั้นเงื่อนไขขอบคือ

$$\vec{D}_t = \epsilon_0 \vec{E}_t = 0, \vec{D}_n = \epsilon_0 \vec{E}_n = \rho_s$$

(2.90)

ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าแนวสัมผัส กับขอบเป็นศูนย์ ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าแนวตั้งฉาก กับขอบจะเกิดความหนาแน่นประจุพื้นผิว

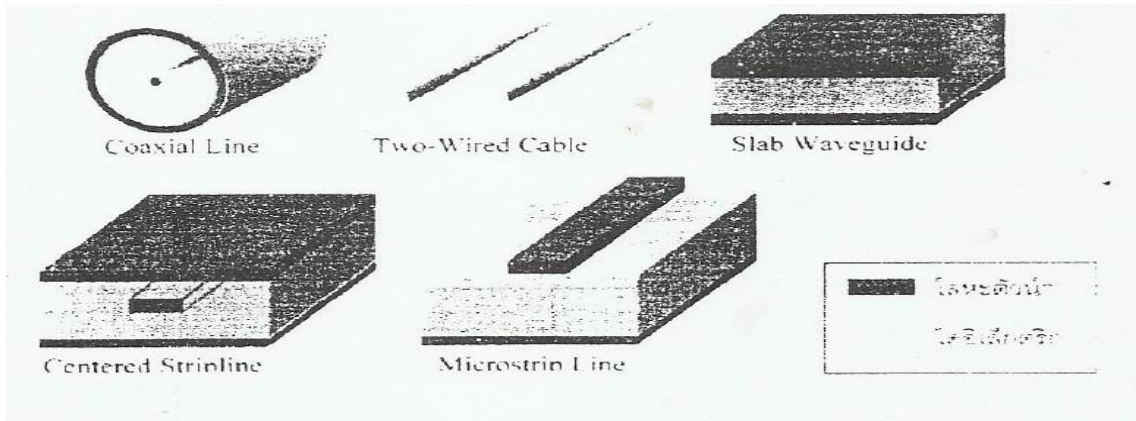
สมการที่ (2.90) แสดงให้ทราบว่า สนามไฟฟ้า \vec{E} จะต้องเข้าสู่พื้นผิวในแนวตั้งฉาก



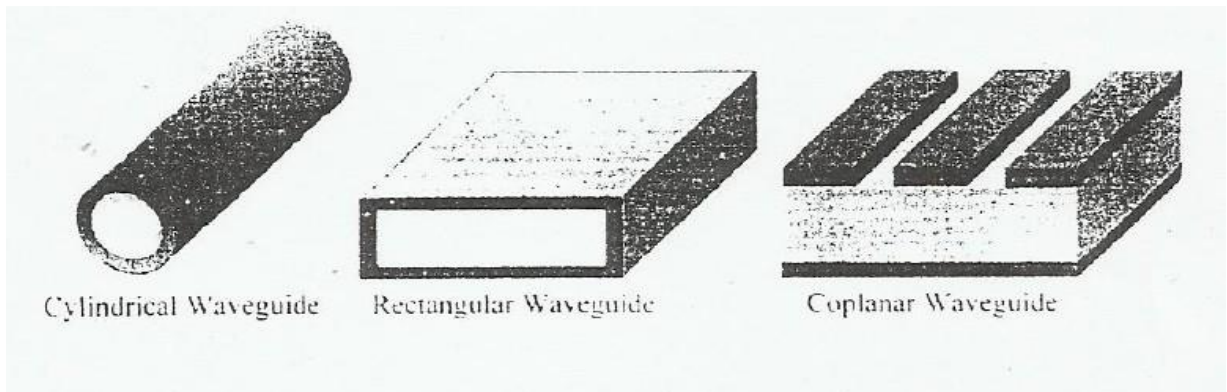
รูปที่ 2.8 ขอบเขตระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับอากาศว่าง

2.5 สายส่งไมโครเวฟและท่อนำคลื่น (Microwave Transmission Line and Wave Guides)

ในการส่งสัญญาณไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไปยังโหลดหรือแหล่งที่ใช้พลังงานทางไฟฟ้านั้นจำเป็นต้องมีองค์ประกอบที่ส่งผ่านสัญญาณหรือพลังงานทางไฟฟ้านั้น ซึ่งส่วนใหญ่แล้วสำหรับในทางไฟฟ้านั้นมักจะใช้สายตัวนำไฟฟ้าสองเส้นเป็นตัวกลางนำส่งสัญญาณหรือกระแสไฟฟ้านั้นๆ โดยทั่วไปคู่สายตัวนำที่ใช้ในการนำกระแสไฟฟ้านั้นเรียกว่า สายส่งสัญญาณไฟฟ้า (Transmission Lines)



ก) สายส่งสัญญาณโหมด TEM (TEM transmission lines)



ข) สายส่งสัญญาณโหมด (Multi-mode transmission lines)

รูปที่ 2.9 ตัวอย่างสายส่งสัญญาณแบบต่างๆ

สายส่งสัญญาณไฟฟ้านั้นมีอยู่ด้วยกันหลายประเภทขึ้นอยู่กับความถี่และลักษณะการเคลื่อนที่ของสัญญาณในสายส่งนั้นๆ โดยที่ความถี่ต่ำมักจะพิจารณาการเคลื่อนที่ของสัญญาณคล้ายกับการไหลของกระแสไฟฟ้าตามท่อน้ำทั่วไป แต่สำหรับที่ความถี่สูงแล้วมักจะพิจารณาการเคลื่อนที่ของสัญญาณคล้ายกับการเคลื่อนที่ของคลื่นสัญญาณที่ประกอบด้วยสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กหรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั่นเอง

เนื่องจากว่าสายสัญญาณความถี่สูงนั้นจะมีรูปแบบต่างๆ ที่ได้รับการวิเคราะห์มาแล้วมากมายตามลักษณะโครงสร้างของภาคตัดขวางต่างๆ ที่แน่นอน โดยทั่วไปแล้วในการวิเคราะห์สัญญาณไฟฟ้าในสายส่ง

ต่างๆ นั้นมักจะสมมุติให้สายส่งเหล่านี้มีคุณสมบัติทางไฟฟ้าตามแนวความยาวที่แน่นอนโดยกำหนดให้มีการกระจายค่าทางไฟฟ้าเหล่านี้ตัวอย่างสม่ำเสมอจนตลอดทั้งเส้น

ดังนั้นจึงมักเรียกสายส่งเหล่านี้ว่าสายส่งสัญญาณไฟฟ้าแบบราบเรียบสม่ำเสมอ (Uniform transmission lines) โดยมีตัวอย่างของสายส่งประเภทนี้ดังรูปที่ 2.8

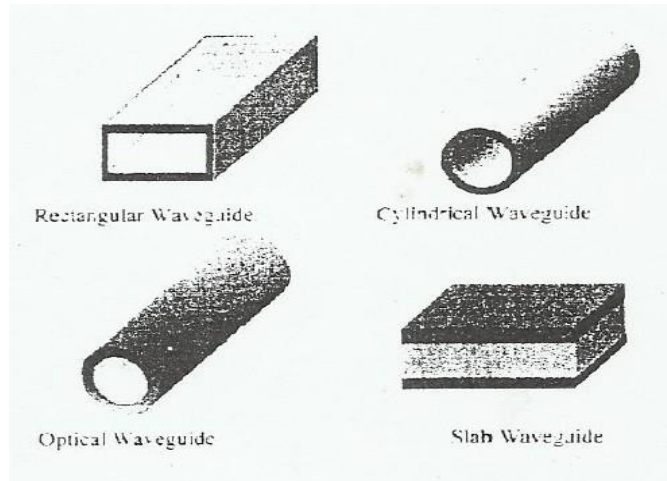
2.5.1 สายส่งเป็นอุปกรณ์ที่ใช้นำคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง โดยสายส่งมีโครงสร้างที่ใช้กันทั่วไปสี่แบบคือ

- 1) สายตัวนำคู่ขนาน
- 2) สายโคแอกเซียล
- 3) ท่อนำคลื่นหรือเวฟไกด์ (*wave guide*)
- 4) ไมโครสตริป หรือสายสตริป

สายตัวนำคู่ขนานมักใช้ในย่านความถี่ไมโครเวฟช่วงความถี่ต่ำเท่านั้น ข้อจำกัดหลักนี้ได้มาจากการสูญเสียในการกระจายคลื่น ซึ่งเป็นการสูญเสียเนื่องมาจากสารไดอิเล็กตริกและปรากฏการณ์ความลึกผิว (*skin depth*) ที่ย่านความถี่เหนือ 200 MHz สายโคแอกเซียลจะมีประสิทธิภาพดีกว่าที่ความถี่สูงกว่านี้

สายโคแอกเซียลมีการพัฒนาในเรื่องการลดการสูญเสียพลังงานในการเคลื่อนที่ของคลื่นจากโครงสร้างการขีดของสายที่เป็นตัวนำทรงกระบอกหุ้มรอบแกนตัวนำด้านใน แต่ยังคงมีข้อจำกัดในเรื่องการสูญเสียพลังงานอันเนื่องมาจากฉนวนไดอิเล็กตริกภายในและปรากฏการณ์ความลึกผิวอยู่ดี

ท่อนำคลื่นหรือเวฟไกด์จัดเป็นสายส่งย่านความถี่ไมโครเวฟหรือเป็นท่อนำคลื่นในย่านความถี่สูงที่ดีที่สุดสำหรับโครงสร้างทั้งหมดที่ได้กล่าวมาแล้ว ท่อนำคลื่นที่ใช้งานได้มีการออกแบบโครงสร้างและส่วนประกอบที่แตกต่างกันไปตามความเหมาะสมกับย่านความถี่ที่ใช้งานโครงสร้างตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 2.3 แต่เนื่องจากคลื่นเดินทางท่อนำคลื่นทั่วไปนั้นไม่อาจจะเป็นเพียงแคโหมดพื้นฐาน TEM บริสุทธิ์เท่านั้น แต่มีโหมดการเคลื่อนที่แบบอื่นๆ อีกที่สามารถเคลื่อนที่อยู่ในท่อนำคลื่นนั้นๆ ได้ ดังนั้นการวิเคราะห์คลื่นบนท่อนำคลื่นจะต้องคำนึงถึงโหมดการเดินทางของคลื่นโหมดอื่นๆ ที่สามารถจะเป็นไปได้ คือโหมด TM กับ TE



รูปที่ 2.10 ท่อนำคลื่นแบบต่างๆ

2.6 สมการความร้อนในทางชีววิทยา (The Bio-heat Equation)

ในการวิเคราะห์ด้วยความถี่ไมโครเวฟได้พิจารณาถึงสนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก และความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในเนื้อเยื่อปอด การดูดซับความร้อนที่เกิดขึ้นในเนื้อเยื่อปอด ซึ่งรูปแบบของสมการ หรือตัวแปรต่างๆ ที่ส่งผลต่อการกระจายความร้อนในปอดแสดงดังสมการที่ (2.91)

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \cdot \nabla T) - h_b C_b \omega_b (T_b - T) + Q_m + Q_{ext} \quad (2.91)$$

เมื่อ $h_{bl} = \rho_{bl} c_{bl} \omega_{bl}$

ρ = ความหนาแน่นจำเพาะของเนื้อเยื่อ (kg/m^3)

c = ค่าความจุความร้อนจำเพาะของเนื้อเยื่อ (J/kg.K)

k = ค่าความนำความร้อนของเนื้อเยื่อ (W/m.K)

h_b = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนจากเลือดที่ไหลซึมอยู่ในเนื้อเยื่อ

ρ = ความหนาแน่นเลือด (kg/m^3)

C_b = ค่าความร้อนจำเพาะของเลือด (J/kg.K)

ω_b = อัตราฉีดเลือด ($1/\text{s}$)

T_b = ค่าอุณหภูมิเลือด (37°C)

Q_m = ค่าความร้อนจากกระบวนการเมตาโบลิซึมของเม็ดเลือด (W/m^3)

$$Q_{ext} = \text{ค่าความร้อนจากภายนอก (W/m}^3\text{)}$$

จากสมการ Bioheat (2.91) ที่นำมาใช้ในงานวิจัยฉบับนี้ ได้ละทิ้งค่าตัวแปรจำนวน 2 ตัว คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนจากเลือดที่ไหลซึมอยู่ในเนื้อเยื่อ (h_b) และพลังงานที่สร้างขึ้นโดยกระบวนการเมตาโบลิซึมของเม็ดเลือด (Q_m) ซึ่งค่าตัวแปรทั้ง 2 นี้ จะถือว่ามิต่ำน้อยมาก เมื่อเทียบกับ ปริมาณ Q_{ext}

2.6.1 สมการการดูดซับความร้อน

พิจารณาจาก สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก ที่มีการแพร่กระจายลงเนื้อเยื่อปอด จะเกิดการสูญเสียพลังงานในเนื้อเยื่อปอด ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของสมการ ดังสมการที่ (2.92)

$$SAR = \frac{1}{\rho} Q_{ext} = \frac{\sigma}{\rho} |E|^2 \quad (2.92)$$

เมื่อ

SAR = Specific absorption rate (W/kg)

$$Q_{ext} = \text{ค่าความร้อนที่เกิดขึ้นจากภายนอกเนื้อเยื่อ (W/m}^3\text{)}$$

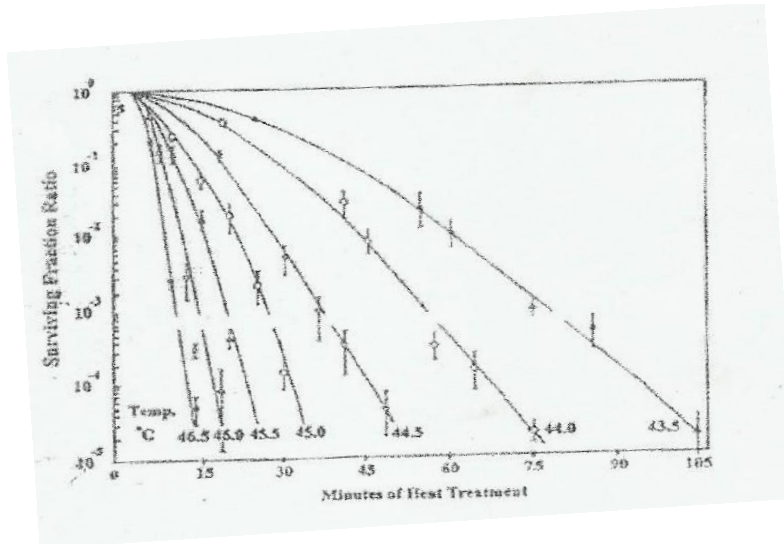
σ = สภาพความนำไฟฟ้าของเนื้อเยื่อ (S/m)

ρ = ความหนาแน่นจำเพาะ (kg/m³)

2.7 พื้นฐานการกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อ

การใช้ความร้อนในการรักษาโรค เป็นการรักษาที่ทำให้อุณหภูมิ ณ บริเวณนั้น สูงขึ้นอยู่ในช่วง 41-46 องศาเซลเซียส เซลล์ที่อยู่บริเวณนั้นๆ จะได้รับผลกระทบ และมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับอุณหภูมิ การใช้ความร้อนในการรักษาโรคมะเร็ง ได้มีการพัฒนาเทคนิค ที่เรียกว่า Hyperthermal cancer therapy ซึ่งมีการเริ่มใช้มาตั้งแต่ปี ค.ศ.1960 โดยการรักษาโรคมะเร็งโดยใช้ความร้อนเป็นรูปแบบการรักษาโรคมะเร็งแบบใหม่ ซึ่งมีพื้นฐาน และหลักการทางชีววิทยาที่สามารถพิสูจน์ ทดลอง และสามารถอธิบายได้ ซึ่งในปัจจุบันการรักษาโรคมะเร็งโดยใช้ความร้อนนี้สามารถรักษาโรคมะเร็งชนิดต่างๆ ได้ทั่วร่างกาย และได้ผลการรักษาที่น่าสนใจ การรักษาโรคมะเร็งด้วยความร้อน อาศัยหลักการให้ความร้อนกับเซลล์มะเร็งอยู่ในช่วง 41-46 องศาเซลเซียส และรักษาระดับของอุณหภูมิไว้ให้คงที่ พื้นฐานของปรากฏการณ์ทางชีววิทยาสำหรับการรักษาโรคมะเร็งด้วยความร้อน จะมีอยู่สองปริมาณที่มีความสำคัญในการรักษา คือ อุณหภูมิ และเวลาในการให้ความร้อน ซึ่งตามรูปที่ 2.1 จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและเวลา ที่ส่งผลต่อปริมาณเซลล์มะเร็งที่รอดตายจากการให้ความร้อน รูปที่ 2.1 เมื่อให้อุณหภูมิสูงแก่เซลล์มะเร็งในช่วงเวลาเริ่มต้นเซลล์มะเร็งจะสูญเสียเป็นจำนวนมาก แต่เมื่อมีการลดอุณหภูมิที่ให้แก่เซลล์มะเร็งผลกระทบที่เกิดขึ้น

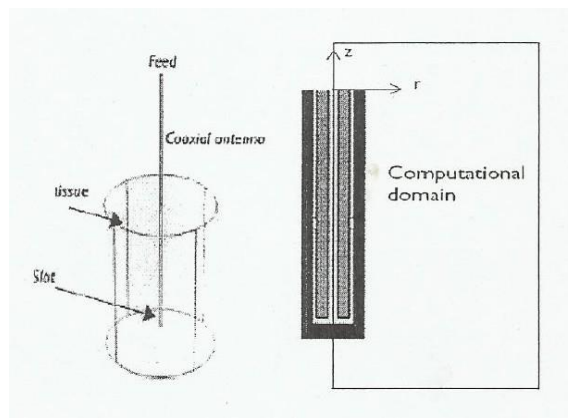
คือ ต้องใช้เวลามากขึ้นเพื่อให้เซลล์มะเร็งตาย ในการเพิ่มอุณหภูมิให้สูงๆ แก่เซลล์ จำนวนเซลล์จะเกิดการสูญเสียมาก และจะทำให้เซลล์ปกติที่อยู่รอบๆ เซลล์มะเร็งได้รับความเสียหายได้เช่นกัน ดังนั้นในการเพิ่มอุณหภูมิให้เหมาะสมนั้นสามารถทำลายเซลล์มะเร็งได้จำนวนมาก และไม่เป็นอันตรายแก่เซลล์ปกติ



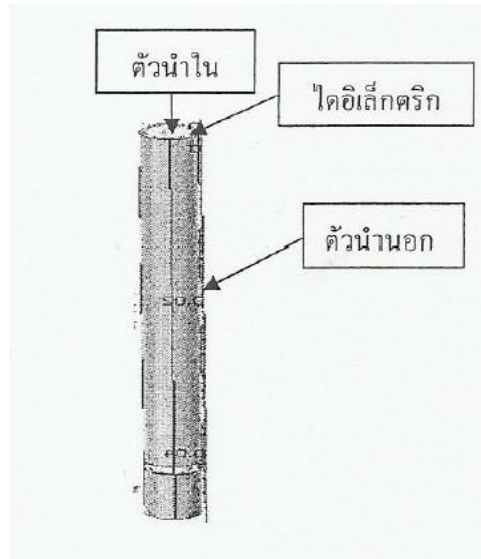
รูปที่ 2.11 กราฟแสดงผลกระทบของอุณหภูมิที่มีต่อเซลล์มะเร็ง

2.8 หลักการของเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในการจำลอง

จากรูปที่ 2.11 เป็นการแสดงให้เห็นถึงแบบจำลองของการรักษาด้วยคลื่นไมโครเวฟโดยใช้สายอากาศแบบโคแอกเซียลแบบสลิต โดยทรงกระบอกกลมแทนเนื้อเยื่อทดสอบโดยสายอากาศโคแอกเซียลถูกแทงเข้าไปในเนื้อเยื่อทดสอบ และสายอากาศจะถูกจ่ายกำลังงานคลื่นไมโครเวฟที่จุดบนตรงส่วนของชั้นฉนวน (Feed) และคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะถูกปล่อยออกมาบริเวณสลิต จากนั้นเนื้อเยื่อจะถูกทำให้เกิดความร้อนซึ่งเป็นไปตามสมการของซาร์ โดยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเดินทางในสายโคแอกเซียลอยู่ในโหมดของ TEM โดยสมมุติว่าคลื่นเป็นคลื่นฮาโมนิกส์แบบเชิงซ้อน



รูปที่ 2.12 แสดงลักษณะของสายอากาศแบบโคแอกเซียลในเนื้อเยื่อทดสอบ

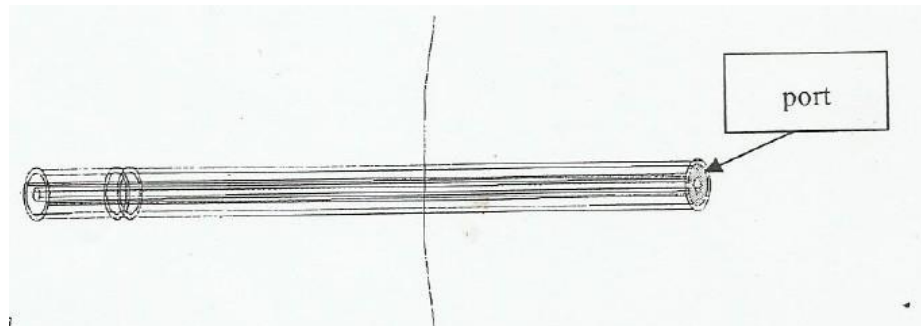


รูปที่ 2.13 แสดงโครงสร้างของสายอากาศแบบสล็อตโคแอกเซียล

สายอากาศโคแอกเซียลจะประกอบไปด้วยชั้นสามชั้นด้วยกันชั้นแรกเป็นชั้นของตัวนำใน ชั้นถัดมาเป็นชั้นของไดอิเล็กตริก และชั้นสุดท้ายเป็นชั้นของตัวนำนอกโดยเมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเดินทางผ่านสายโคแอกเซียลจะมีกระบวนการจะต้องมีการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้กับแบบจำลองโดยตัวอย่างต่อไปนี้จะเป็นการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของสายอากาศแบบหนึ่งสล็อต

2.8.1 เงื่อนไขขอบเขตของพอร์ต (Port)

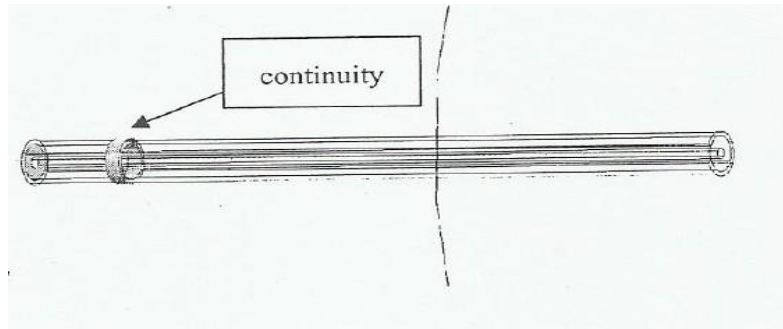
ใช้เงื่อนไขนี้สำหรับใส่ค่ากำลังของคลื่นไมโครเวฟที่จ่ายให้กับสายอากาศโดยกำหนดเป็นค่ากำลังเช่น 5 W. โดยจะจ่ายให้กับชั้นไดอิเล็กตริกตามรูปเนื่องจากคลื่นจะเดินทางในชั้นนี้



รูปที่ 2.14 แสดงจุดจ่ายกำลังงานคลื่นไมโครเวฟให้กับสายอากาศ

2.8.2 เงื่อนไขขอบเขตของความต่อเนื่อง (Continuity)

เงื่อนไขนี้เป็นเงื่อนไขที่เกิดขึ้น โดยธรรมชาติที่แสดงให้เห็นถึงความต่อเนื่องขององค์ประกอบในแนวเส้นสัมผัสของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก



รูปที่ 2.15 แสดงบริเวณที่เป็นขอบเขตต่อเนื่อง

จากรูปบริเวณที่เป็นความต่อเนื่อง (continuity) จะเป็นบริเวณที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านจากตัวกลางหนึ่งไปสู่อีกตัวกลางหนึ่ง

2.8.3 เงื่อนไขขอบเขตของตัวนำ (Perfect Electric Conductor)

เป็นกรณีของเงื่อนไขซึ่งกำหนดให้องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขนานกับผิวตัวนำมีค่าเป็นศูนย์

$$n \times E = 0 \quad (2.93)$$

บทที่ 3

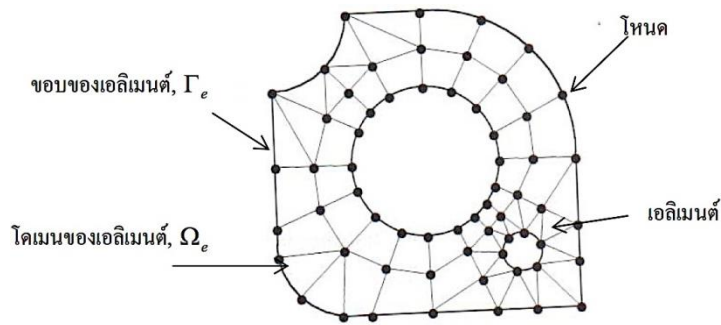
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ไฟต์เอลิเมนต์ในรูปเมตริกซ์สมการพื้นฐานทางด้านแม่เหล็กไฟฟ้า การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่ความถี่สูง และสมการความสัมพันธ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิจากกระบวนการแก้ปัญหาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์ และการประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

3.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) หรือ FEM เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขชนิดหนึ่งสำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ ในการแก้ปัญหาหนึ่งๆ ด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ จะทำการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นเนื้อที่หลายๆ ชิ้นที่เรียกว่าเอลิเมนต์ (Element) รูปแบบที่เที่ยงตรงดังรูปที่ 3.1 ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ปัญหานั้นจะต้องประกอบด้วย สมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมา การหาคาผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution) จะประกอบด้วยค่าต่างๆ เป็นจำนวนอนันต์ ซึ่งเราไม่สามารถหาคาผลเฉลยได้ จึงต้องเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่เป็นอนันต์ให้เป็นจำนวนที่นับได้ (Finite) ทำการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดต่างๆกัน หลักการทางไฟไนต์เอลิเมนต์จะเริ่มจากการพิจารณา เอลิเมนต์ทีละเอลิเมนต์ ทำการสร้างสมการให้แต่ละเอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้นๆ จากนั้นจึงนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นมาประกอบเข้าด้วยกัน รวมเป็นระบบสมการชุดใหญ่ จากนั้น ทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ที่เหมาะสมในสมการชุดใหญ่ แล้วจึงทำการแก้สมการ และจะเกิดผลเฉลยโดยประมาณที่ตำแหน่งต่างๆ ของปัญหานั้น



รูปที่ 3.1 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์และโหนด

กระบวนการวิเคราะห์ปัญหาใดๆโดยทั่วไปด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนหลักๆ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ กระบวนการขั้นตอนแรกนี้ โดยปกติจะใช้เวลามากในทางปฏิบัติ เพราะจำเป็นต้องสร้างรูปร่างของปัญหา Geometry (อย่างถูกต้องขึ้นมาก่อน รูปร่างของปัญหาอาจประกอบด้วยส่วนเว้าส่วนโค้งที่มีความซับซ้อนในขั้นตอนนี้จึงจำเป็นต้องอาศัยความรู้ อันประกอบไปด้วยประสบการณ์เป็นอย่างมาก

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ เอลิเมนต์ย่อยที่แบ่งบนโดเมนของปัญหานั้นอาจเป็นเอลิเมนต์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ หากแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมตัวไม่รู้อค่า (Unknowns) จะอยู่ที่มุมทั้งสามของสามเหลี่ยมนั้น ซึ่งเรียกกันว่าจุดต่อ (Node) การเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์จะสอดคล้องกับลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้อค่าที่สมมติขึ้นบนเอลิเมนต์นั้นๆ เช่นหากเลือกใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบสามจุดต่อที่มุมทั้งสามแล้ว ลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้อค่าบนเอลิเมนต์นั้น จะถูกสมมติให้อยู่ใน รูปแบบของแผนเรียบ เป็นต้น แต่หากเลือกใช้เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมแบบสี่จุดต่อที่มุมทั้งสี่ ลักษณะการกระจาย ของตัวไม่รู้อค่าบนเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมนี้อาจไม่เรียบแต่โค้งไปโค้งมาได้ ดังนั้นการเลือกใช้เอลิเมนต์ชนิดต่างๆกันจึงมีผลโดยตรงกับผลลัพธ์ที่จะคำนวณได้

ขั้นตอนที่ 3 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่วิเคราะห์อยู่นั้นจะถูกเปลี่ยนไปเป็นสมการทางพีชคณิตที่เรียกกันว่า สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่จะถูกสร้างขึ้นสำหรับแต่ละเอลิเมนต์เนื่องจากเอลิเมนต์ต่างมีขนาดไม่เท่ากัน กระบวนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์ เอลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์นั้นนับเป็นหัวใจหลักของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพราะหากมีความเข้าใจในขั้นตอนนี้แล้วก็สามารถประยุกต์ใช้วิธีการ ทำนองเดียวกันนี้ในการแก้ปัญหาชนิดอื่นๆได้

ขั้นตอนที่ 4 การรวมสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เข้าด้วยกันแล้วแก้ระบบสมการใหญ่ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์อยู่ในรูปแบบของสมการทางพีชคณิตซึ่งได้ประดิษฐ์ขึ้นสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ใน ขั้นตอนที่แล้วจำเป็น

นต้องนำมารวมกันอย่างถูกต้องและมีหลักการ การประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แต่ละสมการเข้าด้วยกัน จะก่อให้เกิดระบบสมการขนาดใหญ่ จากนั้นจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตของปัญหานั้นๆ ก่อนแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ชุดนั้นเพื่อหาผลลัพธ์ที่จุดต่อ ซึ่งผลลัพธ์ที่จุดต่อเหล่านี้อาจแทนค่าอุณหภูมิหากเป็นการวิเคราะห์ ปัญหาตามการถ่ายเทความร้อน เป็นต้น

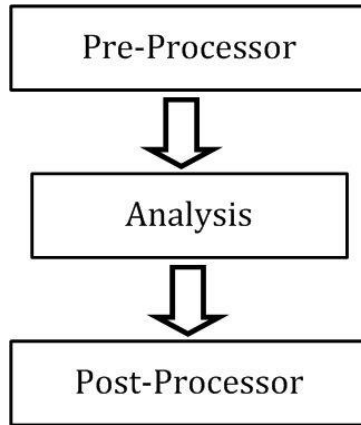
ขั้นตอนที่ 5 การคำนวณหาค่าอื่นๆที่เหลือจากนั้นจึงเป็นการหาค่าอื่นๆที่ต้องการทราบเพื่อที่จะทำให้อุปกรณ์นั้นได้รับการวิเคราะห์โดยสมบูรณ์ เช่น ในการแก

ปัญหาตามความร้อนเมื่อทราบอุณหภูมิตามตำแหน่งต่างๆแล้วก็จะสามารถคำนวณหาปริมาณฟลักซ์ความร้อนที่ไหลผ่านได้

3.3 กระบวนการแก้ปัญหาคอมพิวเตอร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์

การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สิ่งแรกที่เริ่มเรียนรู้การใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรม คือ ขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอนในการใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ได้แก่ ขั้นตอน Pre-Processor, Analysis, Post-Processor

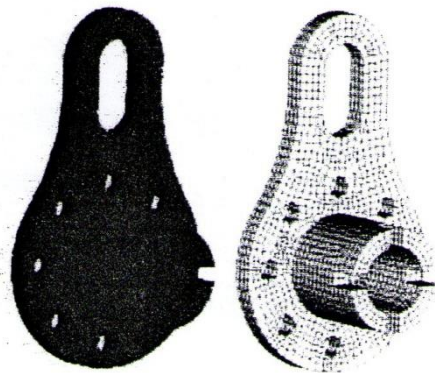
1.Pre-Processor คือการจัดเตรียมข้อมูลเพื่อนำไปวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยเริ่มจากการสร้างรูปแบบจำลองของชิ้นงาน เพื่อจำลองรูปร่างของชิ้นงานที่ต้องการวิเคราะห์ลงในคอมพิวเตอร์โปรแกรม จากนั้นจึงสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Model) โดยแบ่งย่อยรูปร่างของแบบจำลองขนาดใหญ่ให้เป็นเอลิเมนต์ (Element) เล็กๆ คล้ายกับการนำเอาแผ่นกระดาษชิ้นเล็กๆ มาติดลงบนโครงสร้างขนาดใหญ่ เช่น รูปปั้นยักษ์ตามวัดสำคัญๆ ในประเทศไทย ซึ่งทำให้มองเห็นโดยภาพรวมได้ว่าเป็นยักษ์ แต่เมื่อเข้าไปมองใกล้ๆ จะเห็นว่าเป็นกระดาษแผ่นเล็กๆ ที่เรียงต่อกันอย่างเป็นระเบียบ



รูปที่ 3.2 ขั้นตอนในการวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ระเบียบในลักษณะเดียวกันนี้เอง การวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็จะแทนรูปแบบจำลองชิ้นงานที่เราสร้างขึ้นด้วยเอลิเมนต์ขนาดต่างๆ ตามที่เรากำหนด โดยจุดมุมของแต่ละเอลิเมนต์เรียกว่า จุดต่อ (Node) จะเป็นจุดเชื่อมต่อแต่ละเอลิเมนต์เข้าด้วยกัน กลายเป็นรูปร่างตามแบบจำลองที่เราต้องการวิเคราะห์ นอกจากการเตรียมรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วขั้นตอน Pre-Processor ยังรวมถึงการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา (Boundary Conditions) เช่น การกำหนดขอบเขตของรูปแบบจำลองที่ไม่มีเคลื่อนที่ แต่สามารถหมุนรอบตัวเองได้ในแกนใดๆ รวมถึงการกำหนดขนาดและทิศทางของแรงกระทำต่อชิ้นงานที่เราจะทำการวิเคราะห์ เป็นต้น สิ่งที่เราควรจำคือ กำหนดลักษณะปัญหา และเขียนสิ่งที่ต้องทำอย่างคร่าวๆ ให้เรียบร้อยอยู่บนกระดาษเสมอก่อนจะทำในคอมพิวเตอร์ ซึ่งวิธีนี้ใช้ได้ผลดี เพราะทำให้รู้ว่าสิ่งที่เราต้องการคืออะไร เราต้องการทำอะไร และสามารถตรวจสอบได้ทุกขณะที่ตอนนี้เราทำงานถึงขั้นตอนไหน เป็นการป้องกันข้อผิดพลาดของคน (Human Error)

2. **Analysis** คือ การสั่งให้คอมพิวเตอร์โปรแกรมวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งในช่วงแรกผู้เขียนก็เพียงทำความเข้าใจว่าเป็นกระบวนการที่สั่งให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณเพื่อหาคำตอบที่เราต้องการ แต่สิ่งที่ผู้เขียนไม่ค่อยจะให้ความสนใจ คือรายละเอียดขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหา (ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดคำถามอีกมากมายในเวลาต่อมา)



รูปที่ 3.3 รูปแบบจำลองชิ้นงานและรูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

3. Post-Processor เป็นขั้นตอนการแสดงผลการวิเคราะห์ปัญหาที่ผ่านกระบวนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ส่วนมากจะแสดงค่าที่เราสนใจด้วยแถบสีหลายระดับสี เช่น ถ้าเป็นปัญหาที่วิเคราะห์เกี่ยวกับโครงสร้าง สิ่งที่เราสนใจก็คือบริเวณที่เกิดความเค้นสูง ซึ่งบริเวณนั้นก็จะมีสีแดง และค่าความเค้นที่ต่ำลงมาด้วยการเรียงสีจากส้ม สีเหลือง ไปจนถึงสีชมพูที่แสดงค่าความเค้นที่น้อยที่สุด เป็นต้น

เราก็จะได้คำตอบของผลการวิเคราะห์ปัญหาในงานวิศวกรรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรมเข้ามาช่วยในการคำนวณ เริ่มจากการสร้างรูปแบบจำลองของชิ้นงานที่จะวิเคราะห์ แล้วนำรูปแบบจำลองนั้นมาเป็นต้นแบบในการสร้างรูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งการสร้างแบบจำลองมีผลต่อการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างเห็นได้ชัด ดังนั้นการสร้างรูปแบบจำลองให้ได้คุณภาพ เพื่อสามารถนำไปสร้างรูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ดีต่อไป เนื่องจากรูปร่างของแต่ละเอลิเมนต์มีผลต่อการคำนวณวิเคราะห์ปัญหาที่เราสนใจ ก็เหมือนกับการตีแผ่กระจกลงบนตัวอักษรดังได้กล่าวไว้ข้างต้น หรือคล้ายกับการปูกระเบื้องบนพื้นในบริเวณต่างๆ ลักษณะการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ดีจึงไม่ใช่เพียงการกำหนดเอลิเมนต์ที่มีรูปร่างสี่เหลี่ยมด้านเท่าหรือสามเหลี่ยมด้านเท่าเท่านั้น แต่ยังคำนึงถึงการเรียงตัวของแต่ละเอลิเมนต์ที่เป็นระเบียบอีกด้วย

3.3.1 องค์ความรู้ที่จะนำไปสู่ความเข้าใจ

ดังได้กล่าวมาแล้วนั้น องค์ประกอบความรู้ที่จำเป็นในการทำงานด้านการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณทางวิศวกรรม คือ

1. ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ขั้นสูงทางวิศวกรรม
2. ความเข้าใจในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
3. ความเข้าใจในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข
4. ความเข้าใจในขั้นตอนของการคำนวณของคอมพิวเตอร์โปรแกรม
5. ประสบการณ์การใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ และคอมพิวเตอร์โปรแกรม

องค์ความรู้เหล่านี้จะนำเราไปสู่คำตอบของคำถามที่มีมากมายในการเริ่มต้นการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณทางวิศวกรรม นอกจากจะทำให้สามารถนำองค์ความรู้ต่างๆ มาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมได้แล้ว ยังช่วยเราทำนายพฤติกรรมของชิ้นงานที่เราสนใจได้จากหน้าจอคอมพิวเตอร์โดยตรง โดยลดความเสี่ยงและการเสียเวลาสร้างชิ้นงานจริงเพื่อทดสอบดังเช่นในอดีตที่ผ่านมา นอกจากนี้ยังส่งผลไปถึงการตัดแปลงรูปร่างของชิ้นงาน เพื่อให้ได้ซึ่งรูปทรงที่ประหยัดเนื้อวัสดุแต่ยังคงความแข็งแรงในการใช้งานได้เท่าเดิม ซึ่งจะประหยัดทั้งเวลาและค่าใช้จ่าย เมื่อเราได้เรียนรู้และเข้าใจองค์ความรู้ดังกล่าวแล้วสามารถใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรมช่วยในการวิเคราะห์ทางวิศวกรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จะเห็นได้ว่า วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถแสดงรายละเอียดต่างๆ ที่เราไม่สามารถมองเห็นด้วยตา หรือต้องใช้เครื่องวัดราคาแพง ซึ่งทำให้สามารถลดต้นทุนและค่าใช้จ่ายในการออกแบบ โครงสร้างที่

เหมาะสมกับปัญหาต่างๆ ที่ต้องการแก้ปัญหา แล้วแสดงผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แต่ในการคำนวณจำเป็นต้องใช้ประสิทธิภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่สูงมาก

3.4 พื้นฐานสมการทางด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

$$\nabla \times \{H\} = \{J\} + \left\{ \frac{\partial D}{\partial t} \right\} = \{J_s\} + \{J_e\} + \{J_v\} + \left\{ \frac{\partial D}{\partial t} \right\} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \{E\} = - \left\{ \frac{\partial B}{\partial t} \right\} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \{B\} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \{D\} = \rho \quad (3.4)$$

เมื่อ

$\nabla \times$ = ตัวปฏิบัติการเคิร์ล

$\nabla \cdot$ = ตัวปฏิบัติการไดเวอร์เจนซ์

$\{H\}$ = เวกเตอร์ความเข้มข้นของสนามแม่เหล็ก

$\{J\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสรวม

$\{J_s\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของแหล่งกำเนิดกระแส

$\{J_e\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสที่เกิดจากการเหนี่ยวนำ

$\{J_v\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของความหนาแน่นของกระแส

$\{D\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า

$\{E\}$ = เวกเตอร์ความเข้มของสนามไฟฟ้า

$\{B\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก

ρ = ความหนาแน่นของประจุไฟฟ้า

t = เวลา

สมการที่ (3.5) เป็นสมการแสดงหาค่าเวกเตอร์ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก

$$\{B\} = [\mu]\{H\} \quad (3.5)$$

เมื่อ $[\mu]$ = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในรูปแบบเมตริกซ์ (Magnetic Permeability)

เมื่อสมการที่ (3.5) แสดงค่าความซึมซับแม่เหล็กในรูปแบบของเมตริกซ์

$$\{\mu\} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

เมื่อ μ_0 = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในสุญญากาศ

μ_{rx} = ค่าความซึมซับแม่เหล็กสัมพัทธ์ในแนวแกน x

สมการที่ (3.7) แสดงการหาเวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสรวม

$$\{D\} = [\sigma][\{E\}] + \{V\} \times \{B\} \quad (3.7)$$

สมการที่ (3.8) แสดงการหาเวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแส

$$\{D\} = [\sigma][\{E\}] \quad (3.8)$$

เมื่อ

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{rz} \end{bmatrix}$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{rz} \end{bmatrix}$$

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix}$$

σ_{xx} = สภาพการนำไฟฟ้าในแนวแกน x มีหน่วยเป็น S/m

ε_{xx} = สภาพยินยอมทางไฟฟ้าในแนวแกน x มีหน่วยเป็น F/m

3.5 วิเคราะห์สนามแม่เหล็กที่ความถี่สูง

จากสมการ (3.1) และสมการ (3.2) เป็นสมการแมกเวลล์ถ้าพิจารณาในกรณีที่มีสัญญาณฮาร์โมนิก โดยเขียนในรูปของ $e^{j\omega t}$ จะได้เวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าในรูปสมการเฮล์มโฮลตซ์ ดังสมการที่ (3.9)

$$\nabla \times [\bar{\mu}_r^{-1} \cdot (\nabla \times \bar{E})] - k_0^2 \bar{\epsilon}_r \cdot \bar{E} = -j\omega\mu_0 \bar{J}_s \quad (3.9)$$

เมื่อ \bar{E} = เวกเตอร์สนามไฟฟ้า

$\bar{\epsilon}_r$ = ความยินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์

μ_0 = ความซึมซับแม่เหล็กในฟรีสเปซ

$\bar{\mu}_r$ = ความซึมซับแม่เหล็กในวัตถุ

k_0 = จำนวนคลื่น (Vacuum Wave Number)

ω = ค่าความถี่เชิงมุม

\bar{J}_s = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสแหล่งกำเนิด

จากสมการ (3.9) สามารถหาค่าของสนามไฟฟ้าได้จากสมการที่ (3.10) และหาค่าของสนามแม่เหล็กได้จากสมการที่ (3.11)

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^N \bar{W}_i E_i \quad (3.10)$$

$$\bar{H} = \frac{j}{\omega\mu_0} \bar{\mu}_r^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{W}_i E_i \quad (3.11)$$

เมื่อ \bar{E} = เวกเตอร์ความเข้มของสนามไฟฟ้า

\bar{H} = เวกเตอร์ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

E_i = สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแต่ละเอลิเมนต์

\bar{W} = รูปแบบฟังก์ชันเวกเตอร์ของเอลิเมนต์แต่ละแบบ

3.6 สมการความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิจ

ความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับความร้อนที่ใช้ในวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ มีรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์แบบเมตริกซ์ ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (3.12)

$$\begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_c] & [0] \\ [0] & [K_v] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{Q\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\text{เมื่อ } \{Q\} = \{Q^{nd}\} + \{Q^g\} + \{Q^j\} + \{Q^c\}$$

และ $[C]$ = เมตริกซ์ความร้อนจำเพาะ

$\{T\}$ = เอลิเมนต์ของการนำความร้อน

$[K_c]$ = เวกเตอร์อัตราการไหลของความร้อนที่โนดนั้นๆ

$[K_v]$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนภายใน

$\{Q\}$ = ความร้อนรวม

$\{Q^{nd}\}$ = เวกเตอร์อัตราการไหลความร้อนที่โนดนั้นๆ

$\{Q^g\}$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนภายใน

$\{Q^j\}$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนจากสมการต้านทานไฟฟ้า

$\{Q^c\}$ = เวกเตอร์การพาความร้อนที่ผิว

$\{I\}$ = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากการไหลของกระแสที่ไหล

จากสมการที่ (3.12) เป็นสมการที่มีการใช้ลักษณะการคำนวณของเมตริกซ์ที่มีความสัมพันธ์รูปแบบของอุณหภูมิและกระแสไฟฟ้า ฟลักซ์แม่เหล็ก ในสมการค่าของพารามิเตอร์ Q^j เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนจากสมการต้านทานไฟฟ้า ดังสมการที่ (3.13)

$$Q_i = \text{Re} \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [\sigma] \{J_{ii}\} \cdot \{J_{ii}\}^* \right) \quad (3.13)$$

เมื่อ Q^j = ต้านทานไฟฟ้าต่อหน่วยปริมาตร

n = จำนวนเอลิเมนต์ที่อินทิเกรต

$[\sigma]$ = เมตริกซ์ของสภาพความต้านทาน

Re = จำนวนขององค์ประกอบ

$\{J_{ii}\}$ = ความหนาแน่นของกระแสรวมในแต่ละเอลิเมนต์

$\{J_{ii}\}^*$ = คอนจูเกตของความหนาแน่นของกระแสรวมในแต่ละเอลิเมนต์

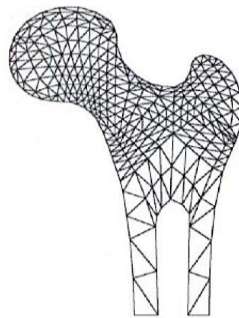
3.7 การประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

ในงานต่างๆ ทางด้านวิศวกรรมโดยปกติแล้วพบว่ามี ความซับซ้อนมาก วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จึงมีบทบาทเป็นอย่างมากในการช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นปัญหาด้านการยึดหยุ่นของ ของแข็ง ปัญหา ด้านการถ่ายเทความร้อน หรือจะเป็นปัญหาด้านการไหลของของไหล เป็นต้น และเมื่อศึกษาถึงภาพรวมและ ประสิทธิภาพของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะพบว่าวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำไปใช้ประยุกต์กับงาน ชนิดต่างๆได้ หากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นกับงานชนิดนั้นๆ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์จาก ประสิทธิภาพของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ควบคู่กันกับวิวัฒนาการทางด้านคอมพิวเตอร์จะทำให้เราสามารถ คำนวณหาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้โดยสะดวกและยังทำให้ลดค่าใช้จ่ายที่จำเป็นต้องใช้สำหรับการทดลองอี กด้วย

การแก้ปัญหาด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ในสมัยแรกๆเริ่มปรากฏให้เห็นในงานทางด้านกลศาสตร์ ของแข็งและโครงสร้างเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถใช้แก้สมการเชิงอนุพันธ์ สำหรับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้การประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ขยาย วงกว้างออกไปในงานที่นอกเหนือไปจากงานทางด้านวิศวกรรม เช่น ในงานทางด้าน การแพทย์ เป็นต้น จาก รูปที่ 3.4 แสดงรูปแบบจำลองของไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้หาการกระจายของความเค้นในกระดูก นอกเหนือจากนั้นวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ยังถูกนำไป

ประยุกต์ใช้กับงานทางด้าน การแพทย์ในรูปแบบอื่นๆ อาทิเช่น การคำนวณหาลักษณะการไหลของเลือดใน เส้นเลือดและหัวใจ รวมทั้งความกดดันที่เกิดขึ้นตามตำแหน่งต่างๆ ในเส้นเลือด เป็นต้น

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์มีส่วนช่วยเป็นอย่างมากในการศึกษาและออกแบบงาน ดานต่างๆไม่ว่าจะเป็นงานทางด้านวิศวกรรมต่างๆหรือแม้แต่ในงานทางด้าน การแพทย์ดังที่กล่าวในข้างต้น ซึ่ง วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะช่วยให้เราสามารถออกแบบงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นและยังรวมถึงช วยลดค่าใช้จ่ายที่จะต้องใช้ในการทดลองอีกด้วย



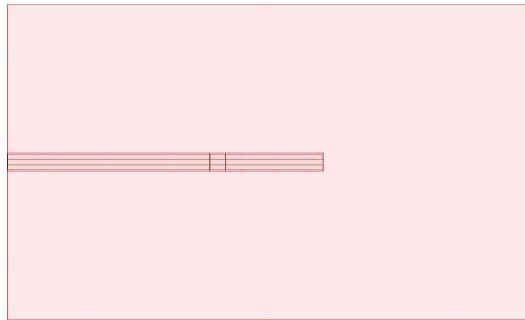
รูปที่ 3.4 รูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของกระดูก

บทที่ 4

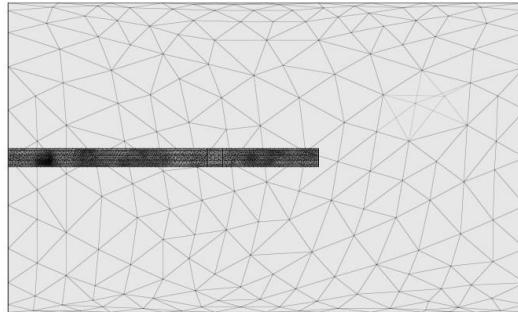
ผลการทดลอง

4.1 แบบจำลองสายอากาศในเนื้อเยื่อปอด

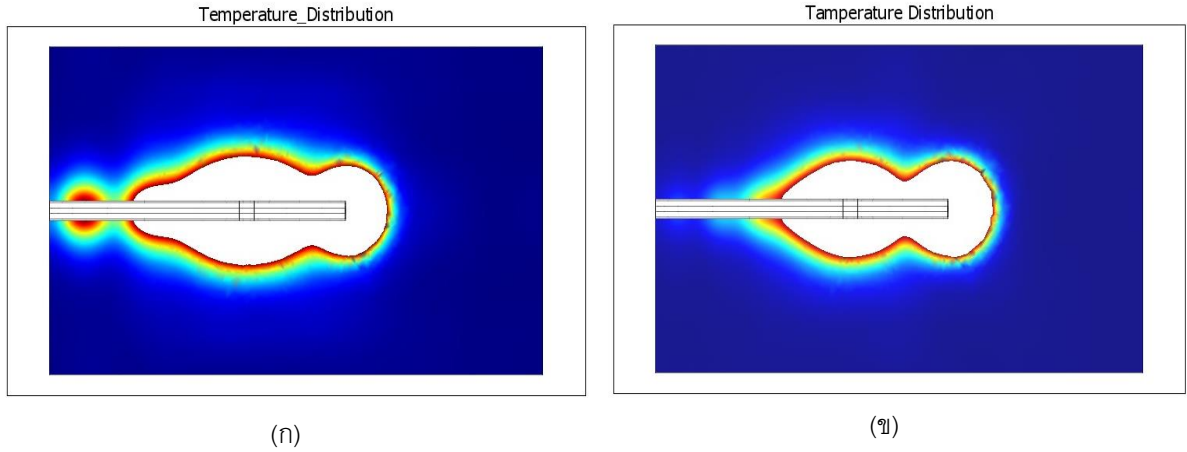
ในการจำลองการทำงานเราใช้การจำลองด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysic (version 3.5) ประกอบด้วย 2 โมดูล คือ Bioheat Equationc และ Electromagnetic Wave



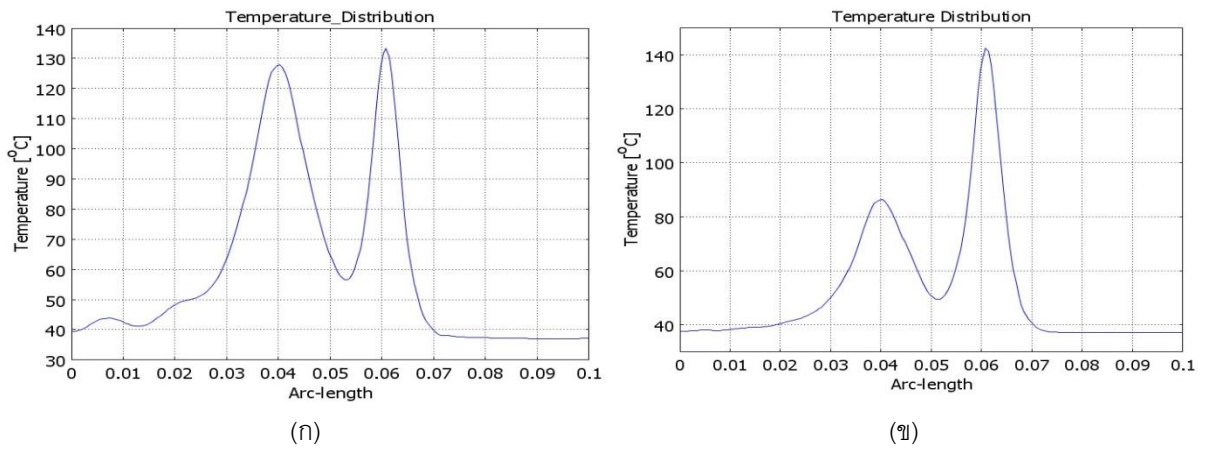
รูปที่ 4.1 แบบจำลองสายอากาศที่สอดในเนื้อเยื่อปอด โดยสายอากาศที่เลือกใช้ในการจำลองเป็นแบบสล็อต



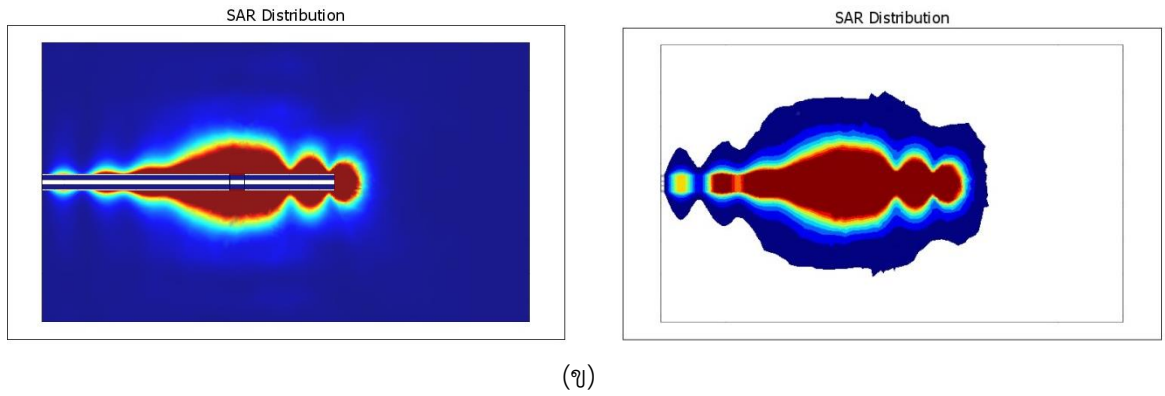
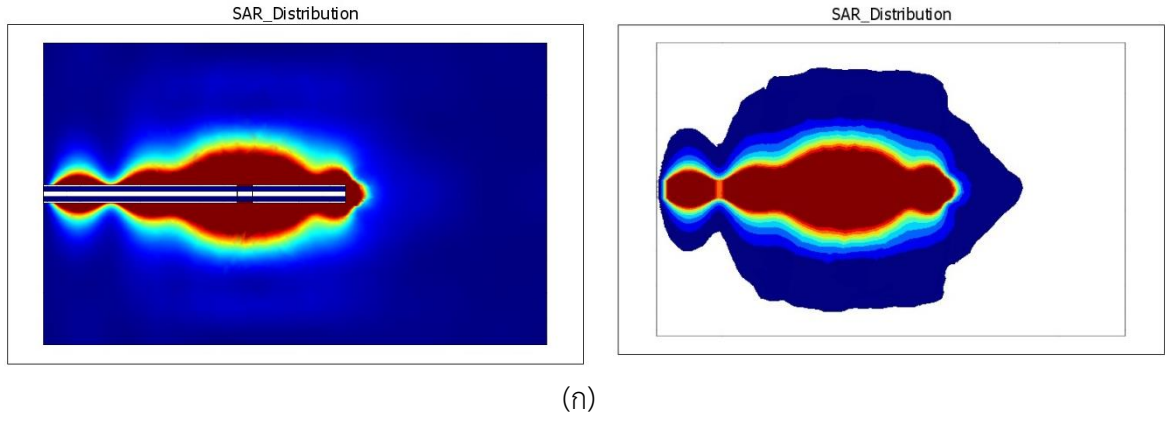
รูปที่ 4.2 แสดงแบบจำลองสายอากาศที่สอดในเนื้อเยื่อปอด โดยการแบ่งแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ



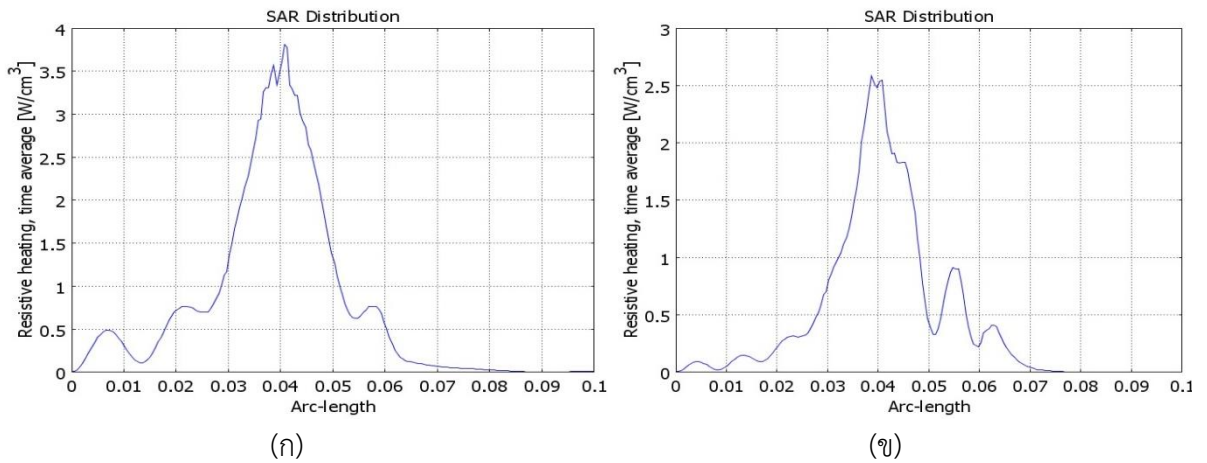
รูปที่ 4.3 (ก) แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิ 50 °C ภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิ 50 °C ภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก



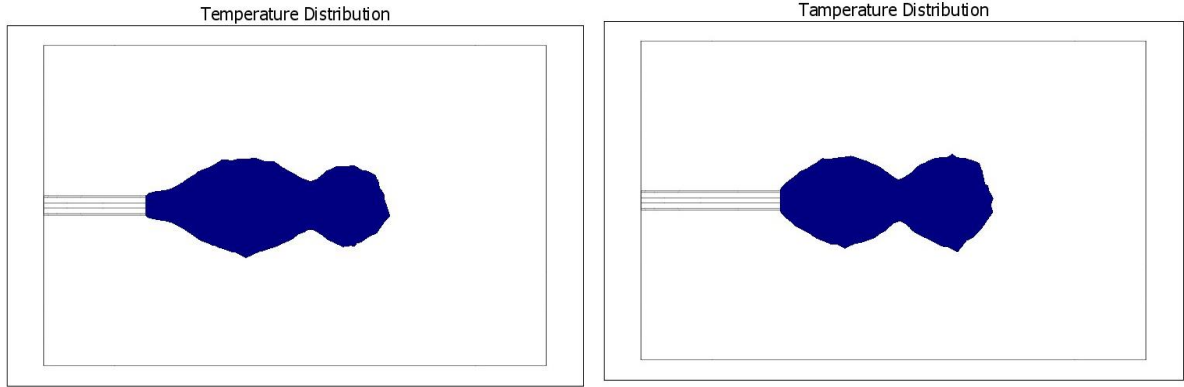
รูปที่ 4.4 (ก) กราฟการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) กราฟการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก



รูปที่ 4.5 (ก) แบบจำลองการกระจายตัวความเข้มของแม่เหล็กไฟฟ้าที่เข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) แบบจำลองการกระจายตัวความเข้มของแม่เหล็กไฟฟ้าที่เข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก



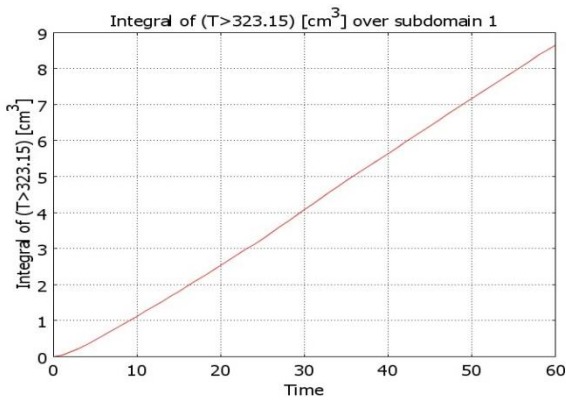
รูปที่ 4.6 (ก) กราฟการกระจายตัวความเข้มของแม่เหล็กไฟฟ้าที่เข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) กราฟการกระจายตัวความเข้มของแม่เหล็กไฟฟ้าที่เข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก



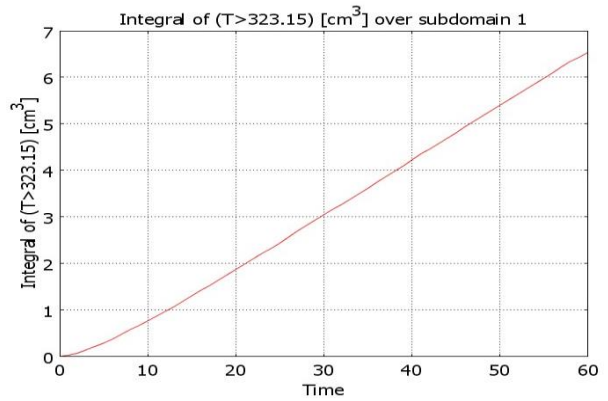
(ก)

(ข)

รูปที่ 4.7 (ก) แสดงปริมาณการทำลายเซลล์มะเร็งที่อุณหภูมิภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) แสดงปริมาณการทำลายเซลล์มะเร็งที่อุณหภูมิภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก

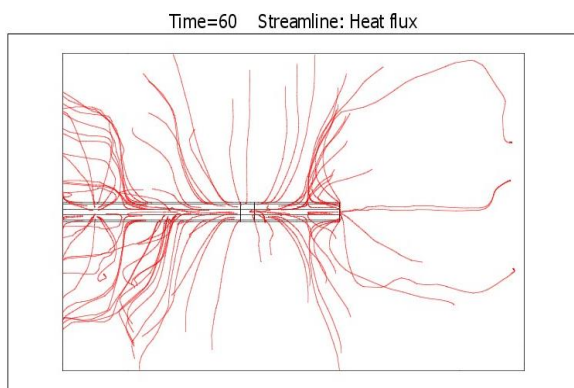


(ก)

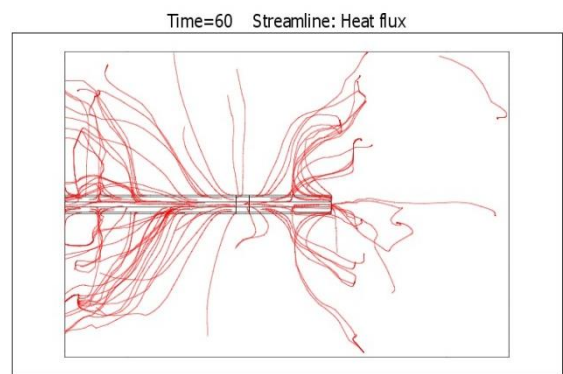


(ข)

รูปที่ 4.8 (ก) กราฟแสดงปริมาณการทำลายเซลล์มะเร็งที่อุณหภูมิ 50 °C เทียบกับเวลา ขณะหายใจเข้า
 (ข) กราฟแสดงปริมาณการทำลายเซลล์มะเร็งที่อุณหภูมิ 50 °C เทียบกับเวลา ขณะหายใจออก

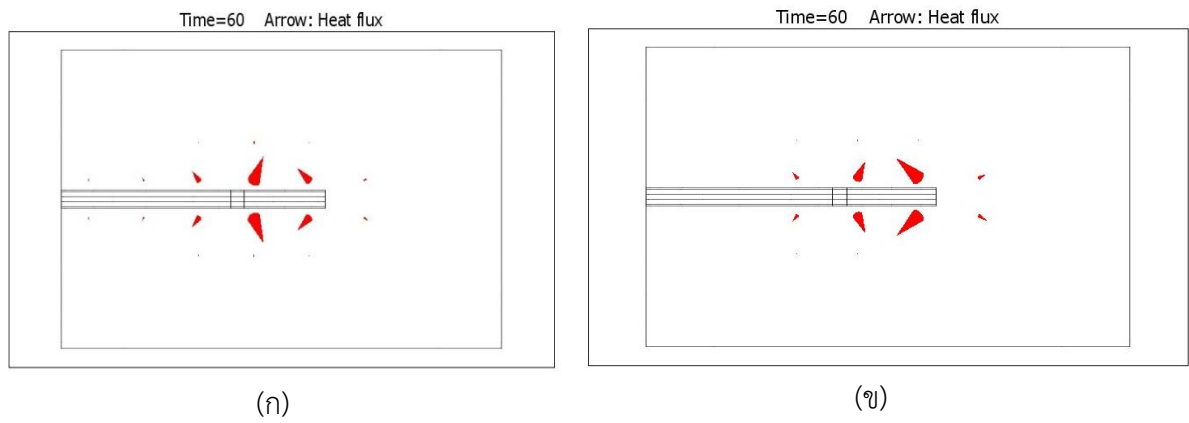


(ก)



(ข)

รูปที่ 4.9 (ก) แบบจำลองแสดงทิศทางการถ่ายเทความร้อนที่ออกจากสายอากาศแบบสล็อตเข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) แบบจำลองแสดงทิศทางการถ่ายเทความร้อนที่ออกจากสายอากาศแบบสล็อตเข้าสู่เนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก



รูปที่ 4.10 (ก) แบบจำลองแสดงทิศทางการถ่ายเทความร้อนภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจเข้า
 (ข) แบบจำลองแสดงทิศทางการถ่ายเทความร้อนภายในเนื้อเยื่อปอดขณะหายใจออก

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง

จากการจำลองการทำงานพบว่าคลื่นความถี่ไมโครเวฟ สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อนำมาทำลายเซลล์มะเร็งที่เกิดขึ้นกับอวัยวะปอดได้ โดยจากผลการจกเลิกการทำงานด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ จะสามารถทราบแพทเทิร์นรูปแบบการทำลายของเนื้อเยื่อปอดในรูปแบบ 3 มิติ ได้ โดยในสถานะของปอด มี 2 สถานะที่ถือว่าเป็นความยุ่งยากของการจำลองการทำงานคือสถานะ หายใจเข้ากับหายใจออก ซึ่งพารามิเตอร์ของการจำลองด้านไดอิเล็กตริก จะมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ฉะนั้นถือว่าปอด เป็นอวัยวะที่มีการทำงานที่ซับซ้อนเป็นอย่างมาก และแนวทางในการพัฒนาต่อไป อาจจะต้องคำนึงถึงการเคลื่อนที่ ที่จำเป็นต้องมีการยึดเกาะ อวัยวะด้วยวัสดุจับยึด โดยที่ไม่ส่งผลต่อการแพร่กระจายคลื่นแต่อย่างใด จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจในการพัฒนาต่อไป