

1.2 วิธีของ Yule-Walker

วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของ Yule-Walker เป็นวิธีประมาณค่าที่อาศัยหลักการทางสถิติที่ใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่างค่าสังเกตในอนุกรมเวลานั้นเอง ถ้ากระบวนการถดถอยบนตัวเอง มีตัวแบบที่ใช้พยากรณ์ คือ สมการ $\hat{y}_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + \dots + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ ในกรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ($\mu = 0$ หรือ $\mu \neq 0$) ขั้นตอนการคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ $\hat{\mathbf{x}}_T$ มีดังนี้

1.2.1 คำนวณหาเมตริกซ์ A_T เมื่อเวลา $T = 15,000$ ดังในสมการที่ (9) ประมาณค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองของกระบวนการ (ρ_k) ด้วยค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองของตัวอย่าง (r_k) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & r_1 & \cdots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & \cdots & r_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\phi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_p \end{bmatrix}$$

และสามารถหาค่าของ r_k ได้กรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (μ) ดังนี้

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{i=k+1}^T (x_i - \mu)(x_{i-k} - \mu)}{\sum_{i=1}^T (x_i - \mu)^2} \quad (34)$$

กรณีที่ไมทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ($\hat{\mu}$) ให้ใช้ $\hat{\mu} = \bar{x}$ แทน และหาค่าของ r_k ได้ดังนี้

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{i=k+1}^T (x_i - \bar{x})(x_{i-k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2}$$

โดยค่า $c_k = \frac{\sum_{i=k+1}^T (x_i - \bar{x})(x_{i-k} - \bar{x})}{n - 1}$ คือค่าความแปรปรวนร่วมในตัวเองของค่าที่ห่างกัน

k ช่วงเวลาที่ได้จากตัวอย่าง

1.2.2 หาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ $\ddot{x}_T$ ด้วยวิธี

1.2.2.1 วิธี recursion ของ Durbin-Levinson

หาค่า $\hat{\phi}_{kk}$ จาก

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{r_k - r_{k-1}\hat{\phi}_{1,k-1} - r_{k-2}\hat{\phi}_{2,k-1} - \dots - r_1\hat{\phi}_{k-1,k-1}}{1 - r_{k-1}\hat{\phi}_{k-1,k-1} - r_{k-2}\hat{\phi}_{k-2,k-1} - \dots - r_1\hat{\phi}_{1,k-1}} \quad (35)$$

นั่นคือ เมื่อ $k = 1$ จะได้

$$\hat{\phi}_{11} = r_1$$

และเมื่อ $k = 2, 3, \dots$ จะได้

$$\hat{\phi}_{k-i,k} = \hat{\phi}_{k-i,k-i} - \hat{\phi}_{k,k}\hat{\phi}_{1,k-i} \quad (36)$$

1.2.2.2 วิธีหาเมตริกซ์ผกผัน และ วิธีการแยกแบบ คิว อาร์

ประมาณค่า ρ_k ด้วย r_k การคำนวณหา r_k เหมือนในสมการที่ (31) และจัดให้อยู่ในรูป $A_T \ddot{x}_T = b_T$ เหมือนในสมการที่ (11) จากนั้นทำการหาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ $\ddot{x}_T$ ซึ่งจะหาคำตอบของระบบสมการได้จากการหาเมตริกซ์ผกผัน (A^{-1}) ดังในสมการที่ (10) การหาเมตริกซ์ผกผันใช้คำสั่งใน MATLAB หรือ หาเมตริกซ์ $Q_T R_T$ ในสมการที่ (11) โดยการหาเมตริกซ์ Q และ R ใช้คำสั่งใน MATLAB เช่นกัน

1.2.3 การปรับปรุงเมื่อมีการเลื่อนเวลา

1.2.3.1 การปรับปรุงเมื่อมีการเลื่อนเวลาในวิธี recursion ของ Durbin-Levinson กรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (μ) โดยจะปรับปรุงค่า r_k ในสมการที่ (30) จะนำค่าสังเกตค่าใหม่เข้ามาแทน เมื่อมีการเลื่อนเวลาจาก T เป็น $T + 1$ แล้วจะหาค่า $r_{k,T+1}$ ได้ดังนี้

นั่นคือ

$$r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T+1}}{c_{0,T+1}} = \frac{c_{k,T} + (x_{i,T+1} - \mu_x)(x_{i-k,T+1} - \mu_x)}{c_{0,T} + (x_{i,T+1} - \mu_x)^2}$$

$$r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T+1}}{c_{0,T+1}} = \frac{\sum_{i=k+1}^{T+1} (x_i - \mu_x)(x_{i+k} - \mu_x)}{\sum_{i=1}^{T+1} (x_i - \mu_x)^2}$$

หลังจากนั้นการคำนวณก็ทำแบบเดิมในหัวข้อ 1.2.2.1 วิธี recursion ของ Durbin-Levinson

1.2.3.2 การปรับปรุงเมตริกซ์ผกผัน และ เมตริกซ์ คิว อาร์

มีวิธีการทำเหมือนในหัวข้อ 1.2.3.1 การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตในการปรับปรุงเมื่อมีการเลื่อนเวลาวิธี recursion ของ Durbin-Levinson ซึ่งเมื่อหาค่า $r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T+1}}{c_{0,T+1}}$ แล้ว จากนั้นทำการหาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ $\hat{x}_T$ ซึ่งจะหาคำตอบของระบบสมการได้จากการหาเมตริกซ์ผกผัน (A^{-1}) ดังในสมการที่ (10) การหาเมตริกซ์ผกผันใช้คำสั่งใน MATLAB หรือ หาเมตริกซ์ $Q_T R_T$ ในสมการที่ (11) โดยการหาเมตริกซ์ Q และ R ใช้คำสั่งใน MATLAB เช่นกัน

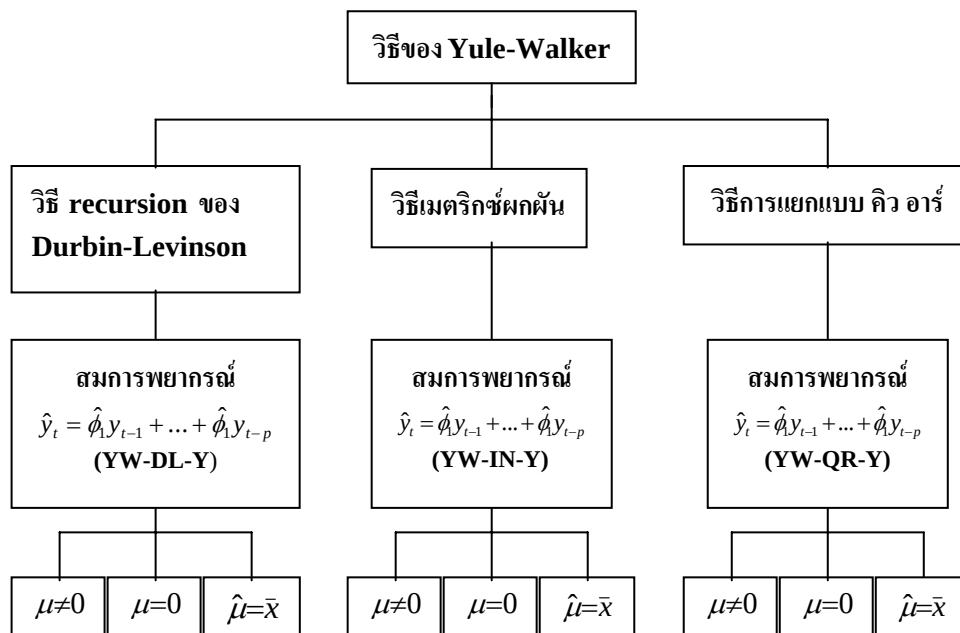
1.2.3.3 วิธี recursion ของ Durbin-Levinson เมื่อมีการเลื่อนเวลากรณีที่ ไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ($\hat{\mu} = \bar{x}$) จะไม่ทำการปรับปรุงเมตริกซ์ แต่จะวนคำนวณซ้ำเหมือนในหัวข้อ 1.2.2.1 ในวิธี recursion ของ Durbin-Levinson ที่กล่าวไปข้างต้นแล้ว

1.2.3.4 วิธีหาเมตริกซ์ผกผัน และ วิธีการแยกแบบ คิว อาร์ เมื่อมีการเลื่อนเวลากรณีที่ ไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ($\hat{\mu} = \bar{x}$) โดยเมื่อมีค่าสังเกตที่ $T+1$ เข้ามา ทำให้ $\bar{x}_t$ เปลี่ยนไปเป็น $\bar{x}_{t+1}$ และถ้า $\nabla = \bar{x}_T - \bar{x}_{T+1}$ จะหา $r_{k,T+1}$ ได้ดังนี้

$$r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T+1}}{c_{0,T+1}}$$

$$r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T} + \left[\sum_{i=1}^T ((x_{i,T} - \bar{x}_T) + (x_{i-k,T} - \bar{x}_T) + \nabla) \nabla \right] + (x_{T+1} - \bar{x}_{T+1})(x_{T+1-k} - \bar{x}_{T+1})}{c_{0,T} + \left[\sum_{i=1}^T (2(x_{i,T} - \bar{x}_T) + \nabla) \nabla \right] + (x_{i,T+1} - \bar{x}_{T+1})^2}$$

จากนั้นทำการหาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ $\hat{x}_T$ ซึ่งจะหาคำตอบของระบบสมการได้จากการหาเมทริกซ์ผกผัน (A^{-1}) ดังในสมการที่ (10) การหาเมทริกซ์ผกผันใช้คำสั่งใน MATLAB หรือ หาเมทริกซ์ $Q_T R_T$ ในสมการที่ (11) โดยการหาเมทริกซ์ Q และ R ใช้คำสั่งใน MATLAB แผนผังวิธีการทำแสดงได้ดังในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แผนผังวิธีทำของการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีของ Yule-Walker ของข้อมูลเดี่ยว

1.3 วิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด (Discounted Least Squares)

ในปี 1962 R.G. Brown ได้พัฒนาวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด และ วิธีการปรับเรียบโดยตรง (direct smoothing) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ