การปรับค่าประมาณของพารามิเตอร์ในกระบวนการถดถอยบนตัวเอง

Updating Parameters in Autoregressive Process

คำนำ

การดำเนินการของอุตสาหกรรมประเภทต่างๆ สิ่งสำคัญและจำเป็นเพื่อให้ธุรกิจและกระบวนการผลิตเป็นไปอย่างราบรื่น คือ การวางแผนการผลิตที่เหมาะสม ซึ่งในการวางแผนสิ่งที่สำคัญคือต้องทราบความต้องการของผลิตภัณฑ์และกำลังการผลิต ดังนั้นในทางอุตสาหกรรมจึงใช้การพยากรณ์เพื่อช่วยลดความเสี่ยงจากความไม่แน่นอนต่างๆ เช่น การพยากรณ์ปริมาณความต้องการสินค้าเพื่อการเตรียมการผลิต ซึ่งในการเตรียมกำลังการผลิตจะเกี่ยวข้องโดยตรงตั้งแต่การออกแบบโรงงาน การจัดเตรียมเครื่องจักรและแรงงาน ตลอดจนถึงการจัดหาวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตอย่างเหมาะสม นอกจากนี้แล้วในขณะทำการผลิต การพยากรณ์ค่าควบคุมในระบบการผลิตเพื่อให้กระบวนการผลิตเป็นไปตามที่กำหนดไว้และทำให้ได้ผลผลิตในระดับคุณภาพที่ต้องการก็เป็นสิ่งสำคัญต่องานอุตสาหกรรมอย่างยิ่ง เพราะการผลิตเชิงอุตสาหกรรมต้องการให้เกิดค่าใช้จ่ายที่ต่ำแต่ได้สินค้าที่มีคุณภาพตามที่กำหนดไว้ อันจะทำให้สินค้านั้นสามารถแข่งขันได้ในเชิงธุรกิจ ซึ่งข้อมูลการผลิตทางอุตสาหกรรมจำนวนมากมีลักษณะเป็นอนุกรมเวลา (time series) คือเป็นข้อมูลค่าสังเกตที่ได้จากช่วงเวลาต่างๆโดยช่วงเวลานี้มักมีขนาดเท่าๆกัน อนุกรมเวลามีหลายลักษณะแล้วแต่สาเหตที่ทำให้อนุกรมเวลานั้นเกิดการเคลื่อนไหว เช่น แนวโน้ม ฤดูกาล วัฏจักร แต่ถ้าอนุกรมเวลาไม่แสดงลักษณะเหล่านี้อย่างเด่นชัด และข้อมูลอนุกรมเวลามีค่าสังเกตที่เกิดขึ้นในเวลาที่ใกล้กันมีความสัมพันธ์กันเองแล้ว การเลือกตัวแบบที่นำมาใช้พยากรณ์จึงควรเป็นตัวแบบที่ใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์นี้ ตัวแบบถดถอยบนตัวเอง (Autoregressive Model) จึงเป็นตัวแบบที่ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในกรณีที่ค่าสังเกตในอนุกรมเวลามีความสัมพันธ์กัน และการที่อนุกรมเวลามีค่าสังเกตค่าใหม่เข้ามาเสมอ จึงต้องมีการปรับค่าประมาณของพารามิเตอร์ในตัวแบบที่ใช้พยากรณ์ทุกครั้งที่มีข้อมูลใหม่เข้ามา ซึ่งจะทำให้ตัวแบบที่ใช้มีความทันสมัยและมีค่าคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ต่ำ

ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นการศึกษาวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลาจากกระบวนการถดถอยบนตัวเอง (Autoregressive Process) โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลาจากกระบวนการถดถอยบนตัวเองที่มีสเตชั่นนารี (stationary) เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตติดต่อกันเป็นเวลานาน ซึ่งข้อมูลที่ศึกษามีสองแบบคือ ข้อมูลที่เป็นค่าเดี่ยว และ

ข้อมูลที่มีค่าเป็นช่วง โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะลดเวลาที่ใช้ในการดำเนินการและความผิดผลาดในการพยากรณ์กระบวนการถดถอยบนตัวเองที่ต้องทำการพยากรณ์ต่อเนื่องกันเป็นเวลานาน

ในการประมาณค่าจะเริ่มจากข้อมูลที่เป็นค่าเดี่ยวก่อน ข้อมูลที่เป็นค่าเดี่ยว คือ ข้อมูลที่ค่าสังเกตเป็นค่าเชิงปริมาณค่าเดียว ณ จุดเวลาหนึ่งๆ ซึ่งในการประมาณค่าจะใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares) วิธีของ Yule-Walker และนำวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด (Discounted Least Squares) มาใช้ด้วย โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นวิธีที่อาศัยหลักของการหาค่าที่เหมาะสม ส่วนวิธีของ Yule-Walker ใช้หลักทางสถิติที่อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างค่าสังเกตในอนุกรมเวลา ส่วนวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลดเป็นวิธีที่ใช้ในกระบวนการถดถอย (Regression Process) ซึ่งนำมาปรับใช้กับกระบวนการถดถอยบนตัวเอง

โดยทั่วไปวิธีกำลังสองน้อยสุดที่นำมาประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบจะใช้ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้เลือกวิธีเมตริกซ์ผกผันและวิธีการแยกแบบ คิว อาร์ เพราะทั้งสองวิธีสามารถใช้หลักการของการปรับปรุงเมตริกซ์ที่ได้จากสมการปกติด้วยวิธี rank one update เมื่อมีค่าสังเกตใหม่เข้ามาในกระบวนการ ซึ่งคาดว่าจะทำให้เวลาที่ใช้ในการดำเนินการของการพยากรณ์ลดลง ส่วนวิธีของ Yule-Walker มักใช้ร่วมกับวิธี recursion ของ Durbin-Levinson ซึ่งต้องคำนวณซ้ำทุกรอบที่มีค่าสังเกตใหม่เข้ามา แต่ในการศึกษาครั้งนี้ได้นำวิธีของ Yule-Walker มาใช้ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยเพราะไม่ต้องการคำนวณซ้ำทุกรอบที่มีค่าสังเกตใหม่เข้ามา ส่วนในวิธีที่สามคือวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลดจะใช้ร่วมกับวิธีปรับเรียบโดยตรงซึ่งการปรับค่าพารามิเตอร์เมื่อมีค่าสังเกตใหม่เข้ามาของวิธีปรับเรียบโดยตรงไม่ต้องมีการปรับปรุงเมตริกซ์ในระบบสมการใหม่ แต่ใช้การปรับเรียบค่าเดิมจากค่าเศษส่วนเหลือ (residual) ของการพยากรณ์รอบที่แล้ว และวิธีนี้ยังให้ความสำคัญกับค่าสังเกตที่อยู่ใกล้กันมากกว่าค่าสังเกตที่อยู่ห่างกันออกไปซึ่งคาดว่าจะทำให้ได้ค่าพยากรณ์ที่ดีขึ้น

นอกจากนี้ยังนำวิธีกำลังสองน้อยสุดและวิธีของ Yule-Walker มาใช้กับข้อมูลค่าสังเกตที่มีค่าเป็นช่วง ข้อมูลที่มีค่าเป็นช่วง คือ ข้อมูลที่ค่าสังเกตเป็นค่าเชิงปริมาณสองค่า ณ จุดเวลาหนึ่งๆ โดยค่าหนึ่งเป็นค่าที่ขอบด้านน้อย และอีกค่าหนึ่งเป็นค่าที่ขอบด้านมาก โดยถ้ามีการนำหลักการของการปรับเมตริกซ์ด้วยวิธี rank one update มาใช้เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากค่าขอบด้านน้อยของช่วงไปยังค่าขอบด้านมากของช่วงซึ่งน่าจะทำให้ลดเวลาและความผิดพลาดในการพยากรณ์ลง

หลังจากนั้นได้นำตัวแบบถดถอยบนตัวเองมาลองใช้ในการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีวัฏจักร (อนุกรมเวลามีการเคลื่อนที่เป็นคลื่นรูปไซน์) และเปรียบเทียบกับวิธีการพยากรณ์แบบแยกส่วนประกอบ (decomposition) เพื่อขยายขอบเขตของการใช้งานตัวแบบถดถอยบนตัวเอง

โดยในการศึกษาครั้งนี้พิจารณาค่าของเวลาที่ใช้ในการดำเนินการ และพิจารณาค่าเศษส่วนเหลือในการพยากรณ์ เมื่อใช้ตัวแบบถดถอยบนตัวเองทำการพยากรณ์ล่วงหน้าหนึ่งช่วงเวลา

วัตถุประสงค์ของการศึกษาวิจัยนี้เพื่อเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการดำเนินและค่าผิดผลาดในการพยากรณ์ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในกระบวนการถดถอยบนตัวเอง เมื่อใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดซึ่งเป็นวิธีการเชิงตัวเลขกับวิธีของ Yule-Walker ซึ่งเป็นวิธีการเชิงสถิติในการประมาณค่าพารามิเตอร์ และเพื่อศึกษาการประยุกต์ใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด กับกระบวนการถดถอยบนตัวเอง นอกจากนี้ยังขยายขอบเขตการใช้งานของตัวแบบถดถอยบนตัวเองที่มีอันดับสูง ไปใช้ในการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีวัฏจักร

ขอบเขตของงานวิจัย คือ ศึกษาการพยากรณ์กระบวนการถดถอยบนตัวเองโดยเปรียบเทียบระหว่างวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์สองวิธี คือวิธีกำลังสองน้อยสุดกับวิธีของ Yule-Walker เมื่อกระบวนการนั้นมีสเตชันนารีที่มีฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองของกระบวนการมีการลดลงแบบเอ็กโปเนนเชียล และไม่ลดลงแบบคลื่นรูปไซน์ ทั้งกรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการและกรณีที่ไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ส่วนค่าสังเกตนั้นพิจารณาทั้งสังเกตที่เป็นค่าเดี่ยว และค่าสังเกตที่มีค่าเป็นช่วง แล้วทำการพยากรณ์กระบวนการถดถอยบนตัวเองล่วงหน้าหนึ่งช่วงเวลาติดต่อกันเป็นเวลานาน (1,000-25,000 ครั้ง) หลังจากนั้นได้ศึกษาการประมาณพารามิเตอร์ในกระบวนการถดถอยบนตัวเองข้างต้นด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด นอกจากนี้ยังทำการศึกษาการนำตัวแบบถดถอยบนตัวเองมาประยุกต์ใช้กับอนุกรมเวลาที่มีเทอมของตรีโกณมิติรวมอยู่ด้วย โดยใช้โปรแกรม MATLAB 7 ในการคำนวณ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ มีดังนี้

1. ทราบค่าเวลาที่ใช้ในการดำเนินการและค่าเศษส่วนเหลือในการพยากรณ์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดกับวิธีของ Yule-Walker ในกระบวนการถดถอยบนตัวเองที่มีสเตชั่นนารี่ที่มีฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองของกระบวนการมีการลดลงแบบเอ็กโปเนนเชียล และไม่ลดลงแบบคลื่นรูป

ไซน์ เมื่อกระบวนการอาจทราบค่าเฉลี่ยหรือไม่ทราบค่าเฉลี่ย โดยทำการพยากรณ์ติดต่อกันเป็นเวลานาน เพื่อพิจารณาเลือกวิธีที่เหมาะสมกับจำนวนครั้งที่พยากรณ์ติดต่อกัน

2. ทราบวิธีการประยุกต์ใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยบนตัวเอง และ ทราบค่าเวลาที่ใช้ในการดำเนินการและเค่าเศษส่วนเหลือในการพยากรณ์ของวิธีนี้ เมื่อกระบวนการถดถอยบนตัวเองมีสเตชั่นนาริ่โดยมีฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองของกระบวนการมีการลดลงแบบเอ็กโปเนนเชียล และไม่ลดลงแบบคลื่นรูปไซน์ โดยที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการหรือไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการก็ได้

3. ทราบวิธีการประยุกต์ของการใช้งานตัวแบบถดถอยบนตัวเองกับอนุกรมเวลาที่มีวัฏจักร โดยใช้ตัวแบบถดถอยบนตัวเองที่มีลำดับสูงมาทำการพยากรณ์ เมื่อทำการพยากรณ์ติดต่อกันเป็นเวลานาน