

แต่อัตราการลดลงของค่าเวลาเฉลี่ยจะน้อยลงเรื่อยๆ ซึ่งเป็นผลเช่นเดียวกับในการใช้สมการพยากรณ์เป็น $\hat{x}_t = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 x_{t-1} + \hat{\phi}_2 x_{t-2} + \dots + \hat{\phi}_p x_{t-p}$ ส่วนในวิธีของ Yule-Walker ช่วงที่จำนวนครั้งที่พยากรณ์ไม่เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยลดลงเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น ซึ่งการที่ช่วงที่ข้อมูลเพิ่มขึ้นแต่ยังไม่มากนัก ค่าเวลาเฉลี่ยมีค่าลดลง คาดว่าในการปรับเลือนค่าโดยวิธี rank one update หรือแม้แต่การปรับเลือนค่าในวิธี recursion ของ Durbin-Levinson นั้นใช้เวลาคำนวณต่อรอบน้อยมาก เมื่อนำเวลาดำเนินงานมาเฉลี่ยรวมทั้งหมดจึงมีค่าลดลง แต่เมื่อมีการเลือนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตไปหลายๆจนทำให้มีจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นอย่างมากมาในการคำนวณก็จึงทำให้เวลาเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการว่า $\mu \neq 0$ พบว่าในวิธีกำลังสองน้อยสุด ช่วงที่จำนวนครั้งที่พยากรณ์ไม่เกิน 10,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยลดลงเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เกิน 10,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น ส่วนในวิธีของ Yule-Walker ช่วงที่จำนวนครั้งที่พยากรณ์ไม่เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยลดลงเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้นซึ่งก็เนื่องจากการเลือนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตก็คือมีจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นในการคำนวณ ซึ่งเหตุผลก็เป็นไปในทำนองเดียวกับในกรณีที่ $\mu = 0$

เมื่อไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ใช้ $\hat{\mu} = \bar{x}$ พบว่าในวิธีกำลังสองน้อยสุด ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น และในวิธีของ Yule-Walker ก็ให้ผลเช่นเดียวกันคือ ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น ซึ่งก็เนื่องจากการเลือนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตก็คือมีจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นในการคำนวณและมีปริมาณการคำนวณเพิ่มขึ้นมากกว่ากรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ เนื่องจากต้องปรับปรุงข้อมูลที่ใช้ทุกรอบเพราะ \bar{x} มีค่าเปลี่ยนไป

2.9 ค่าเฉลี่ยเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของการพยากรณ์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด จะมากกว่า วิธีกำลังสองน้อยสุดในทุกลำดับ (order) แต่ถ้าเปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด กับ วิธีของ Yule-Walker เมื่อ $\mu = 0$ และเมื่อ $\mu \neq 0$ ขณะที่กระบวนการมีลำดับน้อยๆ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วง

น้ำหนักแบบมีส่วนลดจะมีค่าเฉลี่ยเวลามากกว่า แต่เมื่อกระบวนการมีลำดับเพิ่มขึ้น การใช้วิธีกำลังสองน้อย

สุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลดจะใช้เวลาเฉลี่ยน้อยกว่าวิธีของ Yule-Walker

เมื่อทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการว่า $\mu = 0$ หรือ $\mu \neq 0$ พบว่าในวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักแบบมีส่วนลด ช่วงที่จำนวนครั้งที่พยากรณ์ไม่เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยลดลงเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เกิน 5,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น ซึ่งการที่ช่วงที่มีข้อมูลเพิ่มขึ้นแต่ยังไม่มากนัก ค่าเวลาเฉลี่ยมีค่าลดลง คาดว่าในการปรับเลื่อนค่าโดยวิธีปรับเรียบโดยตรง นั้นใช้เวลาในการปรับปรุงค่าน้อยมาก เมื่อนำเวลาดำเนินการมาเฉลี่ยรวมทั้งหมดจึงมีค่าลดลง แต่เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตไปมาเรื่อยๆ ทำให้มีจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นอย่างมากในการคำนวณ ก็จึงทำให้เวลาเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อไม่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการก็ใช้สมการพยากรณ์เป็นสมการ $\hat{x}_t = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 x_{t-1} + \hat{\phi}_2 x_{t-2} + \dots + \hat{\phi}_p x_{t-p}$ ซึ่งช่วงที่จำนวนครั้งที่พยากรณ์ไม่เกิน 20,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยลดลงเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เกิน 20,000 ครั้ง ค่าเวลาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนครั้งที่พยากรณ์เพิ่มขึ้น ซึ่งให้ผลเช่นเดียวกับกรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

2.10 ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองจากการพยากรณ์ในการประมาณ

ค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดหรือวิธี Yule-Walker พบว่ามีค่าใกล้เคียงกันมาก หรือบางวิธีก็มีค่าเท่ากัน จึงทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองในการประมาณค่าทั้งสองวิธีว่ามีค่าแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งได้ผลดังในตารางที่ 10 พบว่าค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือมีค่าไม่แตกต่างกัน แต่ในการพยากรณ์จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบมีการถ่วงน้ำหนักนั้นมีค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองสูงกว่าสองวิธีแรก

2.11 วิธี Yule-Walker ร่วมกับวิธี recursion ของ Durbin-Levinson เมื่อ $\mu = 0$ และเมื่อ $\mu \neq 0$ ขณะที่ตัวแบบมีลำดับ (order) สูงๆ พบว่า ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองจากการพยากรณ์มีค่าน้อยกว่า วิธี Yule-Walker ร่วมกับวิธีเมตริกซ์ผกผัน หรือ วิธี คิว อาร์

แต่จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองมีค่าแตกต่างกันหรือไม่ พบว่าค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองมีค่าไม่แตกต่างกันดังแสดงในตารางที่ 10 และตารางที่ 12 แสดงว่าการหาค่าในเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ x ของระบบสมการ $A\ddot{x} = b$ ในสมการของ Yule-Walker จะใช้ได้ดีเทียบเท่ากับวิธี recursion ของ Durbin-Levinson

ตารางที่ 10 ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองจากการพยากรณ์ด้วยตัวแบบ AR(5) เมื่อใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีของ Yule-Walker และวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนัก เพื่อพยากรณ์ไปข้างหน้าทีละหนึ่งช่วงเวลา แต่พยากรณ์ติดต่อกันเป็นเวลานาน

| ตัวแบบ AR(5) | ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสอง | | | | |
|---|-------------------------------------|-----------|--------------|-----------------------|----------|
| | จำนวนครั้งที่พยากรณ์ | $\mu = 0$ | $\mu \neq 0$ | $\hat{\mu} = \bar{x}$ | ϕ_0 |
| วิธีกำลังสองน้อยสุด ร่วมกับวิธีเมตริกซ์ ผกผัน | 1,000 | 15.80 | 15.80 | 15.80 | 15.80 |
| | 5,000 | 14.70 | 14.70 | 14.70 | 14.70 |
| | 10,000 | 14.60 | 14.70 | 14.60 | 14.60 |
| | 15,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | 14.60 |
| | 20,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | 14.60 |
| | 25,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | 14.60 |
| วิธีของ Yule-Walker ร่วมกับวิธี recursion ของ Durbin-Levinson | 1,000 | 15.80 | 15.80 | 15.80 | - |
| | 5,000 | 14.70 | 14.70 | 14.70 | - |
| | 10,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 15,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 20,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 25,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| วิธีของ Yule-Walker ร่วมกับวิธีเมตริกซ์ ผกผัน | 1,000 | 15.80 | 15.80 | 15.80 | - |
| | 5,000 | 14.70 | 14.70 | 14.70 | - |
| | 10,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 15,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 20,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| | 25,000 | 14.60 | 14.60 | 14.60 | - |
| วิธีกำลังสองน้อยสุด ที่มีการถ่วงน้ำหนัก | 1,000 | 30.80 | 42.00 | - | 42.10 |
| | 5,000 | 29.50 | 55.40 | - | 55.40 |
| | 10,000 | 31.10 | 60.50 | - | 60.50 |
| | 15,000 | 31.00 | 60.50 | - | 60.50 |

| | | | | | |
|---------------------|--------|-------|-------|---|-------|
| แบบมีส่วนลดร่วมกับ | 20,000 | 30.70 | 60.40 | - | 60.30 |
| วิธีปรับเรียบโดยตรง | 25,000 | 30.80 | 61.80 | - | 61.30 |

2.12 ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองจากการพยากรณ์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบมีการถ่วงน้ำหนักจะมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธี Yule-Walker แต่เมื่อลำดับมีค่าสูงขึ้น การลดลงของค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือกำลังสองของวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบมีการถ่วงน้ำหนักจะมีความเร็วมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด และ วิธี Yule-Walker ซึ่งคาดว่าเนื่องจากการลดลงของค่าความแปรปรวนของค่าสังเกต

ในการเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือจากการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่างๆ เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีเงื่อนไขอันเดียวกัน ได้ทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของค่าเศษส่วนเหลือ โดยเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการถดถอยบนตัวเองไม่เท่ากับศูนย์ กำหนดให้

วิธีการประมาณค่าแบบ LS-IN-Y เป็นทริตเมนต์ที่ 1

วิธีการประมาณค่าแบบ LS-QR-Y เป็นทริตเมนต์ที่ 2

วิธีการประมาณค่าแบบ YW-DL-Y เป็นทริตเมนต์ที่ 3

วิธีการประมาณค่าแบบ YW-IN-Y เป็นทริตเมนต์ที่ 4

วิธีการประมาณค่าแบบ YW-QR-Y เป็นทริตเมนต์ที่ 5

การทดสอบสมมติฐานของข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าความแปรปรวนของค่าเศษส่วนเหลือ ทำโดยใช้ค่าสถิติ levene ได้ค่าดังในตารางผนวกที่ ข1 ซึ่งพบว่า

ตารางที่ 11 ผลการวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างของค่าเศษส่วนเหลือจากการพยากรณ์ เมื่อทราบว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการถดถอยบนตัวเองไม่เท่ากับศูนย์

| Analysis of Variance | | | | | |
|----------------------|-----|--------|--------|------|-------|
| Source | DF | SS | MS | F | P |
| Factor | 4 | 0.0320 | 0.0080 | 0.67 | 0.617 |
| Error | 120 | 1.4417 | 0.0120 | | |
| Total | 124 | 1.4736 | | | |

| Individual 95% CIs For Mean | | | |
|-----------------------------|----|---------|--------|
| Based on Pooled StDev | | | |
| Level | N | Mean | StDev |
| LS-IN-Y | 25 | -0.0202 | 0.1051 |
| LS-QR-Y | 25 | 0.0099 | 0.1174 |
| YW-DL-Y | 25 | 0.0251 | 0.0879 |

| | | | | |
|----------------|----|---------|--------|---|
| YW-IN-Y | 25 | -0.0120 | 0.1187 | (-----*-----) |
| YW-QR-Y | 25 | 0.0015 | 0.1159 | (-----*-----) |
| Pooled StDev = | | 0.1096 | | -----+-----+-----+-----+ |
| | | | | -0.040 0.000 0.040 0.080 |
