โดยข้อมูลที่ใช้นั้นสร้างจาก อนุกรมเวลา sin 60 (คือหนึ่งวัฏจักรของไซน์แบ่งเป็น 60 ช่วงเวลา) อนุกรมเวลา sin-cos 60 อนุกรมเวลา sin 80 และอนุกรมเวลา sin 100 แผนผังวิธีการทำแสดงได้ดังในภาพที่ 4

3. กรณีข้อมูลเป็นช่วง

เมื่อค่าสังเกตมีค่าเป็นช่วงจะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีต่อไปนี้

1. วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares)
2. วิธีของ Yule-Walker

เนื่องจากทั้งสองวิธีนี้ให้ผลดีเมื่อใช้กับกรณีข้อมูลเดี่ยว

3.1 วิธีกำลังสองน้อยสุด

เมื่อใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดร่วมกับวิธีเมติกซ์ผกผัน หรือวิธีการแยกแบบ คิว อาร์ เมื่อค่าสังเกตมีค่าเป็นช่วงมีวิธีทำดังนี้

3.1.1 เมื่อใช้สมการ $x_t = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 x_{t-1} + \hat{\phi}_2 x_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p x_{t-p}$ ในการพยากรณ์จะมีวิธีทำในทำนองเดียวกับข้อ 1.1.1 ในวิธีกำลังสองน้อยสุดเมื่อค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยวที่กล่าวไปแล้ว แต่มีการปรับปรุงเมตริกซ์ในสองขั้นตอนคือ การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก ซึ่งการปรับปรุงเมตริกซ์มีวิธีทำดังนี้

3.1.1.1 การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตจะทำเหมือนในวิธีเมตริกซ์ผกผัน และวิธีการแยกแบบ คิว อาร์ ในข้อ 1.1.1.3 ของวิธีกำลังสองน้อยสุดที่เมื่อค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยว การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตจะมีการปรับปรุงเมตริกซ์หนึ่งรอบด้วยเมตริกซ์ของค่าใหม่ดังสมการ $A_{T+1} = A_T + u_{T+1} v'_{T+1}$

3.1.1.2 การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก

ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก ในวิธีเมตริกซ์ผกผัน และ วิธีการแยกแบบ คิว อาร์ ใช้วิธีเดียวกับการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต ในข้อ 1.1.1.3 ของวิธีกำลังสองน้อยสุดเมื่อค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยว

ในการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และ เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก เมื่อใช้สมการ $\hat{x}_t = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 x_{t-1} + \hat{\phi}_2 x_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p x_{t-p}$ ในการพยากรณ์ทำการเปรียบเทียบกันห้าวิธีดังนี้

วิธี LS-IN-X1 หรือ LS-QR-X1: คำนวณเมตริกซ์ขอบด้านค่าน้อย แยกกับขอบด้านค่ามาก โดยไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์จากขอบด้านค่าน้อยไปขอบด้านค่ามาก และไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-X2 หรือ LS-QR-X2: คำนวณเมตริกซ์ขอบด้านค่าน้อยแยกกับขอบด้านค่ามาก โดยไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์จากขอบด้านค่าน้อยไปขอบด้านค่ามาก แต่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-X3.1 หรือ LS-QR-X3.1: คำนวณเมตริกซ์ที่ขอบด้านค่าน้อย (A_l) แล้วมีการปรับปรุง (update) เมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามากด้วยค่าผลต่างระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก $(A_u = A_l + \sum_{i=1}^{T} u_i v_i')$ และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-X3.2 หรือ LS-QR-X3.2: คำนวณเมตริกซ์ค่าขอบด้านค่าน้อย (A_l) จากนั้นคำนวณเมตริกซ์ของผลต่างระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก (A_∇) แล้วหาค่าขอบด้านค่ามากจากผลบวก ระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับค่าผลต่าง $(A_u = A_l + A_\nabla)$ และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-X3.3 หรือ LS-QR-X3.3: คำนวณเมตริกซ์ค่าเฉลี่ยระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก (A_m) และคำนวณเมตริกซ์ของค่าครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก $(A_{\nabla/2})$ แล้วมีการคำนวณค่าเมตริกซ์ขอบด้านค่าน้อย ด้วยผลต่างระหว่างเมตริกซ์ค่าเฉลี่ยกับเมตริกซ์ของค่าครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก $(A_m - A_{\nabla/2})$ และหาค่าเมตริกซ์ขอบด้านค่ามาก ด้วยผลบวกระหว่างเมตริกซ์ค่าเฉลี่ยกับเมตริกซ์ของค่าครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก $(A_m + A_{\nabla/2})$ แล้วทำการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

3.1.2 เมื่อใช้สมการ $y_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ ในการพยากรณ์จะมีวิธีทำในทำนองเดียวกับข้อ 1.1.2 ในวิธีกำลังสองน้อยสุดที่ค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยว ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1.2.1 การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตจะเหมือนในวิธีเมตริกซ์ผกผัน และวิธีการแยกแบบ คิว อาร์ ในข้อ 1.1.2 ของวิธีกำลังสองน้อยสุดที่มีค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยว การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตจะมีการปรับเมตริกซ์ n+1 รอบ ดังสมการ $A_{T+1} = A_T + \sum_{i=1}^{n+1} u_{i,T+1} v'_{i,T+1}$ เมื่อ n คือ จำนวนคอลัมน์ในเมตริกซ์ A_{T+1} ดังนั้นเวลาปรับปรุงค่าเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่า สังเกตจะทำ n+1 รอบ (คือปรับปรุงค่าเมตริกซ์จำนวน n รอบ จากเมตริกซ์ $u_{i,T+1} v'_{i,T+1}$ เมื่อ i =1,..,n เป็นเมตริกซ์ที่ใช้ปรับปรุงค่าของสมาชิกใน A_T ที่เกิดจากการเปลี่ยนค่า $\bar{x}$ และอีก 1 รอบเป็นการปรับปรุงค่าเมตริกซ์ ของค่าสังเกตค่าใหม่เข้ามา คือเมื่อ i = n+1 เมตริกซ์ $u_{T+1} v'_{T+1}$ คือเมตริกซ์ของค่าสังเกตค่าใหม่ที่เข้ามาใน A_T)

3.1.2.2 การปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปเป็นค่าขอบด้านค่ามาก

ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปเป็นค่าขอบด้านค่ามาก ในวิธีเมตริกซ์ผกผัน และ วิธีการแยกแบบ คิว อาร์ ใช้วิธีเดียวกับการ

ปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต ในข้อ 1.1.2 ของวิธีกำลังสองน้อยสุดที่ค่าสังเกตเป็นข้อมูลเดี่ยว

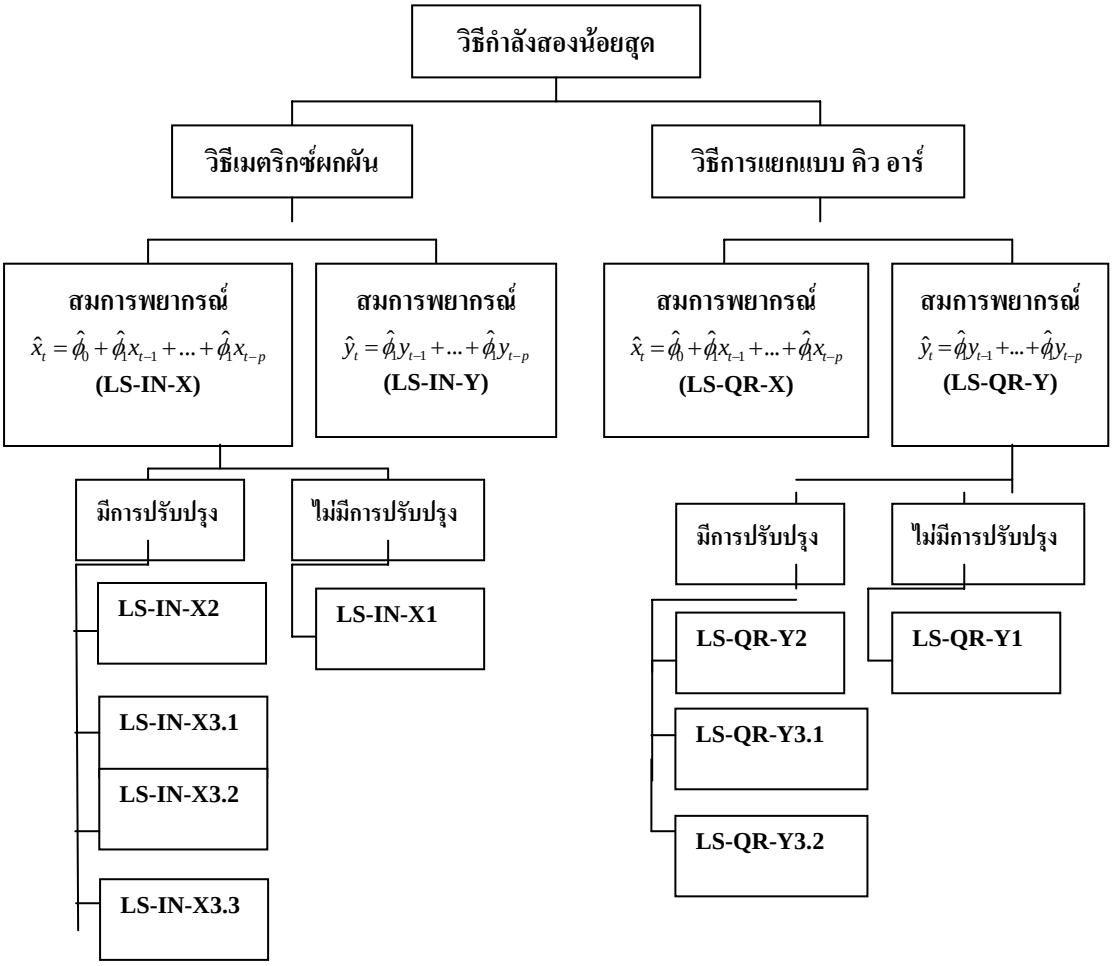
ในการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกตและ เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านต่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามากเมื่อใช้สมการ $\hat{y}_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ ในการพยากรณ์ทำการเปรียบเทียบกันสามวิธีดังนี้

วิธี LS-IN-Y1 หรือ LS-QR-Y1: คำนวณเมตริกซ์ค่าขอบด้านค่าน้อยแยกกับขอบด้านค่ามาก โดยไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์จากขอบด้านค่าน้อยไปขอบด้านค่ามาก และไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-Y2 หรือ LS-QR-Y2: คำนวณเมตริกซ์ค่าขอบด้านค่าน้อย (A_l) แยกกับขอบด้านค่ามาก (A_u) โดยไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์จากขอบด้านค่าน้อยไปขอบด้านค่ามาก แต่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-Y3.1 หรือ LS-QR-Y3.1: คำนวณเมตริกซ์ค่าขอบด้านค่าน้อย (A_l) แล้วมีการปรับปรุง (update) เมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนจากขอบด้านค่าน้อยไปขอบด้านค่ามากด้วยค่าผลต่างระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก $(A_u = A_l + \sum_{i=1}^{T} u_i v_i')$ และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต

วิธี LS-IN-Y3.2 หรือ LS-QR-Y3.2: คำนวณเมตริกซ์ค่าขอบด้านค่าน้อย (A_l) จากนั้นคำนวณเมตริกซ์ของผลต่างระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับขอบด้านค่ามาก (A_∇) แล้วหาค่าขอบด้านค่ามากจากผลบวก ระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับค่าผลต่างระหว่างค่าขอบด้านค่าน้อยกับค่ามาก $(A_u = A_l + A_\nabla)$ และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต



<u>ภาพที่ 5</u> แผนผังวิธีทำของการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของข้อมูลเป็นช่วง

3.2 วิธีของ Yule-Walker

จะทำเช่นเดียวกับที่ใช้กับข้อมูลเดี่ยว คือ กระบวนการถดถอยบนตัวเอง มีตัวแบบที่ใช้พยากรณ์เป็นดังสมการ $\hat{y}_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ กรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยกระบวนการ $(\mu = 0$ และ $\mu \neq 0)$ จะมีขั้นตอนการคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ในเวกเตอร์ x_T เหมือนในหัวข้อ 1.2.2 ในวิธีของ Yule-Walker ส่วนการปรับปรุงเมื่อมีการเลื่อนเวลาก็ทำเช่นเดียวกับในข้อ 1.2.3 ในหัวข้อดังกล่าว และกรณีที่ข้อมูลเป็นช่วงนี้ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์จากค่าขอบด้านค่าน้อยไปเป็นค่าขอบด้านค่ามากจะทำคล้ายกับการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนเวลาโดย

3.2.1 ถ้ามีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปเป็นค่าขอบด้านค่ามาก ในวิธี recursion ของ Durbin-Levinson กรณีที่ทราบค่า μ ทำดังนี้

หาค่า $$r_{k,T,u} = \frac{c_{k,T,u}}{c_{0,T,u}}$$

โดยที่

$$\frac{c_{k,T,u}}{c_{0,T,u}} = \frac{c_{k,T,l} + \sum_{i=1}^{T}\left[\Delta_{\bar{x}} - (x_{i,T,l} - \bar{x}_l) - (x_{i-k,T,l} - \bar{x}_l) - \Delta_{x,i} - \Delta_{x,i-k})\Delta_{\bar{x}}\right] + ((x_{i,T,l} - \bar{x}_l)\Delta_{x,i-k}) + ((x_{i,T,l} - \bar{x}_l)\Delta_{x,i-k}) + \Delta_{x,i}\Delta_{x,i-k}}{c_{0,T,l} + \sum_{i=1}^{T}\left[\Delta_{\bar{x}} - 2(x_{i,T,l} - \bar{x}_l) - 2\Delta_{x,i})\Delta_{\bar{x}}\right] + (2(x_{i,T,l} - \bar{x}_l)\Delta_{x,i}) + \Delta_{x,i}^2)}$$

หลังจากนั้นการคำนวณก็ทำแบบเดิมในหัวข้อ 1.2.2 วิธี recursion ของ Durbin-Levinsonในกรณีที่เป็นข้อมูลเดี่ยว

เมื่อใช้สมการ $y_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ ในการพยากรณ์ด้วยวิธีของ Yule-Walker ร่วมกับวิธี recursion ของ Durbin-Levinson ทำการเปรียบเทียบกันสามวิธีดังนี้

วิธี YW- DL-Y1: ไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์ทั้งเมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และเมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก

วิธี YW- DL-Y2: มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต แต่ไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปยังขอบด้านค่ามาก

วิธี YW-DL-Y3: มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านค่าน้อยไปเป็นค่าขอบด้านค่ามาก

3.2.2 การปรับปรุงเมตริกซ์ผกผัน และ เมตริกซ์ คิว อาร์

ทำเหมือนในหัวข้อ 1.2.3.2 การปรับปรุงเมตริกซ์จากขอบด้านค่าน้อยไปเป็น

ขอบด้านค่ามาก โดยเมื่อหาค่า $r_{k,T+1} = \frac{c_{k,T+1}}{c_{0,T+1}}$ แล้ว จากนั้นทำการหาค่าของพารามิเตอร์ใน เวกเตอร์ x_T ซึ่งจะหาตำตอบของระบบสมการได้จากการหาเมตริกซ์ผกผัน (A^{-1}) ดังในสมการที่ (10) การหาเมตริกซ์ผกผันใช้คำสั่งใน MATLAB หรือ หาเมตริกซ์ $Q_T R_T$ ในสมการที่ (11) โดยการหาเมตริกซ์ Q และ R ใช้คำสั่งใน MATLAB เช่นกัน

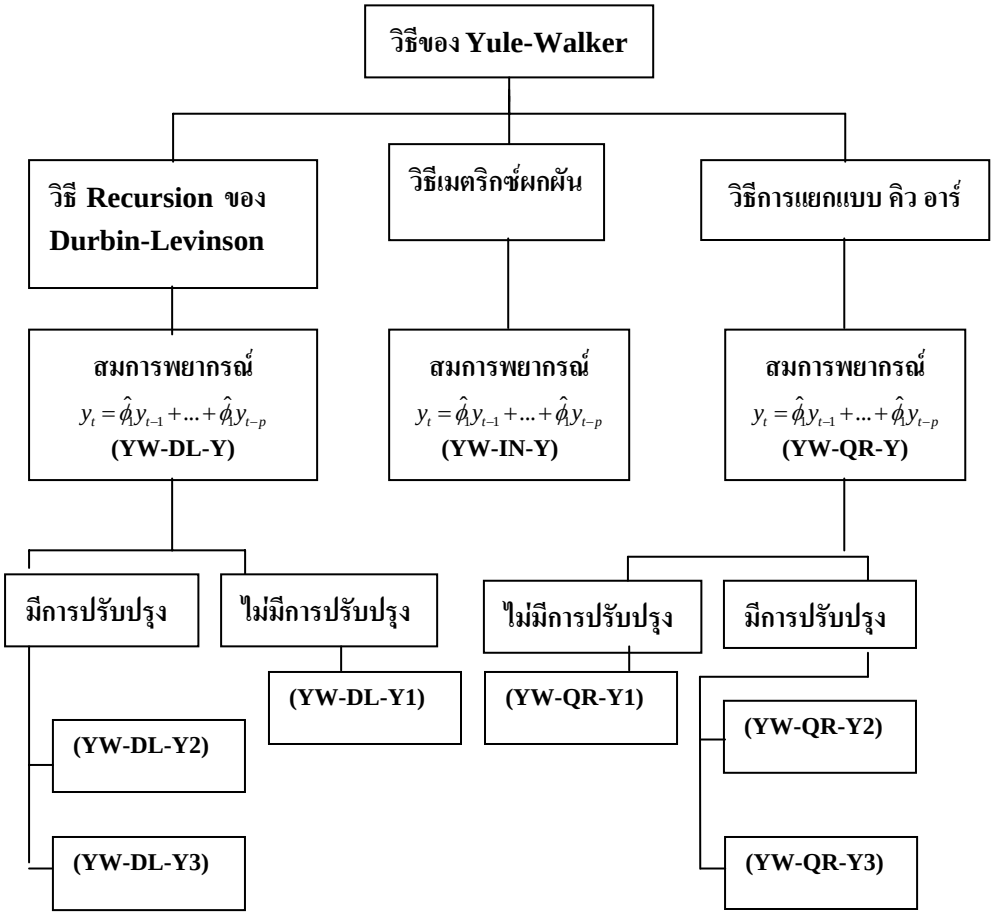
เมื่อใช้สมการ $y_t = \hat{\phi}_1 y_{t-1} + \hat{\phi}_2 y_{t-2} + ... + \hat{\phi}_p y_{t-p}$ ในการพยากรณ์ด้วยวิธีของ Yule-Walker ทำร่วมกับวิธีเมตริกซ์ผกผัน หรือวิธีการแยกแบบ คิว อาร์ ทำการเปรียบเทียบกัน สามวิธีดังนี้

วิธี YW-IN-Y1 หรือ YW-QR-Y1: ไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์ทั้งเมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และเมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านล่างไปเป็นค่าขอบด้านบน

วิธี YW-IN-Y2 หรือ YW-QR-Y2: มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต แต่ไม่มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านล่างไปเป็นค่าขอบด้านบน

วิธี YW-IN-Y3 หรือ YW-QR-Y3: มีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อมีการเลื่อนเวลาสิ้นสุดของค่าสังเกต และมีการปรับปรุงเมตริกซ์เมื่อเลื่อนค่าสังเกตจากขอบด้านล่างไปเป็นค่าขอบด้านบน

ในทุกๆวิธีที่คำนวณใช้ข้อมูลที่สร้างให้อนุกรมเวลามีค่าเป็นช่วง ในกระบวนการถดถอยบนตัวเอง คือ AR(5) AR(12) AR(20) และ AR(30) โดยเริ่มพยากรณ์ เริ่มที่ค่าสังเกตที่ 15,001ทำการพยากรณ์ล่วงหน้าหนึ่งช่วงเวลาติดต่อกัน 1,000 5,000 10,000 15,000 20,000 และ 25,000 ครั้ง ตามลำดับ



ภาพที่ 6 แผนผังวิธีทำของการประมาณค่าด้วยวิธีของ Yule-Walker ของข้อมูลเป็นช่วง

4. การตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยการพยากรณ์

4.1 เกี่ยวกับค่าคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์

4.1.1 ค่าเฉลี่ยของค่ากำลังสองของค่าเศษส่วนเหลือจากการพยากรณ์

ในการศึกษาเปรียบเทียบระหว่างวิธีการพยากรณ์แบบต่างๆ ของการศึกษาในครั้งนี้ จะใช้ค่าเศษส่วนเหลือ (residual) เพื่อวัดค่าความถูกต้องของการพยากรณ์แทนค่าความคลาดเคลื่อน (error) ของการพยากรณ์ เนื่องจากไม่ทราบค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างค่าจริงและค่าพยากรณ์ที่ใช้พารามิเตอร์ในตัวแบบเป็นค่าจริง แต่ในการพยากรณ์ในการศึกษาครั้งนี้ใช้พารามิเตอร์ซึ่งเป็นค่าประมาณจากตัวอย่าง ดังนั้นค่าเฉลี่ยของค่ากำลังสอง