



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)

ปริญญญา

วิศวกรรมไฟฟ้า

วิศวกรรมไฟฟ้า

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง ไทม์เพทรีเน็ตและการออกแบบการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับพีชคณิตการหาค่า
มากที่สุด-การบวกแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบการผลิตเชิงพลวัตเหตุการณ์วิฤต

Timed Petri Nets and Model Predictive Control Design for unconstrained
Max-Plus Linear Systems in Discrete Event Dynamic Manufacturing

นามผู้วิจัย นายปฐมพงศ์ เปรมโยธิน

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์พีระยศ แสนโกชณ์, D.Sc.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(อาจารย์มิตติ รุจามุรักษ์, Ph.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์วรวรรณ ศรีนัตถากิจ, M.S.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์วิชัย สุระพัฒน์, วศ.ม.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สิงสิงห์ มตาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

ไทม์เพทรีเน็ตและการออกแบบการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-
การบวกแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบการผลิตเชิงพลวัตเหตุการณ์วิฤต

Timed Petri Nets and Model Predictive Control Design for unconstrained Max-Plus Linear
Systems in Discrete Event Dynamic Manufacturing

โดย

นายปฐมพงศ์ เปรมโยธิน

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)

พ.ศ. 2554

ปฐมพงศ์ เปรมโยธิน 2554: โทม์เพทรีเน็ตและการออกแบบการควบคุมทำนาย
แบบจำลองสำหรับพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบ
การผลิตเชิงพลวัตเหตุการณ์วิฤตปริญญวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)
สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:
รองศาสตราจารย์พีระยศ แสนโกชณ์, D.Sc. 96 หน้า

งานวิจัยนี้จะเป็นการศึกษาวิธีการออกแบบการควบคุมและวิเคราะห์ระบบที่เป็น ระบบ
พลวัตเหตุการณ์วิฤต (discrete event dynamic system) ที่สามารถทำงานสอดคล้องกัน
(synchronization) แต่ต้องไม่มีการทับซ้อนกัน (no concurrency) โดยการวิเคราะห์แบบจำลองโดย
ใช้ timed Petri Net และระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

ในงานวิจัยนี้ได้ออกแบบการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดที่เสร็จสิ้นการทำงานทันเวลา
แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ ซึ่งมีทั้งการควบคุม just-in-times control ที่เป็นวิธีการคำนวณการป้อน
ชิ้นงาน ซึ่งได้พัฒนามาเป็นการควบคุมในเวลาจริง หรือการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับ
ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นที่เป็นวิธีการควบคุมการป้อนชิ้นงานในเวลา
จริงตามปรับเปลี่ยนของค่าอ้างอิงที่เป็นอัตราการผลิตที่เปลี่ยนไป

Patompong Preamyothin 2011: Timed Petri Nets and Model Predictive Control
Design for unconstrained Max-Plus Linear Systems in Discrete Event Dynamic
Manufacturing. Master of Engineering (Electrical Engineering), Major Field: Electrical
Engineering, Department of Electrical Engineering. Thesis Advisor:
Associate Professor Peerayot Sanposh, D.Sc. 96 pages.

This research study design and analysis a discrete event dynamic system that has
synchronization, but no concurrency feature. In the model analysis model that using timed Petri
nets graph and max-plus algebra.

This research interest in design of optimal control to Just-in-times operation without
constraint. Including Just-in-times control, Which calculation method of Feeding material and
It is developed in real-time control or model predictive control for max-plus linear systems. That
is control method of feeding material in real time by modifying the reference value at a rate of
production has changed.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.พีระยศ แสนโกชน์ ประธานกรรมการ
ที่ปรึกษา ที่ได้ให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ในงานวิจัยได้ให้การอบรมสั่งสอน และได้คอยให้
กำลังใจ

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์วรวรรณ ศรีฉัตรวิมล และอาจารย์ ดร.มิตี ภูจาน
รักษ์ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในงานวิจัยนี้

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอน และได้มอบความรู้ซึ่ง
เปรียบเสมือนสมบัติอันล้ำค่าของชีวิต

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ ในห้องปฏิบัติการ IMARC ที่ทำให้ทำให้ห้องปฏิบัติการมีความ
อบอุ่นและเปรียบเสมือนบ้านหลังหนึ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา อย่างสูง ที่คอยให้กำลังใจมาโดยตลอดจนประสบ
ความสำเร็จในการศึกษา

ขอขอบคุณปัญหาและความสับสนที่เข้ามาและสอนให้รู้จักค่าของความสำเร็จ

ปฐมพงศ์ เปรมโยธิน

สิงหาคม 2554

สารบัญ

หน้า

สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(3)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	37
อุปกรณ์	37
วิธีการ	41
ผลและวิจารณ์	69
ผล	69
วิจารณ์	79
สรุปและข้อเสนอแนะ	80
สรุป	80
ข้อเสนอแนะ	80
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	81
ภาคผนวก	83
ภาคผนวก ก การเขียนฟังก์ชัน โปรแกรม Mat lab ในพีชคณิตการหาค่ามาก ที่สุด-การบวก	84
ภาคผนวก ข เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 33	89
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	96

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ค่าเวลาในระบบการผลิตตัวอย่างที่ยกมาจาก Bacceli et al (1992)	12
2	ผลเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัดสมรรถนะ $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$	73
3	ผลเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากสมการผลตัวชี้วัดสมรรถนะ $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$	73
4	การเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ กับช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 2$	75
5	ผลการเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ กับช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 2$	75
6	ผลการเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ กับช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$	77
7	ผลการเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ กับช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$	77

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 ตัวอย่างเครือข่ายระบบรถไฟ	6
2 ตัวอย่างระบบการผลิตจาก Bacceli et al (1992)	12
3 กราฟแสดงเหตุการณ์การทำงานในตัวอย่างระบบการผลิต	13
4 กราฟแสดงเหตุการณ์การทำงานในตัวอย่างระบบการผลิตโดยมีการป้อนกลับ	14
5 ตัวอย่างกราฟ Timed Petri Nets ในระบบการผลิตที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่าง	17
6 การแสดงการทำงานจากกราฟในรูปภาพที่ 5	17
7 ตัวอย่างการทำงานขั้นลำดับ	19
8 Block Diagram ที่แสดงการทำงานของกรควบคุมทำนายแบบจำลอง	32
9 ภาพที่แสดงการทำงานในช่วงของการทำนาย	33
10 ระบบการผลิตอัตโนมัติ Mechatronic Standard System (MSS)	37
11 สถานีที่ 1 สถานีตรวจสอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS	38
12 แขนกลเคลื่อนย้ายชิ้นงานตัวที่ 1 ในระบบการผลิต MSS	38
13 สถานีที่ 2 สถานีประกอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS	39
14 แขนกลเคลื่อนย้ายชิ้นงานตัวที่ 2 ในระบบการผลิต MSS	39
15 สถานีที่ 3 สถานีจัดเก็บชิ้นงานในระบบการผลิต MSS	40
16 การออกแบบกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ทำงานสอดคล้อง (Synchronous) ในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ที่แสดงในรูปของตำแหน่ง (Place) และ Token เพื่ออธิบายการทำงาน	41
17 การออกแบบกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ทำงานสอดคล้อง (synchronous) ในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ที่แสดงในรูปการทำงานเป็นเวลา	43
18 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่ 0 วินาที	43
19 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการยิงของการส่งผ่าน x_1	44
20 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการทำงานของตำแหน่ง p_2	44

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
21	ระบบการผลิต MSS ทำการตรวจสอบชิ้นงานในสถานีที่ 1	45
22	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการยิงของการส่งผ่าน x_2	45
23	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการทำงานของตำแหน่ง p_3	46
24	แขนกลตัวที่ 1 เคลื่อนย้ายชิ้นงานและสถานีที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานในระบบการผลิต MSS	46
25	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกป้อนในวินาทีที่ 10 โดยระบบการผลิต MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1	47
26	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 กำลังถูกตรวจสอบโดยแขนกลตัวที่ 1 กำลังขนย้ายชิ้นงานในรอบที่ 1 เข้าสู่สถานีที่ 2	47
27	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS เมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 กำลังถูกตรวจสอบโดยสถานีที่ 1 และกำลังประกอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ในสถานีที่ 2 โดยแขนกลตัวที่ 1 กำลังกลับไปเพื่อเริ่มต้นขนถ่ายชิ้นงานในรอบถัดไป	48
28	แขนกลตัวที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงาน และสถานีที่ 2 ประกอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS	48
29	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และกำลังประกอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ในสถานีที่ 2 โดยตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 กำลังกลับไปเพื่อเริ่มต้นขนถ่ายชิ้นงานในรอบถัดไป	49
30	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2	50

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
31 แขนกลตัวที่ 2 เคลื่อนย้ายชิ้นงานและสถานีที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานในระบบการผลิต MSS	50
32 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานถูกป้อนในรอบที่ 3 โดยระบบยังคงทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1	51
33 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2	51
34 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงาน ที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2	52
35 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกจัดเก็บในสถานีที่ 3 และแขนกลตัวที่ 2 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน	53
36 แขนกลตัวที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงาน และสถานีที่ 3 จัดเก็บชิ้นงานในระบบการผลิต MSS	53
37 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ที่ถูกจัดเก็บในสถานีที่ 3 เรียบร้อยแล้ว และตัวขนส่งในสถานีที่ 3 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน	54
38 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ตัวขนส่งตัวที่ 1 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน	55

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
39	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดย แขนกลตัวที่ 1 ขณะชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2	55
40	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดย แขนกลตัวที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ตัวขนส่งตัวที่ 1 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน	56
41	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ถูกถูกจัดเก็บที่สถานีที่ 3 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2	57
42	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 2	57
43	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อแขนกลตัวที่ 2 ทำการเคลื่อนย้ายชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3	58
44	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 กำลังถูกจัดเก็บที่สถานีที่ 3	59
45	กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อกระบวนการผลิตของชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 เสร็จสิ้น	59
46	กราฟแสดงผลการควบคุมแบบ Just-in-time control ในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลา	70
47	กราฟแสดงผลการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลา โดยเส้นประสีแดงคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์อ้างอิง เส้นสีน้ำเงินคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์เอาต์พุต	71
48	กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS โดยให้ $N_c = 1$ และ $N_p = 3$ ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดยเส้นประสีแดงคือเส้นกราฟเวกเตอร์อ้างอิง เส้นประสีน้ำเงินคือเส้นกราฟเวกเตอร์เอาต์พุตที่ได้จากสมการตัวชี้วัด $J_{out,1}$ และเปรียบเทียบกับเมื่อใช้สมการตัวชี้วัด $J_{out,2}$ ในการควบคุมที่แสดงให้เห็นในเส้นสีเขียว	72

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
49	กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดยเส้นประสีแดงคือเส้นกราฟเวกเตอร์อ้างอิง เส้นประสีน้ำเงินคือเส้นกราฟเวกเตอร์เอาต์พุตที่ $N_c = 1$ และเปรียบเทียบกับ $N_c = 2$ ในเส้นสีเขียว โดยให้ $N_p = 3$	74
50	กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดยเส้นสีแดงคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์อ้างอิง เส้นสีน้ำเงินคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์เอาต์พุตที่มีช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบกับเมื่อใช้ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$ ในเส้นสีเขียว โดยให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$	76

ไทม์เพทรีเน็ตและการออกแบบการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบการผลิตเชิงพลวัตเหตุการณ์วียุต

Timed Petri Nets and Model Predictive Control Design for unconstrained Max-Plus Linear Systems in Discrete Event Dynamic Manufacturing

คำนำ

ปัญหาพื้นที่จัดเก็บชิ้นงานไม่เพียงพอในสายการผลิตหรือการเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐศาสตร์ล้วนเป็นปัญหาที่ต้องทำให้มีการควบคุมอัตราการผลิตตามการเปลี่ยนแปลงในสายการผลิตเพื่อให้มีความเหมาะสมและเสร็จสิ้นการผลิตชิ้นงานให้ทันเวลา (just-in time) โดยที่ในระบบการผลิตส่วนใหญ่จะเป็นระบบที่ทำงานแบบกำหนดการภารกิจ (task schedule) ที่มีเงื่อนไขทางเวลา ซึ่งเรียกว่าระบบพลวัตเหตุการณ์วียุต (discrete event dynamic system) ถ้าหากต้องการวิเคราะห์การทำงานประสานเวลา (synchronous) ที่ไม่เกิดการงานขึ้นทับซ้อนกัน (no concurrency) ของระบบแล้วจึงทำให้มีการนำระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) มาใช้เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ความเป็นเชิงเส้นในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทำงานประสานเวลา (synchronous) อีกทั้งยังเหมาะสมกับระบบที่มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนสูง นอกจากนี้ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) ยังสามารถแปลงรูปแบบจากแบบจำลองกราฟไทม์เพทรีเน็ต (Timed Petri Nets) ที่เป็นที่ยอมรับใช้ในการออกแบบระบบที่ทำงานแบบกำหนดการภารกิจ (task schedule) ที่มีเงื่อนไขทางเวลานอกจากนี้ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) ยังมีโครงสร้างทางพีชคณิตคล้ายกับของระบบพลวัตแบบดิจิทัล (discrete dynamic system) จึงมีคุณสมบัติบางอย่างของสมการที่คล้ายกันซึ่งสามารถนำคุณสมบัติเหล่านั้นมาวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ในการควบคุมได้ โดยในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) จะมีการควบคุมที่นิยมอยู่ 2 แบบ โดยแบบแรกจะเป็นการควบคุมแบบคำนวณก่อนการป้อนชิ้นงาน หรือที่เรียกว่า การควบคุม just-in time control เพื่อหาเวลาที่เหมาะสมที่สุดบนช่วงเหตุการณ์ที่ต้องการควบคุมที่จำกัดในการป้อนวัสดุเพื่อประกอบชิ้นงานตามอัตราการผลิตที่ต้องการควบคุม โดยสามารถวิเคราะห์ในขณะที่สายการผลิตยังคงทำงานอยู่ได้ต่อมาในแบบที่สองคือการควบคุมแบบตามเวลาจริง (Real time) ที่ทำนายการป้อนอินพุตจากชุดข้อมูลของค่าอ้างอิงหรือ set point ที่เพิ่มเข้ามา นั่นคือการควบคุมทำนายแบบจำลอง (Model Predictive Control) ในระบบพีชคณิตการ

หาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) ซึ่งจะเป็นการเลียนแบบโครงสร้างการ
สุ่มตัวอย่าง (sampling) การทำนายการป้อนอินพุตของการควบคุมทำนายแบบจำลอง (Model
Predictive Control) ที่ใช้กับระบบพลศาสตร์ทั่วไปมาใช้ในการควบคุม just-in time control อย่างไร
ก็ตามงานวิจัยนี้จะเป็นการทดลองการควบคุมที่ไม่มีเงื่อนไขบังคับ กับแบบจำลองของระบบการ
ผลิตจริงเพื่อให้เข้าใจถึงโครงสร้างการทำงานรวมทั้งการออกแบบระบบควบคุมการป้อนชิ้นงานให้
เป็นไปอย่างอัตโนมัติ



วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาความซับซ้อนของทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้านระบบที่เรียกว่า ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (max-plus linear system) โดยเน้นไปที่การประยุกต์ใช้กับการควบคุมในแบบจำลองของระบบการผลิตให้เป็นไปตามความต้องการของคำสั่งที่เปลี่ยนแปลงไปโดยมีวัตถุประสงค์หลักๆตามต่อไปนี้

1. เพื่อศึกษาทฤษฎีตัวดำเนินการและวิธีการแก้สมการที่ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุดการบวก และสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในระบบพลวัตเหตุการณ์วิยุต (discrete event dynamic system)
2. เพื่อศึกษาทฤษฎีและมีความเข้าใจในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นและความสัมพันธ์กับทฤษฎีกราฟเชิงเวลาเช่น Timed Petri Nets ที่เป็นแบบจำลองที่นิยมใช้ออกแบบการทำงานแบบกำหนดการภารกิจ (task schedule) ที่มีเงื่อนไขทางเวลา
3. เพื่อออกแบบการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น โดยจะนำมาประยุกต์ใช้กับระบบการผลิตเพื่อคำนวณการป้อนชิ้นงานอย่างอัตโนมัติ

การตรวจเอกสาร

โดยทั่วไปการบรรยายพฤติกรรมทางคณิตศาสตร์แบบที่ใช้กันอยู่ในพีชคณิตปกติกับระบบพลวัตเหตุการณ์วิยุต (Discrete Event Dynamic System) จะมีความไม่เป็นเชิงเส้นจึงได้มีการคิดค้นพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก (Max-Plus Algebra) ซึ่งเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรยายระบบพลวัตเหตุการณ์วิยุต อาทิเช่น ระบบการผลิต ระบบขนส่ง ระบบเครือข่าย ระบบคอมพิวเตอร์ หรือระบบที่ต้องออกแบบการทำงานขึ้นลำดับเชิงเวลา เพื่อให้มีความเป็นเชิงเส้นในการทำงานประสานเวลา (synchronous) และง่ายในการวิเคราะห์ (Bacceli et al., 1992) ซึ่งในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกประกอบด้วยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญคือ การหาค่ามากที่สุด เพื่อหาค่าเวลาที่มากที่สุดที่นิยามเป็นการบวกในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก และการบวกที่นิยามเป็นการคูณในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก (Cohen et al., 1989; Bacceli et al., 1992; Schutter and Boom, 2008; Farlow, 2009)

สำหรับระบบพลวัตเหตุการณ์วิยุตจะมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทฤษฎีกราฟในส่วนใหญ่ เช่น Timed Petri Nets หรือกราฟเหตุการณ์เชิงเวลา (Timed Event Graph) อย่างไรก็ตามแบบจำลองเชิงกราฟเหล่านี้สามารถแปลงรูปแบบให้อยู่ในลักษณะของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก หรือที่เรียกว่า ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น (Max-Plus Linear System) (Bacceli et al., 1992) โดยระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นจะมีลักษณะสมการที่คล้ายกับแบบจำลองปริภูมิสถานะในระบบควบคุมดิจิทัล (digital control system) แต่อาจแตกต่างที่ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในรูปของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก และยังสามารถหาเมทริกซ์การเปลี่ยนสแตต (state transition matrix) ความสามารถในการเข้าถึง (Reachability) ความสามารถในการสังเกต (Observability) และฟังก์ชันการถ่ายโอน (transfer function) ได้เช่นเดียวกับระบบควบคุมเชิงเลขอีกด้วย (Bacceli et al., 1992; Ogata, 1995; Gazarik and Kamen, 1999; Schutter and Boom, 2008)

หลักในระบบควบคุมโดยทั่วไปก็คือการป้อนอินพุตที่ทำให้ระบบมีเอาต์พุตเป็นไปตามที่ต้องการ การควบคุมในระบบการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นก็เช่นกัน ซึ่งจะมี 2 วิธีหลักด้วยกันนั่นคือ การควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดในช่วงเหตุการณ์ที่จำกัดเพื่อป้อนชิ้นงานหรือที่เรียกว่า Just-in-times control (Necoara, 2006) และได้พัฒนามาเป็นการควบคุมเชิงเวลาจริง (On-line) นั่นคือการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิง

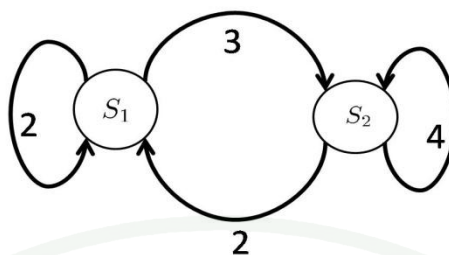
เส้น (Model Predictive Control for Max-Plus Linear System) โดยเลียนแบบโครงสร้างการควบคุมทำนายแบบจำลอง (Model Predictive Control) ในระบบเชิงเส้นซึ่งใช้การคาดการณ์จากค่าอ้างอิงในอนาคตที่จะเกิดขึ้นมาปรับค่าการป้อนอินพุต (Schutter and Boom, 2000a, 2000b; Necoara, 2006) สำหรับในงานวิจัยนี้เป็นการควบคุม Just-in-times และการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ จึงใช้การคำนวณในการป้อนอินพุตแบบวิธีการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุด (largest sub-solution) ซึ่งจะเป็นวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาหาระบบสมการในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกและตรงกับผลที่ได้จากการหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimization) จากสมการตัวชี้วัดสมรรถนะ (performance index) ในรูปแบบต่างๆ (Xi and Tarn, 1997; Schutter and Boom, 2000b; Masuda, 2003) และนำวิธีการต่างๆ มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบการควบคุมกับแบบจำลองของระบบการผลิตอัตโนมัติที่มีชื่อว่า Mechatronic standard system

พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเบื้องต้น

1. แนะนำพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

ในประมาณปี ค.ศ. 1980 เนื่องจากเทคโนโลยีได้ก้าวไปไกลเป็นอย่างมากทำให้ระบบบางอย่างเติบโตและซับซ้อนมากขึ้น จึงได้มีการคิดค้นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์นั่นคือพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก (max-plus algebra) เพื่ออธิบายการทำงานที่มีลักษณะงานเป็นแบบกำหนดการภารกิจ (task schedule) เพื่อหาความสัมพันธ์ของสถานะในระบบโดยอธิบายความสัมพันธ์ (synchronous) แต่ต้องไม่เกิดขึ้นเหตุการณ์พร้อมกันกัน (no concurrency) (Cohen et al., 1989; Bacceli et al., 1992; Schutter and Boom, 2008)

โดยทั่วไปในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก (max-plus algebra) จะกำหนดให้เซต $\mathbb{R}_\varepsilon = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ โดยที่การบวกกันในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือการหาค่าที่มากที่สุดในพีชคณิตทั่วไป $a \oplus b = \max(a, b)$ และการคูณกันในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือการบวกกันในพีชคณิตทั่วไป $a \otimes b = a + b$ เพื่อให้เข้าใจการนำพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก (max-plus algebra) มาประยุกต์ใช้งานจึงยกตัวอย่างการออกแบบระบบเครือข่ายการเดินรถไฟ (Farlow, 2009)



ภาพที่ 1 ตัวอย่างเครือข่ายระบบรถไฟ

จากรูปกำหนดให้ S_1 คือสถานที่เมืองที่ 1 และ S_2 คือสถานที่เมืองที่ 2 โดยขบวนรถเดินทางจากสถานี S_1 ไปยังสถานี S_2 ใช้เวลา 3 ชั่วโมงในเส้นทางที่ 1 จากสถานี S_2 ไปยังสถานี S_1 ใช้เวลา 2 ชั่วโมงในเส้นทางที่ 2 ส่วนเส้นทางเดินรถที่ 3 จะเป็นขบวนรถระบบขนส่งภายในเมืองที่ 1 ซึ่งจะใช้เวลา 2 ชั่วโมงในการวนกลับมาในแต่ละรอบ ส่วนเส้นทางเดินรถที่ 4 จะเป็นขบวนรถระบบขนส่งภายในเมืองที่ 2 ซึ่งจะใช้เวลา 4 ชั่วโมงในการวนกลับมาโดยหากออกแบบเครือข่ายการทำงานของระบบขนส่งดังกล่าวต่อไป

1. เวลาในการเดินทางของแต่ละเส้นทางไม่สามารถปรับเปลี่ยนได้
2. ความถี่ในการเดินรถต้องเหมือนกันทั้ง 4 เส้นทาง
3. ขบวนรถขนส่งระหว่างเมืองกับขบวนรถขนส่งภายในเมืองต้องอยู่ที่สถานีพร้อมกันเพื่อขนถ่ายผู้โดยสาร
4. ขบวนรถที่ $k + 1$ ไม่สามารถอยู่ที่สถานีถ้าขบวนรถที่ k หรือขบวนก่อนหน้านี้ยังไม่ออกจากสถานี

กำหนดให้ $x_i(k - 1)$ คือ ค่าเวลาที่ขบวนรถทั้งสองขบวนในรอบที่ k ออกจากสถานีที่ i และ $x_i(0)$ คือค่าเวลาที่ขบวนรถทั้งสองขบวนในรอบแรก โดยที่ a_{ij} คือเวลาในการเดินทางจากสถานีที่ j ไปสถานีที่ i และ δ คือเวลาในการขึ้นลงของผู้โดยสาร ซึ่งหากต้องการหาการทำงานในรอบที่ $k - 1$ จะพบว่า

$$x_1(k+1) \geq x_1(k) + a_{11} + \delta$$

และที่ขบวนการระหว่างเมืองจะได้ว่า

$$x_1(k+1) \geq x_2(k) + a_{12} + \delta$$

จึงหาค่าที่มากที่สุดที่ขบวนการจะออกพร้อมกันและให้ δ มีค่าน้อยจนไม่นำมาใช้ได้เพื่อให้ง่ายในการยกตัวอย่างซึ่งเขียนได้ว่า

$$x_1(k+1) = \max(x_1(k) + a_{11}, x_2(k) + a_{12})$$

เช่นเดียวกันที่สถานีที่ 2 ก็จะได้ว่า

$$x_2(k+1) = \max(x_1(k) + a_{21}, x_2(k) + a_{22})$$

จัดรูปเป็นโครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกจะได้

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \otimes x(k) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \otimes x(k)$$

หากให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ และในรอบแรกขบวนการออกพร้อมกันที่สถานีที่ 1 เป็นเมื่อ 2 ชั่วโมงที่แล้ว

และขบวนการเพิ่งจะออกพร้อมกันที่สถานีที่ 2 จึงให้ $x(0) = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ อีกทั้งยังสังเกตได้ว่า

$x(k) = A \otimes x(k-1)$ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างขบวนการออกในรอบแรกและในรอบที่สองจะได้ว่า $x(1) = A \otimes x(0)$ และขบวนการออกในรอบแรกและในรอบที่สามจะได้ว่า

$x(2) = A \otimes x(1) = A \otimes A \otimes x(0) = A^{\otimes 2} \otimes x(0)$ จึงสามารถสังเกตและหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลาของเหตุการณ์ที่ขบวนการออกจากสถานีในรอบแรกและเวลาของเหตุการณ์ในรอบที่ k จะได้ว่า $x(k) = A^{\otimes k} \otimes x(0)$ ซึ่งอาจใช้การหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigenvalue) ในโครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเพื่อช่วยในการวิเคราะห์ซึ่งจะถูกกล่าวในหัวเรื่องต่อไป

2. การดำเนินการของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

กำหนดให้ $\mathbb{R}_\varepsilon = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ และ $a, b \in \mathbb{R}_\varepsilon$ การหาค่ามากที่สุด-การบวกนิยามดังนี้
(Cohen et al., 1989; Bacceli et al., 1992; Farlow, 2009)

$$a \oplus b = \max(a, b)$$

$$a \otimes b = a + b$$

ซึ่ง $\varepsilon = -\infty$ คือศูนย์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก และ $e = 0$ คือหนึ่งในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

3. คุณสมบัติทางโครงสร้างของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

บทแทรกที่ 1. กำหนดให้ $a, b, c \in \mathbb{R}_\varepsilon$ แล้วยังสามารถถูกดำเนินการโดยตัวดำเนินการ $\otimes$ และ $\oplus$ ที่เป็นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกจะมีคุณสมบัติทางพีชคณิตดังต่อไปนี้ (Cohen et al., 1989; Bacceli et al., 1992; Farlow, 2009)

คุณสมบัติที่ 1. การสลับกลุ่มการบวกและการคูณ

$$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$$

$$(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$$

คุณสมบัติที่ 2. การสลับที่การบวกและการคูณ

$$a \oplus b = b \oplus a$$

$$a \otimes b = b \otimes a$$

คุณสมบัติที่ 3. การกระจายการคูณในกลุ่มการบวก

$$(a \oplus b) \otimes c = (a \otimes c) \oplus (b \otimes c)$$

$$c \otimes (a \oplus b) = (c \otimes a) \oplus (c \otimes b)$$

คุณสมบัติที่ 4. การมีอยู่ของศูนย์ที่เป็นเอกลักษณ์การบวก

$$a \oplus \varepsilon = a = \varepsilon \oplus a$$

คุณสมบัติที่ 5. การมีอยู่หนึ่งที่เป็นเอกลักษณ์การคูณ

$$a \otimes e = a = e \otimes a$$

คุณสมบัติที่ 6. การมีอยู่ของการผกผันการคูณ ถ้า $a \neq \varepsilon$ แล้วจะมี b อยู่แค่เพียงค่าเดียวที่

$$a \otimes b = e$$

คุณสมบัติที่ 7. การดูดซับของศูนย์

$$a \otimes \varepsilon = \varepsilon = \varepsilon \otimes a$$

คุณสมบัติที่ 8. การเท่ากันในการบวก

$$a \oplus a = a$$

4. ตัวอย่างการดำเนินการของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

ตัวอย่างที่ 1. การแสดงให้เห็นถึงการบวกและการคูณในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

$$5 \oplus 3 = \max(5, 3) = 5$$

$$5 \otimes 3 = 5 + 3 = 8$$

ตัวอย่างที่ 2. การแสดงให้เห็นถึงคุณสมบัติการกระจายในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

$$(2 \oplus 3) \otimes 4 = (2 \otimes 4) \oplus (3 \otimes 4)$$

$$\max(2, 3) + 4 = 7 = \max((2 + 4), (3 + 4))$$

5. การยกกำลังของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

บทนิยามที่ 1. กำหนดให้ $a \in \mathbb{R}_c$ และ $n \in \mathbb{N}$

$$a^{\otimes n} = \underbrace{a \otimes a \otimes \dots \otimes a}_{n \text{ times}}$$

ซึ่งการยกกำลังกันทางพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกจะสามารถแปลงให้อยู่ในรูปการคูณในพีชคณิตเชิงเส้นแบบปกติได้ว่า $a^{\otimes n} = n \times a$ และมีการยกกำลังกันทางพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกในกรณีอื่นอีกดังนี้

$$\text{ถ้า } a \neq \varepsilon \text{ แล้ว } a^{\otimes 0} = e = 0$$

$$\text{ถ้า } k > 0 \text{ แล้ว } \varepsilon^{\otimes k} = \varepsilon \text{ (} k \leq 0 \text{ is not defined)}$$

บทแทรกที่ 2. สำหรับ $a, b \in \mathbb{R}_c$ และ $m, n \in \mathbb{N}$

$$1. \quad a^{\otimes m} \otimes a^{\otimes n} = ma + na = (m + n)a = a^{\otimes m \otimes n}$$

$$2. \quad (a^{\otimes m})^{\otimes n} = (ma)^{\otimes n} = nma = a^{\otimes (m \otimes n)}$$

$$3. \quad a^1 = 1a = a$$

$$4. a^{\otimes m} \otimes b^{\otimes m} = (a \otimes b)^{\otimes m}$$

6. การดำเนินการเมตริกซ์พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกสามารถนำมาเขียนในรูปของเมตริกซ์โดยมีบทนิยามดังนี้

บทนิยามที่ 2. กำหนดให้ $A, B \in \mathbb{R}_+^{m \times n}$ และ $C \in \mathbb{R}_+^{l \times n}$ แล้ว

1. การบวกของเมตริกซ์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกมีลักษณะดังต่อไปนี้

$$(A \oplus B)_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij})$$

2. การคูณของเมตริกซ์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกมีลักษณะดังต่อไปนี้

$$(A \otimes C)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^n a_{ik} \otimes c_{kj} = \max_k(a_{ik} + c_{kj})$$

3. การดำเนินการการหา transpose ของเมตริกซ์สามารถหาได้เช่นเดียวกับพีชคณิตเชิงเส้นแบบปกติ

$$[A^T]_{ij} = [A]_{ji}$$

4. กำหนดให้มีเมตริกซ์ศูนย์ของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$(\varepsilon_{m \times n})_{ij} = \varepsilon, \forall i, j$$

5. เมตริกซ์เอกลักษณ์ของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$(E_n)_{ij} = \begin{cases} \varepsilon & \text{for } i \neq j \\ e & \text{for } i = j \end{cases}$$

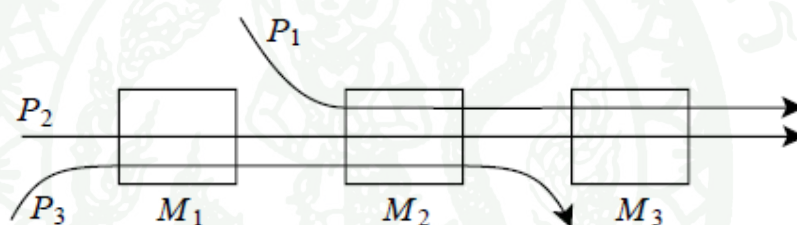
6. การนิยามให้การยกกำลังของเมตริกซ์พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$A^{\otimes k} = \underbrace{A \otimes A \otimes \dots \otimes A}_{k \text{ times}}$$

สำหรับ $k = 1, 2, \dots$ และ $A^{\otimes 0}$ มีค่าเท่ากับ E_n

7. พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกในระบบการผลิต

กำหนดให้ $M_i, i = 1, 2, 3$ คือเครื่องจักรที่ใช้ในการผลิตและ $P_i, i = 1, 2, 3$ คือชิ้นงานที่ถูกป้อนเข้าสู่สายการผลิตจะถูกอธิบายการทำงานในภาพที่ 2 ได้ดังต่อไปนี้ Bacceli et al (1992)



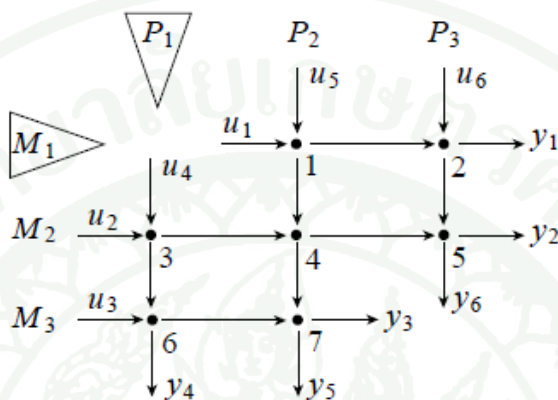
ภาพที่ 2 ตัวอย่างระบบการผลิตจาก Bacceli et al (1992)

จากภาพที่ 2 เพื่อให้ง่ายในการทำงานจึงไม่นำเวลาในการเตรียมชิ้นงานหรือเวลาในการเคลื่อนย้ายชิ้นงานในแต่ละเครื่องจักรมาคิดและมีลำดับขั้นการทำงานคือ (P_2, P_3) ถูกประกอบใน M_1 จากนั้น (P_1, P_2, P_3) ถูกประกอบใน M_2 และ (P_1, P_2) จะถูกประกอบใน M_3 โดยเวลาที่เกิดขึ้นในแต่ละกระบวนการจะถูกแสดงให้เห็นในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าเวลาในระบบการผลิตตัวอย่างที่ขมมาจาก Bacceli et al (1992)

	$P1$	$P2$	$P3$
$M1$		1	5
$M2$	3	2	3
$M3$	4	3	

กำหนดให้ u_1, u_2, u_3 คืออินพุตที่เป็นค่าเวลาเริ่มต้นในแต่ละเครื่องจักรและ u_4, u_5, u_6 คืออินพุตที่เป็นค่าเวลาเริ่มต้นการป้อนในแต่ละชิ้นงาน ส่วน y_1, y_2, y_3 คือเอาต์พุตที่เป็นค่าเวลาเสร็จสิ้นในแต่ละเครื่องจักรและ y_4, y_5, y_6 คือเอาต์พุตที่เป็นค่าเวลาเสร็จสิ้นการป้อนในแต่ละชิ้นงาน จุดที่ 1 ถึงจุดที่ 7 แทนตำแหน่งของเวลาในกระบวนการที่เกิดขึ้นในตารางที่ 1



ภาพที่ 3 กราฟแสดงเหตุการณ์การทำงานในตัวอย่างระบบการผลิต

ที่มา: (Baceli et al., 1992)

จากภาพที่ 3 มีอินพุตและเอาต์พุตอย่างละ 6 ตัว แต่มีสถานะการทำงานในระบบการผลิต 7 สถานะ ซึ่งจะเขียนสมการในรูปแบบของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกในหนึ่งรอบการทำงานจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$x = A \otimes x \oplus B \otimes u$$

$$y = C \otimes x$$

โดยที่เมตริกซ์ A เมตริกซ์ B และเมตริกซ์ C มีค่าดังต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & 3 & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 5 & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & 4 & \varepsilon \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e \\ \varepsilon & e & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

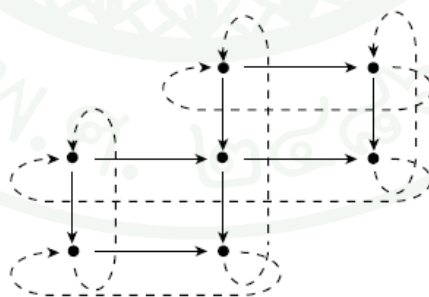
$$C = \begin{bmatrix} \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 4 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

จะหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับสถานะจะได้ว่า

$$x = (A^* \otimes B) \otimes u$$

โดยที่ A^* มีชื่อเรียกว่า A 'kleene star' ซึ่งจะกล่าวถึงการแก้ปัญหาสมการการดำเนินการทางลำดับชั้นในหัวข้อถัดไป

หากให้ระบบทำงานอย่างทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการผลิตจากรอบที่ผ่านมาหรือ $u(k) = y(k - 1)$ โดยในภาพที่ 4 จะมีหัวลูกศรป้อนกลับจากภาพที่ 3 ดังนี้



ภาพที่ 4 กราฟแสดงเหตุการณ์การทำงานในตัวอย่างระบบการผลิตโดยมีการป้อนกลับ

ที่มา: (Bacceli et al., 1992)

ซึ่งจะเขียนในรูปของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกได้ว่า

$$y(k) = C \otimes x(k) = C \otimes A^* \otimes B \otimes u(k) = C \otimes A^* \otimes B \otimes y(k-1)$$

จะได้เมตริกซ์การส่งผ่านคือ

$$M = C \otimes A^* \otimes B = \begin{bmatrix} 6 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6 & 5 \\ 9 & 8 & \varepsilon & 8 & 9 & 8 \\ 6 & 10 & 7 & 10 & 6 & \varepsilon \\ \varepsilon & 7 & 4 & 7 & \varepsilon & \varepsilon \\ 6 & 10 & 7 & 10 & 6 & \varepsilon \\ 9 & 8 & \varepsilon & 8 & 9 & 8 \end{bmatrix}$$

Time Petri Nets

1. Petri Nets

ถูกคิดค้นขึ้น โดย Carl Adam Petri ในปี ค.ศ. 1939 ในขณะที่เขามีอายุเพียง 13 ปี Petri net เป็นหนึ่งในแบบจำลองภาษาทางคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายการทำงานของระบบแบบกระจาย (distributed systems) และลักษณะงานเป็นแบบกำหนดการภารกิจ (task schedule)

Petri Nets ที่เป็กราฟสองฝ่ายโดยตรง (Directed Bipartite Graph) ซึ่งมีเซตของจุดร่วม (node) V ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนที่เป็นเซตไม่ต่อเนื่องกันคือ P และ Q โดย P คือเซตของตำแหน่ง (Place) $p_i, i = 1, \dots, |P|$ และ Q คือเซตของการส่งผ่าน (Transition) $q_i, i = 1, \dots, |Q|$ ซึ่งจะมีลูกศรทางเดียวจากตำแหน่งหนึ่งไปยังการส่งผ่านหนึ่ง หรือสลับกัน แต่ทั้งนี้ต้องไม่มีลูกศรจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งหรือจากการส่งผ่านหนึ่งไปยังอีกการส่งผ่านหนึ่ง ส่วน μ_i คือ มาร์กเริ่มต้น (Initial Marking) มีค่าเป็นจำนวนเต็มไม่ติดลบ ซึ่ง p_i จะถูกทำสัญลักษณ์โดย μ_i หรือเรียกว่าการ token ที่แสดงให้เห็นการทำงานที่วนไปของแต่ละตำแหน่ง ซึ่งแต่ละ μ_i จะรวมกันได้เป็นเวกเตอร์ μ (Baceli et al., 1992)

บทนิยามที่ 3. Petri Nets คือการจับคู่กันระหว่าง (Q, μ) ซึ่งที่ $Q = (V, E)$ เป็นกราฟทางเดียว (Bipartite Graph) ซึ่งจำกัดจำนวนของ เซตของจุดร่วม (node) V ที่แบ่งได้เป็น 2 ส่วนซึ่งเป็นเซตที่ไม่ต่อเนื่องกันคือ P และ Q สำหรับ E คือเซตที่ประกอบกันเป็นคู่ที่ต้องอยู่ในรูปแบบของ

(p_i, q_j) และ (q_j, p_i) โดยที่ $p_i \in P$ และ $q_j \in Q$ ส่วนมาร์กเริ่มต้น μ คือ จำนวนของ เวกเตอร์ P ที่ไม่เป็นจำนวนเต็มลบ

Petri Nets จะมีลักษณะการทำงานประกอบด้วยการส่งผ่าน และการยิงซึ่งอธิบายหลักการ ทำงานได้ดังนี้

1. การส่งผ่านจะเปิดทาง (Enable) ถ้าตำแหน่งที่อยู่ก่อนหน้าทุกตำแหน่งมี token หนึ่งจุดเป็นอย่างต่ำ
2. การยิง (Firing) ของการเปิดทางการส่งผ่านจะทำการถอด token ที่อยู่แต่ละตำแหน่งก่อนหน้าออก และจะเพิ่ม Token ที่อยู่ในแต่ละตำแหน่งถัดไปแทน

2. Timed Petri Nets

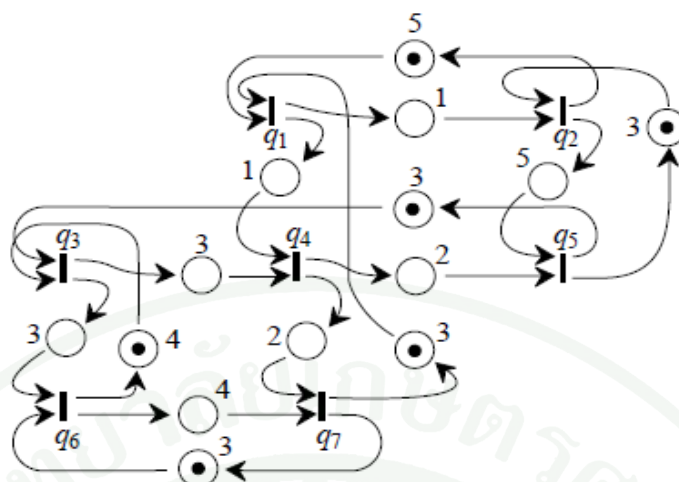
Timed Petri Nets มีชื่ออีกชื่อหนึ่งว่า กราฟเหตุการณ์เชิงเวลา (Timed Event Graphs) ซึ่งเป็น Subclass หนึ่งของ Petri Nets แต่จะมีเงื่อนไขทางเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง โดย การยิง (firing) จะขึ้นกับเวลา และจะมีเงื่อนไขการทำงานของตำแหน่งเป็นการจับเวลา (Bacceli et al., 1992)

บทนิยามที่ 4. เวลายิง (Firing time) ของการส่งผ่านคือเวลาที่ผ่านไประหว่างการเริ่มต้น และเสร็จสิ้นในการยิงของการส่งผ่าน

บทนิยามที่ 5. เวลาถือครองเวลา (holding time) ของตำแหน่ง คือเวลาที่ token ต้องอยู่ในตำแหน่งก่อนที่จะเปิดทางไปยังการส่งผ่านถัดไป

3. Timed Petri Nets ในระบบการผลิต

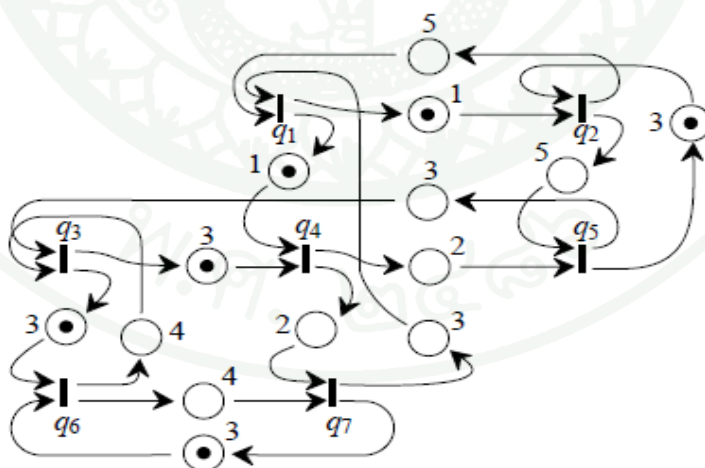
จากภาพที่ 3 ออกแบบการทำงานแบบกราฟ Timed Petri Nets โดยจากจุดทั้ง 7 ที่มีลูกศรชี้เข้าและออกถูกแทนที่ด้วยตำแหน่งส่วนอินพุตและเอาต์พุตคือสถานะหรือเขียนได้เป็นการส่งผ่าน ซึ่งจะได้ตามภาพที่ 5 ดังนี้



ภาพที่ 5 ตัวอย่างกราฟ Timed Petri Nets ในระบบการผลิตที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่าง

ที่มา: (Baceli et al., 1992)

จากกราฟในภาพที่ 5 วงกลมคือ ตำแหน่งส่วนรูปสี่เหลี่ยมคือการส่งผ่านโดยจากกราฟจะไม่มีลูกศรจากตำแหน่งไปยัง ตำแหน่งหรือจากการส่งผ่านไปยังการส่งผ่านส่วนจุดวงกลมสีดำที่อยู่ในตำแหน่งคือ token



ภาพที่ 6 การแสดงการทำงานจากกราฟในรูปภาพที่ 5

ที่มา: (Baceli et al., 1992)

จากกราฟในรูปภาพที่ 6 นี้แสดงให้เห็นการทำงานของการทำงานที่ q_1, q_3 ทำงานการยิงโดยการเปิดทางให้ token ย้ายไปสู่ตำแหน่งที่ถูกศรชี้ไปนั้นหมายถึงระบบการผลิตได้มีการป้อนชิ้นงาน P_2 ในเครื่องจักร M_1 และป้อนชิ้นงาน P_1 ในเครื่องจักร M_2

ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

โครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกมีคุณสมบัติเชิงเส้นจึงสามารถเลียนแบบระบบเชิงเส้นในพลศาสตร์ เพื่อนำมาใช้กับระบบพลวัตเหตุการณ์วิฤต (Bacceli et al., 1992; Schutter and Boom, 2000a, 2008)

1. แบบจำลองปริภูมิสถานะในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

ระบบพลวัตเหตุการณ์วิฤตที่ทำงานสอดคล้องกันสามารถออกแบบและวิเคราะห์แบบจำลองเชิงเส้นได้ดังต่อไปนี้

$$x(k) = A \otimes x(k-1) \oplus B \otimes u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = C \otimes x(k) \quad (2)$$

ซึ่ง $A \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times m}$ และ $C \in \mathbb{R}_\varepsilon^{l \times n}$ โดย m คือจำนวนอินพุต, l คือจำนวนเอาต์พุต, x คือเวกเตอร์สถานะ, u คือเวกเตอร์อินพุต, y คือเวกเตอร์เอาต์พุต, k คือรอบการทำงานของระบบเช่น $u(k)$ คือค่าเวลาที่เป็นอินพุตในรอบที่ k , $x(k)$ คือค่าเวลาที่เป็นกระบวนการตามสถานะต่างๆ ทำงานในรอบที่ k , $y(k)$ คือค่าเวลาที่เป็นเอาต์พุตในรอบที่ k

2. ค่าลักษณะเฉพาะ ในโครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

บทนิยามที่ 6. กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$ ถ้า $\lambda \in \mathbb{R}_\varepsilon$ มีอยู่จริงและ $v \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ ซึ่ง $v \neq \varepsilon_{n \times 1}$ โดยที่ $A \otimes v = \lambda \otimes v$ แล้วเราจะเรียก λ ว่าค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ใน โครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกของ A และ v คือค่าตอบสนองร่วม (coresponse) ของ eigenvalue ในโครงสร้างพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นของ A (Schutter and Boom, 2008)

ตัวอย่างการหาค่าลักษณะเฉพาะ

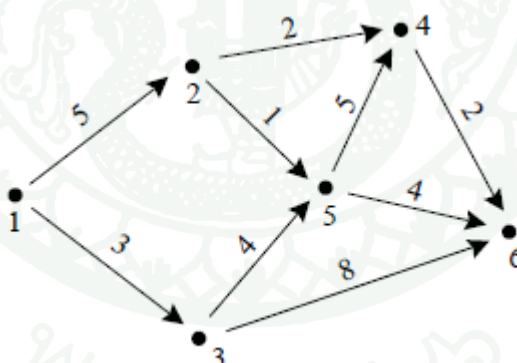
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ } v = \begin{bmatrix} 2.5 \\ e \end{bmatrix}$$

จาก $A \otimes v = \lambda \otimes v$ จะหาค่าลักษณะเฉพาะของ A ได้ $\lambda = 4.5$

บทนิยามนี้สามารถนำไปช่วยแก้ปัญหาในระบบสมการอื่นๆ ได้อย่างง่ายดายเช่น $A^{\otimes k} = \lambda^{\otimes k}$ ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก จะเท่ากับ $\lambda \times k$ ในพีชคณิตเชิงเส้นปกติ

3. การแก้ปัญหาระบบสมการ $x = A \otimes x \oplus b$ ในการออกแบบ Scheduling

ในการออกแบบลำดับขั้นการทำงานหากออกแบบให้ลำดับขั้นนั้นๆ เริ่มต้นได้ก็ต่อเมื่อลำดับขั้นก่อนหน้าทำงานเสร็จสิ้น นั่นหมายถึงลำดับขั้นการทำงานจะไม่เป็นอิสระต่อกันและเขียนเป็นกราฟทางเดียวได้อย่างเช่นรูปแบบการทำงานในภาพที่ 7 (Bacceli et al., 1992)



ภาพที่ 7 ตัวอย่างการทำงานขั้นลำดับ

ที่มา: (Bacceli et al., 1992)

จากภาพที่ 7 เป็นตัวอย่างการทำงานแบบขั้นลำดับหากสังเกตการทำงานจะเริ่มต้นที่จุดที่ 1 และต้องทำงานตามลำดับขั้นในทุกๆ จุดไปยังที่จุดที่ 6 ซึ่งเป็นจุดสุดท้ายถ้าหากต้องการหาเวลาลำดับขั้นการทำงานในระหว่างจุดจะตั้งสมการได้ว่า

$$x = A \otimes x \oplus B \otimes u$$

โดยจากกราฟลำดับชั้นการทำงานจะได้ A และ B ดังต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & 5 & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 & 4 & 7.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 8 & 2 & 4 & \varepsilon \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

บทนิยามที่ 7. กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{n \times n}$ และ $b \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^n$ โดยที่ $A_{i,j}$ เป็นค่าเวลาในกราฟลำดับชั้นจะกล่าวได้ว่า $x \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^n$ เป็นผลเฉลยของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น $x = A \otimes x \oplus b$ โดยที่

$$x = A^* \otimes b \tag{3}$$

ซึ่ง A^* มีชื่อเรียกว่า A 'kleene star' มีค่าเท่ากับ

$$A^* = E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1} \tag{4}$$

โดยที่ n คือ ขนาดมิติของเมตริกซ์ A และ E คือเมตริกซ์เอกลักษณ์

บทแทรกที่ 3. โดยถ้าสมมุติ $\ominus$ (Minus) เปรียบเสมือนการย้ายข้างมาลบกันในสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นจะสังเกตพฤติกรรมบางอย่างจากสมการ $x = A \otimes x \oplus b$ ได้ดังนี้

$$(E \ominus A) \otimes x = b$$

$$x = (E \ominus A)^{-1} \otimes b$$

จาก $x = A^* \otimes b$ ที่เป็นผลเฉลยของสมการ $x = A \otimes x \oplus b$ จึงได้ความสัมพันธ์ของ A^* ว่า

$$A^* = (E \ominus A)^{-1} \quad (5)$$

จากตัวอย่างการทำงานลำดับชั้นในภาพที่ 7 โดยหากสมมุติในหน่วยวินาทีและใช้บทนิยามที่ 7 ในการแก้ปัญหาจะได้ A^*

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 5 & 0 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 3 & \varepsilon & 0 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 12 & 6 & 9 & 0 & 5 & \varepsilon \\ 7 & 1 & 4 & \varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 14 & 8 & 11 & 2 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

จาก A^* จะแสดงให้เห็นว่าที่จุดที่ 5 ต้องรอการทำงานจากจุดที่ 1 ใช้เวลา 7 วินาที จากจุดที่ 2 ใช้เวลา 1 วินาทีและจากจุดที่ 3 ใช้เวลา 4 วินาที เช่นกันในจุดที่ 6 ต้องรอการทำงานจากจุดที่ 1 ใช้เวลา 14 วินาที จากจุดที่ 2 ใช้เวลา 8 วินาที จากจุดที่ 3 ใช้เวลา 11 วินาที จากจุดที่ 4 ใช้เวลา 2 วินาทีและจากจุดที่ 3 ใช้เวลา 7 วินาที ซึ่งจะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างเวลาอินพุตและลำดับชั้นในจุดว่า

$$x = (A^* \otimes B) \otimes u$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$x = \begin{bmatrix} e \\ 5 \\ 3 \\ 12 \\ 7 \\ 14 \end{bmatrix} \otimes u$$

4. การแก้ปัญหาระบบสมการ $A \otimes x = b$ หรือการหาผลเฉลยย่อยมากที่สุด

บทนิยามที่ 8. กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_c^{n \times n}$ และ $b \in \mathbb{R}_c^n$ จะกล่าวได้ว่า $x \in \mathbb{R}_c^n$ เป็นผลเฉลยย่อยของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น $A \otimes x = b$ ถ้า $A \otimes x < b$

เป็นไปได้ว่าระบบ $A \otimes x = b$ หาค่าผลเฉลยไม่ได้แต่เป็นไปได้ที่จะหาค่าที่มากที่สุดที่ใกล้เคียง นั่นคือหา $\hat{x}$ ที่เป็นผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดของระบบสมการ $A \otimes \hat{x} < b$ โดย

$$\hat{x}_j = \min_j (b_i - a_{ij}) \quad (6)$$

สำหรับ $j = 1, 2, 3, \dots, n$

หรือในบางครั้งอาจพบวิธีเขียนสัญลักษณ์การหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดที่แตกต่างออกไปเช่น (Necoara, 2006)

$$\hat{x} = (-A^T) \otimes' b \quad (7)$$

โดยที่ $\otimes'$ คือการหาค่าน้อยที่สุดเช่น $a \otimes' b = \min(a, b)$

ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาในสมการ $A \otimes x = b$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 8 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 13 \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ 5 จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \min(5-1, 8-3, 13-6) \\ \min(5-2, 8-5, 13-1) \\ \min(5-4, 8-7, 13-8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

แทนเวกเตอร์ x กลับลงในสมการ $A \otimes x = b$ จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 8 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

5. เมตริกซ์การแลกเปลี่ยนสถานะและเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์อินพุตและเวกเตอร์เอาต์พุต

จากแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นสามารถสังเกตพฤติกรรมของระบบได้ว่า (Schutter and Boom, 2000a, 2008)

$$x(1) = A \otimes x(0) \oplus B \otimes u(1)$$

$$x(2) = A \otimes x(1) \oplus B \otimes u(2)$$

$$= A^{\otimes 2} \otimes x(0) \oplus A \otimes B \otimes u(1) \oplus B \otimes u(2)$$

เขียนในเชิงอนุกรม สำหรับ $k = 1, 2, \dots$

$$x(k) = A^{\otimes k} \otimes x(0) \oplus \bigoplus_{i=1}^k A^{\otimes k-i} \otimes B \otimes u(i)$$

แทนในสมการที่ (5) ได้

$$y(k) = C \otimes A^{\otimes k} \otimes x(0) \oplus \bigoplus_{i=1}^k C \otimes A^{\otimes k-i} \otimes B \otimes u(i) \quad (8)$$

หากต้องการสั่งการทำงานของระบบจำนวน p รอบโดยให้เวกเตอร์อินพุต $U = [u(1) \ u(2) \ \dots \ u(p)]^T$ และเวกเตอร์เอาต์พุต $Y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(p)]^T$

โดยจากสมการที่ (6) จะได้สมการการแลกเปลี่ยนสถานะระหว่างเวกเตอร์อินพุต U เวกเตอร์เอาต์พุต Y และ $x(0)$

$$Y = (H \otimes U) \oplus (G \otimes x(0)) \quad (9)$$

$$\text{โดยที่ } H = \begin{bmatrix} C \otimes B & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ C \otimes A \otimes B & C \otimes B & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p-1} \otimes B & C \otimes A^{\otimes p-2} \otimes B & \dots & C \otimes B \end{bmatrix} \text{ และ } G = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A^{\otimes 2} \\ \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p-1} \end{bmatrix}$$

6. Reachability ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าอินพุตที่ป้อนจะสามารถขับเคลื่อนสถานะในระบบเป็นไปตามที่ต้องการหรือไม่ จากแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในสมการที่ (1) และ (2) สามารถสังเกตพฤติกรรมของสถานะระบบในจำนวน p รอบได้ว่า (Gazarik and Kamen, 1999)

$$x(p) = A^{\otimes p} \otimes x(0) \oplus A^{\otimes p-1} \otimes B \otimes u(1) \oplus A^{\otimes p-2} \otimes B \otimes u(2) \oplus \dots \oplus B \otimes u(p)$$

เขียนรูปใหม่ได้ว่า

$$x(p) = A^{\otimes p} \otimes x(0) \oplus [A^{\otimes p-1} \otimes B \ A^{\otimes p-2} \otimes B \dots B] \otimes [u(1) \ u(2) \dots u(p)]^T$$

จะได้ Reachable matrice คือ

$$\Gamma = [A^{\otimes p-1} \otimes B : A^{\otimes p-2} \otimes B : \dots : B]$$

บทนิยามที่ 9. กำหนดให้ $x(0) \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ โดยที่สถานะ $x_p \in \mathbb{R}^n$ สามารถถูกเข้าถึง (Reachable) ในรอบการทำงานที่ p ได้จาก $x(0)$ ถ้า $\{u(1) \ u(2) \dots u(p)\}$ ใน $\mathbb{R}_\varepsilon$ มีอยู่จริงซึ่ง $x(p) = x_p$

บทนิยามที่ 10. กำหนดให้ $x(0) \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ และรอบการทำงาน $p \in \mathbb{R}^+$ กำหนดให้ $\Omega_{p,x(0)}$ เป็นเซตของสถานะ $x \in \mathbb{R}^n$ ทั้งหมดจะสามารถเข้าถึงการทำงานในรอบ p ได้จาก $x(0)$ โดยที่

$$\Omega_{p,x(0)} = \{x \in \mathbb{R}^n : x = A^{\otimes p} \otimes x(0) \oplus \Gamma \otimes U\} \text{ โดยที่ } U \text{ อยู่บนช่วง } \mathbb{R}_\varepsilon^{t \times p}$$

ทฤษฎีบทที่ 1. กำหนดให้ $x(0) \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ และสถานะ $x \in \mathbb{R}^n$ แล้ว $x \in \Omega_{p,x(0)}$ ก็ต่อเมื่อ

$$\Gamma \otimes (-\Gamma^T \otimes' x) \oplus A^{\otimes p} \otimes x(0) = x \quad (10)$$

ในกรณีที่ $U = -\Gamma^T \otimes' x$ ขับให้สถานะของระบบจากสถานะ $x(0)$ ไปสถานะ $x(p) = x$

7. Feasible systems หรือระบบที่เป็นไปได้ทางปฏิบัติ

Feasible systems ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น หมายถึงระบบที่เป็นจริงและนำมาใช้ได้ทางปฏิบัติ นั่นคือเวลาที่ได้จากระบบต้องไม่ติดลบหรือไม่ลดลง (Gazarik and Kamen, 1999)

บทนิยามที่ 11. Feasible systems คือระบบที่มีข้อมูล A, B และ C ที่เป็นเมตริกซ์ในปริภูมิสถานะของระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นอยู่บน $\mathbb{R}_+^+$

บทนิยามที่ 12. สำหรับ $x \in \Omega_{p,x(0)}$ x จะ feasible ถ้าข้อมูล U ที่มีผลต่อ x ไม่มีค่าติดลบและไม่ลดลงตามรอบการทำงาน

ทฤษฎีบทที่ 2. สำหรับการตรวจสอบระบบ Feasible ถ้า $\exists j$ โดยที่ $(-\Gamma^T \otimes' x)_j < 0$ และ $x \in \Omega_{p,x(0)}$ แล้ว x จะไม่ feasible นอกจากนี้แล้ว x ยังคงไม่ feasible แม้ว่าจะตรวจสอบที่รอบการทำงาน $p + n \geq p$

8. Observability ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าเอาต์พุตที่ถูกขับในระบบจะสามารถนำมาสังเกตสถานะได้หรือไม่ จากแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในสมการที่ (1) และ (2) สามารถสังเกตพฤติกรรมของสถานะระบบในจำนวน p รอบได้ว่า (Gazarik and Kamen, 1999)

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+p-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A^{\otimes 2} \\ \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p-1} \end{bmatrix} \otimes x(k) \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ C \otimes B & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p-2} \otimes B & C \otimes A^{\otimes p-3} \otimes B & \dots & C \otimes B \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

ดังนั้นจึงเมตริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสถานะและเอาต์พุตจึงถูกกำหนดให้เป็น Observable matrice

$$O = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A^{\otimes 2} \\ \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p-1} \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$Y = (H \otimes U) \oplus (O \otimes x(k))$$

บทแทรกที่ 4. กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{n \times n}$ และ $b \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^n$ จะกล่าวได้ว่า $x \in \bar{\mathbb{R}}_{\varepsilon}^n$ หรือหมายถึง x อยู่ในเซตของจำนวนจริงในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกที่ได้จากการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดโดยที่ $A \otimes x < b$

บทนิยามที่ 13. กำหนดให้เอาต์พุต $Y \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{l \times p}$ เป็นชุดของเอาต์พุตที่ได้จาก $Y = (H \otimes U) \oplus (O \otimes x(k))$ โดยที่ $U \in \mathbb{R}^{m \times (p-1)}$ และ $x(k) \in \bar{\mathbb{R}}_{\varepsilon}^n$

บทนิยามที่ 14. กำหนดให้ $Y \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{l \times p}$ และรอบการทำงาน $p \in \mathbb{R}^+$ แล้ว

$$\Sigma_{p,U} = \{x \in \mathbb{R}^n : Y = (H \otimes U) \oplus (O \otimes x(k))\} \text{ โดยที่ } x(k) \text{ อยู่บนช่วง } \bar{\mathbb{R}}_{\varepsilon}^n$$

ทฤษฎีบทที่ 3. กำหนดให้ $Y \in \mathbb{R}_\varepsilon^{l \times p}$ และสถานะ $U \in \mathbb{R}^{m \times (p-1)}$ แล้ว $Y \in \Sigma_{p,U}$ ก็ต่อเมื่อ

$$Y = H \otimes U \oplus O \otimes (-O^T \otimes Y) \quad (12)$$

9. การแปลง γ และฟังก์ชันการถ่ายโอน

ระบบพลวัตเชิงเส้นโดยทั่วไปสามารถแปลงรูปแบบในโดเมนเวลาโดยการแปลง Laplace และเช่นกันกับระบบที่เป็นวิยุต (Discrete) นั่นก็คือการแปลง Z โดย $Y(z)$ และ $U(z)$ ถูกนิยามดังต่อไปนี้ (Bacceli et al., 1992)

$$Y(z) = \sum_{i=1}^{\infty} y(i)z^{-i} \text{ และ } U(z) = \sum_{i=1}^{\infty} u(i)z^{-i}$$

ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นจะเลียนแบบโครงสร้างในการแปลง Z ในระบบพลวัตเชิงเส้นแบบเชิงเลข โดยเรียกการแปลงโดเมนนี้ว่าการแปลง γ โดยมีลักษณะดังต่อไปนี้

$$U(\gamma) = \bigoplus_{i=1}^{\infty} u(i) \otimes \gamma^i$$

แปลง γ ในปริภูมิสถานะจะเขียนได้ว่า

$$\gamma^{-1}x(k)\gamma^k = A \otimes x(k-1)\gamma^{k-1} \oplus B \otimes u(k)\gamma^k$$

$$y(k)\gamma^k = C \otimes x(k)\gamma^k$$

ได้รูปแบบการแปลง γ ตามต่อไปนี้

$$\gamma^{-1}X(\gamma) = A \otimes X(\gamma) \oplus B \otimes U(\gamma) \oplus \gamma^{-1}x_0$$

$$Y(\gamma) = C \otimes X(\gamma) \quad (13)$$

หาฟังก์ชันการถ่ายโอนได้โดย

$$X(\gamma) = \gamma A \otimes X(\gamma) \oplus \gamma B \otimes U(\gamma) \oplus x_0$$

$$(e \ominus \gamma A) \otimes X(\gamma) = \gamma B \otimes U(\gamma) \oplus x_0$$

$$X(\gamma) = (\gamma A)^* \otimes (\gamma B \otimes U(\gamma) \oplus x_0) \quad (14)$$

แทน (14) ใน (13) จึงได้ฟังก์ชันการถ่ายโอนดังนี้

$$T(\gamma) = C \otimes (\gamma A)^* \otimes (\gamma B \otimes U(\gamma) \oplus x_0)$$

$$T(\gamma) = \gamma(C \otimes B) \oplus \gamma^2(C \otimes A \otimes B) \oplus \gamma^3(C \otimes A^{\otimes 2} \otimes B) \quad (15)$$

จากการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถได้ว่าหากให้ระบบทำงานได้เร็วที่สุด โดยรอบที่ 1 ใช้เวลา $(C \otimes B)$ รอบที่ 2 ใช้เวลา $(C \otimes A \otimes B)$ รอบที่ 3 ใช้เวลา $(C \otimes A^{\otimes 2} \otimes B)$ และใช้เวลา $(C \otimes A^{\otimes n-1} \otimes B)$ ในรอบที่ n

10. สมการรูปแบบบัญญัติ (Canonical equations)

จากกราฟ Time Petri Nets จะเขียนเป็นแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นได้ในรูปแบบของสมการรูปแบบบัญญัติโดยที่การส่งผ่าน (Transition) ใน Time Petri Nets จะถูกเปลี่ยนเป็นสถานะ $x(k)$ ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นได้ดังนี้ (Baceli et al., 1992)

$$x(k) = \bigoplus_{i=0}^M (A_i \oplus x(k-i) \otimes B_i \oplus u(k-i)) \quad (16)$$

$$y(k) = \bigoplus_{i=0}^M (C_i \oplus x(k-i)) \quad (17)$$

โดย M คือจำนวนที่มากที่สุดของ Initial Marking ในกราฟเหตุการณ์เชิงเวลา

ย้อนกลับไปที่ตัวอย่างกราฟ Timed Petri Nets ในภาพที่ 5 จะถูกแปลงเป็นแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นได้อีกรูปแบบโดยใช้วิธีสมการรูปแบบบัญญัติซึ่งเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$x(k) = A_0 \otimes x(k) \oplus A_1 \otimes x(k-1)$$

$$y(k) = C \otimes x(k)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$A_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 5 & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & 4 & \varepsilon \end{bmatrix} \text{ และ } A_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & 4 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 4 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

หากต้องการเขียนให้อยู่ในรูปสมการ

$$x(k) = A \otimes x(k-1)$$

โดยที่ $A = A_0^* \otimes A_1$

$$A = \begin{bmatrix} \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 \\ \varepsilon & 6 & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & 4 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & 4 & \varepsilon \\ \varepsilon & 6 & \varepsilon & \varepsilon & 6 & 7 & 4 \\ \varepsilon & 11 & \varepsilon & \varepsilon & 8 & 9 & 9 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6 & 7 & 3 \\ \varepsilon & 8 & \varepsilon & \varepsilon & 10 & 11 & 7 \end{bmatrix}$$

หาเอาต์พุตหากราฟ Time Petri Nets ในภาพที่ 5 ทำการ firing จะได้ว่า

$$y(k) = C \otimes A \otimes x(k-1)$$

หรือจะได้ว่า

$$y(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon & 11 & \varepsilon & \varepsilon & 8 & \varepsilon & 9 \\ \varepsilon & 14 & \varepsilon & \varepsilon & 11 & 12 & 12 \\ \varepsilon & 11 & \varepsilon & \varepsilon & 13 & 14 & 10 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 10 & 11 & 7 \\ \varepsilon & 11 & \varepsilon & \varepsilon & 13 & 14 & 10 \\ \varepsilon & 14 & \varepsilon & \varepsilon & 11 & 12 & 12 \end{bmatrix} \otimes x(k-1)$$

การควบคุมในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

1. การควบคุมแบบ Just-in-timecontrol แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

คือการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดบนช่วงที่จำกัดในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นโดยจะใช้ตัวชี้วัดสมรรถนะเช่นเดียวกับหลักในการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดบนระบบพลวัตเชิงเส้นเพื่อออกแบบการหาอินพุตค่าเวลาที่เหมาะสมที่สุดโดยมีค่า error น้อยที่สุดและต้องเสร็จทันเวลา (Just-in-time) (Necoara, 2006)

สำหรับการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดบนช่วงที่จำกัดโดยไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในสมการที่ (1) และ (2) โดยถ้าหากระบบมีลักษณะเป็น feasible systems ซึ่งจะมีสมการตัวชี้วัดสมรรถนะและการหาผลเฉลยดังต่อไปนี้

$$V_N^0(x, r) = \inf_{u \in \mathbb{R}^{Nm}} V_N(x, r, u) \quad (18)$$

โดยที่

$$V_N(x, r, u) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^P \max\{[y_i - r_i]_j, 0\} - \eta \sum_{j=1}^m [u_i]_j \right) + \sum_{j=1}^P \max\{[y_N - r_N]_j, 0\}$$

ซึ่งเอาที่พบเหตุการณ์

$$y_i = C \otimes x_i$$

โดยคำนวณหาค่าเหมาะสมลงในสมการ $Y = (H \otimes U) \oplus (G \otimes x(0))$ โดยให้

$$\bar{Y} = R \oplus (G \otimes x(0)) \quad (19)$$

ซึ่งสามารถใช้ Linear programming ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยเงื่อนไข

$$\max_{u \in \mathbb{R}^{Nm}} \left(\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=1}^m [u_i]_j : H \otimes U \leq \bar{Y} \right)$$

ซึ่งการหาค่าเหมาะสมที่สุดในช่วงที่จำกัดจะได้ว่า

$$U^*(x, R) \in \arg \max_{u \in \mathbb{R}^{Nm}} \left(\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=1}^m [u_i]_j : H \otimes U \leq \bar{Y} \right)$$

โดยที่ $U^*(x, r)$ ที่เป็นผลเฉลยจาก Linear programming แบบไม่มีเงื่อนไขจะสามารถหาได้จากวิธีการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดตามวิธีในสมการที่ (7) ซึ่งจะได้ตามสมการที่ (20) ดังนี้

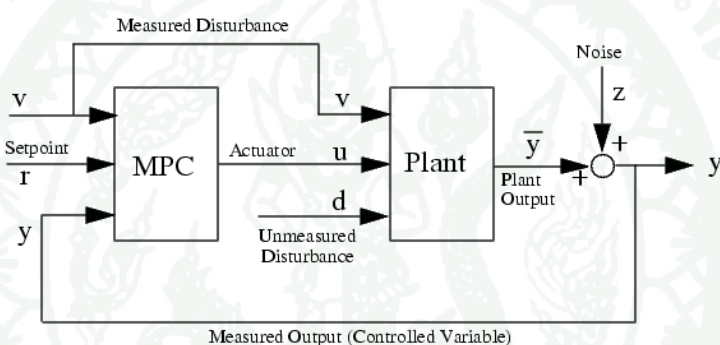
$$U^*(x, R) = (-H^T) \otimes \bar{Y} \quad (20)$$

หรือจากสมการที่ (19)

$$U^*(x, R) = (-H^T) \otimes' (R \oplus (G \otimes x(0))) \quad (21)$$

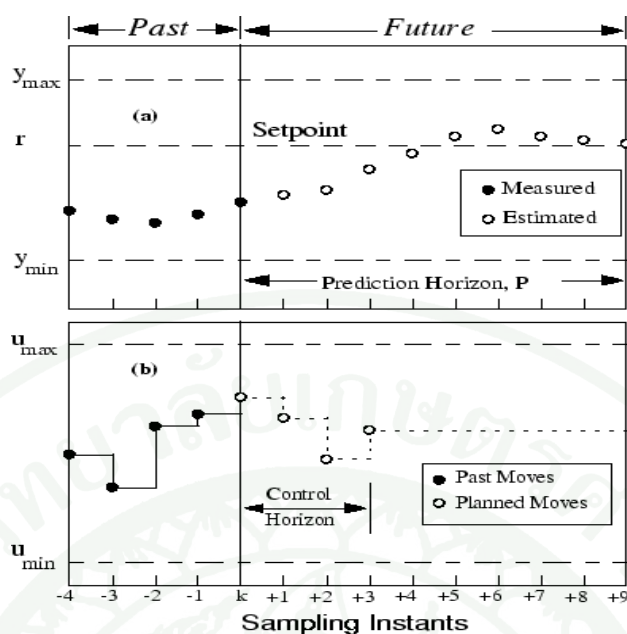
2. หลักการการควบคุมทำนายแบบจำลองเบื้องต้น

การควบคุมทำนายแบบจำลองเป็นรูปแบบของการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในช่วงเวลาที่จำกัด โดยนำค่าอ้างอิงที่จะเกิดขึ้นในช่วงเวลาในอนาคตมาปรับเปลี่ยนอินพุตในช่วงเวลาปัจจุบัน โดยจะทำการคำนวณเป็นช่วงเวลาในระบบเชิงเวลาจริง (Real time) ส่วนมากนิยมใช้เพื่อควบคุมกระบวนการในอุตสาหกรรมเคมีซึ่งสำหรับงานวิจัยนี้จะนำโครงสร้างการควบคุมทำนายแบบจำลองมาเลียนแบบและนำไปประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมในระบบเหตุการณ์วิฤต



ภาพที่ 8 Block Diagram ที่แสดงการทำงานของ การควบคุมทำนายแบบจำลอง

ที่มา: The MathWorks, Inc. (2004)



ภาพที่ 9 ภาพที่แสดงการทำงานในช่วงของการทำนาย (Prediction Horizon)

ที่มา: The MathWorks, Inc. (2004)

จากรูปภาพที่ 9 กำหนดให้การสุ่มตัวอย่าง (Sampling) ช่วงเวลา N_p คือช่วงเวลาที่ระบบทำการคำนวณค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อทำนายและช่วงเวลา N_c คือช่วงเวลาที่ระบบป้อนอินพุตเมื่อมาถึงเวลาสุดท้ายช่วงเวลา N_c จากนั้นระบบจะคำนวณในช่วงเวลา N_p ใหม่หรือทำการสุ่มตัวอย่างใหม่เพื่อหาอินพุตในการป้อนเข้าสู่ระบบในช่วงเวลา N_c ใหม่

3. การควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

เช่นเดียวกับการควบคุมทำนายแบบจำลองในระบบเชิงเส้น การควบคุมทำนายแบบจำลองในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นจะสุ่มตัวอย่างจากค่าอ้างอิงแล้วควบคุมแบบ Just-in-time แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับบนช่วงที่จำกัดในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นที่เกิดขึ้นในช่วงเหตุการณ์ N_p แล้วจะป้อนอินพุตในช่วงเหตุการณ์ N_c แล้วทำการสุ่มตัวอย่างบนช่วง N_p ถัดไป (Schutter and Boom, 2000a; Necoara, 2006)

สำหรับการควบคุมแบบควบคุมแบบ just-in time แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับบนช่วงที่จำกัด ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นหากระบบเป็น feasible systems แล้วจะใช้ สมการตัวชี้วัดสมรรถนะเพื่อใช้คำนวณการทำนายเพื่อหาค่าอินพุตที่เหมาะสมที่สุดให้มีค่า error ที่ น้อยที่สุดบนสมการ $Y = (H \otimes U) \oplus (G \otimes x(0))$ ซึ่งมีสมการดังต่อไปนี้

$$J = J_{out} + \lambda J_{in} , \lambda > 0$$

$$u(k+1) \geq 0 , j = 0, \dots, N_p - 1$$

โดยที่

$$J_{in} = - \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^l U_i(k+j-1)$$

$$J_{out,1} = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^l \max(\hat{y}_i(k+j|k) - \hat{r}_i(k+j), 0)$$

หรือ

$$J_{out,2} = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^l |\hat{y}_i(k+j|k) - \hat{r}_i(k+j)|$$

จากสมการตัวชี้วัดสมรรถนะจะมีให้เลือกใช้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับความต้องการในการ คำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) J_{in} จะเป็นตัวชี้วัดที่ใช้หาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการ ชดเชยความล่าช้าโดยจ่ายค่าอินพุตให้เร็วที่สุด $J_{out,1}$ จะเป็นตัวชี้วัดที่ทำให้เอาต์พุตที่ได้มีค่า error น้อยที่สุดแต่เอาต์พุตต้องไม่เกินค่าอ้างอิงส่วน $J_{out,2}$ จะเป็นตัวชี้วัดที่ทำให้เอาต์พุตที่ได้มีค่า error น้อยที่สุดโดยอนุญาตให้เอาต์พุตเกินค่าอ้างอิงได้ ซึ่งการคำนวณแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับมีวิธีการหา ผลเฉลยได้ดังต่อไปนี้ (Schutter and Boom, 2000a, 2000b; Masuda, 2003)

กรณีที่ 1. กำหนดให้ $\bar{Y} = R \oplus (G \otimes x(0))$ และระบบเป็น Feasible systems ซึ่งใช้ ตัวชี้วัดสมรรถนะ J_{in} และ $J_{out,1}$ แล้วจะสามารถหาค่า $\hat{U}(k+1)_p$ ที่ถูกคำนวณหาค่าที่เหมาะสม ที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไขได้จากที่ (21)

$$U_{N_p}^*(x, R) = (-H^T) \otimes' \bar{Y}$$

กฎการควบคุมป้อนกลับจะกำหนดให้ N_p คือช่วงเหตุการณ์ที่นำมาทำนายเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด และให้ $N_c = C$ หมายถึงระบบจะป้อนค่าอินพุต C ช่วงเหตุการณ์โดยกำหนดให้ $U_{N_c}^*(x, R)$ คืออินพุตในช่วงเหตุการณ์ที่ต้องการควบคุม และ $U_{N_p}^*(x, R)$ คือช่วงเหตุการณ์ที่ได้จากการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดซึ่งสามารถหา $U_{N_c}^*(x, R)$ จาก $U_{N_p}^*(x, R)$ ได้ดังต่อไปนี้

$$U_{N_c}^*(x, R) = [E_c \quad \varepsilon_{c,p-c+1} \quad \dots \quad \varepsilon_{c,p}] \otimes U_{N_p}^*(x, R) \quad (22)$$

โดยที่ $E_c = \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \varepsilon & e & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon & \varepsilon & \dots & e \end{bmatrix}_{c \times c}$ และ $\varepsilon_c = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \vdots \\ \varepsilon \end{bmatrix}_{c \times 1}$

กรณีที่ 2. กำหนดให้ $\bar{Y} = R \oplus (G \otimes x(0))$ และระบบเป็น Feasible systems ซึ่งใช้ตัวชี้วัดสมรรถนะ J_{in} และ $J_{out,2}$ แล้วจะสามารถหาค่า $\hat{U}(k+1)_p$ ที่ถูกคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไขได้จากที่ (21)

$$U_{N_p}^*(x, R) = (-H^T) \otimes' \bar{Y}$$

จากนั้นเพิ่มเงื่อนไขค่าเฉลี่ยเพื่อให้มีค่า Error น้อยที่สุด

$$U_{N_p}^{\dagger}(x, R) = U_{N_p}^*(x, R) \otimes \frac{\delta}{2} \text{ with } \delta = \max_{i=1, \dots, m, N_p} (R_i - (H \otimes U_{N_p}^*(x, R)))$$

กฎการควบคุมป้อนกลับจะกำหนดให้ N_p คือช่วงเหตุการณ์ที่นำมาทำนายเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด และให้ $N_c = C$ หมายถึงระบบจะป้อนค่าอินพุต C ช่วงเหตุการณ์โดยกำหนดให้ $U_{N_c}^{\dagger}(x, R)$ คืออินพุตในช่วงเหตุการณ์ที่ต้องการควบคุม และ $U_{N_p}^{\dagger}(x, R)$ คือช่วงเหตุการณ์ที่ได้จากการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดซึ่งสามารถหา $U_{N_c}^{\dagger}(x, R)$ จาก $U_{N_p}^{\dagger}(x, R)$ ได้ดังต่อไปนี้

$$U_{N_c}^{\dagger}(x, R) = [E_c \quad \varepsilon_{c,p-c+1} \quad \dots \quad \varepsilon_{c,p}] \otimes U_{N_p}^{\dagger}(x, R) \quad (23)$$

โดยที่ $E_c = \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \varepsilon & e & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon & \varepsilon & \dots & e \end{bmatrix}_{c \times c}$ และ $\varepsilon_c = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \vdots \\ \varepsilon \end{bmatrix}_{c \times 1}$



อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. Hardware and Software

ฮาร์ดแวร์	เครื่องคอมพิวเตอร์พีซี1เครื่อง
ระบบปฏิบัติการ	Microsoft Window XP
โปรแกรม	Matlab7.8 (Trial Version)

2. ระบบการผลิตอัตโนมัติ Mechatronic standard system

ระบบการผลิตอัตโนมัติที่นำมาประยุกต์ใช้ คือเครื่องการผลิตและคัดแยกชิ้นงาน Mechatronic Standard System (MSS) มี 3 สถานีคือ สถานีที่ 1 ตรวจสอบชิ้นงาน สถานีที่ 2 ประกอบชิ้นงาน และสถานีที่ 3 คือสถานีจัดเก็บชิ้นงาน โดยมีลักษณะการทำงานดังต่อไปนี้



ภาพที่ 10 ระบบการผลิตอัตโนมัติ Mechatronic Standard System (MSS)

1. เริ่มต้นการทำงานชิ้นงานถูกป้อนให้กับตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1

2. ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 เคลื่อนที่เพื่อนำชิ้นงานตรวจสอบเพื่อคัดแยกชิ้นงานในการจัดเก็บ และเคลื่อนที่ไปจนสุดสถานีที่ 1 โดยใช้เวลาในกระบวนการนี้เป็นเวลาทั้งหมด 9 วินาที



ภาพที่ 11 สถานีที่ 1 สถานีตรวจสอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS

3. แขนกลตัวที่ 1 หยิบชิ้นงานจากตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 แล้วนำไปวางในตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 2 โดยใช้เวลาทั้งหมด 4.8 วินาที



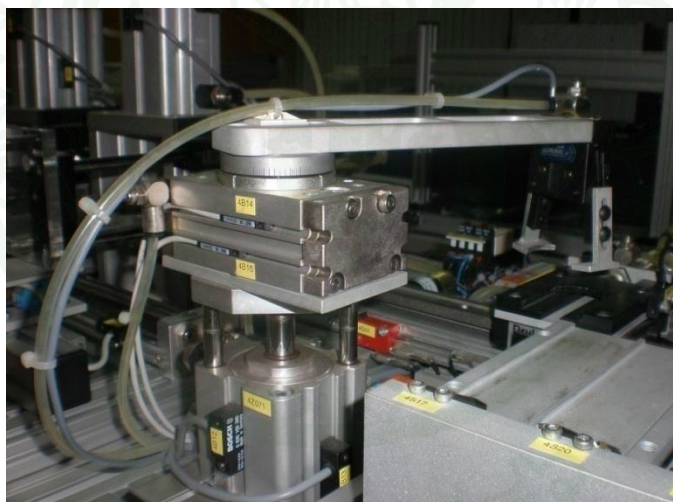
ภาพที่ 12 แขนกลเคลื่อนย้ายชิ้นงานตัวที่ 1 ในระบบการผลิต MSS

4. ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 2 เคลื่อนที่เพื่อนำชิ้นงานเข้าสู่กระบวนการประกอบ และเคลื่อนที่ไปจนสุดสถานีที่ 2 โดยใช้เวลาทั้งหมด 6.6 วินาที



ภาพที่ 13 สถานีที่ 2 สถานีประกอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS

5. แขนกลตัวที่ 2 หยิบชิ้นงานจากตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 2 แล้วนำไปวางในตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 3 โดยใช้เวลาทั้งหมด 7.5 วินาที



ภาพที่ 14 แขนกลเคลื่อนย้ายชิ้นงานตัวที่ 2 ในระบบการผลิต MSS

6. สถานีที่ 3 ทำการจัดเก็บชิ้นงานใช้เวลาทั้งหมด 1.5 วินาที



ภาพที่ 15 สถานีที่ 3 สถานีจัดเก็บชิ้นงานในระบบการผลิต MSS

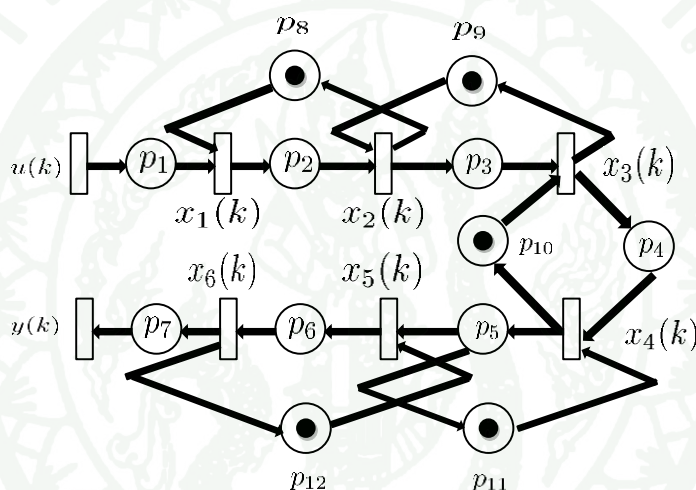
7. เสร็จสิ้นการผลิต ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 2 วินาที แขนกลตัวที่ 1 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 2 วินาที ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 2 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 2 วินาที ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 2 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 3.5 วินาที แขนกลตัวที่ 2 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 2 วินาที ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 3 กลับสู่สถานะเตรียมพร้อมทำงานในรอบต่อไปใช้เวลา 1 วินาที

จากลำดับขั้นตอนการทำงานเดิมระบบการผลิตอัตโนมัติ (MSS) ใช้เวลา 29.4 วินาทีในรอบการทำงานที่ 1 ในรอบการทำงานที่ 2 จะใช้เวลา 62.3 วินาที และใช้เวลา 91.7 วินาทีในรอบที่ 3 ซึ่งสังเกตการทำงานต่อรอบจะทำงานรอบละ 31.9 วินาที

วิธีการ

1. การออกแบบการทำงานแบบ Synchronous ในแบบจำลองของระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS โดยใช้ Time Petri Nets

ออกแบบระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ให้ทำงานประสานเวลา (synchronous) แต่ต้องไม่เกิดขึ้นพร้อมกัน (no concurrency) แต่ไม่เกิดทับซ้อนกันในรูปของกราฟ Timed Petri Nets หรือกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปแบบการทำงานดังต่อไปนี้



ภาพที่ 16 การออกแบบกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ทำงานสอดคล้องในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปของตำแหน่ง และ token เพื่ออธิบายการทำงาน

โดยอธิบายการสถานะทำงานในรูปภาพที่ 7 ได้ดังต่อไปนี้

p_1 คือ ตำแหน่งพร้อมเริ่มต้นการทำงานใช้เวลา 0 วินาที

p_2 คือ ตำแหน่งสถานีที่ 1 ตรวจสอบชิ้นงานใช้เวลา 9 วินาที

p_3 คือ ตำแหน่งแขนกลตัวที่ 1 หยิบชิ้นงานแล้วส่งให้สถานีที่ 2 ใช้เวลา 4.8 วินาที

p_4 คือ ตำแหน่งสถานีที่ 2 ประกอบชิ้นงานใช้เวลา 6.6 วินาที

p_5 คือ ตำแหน่งแขนกลตัวที่ 2 หยิบชิ้นงานแล้วส่งให้สถานีที่ 3 ใช้เวลา 7.5 วินาที

p_6 คือ ตำแหน่งสถานีที่ 2 จัดเก็บชิ้นงานใช้เวลา 1.5 วินาที

p_7 คือ ตำแหน่งเสร็จสิ้นการทำงานใช้เวลา 0 วินาที

p_8 คือ ตำแหน่งสถานีที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานใช้เวลา 2 วินาที

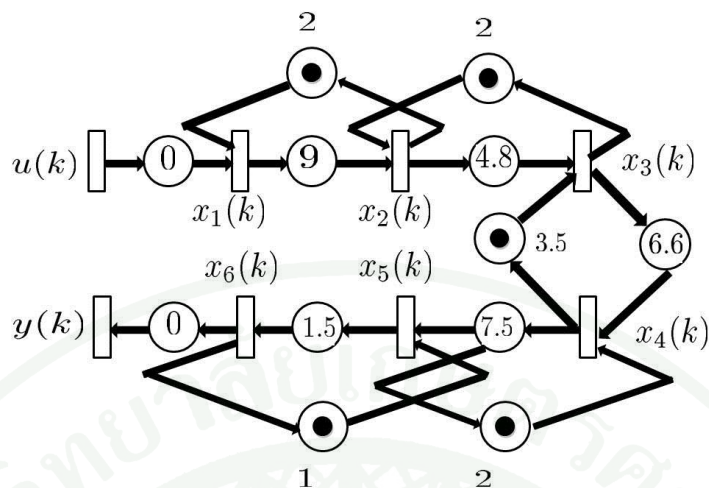
p_9 คือ ตำแหน่งแขนกลตัวที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานใช้เวลา 2 วินาที

p_{10} คือ ตำแหน่งสถานีที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานใช้เวลา 3.5 วินาที

p_{11} คือ ตำแหน่งแขนกลตัวที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานใช้เวลา 2 วินาที

p_{12} คือ ตำแหน่งสถานีที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานใช้เวลา 1 วินาที

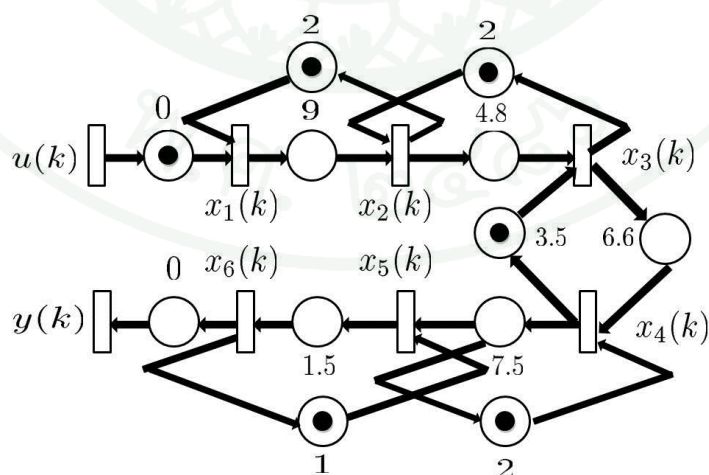
สำหรับการออกแบบกราฟ Timed Petri Nets หรือกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาในระบบผลิตอัตโนมัติ MSS จะให้การส่งผ่าน q_i มีค่าเท่ากับ x_i เพื่อให้ง่ายสำหรับการวิเคราะห์ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นที่จะกล่าวต่อไป



ภาพที่ 17 การออกแบบกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ทำงานสอดคล้อง (synchronous) ในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลา

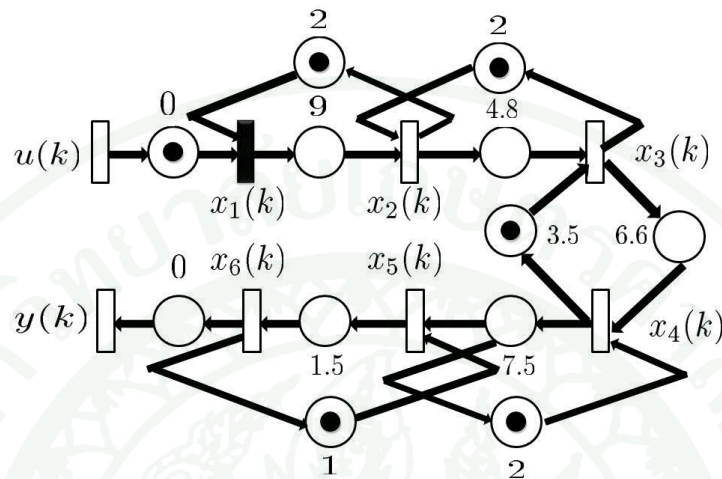
จากการออกแบบกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS จะสามารถอธิบายการทำงานกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาโดยให้มีตัวอย่างการป้อนชิ้นงานในรอบที่ 1 ที่ 0 วินาที รอบที่ 2 ที่ 10 วินาที และ 21 วินาทีในรอบที่ 3 ได้ดังต่อไปนี้

1. ที่เวลา 0 วินาทีมีการป้อนชิ้นงานเพื่อทำงานในรอบที่ 1 เข้าสู่ระบบจะเขียนในรูปของกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ดังต่อไปนี้



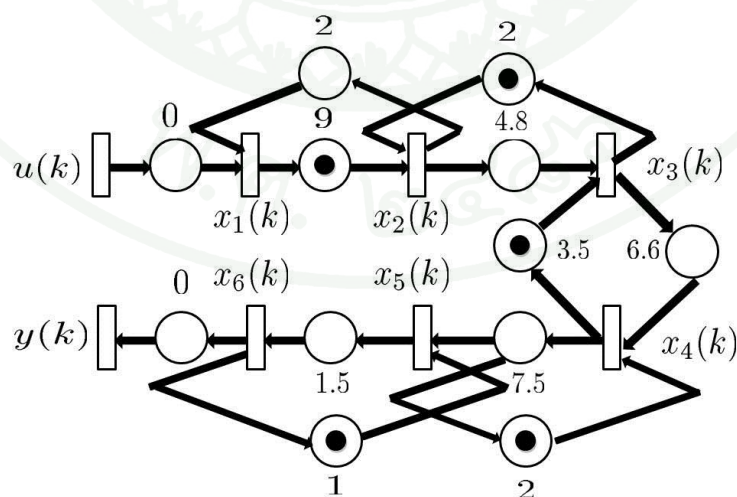
ภาพที่ 18 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาที่ของระบบการผลิต MSS ที่ 0 วินาที

จากภาพที่ 9 สังเกตได้ว่าตำแหน่ง p_1 และ p_8 มี token อยู่และไม่มี token ในตำแหน่ง p_3 ซึ่งจะเป็นเงื่อนไขการส่งผ่านจะทำงานโดยจากกราฟหมายถึงระบบพร้อมเริ่มต้นการทำงานในรอบที่ 1

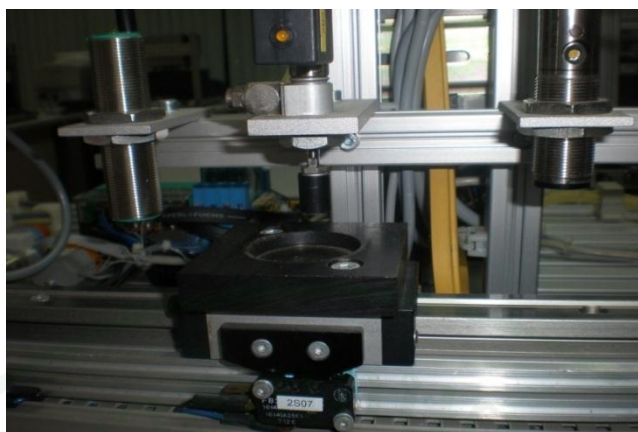


ภาพที่ 19 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการยิงของการส่งผ่าน x_1

2. หลังจากการส่งผ่าน x_1 ทำงานตำแหน่ง p_1 และ p_8 จะถูกถอด token ออก และ token จะถูกเพิ่มเข้าไปในตำแหน่ง p_2 ซึ่งหมายถึงระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS กำลังทำการตรวจสอบชิ้นงานที่ถูกป้อนเข้ามาในรอบที่ 1 โดยเขียนในรูปของกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ดังต่อไปนี้

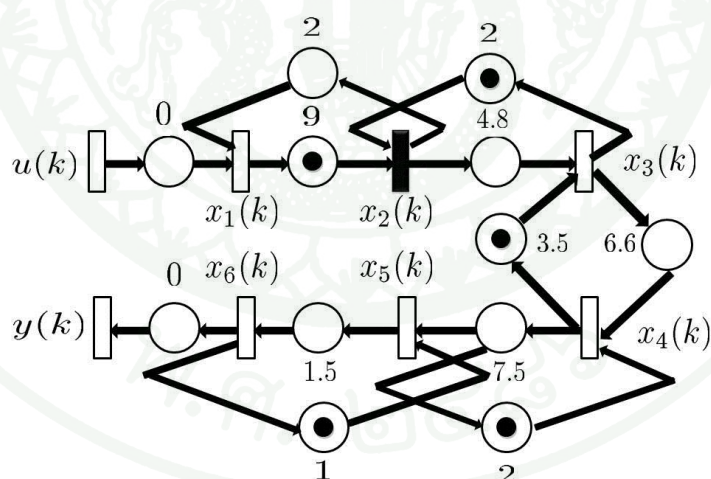


ภาพที่ 20 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการทำงานของตำแหน่ง p_2

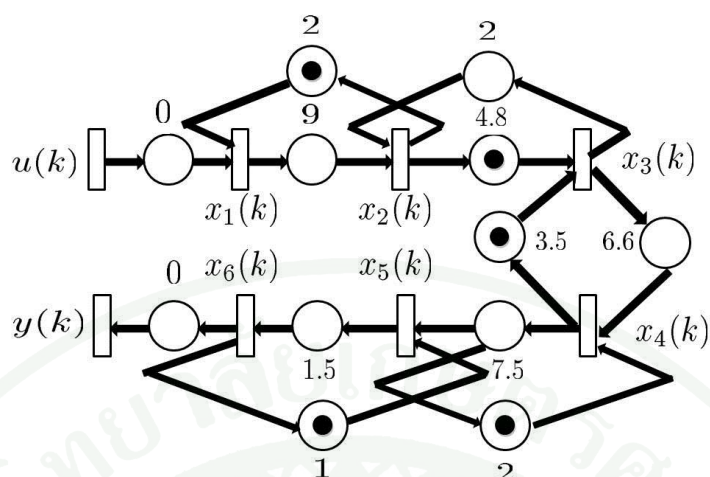


ภาพที่ 21 ระบบการผลิต MSS ทำการตรวจสอบชิ้นงานในสถานีที่ 1

3. ที่วินาทีที่ 9 การส่งผ่าน x_2 ทำการยิง token โดยตำแหน่ง p_2 และ p_9 จะถูกถอด token ออก และ token จะถูกเพิ่มเข้าไปในตำแหน่ง p_3 และ p_8 ซึ่งหมายถึงแขนกลตัวที่ 1 หยิบชิ้นงานแล้วส่งให้สถานีที่ 2 และตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 เคลื่อนที่กลับเพื่อเตรียมพร้อมการทำงานในรอบต่อไปโดยเขียนในรูปของกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 22 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการยิงของการส่งผ่าน x_2

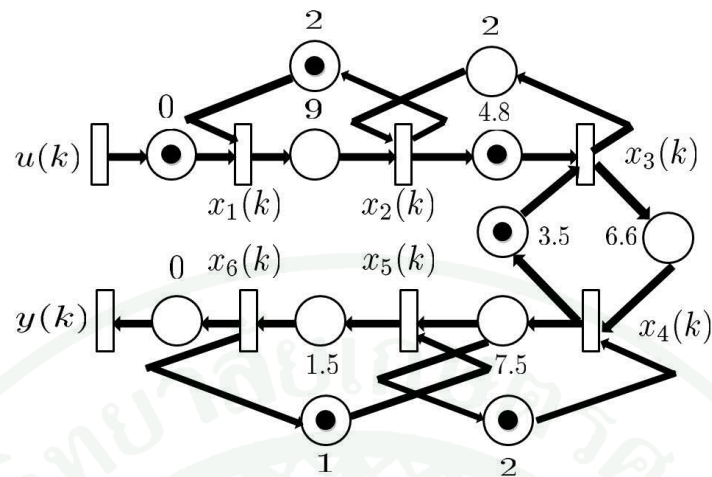


ภาพที่ 23 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาของระบบการผลิต MSS ที่แสดงการทำงานของตำแหน่ง p_3



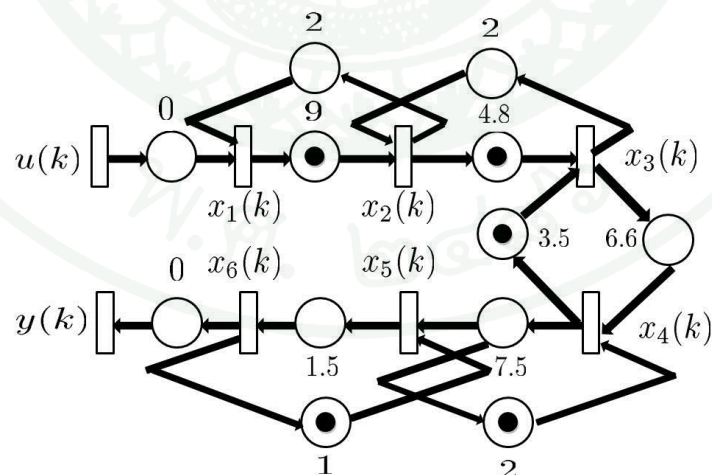
ภาพที่ 24 แขนกลตัวที่ 1 เคลื่อนย้ายชิ้นงานและสถานีที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานในระบบการผลิต MSS

4. ที่วินาทีที่ 10 มีการป้อนชิ้นงานในรอบที่ 2 โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



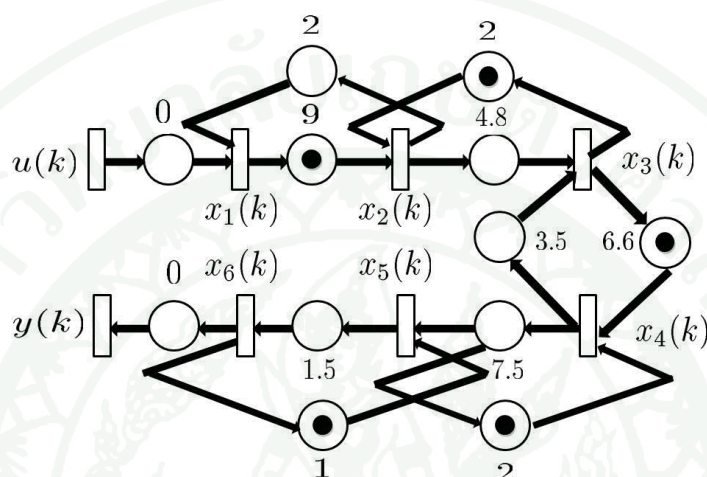
ภาพที่ 25 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกป้อนในวินาทีที่ 10 โดยระบบการผลิต MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1

5. ที่วินาทีที่ 11 ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 พร้อมสำหรับการป้อนชิ้นงานในรอบที่ 2 จึงทำให้การส่งผ่าน x_1 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_1 และ p_8 ไปยังตำแหน่ง p_2 เพื่อนำชิ้นงานตรวจสอบในสถานีที่ 1 ซึ่งระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้

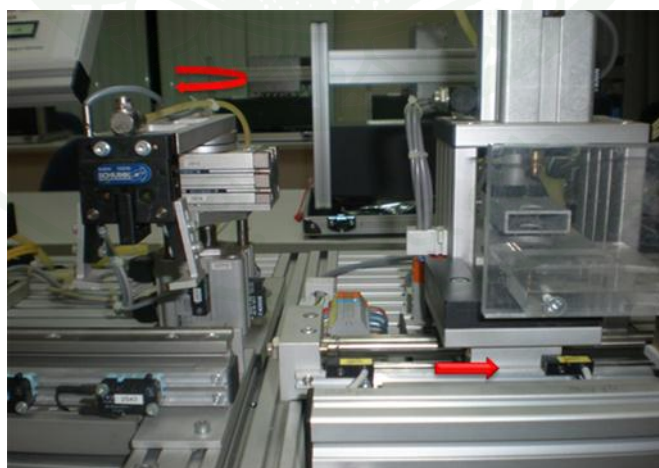


ภาพที่ 26 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 กำลังถูกตรวจสอบและแขนกลตัวที่ 1 กำลังขนย้ายชิ้นงานในรอบที่ 1 เข้าสู่สถานีที่ 2

6. ที่วินาทีที่ 13.8 แขนกลตัวที่ 1 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ลงบนสถานีที่ 2 เพื่อทำการประกอบจึงทำให้การส่งผ่าน x_3 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_3 และ p_{10} ไปยังตำแหน่ง p_4 และ p_9 ซึ่งระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการตรวจสอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ในสถานีที่ 1 โดยแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้

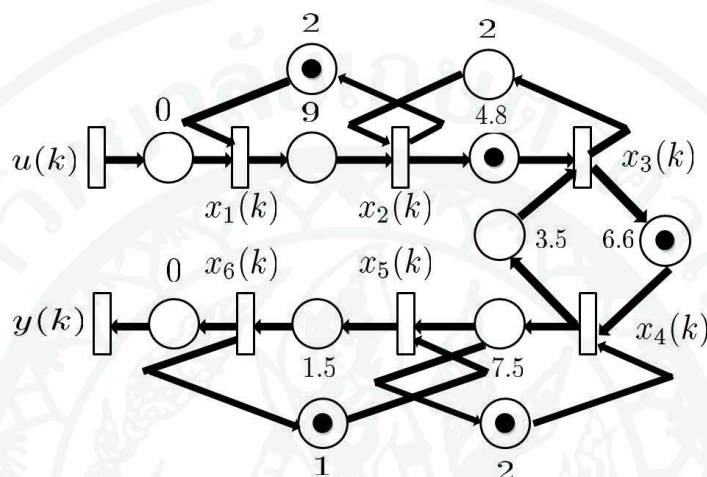


ภาพที่ 27 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 กำลังถูกตรวจสอบโดยสถานีที่ 1 และกำลังประกอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ในสถานีที่ 2 โดยแขนกลตัวที่ 1 กำลังกลับไปเพื่อเริ่มต้นขนถ่ายชิ้นงานในรอบถัดไป



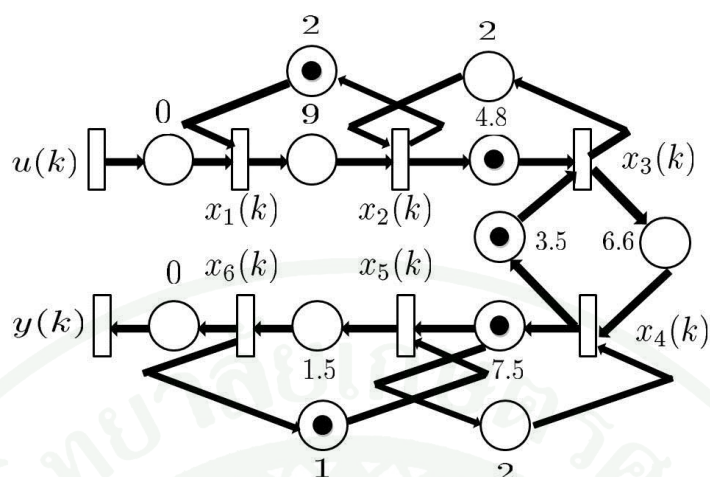
ภาพที่ 28 แขนกลตัวที่ 1 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงาน และสถานีที่ 2 ประกอบชิ้นงานในระบบการผลิต MSS

7. ที่วินาทีที่ 20 หลังจากแขนกลตัวที่ 1 สามารถเริ่มต้นทำงานอีกรอบ และการทำงานในสถานีที่ 1 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_2 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_2 และ p_9 ไปยังตำแหน่ง p_3 และ p_8 ซึ่งระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการประกอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ในสถานีที่ 2 โดยแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



ภาพที่ 29 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และกำลังประกอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ในสถานีที่ 2 โดยตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 กำลังกลับไปเพื่อเริ่มต้นขนถ่ายชิ้นงานในรอบถัดไป

8. ที่วินาทีที่ 20.4 หลังจากแขนกลตัวที่ 2 จะหยิบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 จากการทำงานในสถานีที่ 2 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_4 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_4 และ p_{11} ไปยังตำแหน่ง p_5 และ p_{10} ซึ่งระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการเคลื่อนย้ายชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 โดยแขนกลตัวที่ 2 ซึ่งแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้

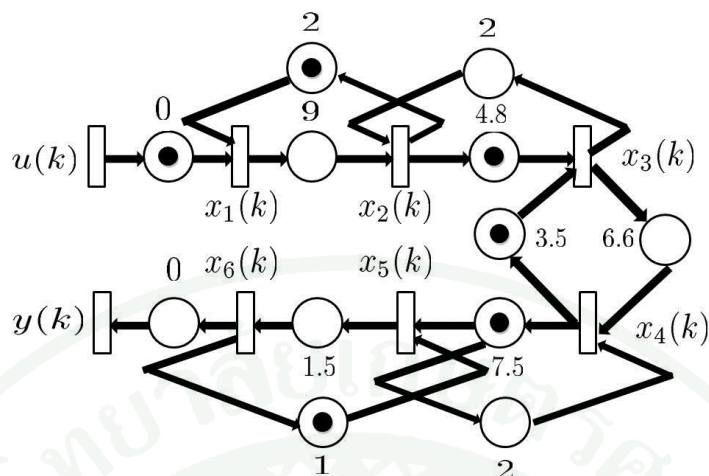


ภาพที่ 30 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานในรอบที่ 2 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2



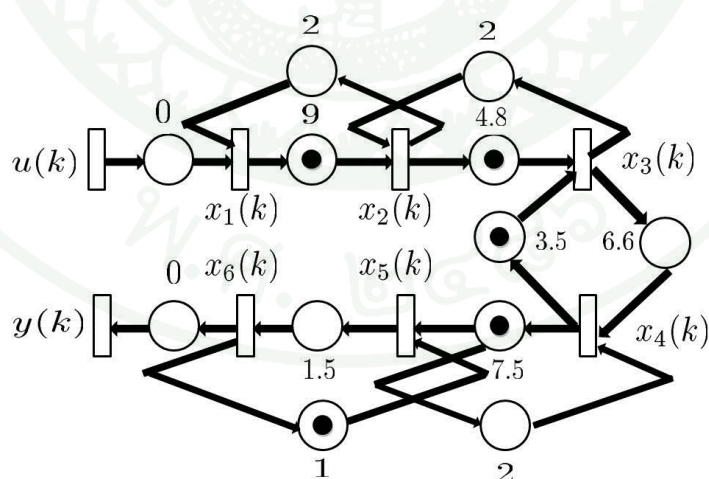
ภาพที่ 31 แขนกลตัวที่ 2 เคลื่อนย้ายชิ้นงานและสถานีที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงานในระบบการผลิต MSS

9. ที่วินาทีที่ 21 มีการป้อนชิ้นงานในรอบที่ 3 โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี



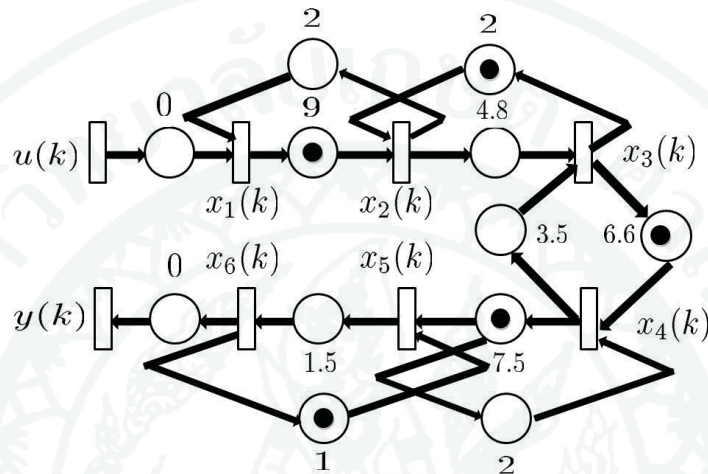
ภาพที่ 32 การทำงานของกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานถูกป้อนในรอบที่ 3 โดยระบบยังคงทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1

10. ที่วินาทีที่ 22 ตัวขนส่งชิ้นงานในสถานีที่ 1 สามารถที่จะทำงานได้ การส่งผ่าน x_4 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_1 และ p_8 ไปยังตำแหน่ง p_2 สถานีที่ 1 จะทำการตรวจสอบชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



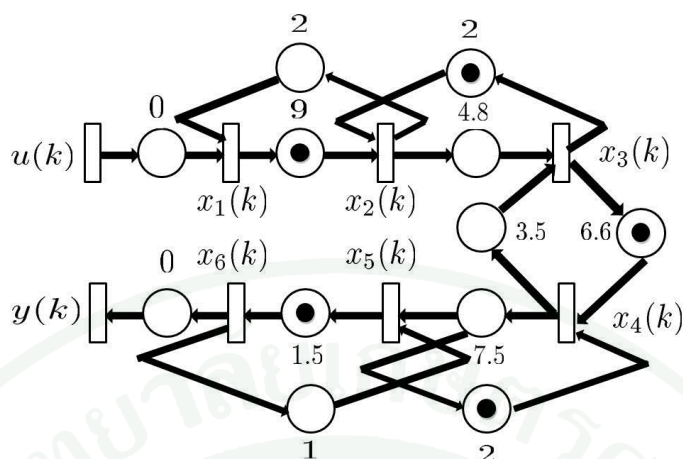
ภาพที่ 33 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2

11. ที่วินาทีที่ 24.8 แขนกลตัวที่ 1 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ลงบนตัวขนส่งใน สถานีที่ 2 การส่งผ่าน x_3 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_3 และ p_{10} ไปยังตำแหน่ง p_4 และ p_9 โดย ระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 และรอบที่ 1 จะ แสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



ภาพที่ 34 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 และชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูก เคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2

12. ที่วินาทีที่ 27.9 แขนกลตัวที่ 2 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ลงบนตัวขนส่งใน สถานีที่ 3 การส่งผ่าน x_5 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_5 และ p_{12} ไปยังตำแหน่ง p_6 และ p_{11} โดย ระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1 จะ แสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้

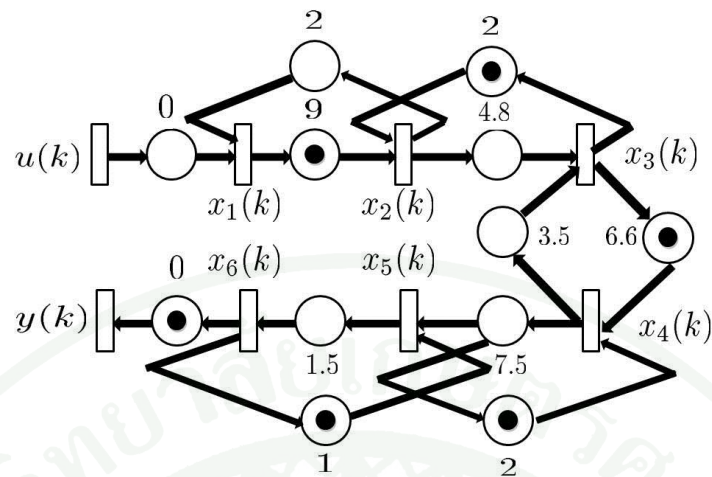


ภาพที่ 35 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 กำลังถูกจัดเก็บในสถานีที่ 3 และแขนกลตัวที่ 2 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน



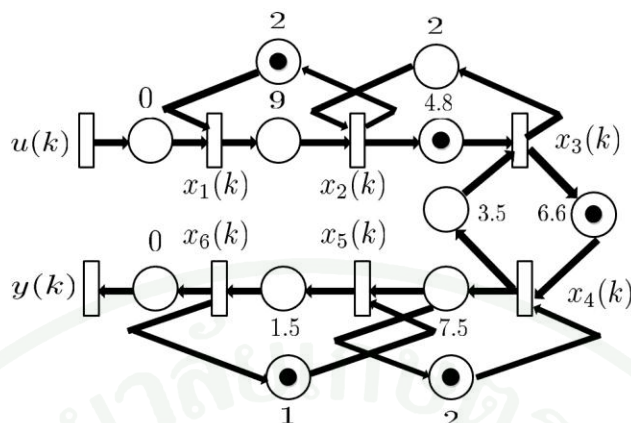
ภาพที่ 36 แขนกลตัวที่ 2 กลับสู่สภาวะพร้อมทำงาน และสถานีที่ 3 จัดเก็บชิ้นงานในระบบการผลิต MSS

13. ที่วินาทีที่ 29.4 การจัดเก็บชิ้นงานในสถานีที่ 3 ที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_6 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_6 ไปยังตำแหน่ง p_7 และ p_{12} โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 และรอบที่ 1 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



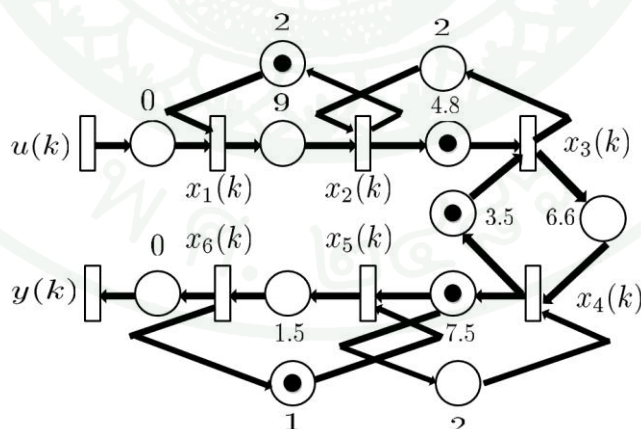
ภาพที่ 37 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกตรวจสอบในสถานีที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 1 ที่ถูกจัดเก็บในสถานีที่ 3 เรียบร้อยแล้ว และตัวขนส่งในสถานีที่ 3 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน

15. ที่วินาทีที่ 31 การตรวจสอบชิ้นงานในสถานีที่ 1 ที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 เสร็จสิ้นการนทำงาน การส่งผ่าน x_2 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_2 และ p_9 ไปยังตำแหน่ง p_3 และ p_8 โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2



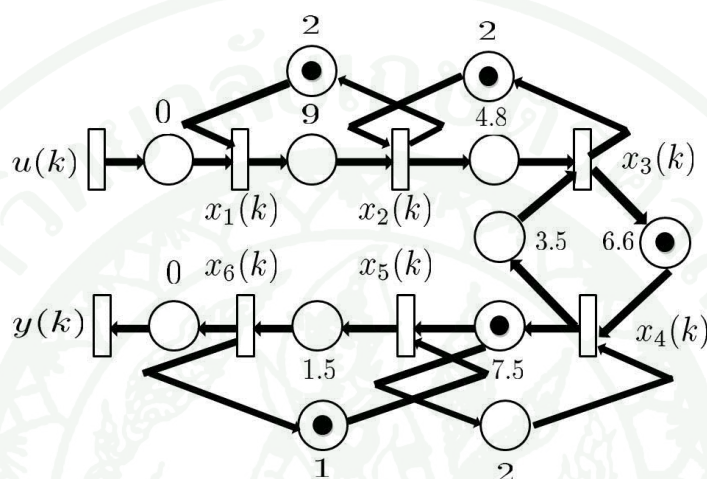
ภาพที่ 38 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ตัวขนส่งตัวที่ 1 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน

16. ที่วินาทีที่ 31.4 การประกอบชิ้นงานในสถานีที่ 2 ที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_4 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_4 และ p_{11} ไปยังตำแหน่ง p_5 และ p_{10} โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงทำการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



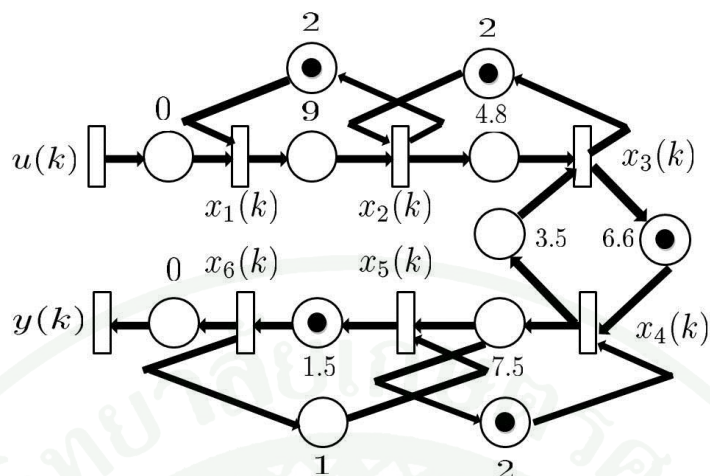
ภาพที่ 39 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 ขณะชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 2

17. ที่วินาทีที่ 35.8 แขนกลตัวที่ 1 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ในสถานีที่ 2 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_3 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_3 และ p_{10} ไปยังตำแหน่ง p_4 และ p_9 โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



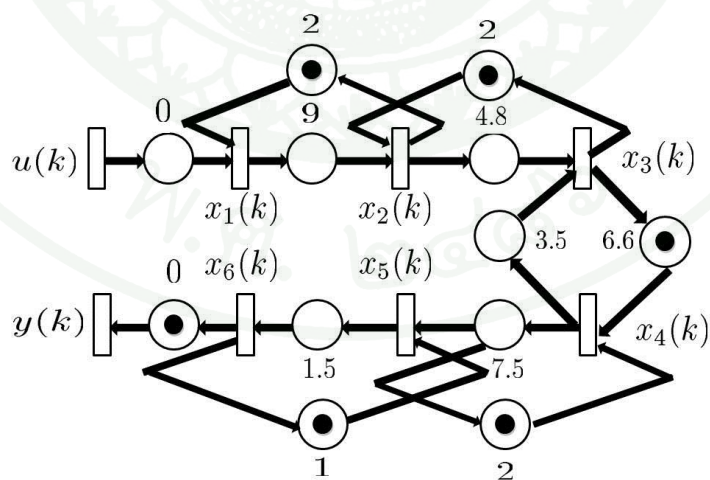
ภาพที่ 40 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ถูกเคลื่อนย้ายโดยแขนกลตัวที่ 1 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2 ตัวขนส่งตัวที่ 1 กลับไปเตรียมพร้อมการทำงาน

18. ที่วินาทีที่ 38.9 แขนกลตัวที่ 2 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ในสถานีที่ 3 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_5 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_5 และ p_{12} ไปยังตำแหน่ง p_6 และ p_{11} โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



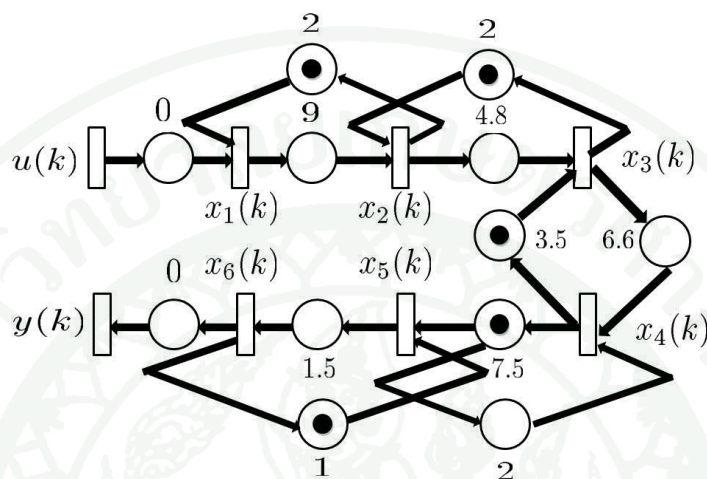
ภาพที่ 41 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ถูกจัดเก็บที่สถานีที่ 3 โดยชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 กำลังอยู่ในกระบวนการประกอบในสถานีที่ 2

19. ที่วินาทีที่ 40.4 เสร็จสิ้นการจัดเก็บชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ในสถานีที่ 3 ส่งผ่าน x_6 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_6 ไปยังตำแหน่ง p_7 และ p_{12} โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



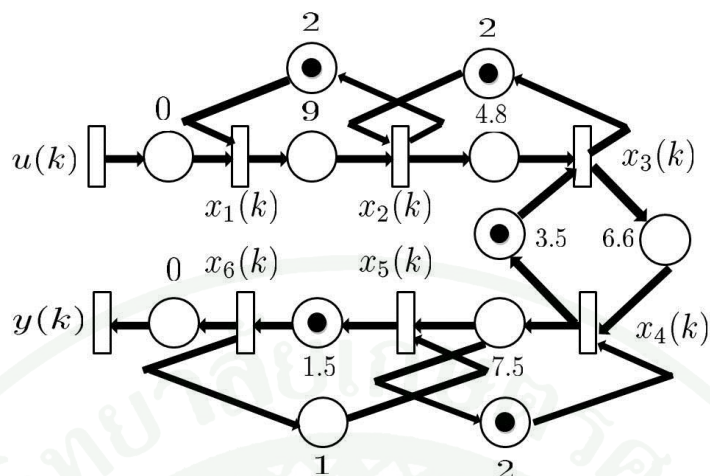
ภาพที่ 42 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 2

20. ที่วินาทีที่ 40.4 การประกอบชิ้นงานในสถานีที่ 2 ที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_4 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_4 และ p_{11} ไปยังตำแหน่ง p_5 และ p_{10} จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



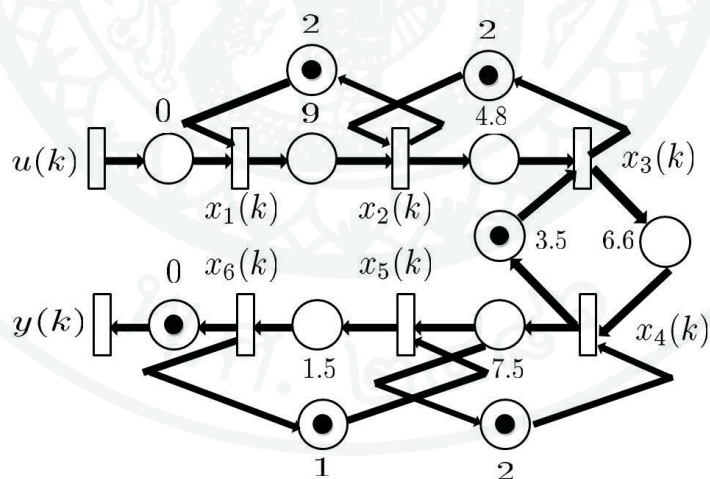
ภาพที่ 43 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อแขนกลตัวที่ 2 ทำการเคลื่อนย้ายชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3

21. ที่วินาทีที่ 49.9 แขนกลตัวที่ 2 วางชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 2 ในสถานีที่ 3 เสร็จสิ้นการส่งผ่าน x_5 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_5 และ p_{12} ไปยังตำแหน่ง p_6 และ p_{11} โดยระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ยังคงการทำงานกับชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



ภาพที่ 44 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อมีชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 กำลังถูกจัดเก็บที่สถานีที่ 3

22. ที่วินาทีที่ 51.4 เสร็จสิ้นการจัดเก็บชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 ในสถานีที่ 3 ส่งผ่าน x_6 ทำการยิง token จากตำแหน่ง p_6 ไปยังตำแหน่ง p_7 และ p_{12} จะแสดงกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาได้ตามรูปต่อไปนี้



ภาพที่ 45 กราฟเหตุการณ์เชิงเวลาเมื่อกระบวนการผลิตของชิ้นงานที่ถูกป้อนในรอบที่ 3 เสร็จสิ้น

2. การวิเคราะห์แบบจำลองของระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS โดยใช้ระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

จากกราฟเหตุการณ์เชิงเวลาของระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS สามารถเขียนสมการรูปแบบปัญญติ (canonical equations) สมการที่ (16) และ (17) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 x(k) &= \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 4.8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 6.6 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1.5 & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes x(k) \\
 &\oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes x(k-1) \oplus \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes u(k) \\
 y(k) &= [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e] \otimes x(k)
 \end{aligned}$$

จากนั้นแปลงสมการ

$$\begin{aligned}
 &\left[\begin{bmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e \end{bmatrix} \ominus \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 4.8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 6.6 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1.5 & \varepsilon \end{bmatrix} \right] \otimes x(k) \\
 &= \begin{bmatrix} \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes x(k-1) \oplus \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes u(k)
 \end{aligned}$$

$$y(k) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e] \otimes x(k)$$

$$y(k) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e] \otimes x(k)$$

จากตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ดำเนินการ Kleene Star ในบทนิยามที่ 7 จะเขียนฟังก์ชันตัวดำเนินการในโปรแกรม Matlab เพื่อช่วยในการคำนวณจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 4.8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 6.6 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1.5 & \varepsilon \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 13.8 & 4.8 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 20.4 & 11.4 & 6.6 & e & \varepsilon & \varepsilon \\ 27.9 & 18.9 & 14.1 & 7.5 & e & \varepsilon \\ 29.4 & 20.4 & 15.6 & 9 & 1.5 & e \end{bmatrix}$$

จึงทำให้

$$x(k) = \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 13.8 & 4.8 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 20.4 & 11.4 & 6.6 & e & \varepsilon & \varepsilon \\ 27.9 & 18.9 & 14.1 & 7.5 & e & \varepsilon \\ 29.4 & 20.4 & 15.6 & 9 & 1.5 & e \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} \\ \otimes x(k-1) \oplus \begin{bmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 9 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 13.8 & 4.8 & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 20.4 & 11.4 & 6.6 & e & \varepsilon & \varepsilon \\ 27.9 & 18.9 & 14.1 & 7.5 & e & \varepsilon \\ 29.4 & 20.4 & 15.6 & 9 & 1.5 & e \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes u(k)$$

$$y(k) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e] \otimes x(k)$$

จากนั้นเขียนฟังก์ชันตัวดำเนินการ $\oplus$ และ $\otimes$ ในโปรแกรม Matlab เพื่อช่วยในการคำนวณ จะได้สมการ State Space ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นของระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ดังต่อไปนี้

$$x(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 11 & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 15.8 & 6.8 & 3.5 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 22.4 & 13.4 & 10.1 & 2 & \varepsilon \\ \varepsilon & 29.9 & 20.9 & 17.6 & 9.5 & 1 \\ \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \end{bmatrix} \otimes x(k-1) \oplus \begin{bmatrix} e \\ 9 \\ 13.8 \\ 20.4 \\ 27.9 \\ 29.4 \end{bmatrix} \otimes u(k)$$

$$y(k) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e] \otimes x(k)$$

จะสามารถหาการแปลง γ และหาฟังก์ชันถ่ายโอนโดยฟังก์ชันที่เขียน โปรแกรม Matlab ช่วยจะได้ว่า

$$T(\gamma) = \gamma 29.4 \oplus \gamma^2 40.4 \oplus \gamma^3 51.4 \oplus \gamma^3 62.4 \dots$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าหากให้ระบบทำงานได้เร็วที่สุดโดยรอบที่ 1 ใช้เวลา 29.4 วินาที รอบที่ 2 ใช้เวลา 40.4 วินาที รอบที่ 3 ใช้เวลา 51.4 วินาที และสังเกตได้ว่าระบบมีความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์กับเวลาครั้งที่จะได้ว่าระบบใช้เวลา $29.4 + (11 \times (n - 1))$ วินาทีในรอบที่ n

3. การจำลองผลการควบคุมแบบ Just-in-time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS

จากสมการ State Space ในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นของระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS สามารถหาสมการการแลกเปลี่ยนสถานะระหว่างเวกเตอร์อินพุต U เวกเตอร์เอาต์พุต Y และ $x(0)$ ตามสมการที่ $Y = (H \otimes U) \oplus (G \otimes x(0))$ ซึ่งจะให้ระบบมีการทำงาน 3 รอบการทำงานโดยจะใช้โปรแกรม Matlab ช่วยคำนวณหาค่าเมตริกซ์ H และ G ได้ดังนี้

$$Y = \begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \\ \varepsilon & 42.4 & 33.4 & 29.2 & 21.1 & 12 \\ \varepsilon & 53.4 & 44.4 & 39.3 & 31.2 & 22.1 \end{bmatrix} \otimes x(0)$$

กำหนดการทดลองให้เวกเตอร์ค่าอ้างอิง $R = [29.7 \ 40.4 \ 55]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ e]^T$ ซึ่งทำให้ระบบ Feasible system แล้วดัดแปลงสมการการแลกเปลี่ยนสถานะให้อยู่ในรูปของสมการ (19) เพื่อใช้หาผลเฉลยในสมการที่ (20) ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 29.7 \\ 40.4 \\ 55 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \\ \varepsilon & 42.4 & 33.4 & 29.2 & 21.1 & 12 \\ \varepsilon & 53.4 & 44.4 & 39.3 & 31.2 & 22.1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ e \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 29.7 \\ 40.4 \\ 55 \end{bmatrix}$$

จากนั้นใช้สมการตัวชี้วัดสมรรถนะและคำนวณค่าเหมาะสมที่สุดโดยวิธี Linear programming ตามสมการที่ (19) ซึ่งในกรณีการคำนวณแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับจะได้ผลเท่ากับการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุด ในสมการที่ (21) แล้วใช้โปรแกรม Matlab ช่วยคำนวณได้ค่าอินพุตเชิงเวลาที่ต้องป้อนเข้าสู่ระบบ $U^*(x, R) = [e \ 11 \ 25.6]^T$

4. การจำลองผลการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบฟิชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS

ทำการทดลองโดยเขียนฟังก์ชันใน โปรแกรม Matlab ในรูปแบบต่างๆสังเกตได้ว่าต้องออกแบบให้การทำนายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปในทุกครั้งที่สถานะ x_2 ตรวจจับได้ เพราะเป็นสถานะที่เร็วที่สุดที่จะเพิ่มข้อมูลค่าเวกเตอร์อ้างอิงเพื่อคำนวณอินพุตที่จะป้อนในรอบการทำงานถัดไป โดยมีตัวอย่างเพื่อแสดงให้เห็นขั้นตอนการคำนวณโดยกำหนดให้ค่าเวกเตอร์อ้างอิง $R = [30 \ 46 \ 56 \ 65 \ 82 \ 90 \ 100 \ 110 \ 123]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$ ซึ่งทำให้ระบบเป็น feasible system และกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์การทำนาย $N_p = 3$ และช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ ซึ่งสมการตัวชี้วัดสมรรถนะดังต่อไปนี้

$$J = J_{out} + \lambda J_{in}, \quad \lambda > 0$$

โดยที่

$$J_{in} = - \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^l U_i(k+j-1)$$

$$J_{out,1} = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^l \max(\hat{y}_i(k+j|k) - \hat{r}_i(k+j), 0)$$

จากนั้นคำนวณหาค่าเหมาะสมที่สุดบนสมการ $Y = (H \otimes U) \oplus (G \otimes x(0))$ โดยวิธี Linear programming ซึ่งในกรณีการคำนวณแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับจะได้ผลเท่ากับการหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุด ในสมการ $U_{N_p}^*(x, R) = (-H^T) \otimes' \bar{Y}$

รอบที่ 1. การทำงานในรอบแรกหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 30 \\ 46 \\ 56 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \\ \varepsilon & 42.4 & 33.4 & 29.2 & 21.1 & 12 \\ \varepsilon & 53.4 & 44.4 & 39.3 & 31.2 & 22.1 \end{bmatrix}$$

$$\otimes \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ e \end{bmatrix}$$

โดยแปลงสมการได้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 30 \\ 46 \\ 56 \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [0 \ 11 \ 25.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(1) = [e \ \varepsilon \ \dots \ \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 0.6 \\ 15.6 \\ 26.6 \end{bmatrix} = e \text{ หรือ } 0.6 \text{ วินาที}$$

โดยจะเริ่มค้นทำนายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อตรวจจับสถานะที่ x_2 หรือระบบทำงานไปแล้ว 9.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 1 ที่เวลา 30 วินาที

รอบที่ 2. หาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 46 \\ 56 \\ 65 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \\ \varepsilon & 42.4 & 33.4 & 29.2 & 21.1 & 12 \\ \varepsilon & 53.4 & 44.4 & 39.3 & 31.2 & 22.1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0.6 \\ 9.6 \\ 14.1 \\ 20.7 \\ 28.2 \\ 30 \end{bmatrix}$$

โดยแปลงสมการได้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 46 \\ 56 \\ 65 \end{bmatrix}$$

ได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [13.6 \ 24.6 \ 35.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(2) = [e \ \varepsilon \ \dots \ \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 13.6 \\ 24.6 \\ 35.6 \end{bmatrix} = 13.6 \text{ วินาที}$$

ซึ่งระบบจะเริ่มค้นหานายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อระบบทำงานไปแล้ว 22.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 2 ที่เวลา 43 วินาที

รอบที่ 3. หาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 55 \\ 65 \\ 82 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & 31.4 & 22.4 & 19.1 & 11 & 2.5 \\ \varepsilon & 42.4 & 33.4 & 29.2 & 21.1 & 12 \\ \varepsilon & 53.4 & 44.4 & 39.3 & 31.2 & 22.1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 13.6 \\ 22.6 \\ 27.1 \\ 33.7 \\ 41.2 \\ 43 \end{bmatrix}$$

โดยแปลงสมการได้

$$\begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix} \otimes U = \begin{bmatrix} 55 \\ 65 \\ 82 \end{bmatrix}$$

ได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [24.6 \ 35.6 \ 52.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(3) = [e \quad \varepsilon \quad \dots \quad \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 24.6 \\ 35.6 \\ 52.6 \end{bmatrix} = 24.6 \text{ วินาที}$$

โดยจะเริ่มต้นทำนายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อระบบทำงานไปแล้ว 33.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 3 ที่เวลา 54 วินาที

รอบที่ 4. เช่นกันกับรอบก่อนหน้าจะใช้เพิ่มเวกเตอร์อ้างอิงเข้ามาเป็นข้อมูลเพื่อหาผลเฉลี่ยย่อยที่มากที่สุดซึ่งจะได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [35.6 \quad 49.6 \quad 60.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(4) = [e \quad \varepsilon \quad \dots \quad \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 35.6 \\ 49.6 \\ 60.6 \end{bmatrix} = 35.6 \text{ วินาที}$$

โดยจะเริ่มต้นทำนายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อระบบทำงานไปแล้ว 44.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 4 ที่เวลา 65 วินาที

รอบที่ 5. ใช้สมการ (17) เพื่อหาผลเฉลี่ยย่อยที่มากที่สุดได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [48.6 \quad 59.6 \quad 70.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(5) = [e \quad \varepsilon \quad \dots \quad \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 48.6 \\ 59.6 \\ 70.6 \end{bmatrix} = 48.6 \text{ วินาที}$$

โดยจะเริ่มต้นทำนายแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อระบบทำงานไปแล้ว 57.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 5 ที่เวลา 78 วินาที

รอบที่ 6. หาผลเฉลี่ยย่อยที่มากที่สุดได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [59.6 \quad 70.6 \quad 81.6]^T$ และนำไปป้อนกลับโดยกฎการควบคุมจะได้

$$U_{N_c}^*(6) = [e \quad \varepsilon \quad \dots \quad \varepsilon] \otimes \begin{bmatrix} 59.6 \\ 70.6 \\ 81.6 \end{bmatrix} = 59.6 \text{ วินาที}$$

โดยจะเริ่มดำเนินการตามแบบจำลองเพื่อหาค่าอินพุตในรอบต่อไปเมื่อระบบทำงานไปแล้ว 68.6 วินาที และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 6 ที่เวลา 89 วินาที

รอบที่ 7. เป็นการคำนวณรอบสุดท้ายซึ่งไม่มีการเพิ่มข้อมูลของเวกเตอร์อ้างอิงจะหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดได้ $U_{N_p}^*(x, R) = [70.6 \ 81.6 \ 93.6]^T$ จะได้

$$\begin{bmatrix} U_{N_c}^*(7) \\ U_{N_c}^*(8) \\ U_{N_c}^*(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.6 \\ 81.6 \\ 93.6 \end{bmatrix} \text{ วินาที}$$

และจะเสร็จสิ้นการทำงานในรอบที่ 7 ที่เวลา 100 วินาที รอบที่ 8 ที่เวลา 111 วินาที และรอบที่ 9 ที่เวลา 123 วินาที

จากนั้นทำการทดลองเปรียบเทียบผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัด (Performance index) J_{in} และ J_{out1} ต่อมาจะทำการทดลองเปรียบเทียบอัตราส่วนระหว่างช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย N_p กับ ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม N_c

สถานที่

ศูนย์ฝึกอบรมระบบอัตโนมัติในอุตสาหกรรม ชั้น 8 ดิ깅ำภูษชาติ
คณะวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ระยะเวลา

การวิจัยตั้งแต่เดือนตุลาคม 2552 จนถึงเดือนมีนาคม 2554

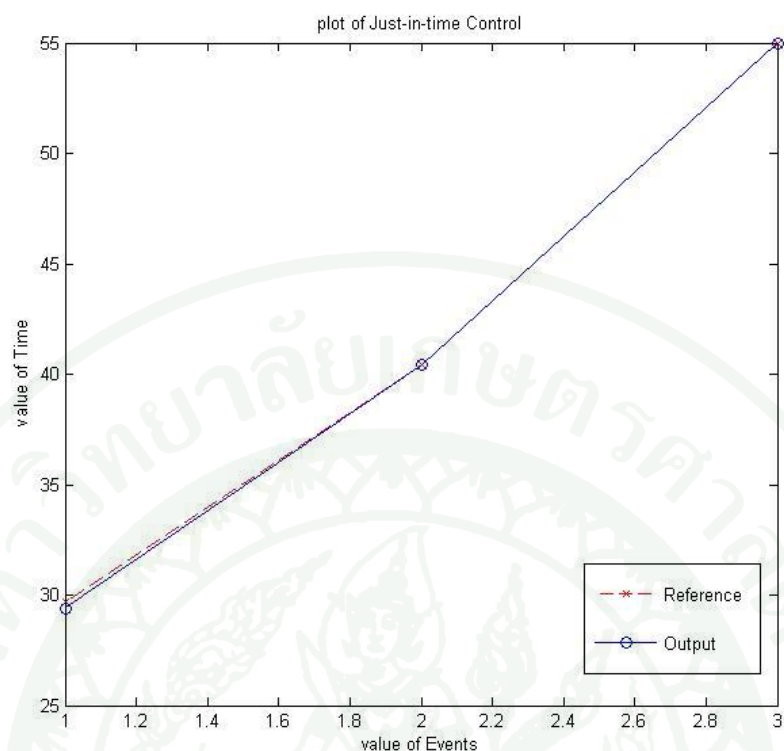
ผลและวิจารณ์

ผล

ผลจากการการออกแบบและทำการจำลองโดยใช้คอมพิวเตอร์การควบคุมแบบ just-in-time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นซึ่งเป็นการคำนวณหาค่าอินพุตที่เหมาะสมที่สุดบนช่วงเหตุการณ์ที่จำกัดและการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น ซึ่งเป็นการคำนวณหาอินพุตที่เหมาะสมที่สุดก่อนการระบบทำงาน มีดังต่อไปนี้

1. ผลควบคุมแบบ Just-in-time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับในระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS

จากการทดลองทำการจำลองการควบคุมแบบ just-in time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ กำหนดให้เวกเตอร์ค่าอ้างอิง $R = [29.7 \ 40.4 \ 55]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$



ภาพที่ 46 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบ just-in time control ในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลา

จากรูปภาพที่ 46 เส้นปะสีแดงคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์อ้างอิง เส้นสีเขียวเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์เอาต์พุตที่ได้จากสมการที่ (17) และเส้นสีน้ำเงินเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์เอาต์พุตที่ได้จากสมการที่ (18)

พบว่าผลการหาค่าเฉลี่ยวัยที่มากที่สุดได้อินพุต $U^*(x, R) = [e \ 11 \ 25.6]^T$ โดยจะได้ค่าเอาต์พุตเวกเตอร์ $Y^*(x, R) = [29.4 \ 40.4 \ 55]^T$ ซึ่งหากวิเคราะห์การทำงานพบว่าการทำงานรอบแรก และรอบที่สองเท่ากับการทำงานที่เร็วที่สุดคือ 29.4 วินาที และ 40.4 วินาที ตามลำดับสำหรับการทำงานในรอบที่สามจะพบว่าเวลามากกว่า 51.4 วินาที

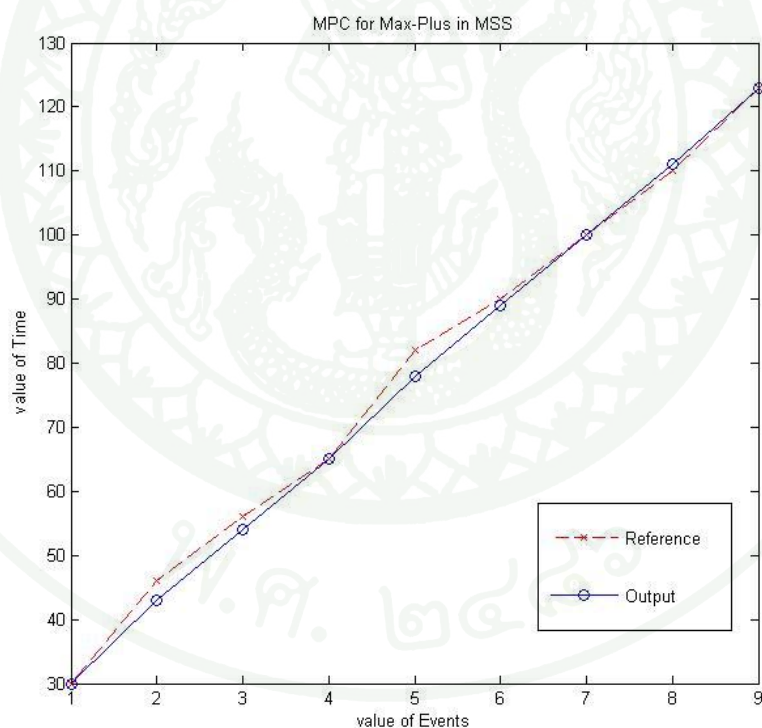
**2. ผลจากการจำลองผลการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับสำหรับระบบ
พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นโดยใช้วิธีการคำนวณแบบการหาผลเฉลยย่อยที่มาก
ที่สุดในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS**

จากการทดลองทำการจำลองการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่า
มากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในตัวอย่างการคำนวณที่กำหนดให้เวกเตอร์ค่าอ้างอิง

$R = [30 \ 46 \ 56 \ 65 \ 82 \ 90 \ 100 \ 110 \ 123]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$ โดยทดลองผลโดยให้
ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ โดยช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ ซึ่งเลือกใช้สมการ
ตัวชี้วัดสมรรถนะ J_{in} และ J_{out1} ได้ผลการทดลองในการทดลองโดยได้ค่าเวกเตอร์อินพุต

$U^*(x, R) = [0 \ 13.6 \ 24.6 \ 35.6 \ 48.6 \ 59.6 \ 70.6 \ 81.6 \ 93.6]^T$ และจะทำให้ได้ค่าเวกเตอร์เอาต์พุต

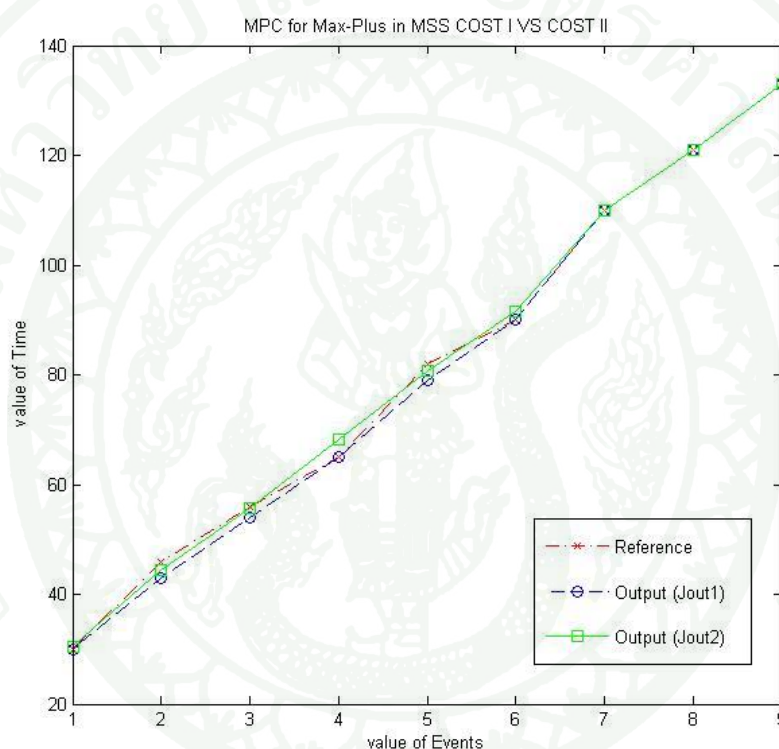
$Y^*(x, R) = [30 \ 43 \ 54 \ 65 \ 78 \ 89 \ 100 \ 111 \ 123]^T$



ภาพที่ 47 กราฟแสดงผลการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-
การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดย
เส้นประสีแดงคือเส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์อ้างอิง เส้นสีน้ำเงินคือ
เส้นกราฟแสดงค่าเวลาต่อเหตุการณ์ในเวกเตอร์เอาต์พุต

ต่อมาทำการทดลองเปรียบเทียบผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัดสมรรถนะทั้งสองแบบทั้ง $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$ แบบในการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในตัวอย่างการคำนวณที่กำหนดให้เวกเตอร์ค่าอ้างอิง

$R = [30 \ 46 \ 56 \ 65 \ 82 \ 90 \ 110 \ 120 \ 133]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$ โดยทดลองผลโดยให้ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ โดยช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ ซึ่งจะได้ผลการทดลองดังต่อไปนี้



ภาพที่ 48 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS โดยให้ $N_c = 1$ และ $N_p = 3$ ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดยเส้นประสีแดงคือเส้นกราฟเวกเตอร์อ้างอิง เส้นประสีน้ำเงินคือเส้นกราฟเวกเตอร์เอาต์พุตที่ได้จาก $J_{out,1}$ และเปรียบเทียบกับเอาต์พุตที่ได้จาก $J_{out,2}$ ในการควบคุมที่แสดงให้เห็นในเส้นสีเขียว

จากการทดลองจะเปรียบเทียบอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จากการคำนวณตามตารางที่ 2 และตารางที่ 3 ดังต่อไปนี้

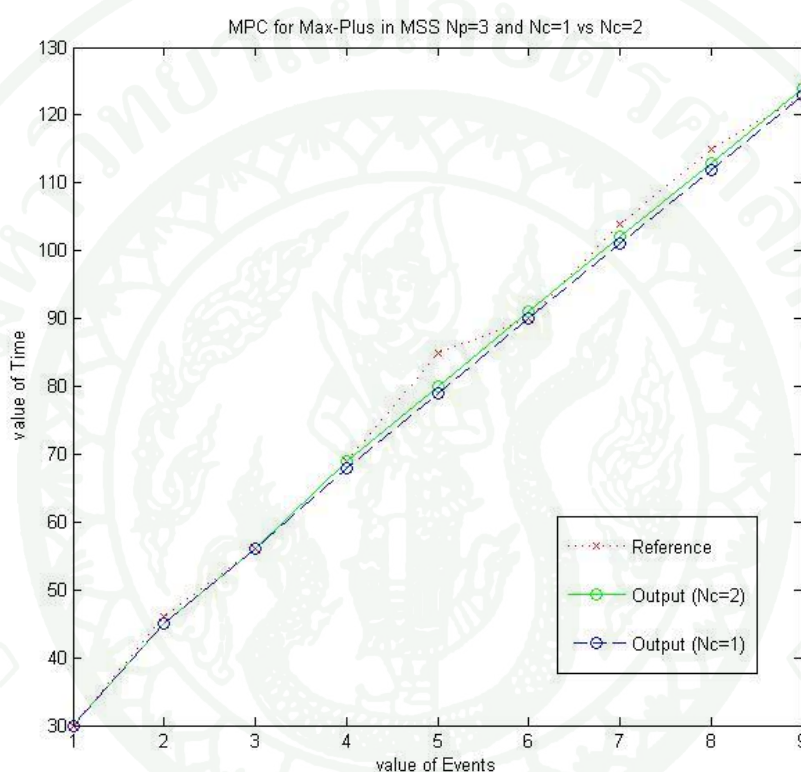
ตารางที่ 2 ผลเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัด
สมรรถนะ $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $J_{out,1}$ (วินาที)	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $J_{out,2}$ (วินาที)
1	0.6	1.1
2	13.6	15.1
3	24.6	26.35
4	35.6	38.85
5	49.6	51.225
6	60.6	62.225
7	80.6	80.6
8	91.6	91.6
9	103.6	103.6

ตารางที่ 3 ผลเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัด
สมรรถนะ $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	ค่าอ้างอิงหรือ Setpoint (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $J_{out,1}$ (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $J_{out,2}$ (วินาที)
1	30	30	30.5
2	46	43	44.5
3	56	54	55.75
4	65	65	68.25
5	82	79	80.625
6	90	90	91.625
7	110	110	110
8	120	121	121
9	133	133	133

ต่อมาทำการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ กับช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 2$ โดยให้ค่าเวกเตอร์อ้างอิงมีความผันผวนมาก $R = [30 \ 46 \ 56 \ 69 \ 85 \ 90 \ 104 \ 115 \ 123]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$ ซึ่งทำให้ระบบเป็น Feasible system เลือกใช้สมการตัวชี้วัดสมรรถนะ J_{in} และ J_{out1} เพื่อต้องการเปรียบเทียบและง่ายต่อการสังเกตการทำงานของระบบ



ภาพที่ 49 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปการทำงานของเวลาโดยเส้นประสีแดง คือเส้นกราฟเวกเตอร์อ้างอิง เส้นประสีน้ำเงินคือเส้นกราฟเวกเตอร์เอาต์พุตที่ $N_c = 1$ และเปรียบเทียบกับ $N_c = 2$ ในเส้นสีเขียว โดยให้ $N_p = 3$

จากการทดลองจะเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุมซึ่งอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จากการคำนวณตามตารางที่ 4 และตารางที่ 5 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการ
ทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ กับช่วงเหตุการณ์
ในการควบคุม $N_c = 2$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_c = 1$ (วินาที)	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_c = 2$ (วินาที)
1	0.6	0.6
2	15.6	15.6
3	26.6	26.6
4	38.6	39.6
5	49.6	50.6
6	60.6	61.6
7	71.6	72.6
8	82.6	83.6
9	93.6	94.6

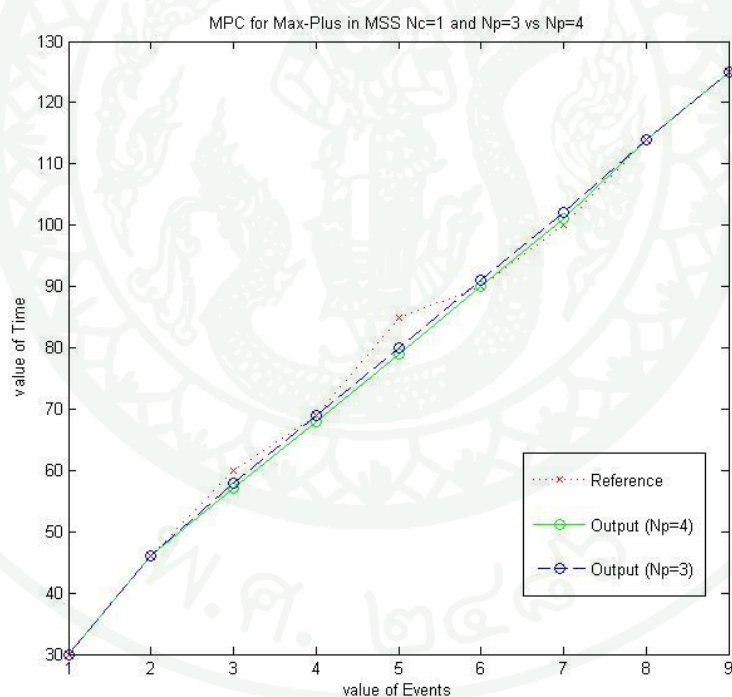
ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการ
ทำนาย $N_p = 3$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ กับช่วง
เหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 2$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	ค่าอ้างอิงหรือ Setpoint (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 1$ (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 2$ (วินาที)
1	30	30	30
2	46	45	45
3	56	56	56
4	69	68	69
5	85	79	80
6	90	90	91
7	104	101	102
8	115	112	113

ตารางที่ 5 (ต่อ)

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	ค่าอ้างอิงหรือ Setpoint (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 1$ (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 2$ (วินาที)
9	123	123	124

จากนั้นทำการทดลองโดยให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ กับช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$ โดยให้ค่าเวกเตอร์อ้างอิงมีความผันผวนมาก $R = [30 \ 46 \ 56 \ 60 \ 69 \ 85 \ 100 \ 114 \ 125]^T$ และ $x(0) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T$ ซึ่งทำให้ระบบเป็น feasible system เลือกใช้สมการตัวชี้วัดสมรรถนะ J_{in} และ J_{out1} เพื่อต้องการเปรียบเทียบและง่ายต่อการสังเกตการทำงานของระบบ



ภาพที่ 50 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิต MSS ที่แสดงในรูปแบบการทำงานของเวลาโดยเส้นประสีแดงคือเส้นกราฟเวกเตอร์อ้างอิง เส้นประสีน้ำเงินคือเส้นกราฟเวกเตอร์เอาต์พุตที่ $N_p = 3$ และเปรียบเทียบกับ $N_p = 4$ ในเส้นสีเขียว โดยให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$

จากการทดลองจะเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนายซึ่งอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จากการคำนวณตามตารางที่ 5 และตารางที่ 6 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 6 ผลการเปรียบเทียบอินพุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ กับช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_p = 3$ (วินาที)	อินพุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_p = 4$ (วินาที)
1	0.6	0.6
2	15.6	16.6
3	28.6	27.6
4	39.6	38.6
5	50.6	49.6
6	61.6	60.6
7	72.6	71.6
8	84.6	84.6
9	95.6	95.6

ตารางที่ 7 ผลการเปรียบเทียบเอาต์พุตที่ได้จากการทดลองโดยกำหนดให้ช่วงเหตุการณ์ในการควบคุม $N_c = 1$ และเปรียบเทียบช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 3$ กับช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย $N_p = 4$

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	ค่าอ้างอิงหรือ Setpoint (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_c = 1$ (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จากการใช้ $N_c = 2$ (วินาที)
1	30	30	30
2	46	46	46
3	56	58	57
4	60	69	68
5	69	80	79

ตารางที่ 7 (ต่อ)

เหตุการณ์ หรือ รอบการทำงาน	ค่าอ้างอิงหรือ Setpoint (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 1$ (วินาที)	เอาต์พุตค่าเวลาที่ได้จาก การใช้ $N_c = 2$ (วินาที)
6	85	91	90
7	100	102	101
8	114	114	114
9	122	125	125

วิจารณ์

จากผลจากการการออกแบบและทำการจำลองผลโดยใช้คอมพิวเตอร์การควบคุมแบบ just-in time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับและการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ สำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นในระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ผลที่ได้คือค่าเวลาระหว่างรอบการผลิตเพิ่มขึ้นมากกว่าหรือเท่ากับ 11 วินาทีซึ่งสามารถสอดคล้องกับความ เป็นจริงที่ระบบการผลิตอัตโนมัติ MSS ได้เกิดขึ้น และมีค่าเอาต์พุตที่เป็นค่าเวลาที่ใกล้เคียงกับค่า เวลาคอร์อ้างอิงตามลักษณะสมการตัวชี้วัดสมรรถนะในแต่ละรูปแบบ ซึ่งในบางครั้งค่าเอาต์พุต อาจมีค่ามากกว่าเวลาคอร์อ้างอิงบ้าง แต่หากสังเกตแล้วเอาต์พุตที่มีค่ามากกว่าเวลาคอร์อ้างอิงล้วน แต่เป็นเอาต์พุตที่เกิดจากการป้อนอินพุตที่เร็วที่สุดเท่าที่ระบบจะทำได้ทั้งสิ้น

สำหรับผลที่ได้จากการทำการจำลองผลการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไข บังคับสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นพบว่า

1. จากการเปรียบเทียบผลที่ได้จากสมการตัวชี้วัดสมรรถนะทั้ง $J_{out,1}$ และ $J_{out,2}$ พบว่า $J_{out,1}$ เป็นตัวชี้วัดสมรรถนะที่ทำให้ค่าอินพุตที่ได้เป็นแบบ Just-in-time หรือเท่าที่ทำได้จะต้องได้ เอาต์พุตไม่มากกว่าค่าอ้างอิง แต่สำหรับ $J_{out,2}$ เป็นตัวชี้วัด สมรรถนะที่ทำให้เอาต์พุตใกล้เคียงกับค่า อ้างอิงมากที่สุดหรือ error น้อยที่สุดโดยอาจไม่คำนึงถึง Just-in-time ผลที่ได้คือเมื่อใช้ตัวชี้วัด สมรรถนะ $J_{out,2}$ จะทำให้ผลต่างของค่าเวลาที่เสร็จเกินค่าอ้างอิงและค่าเวลาที่เสร็จก่อนค่าอ้างอิงมี ค่าน้อยกว่าการใช้ตัวชี้วัดสมรรถนะ $J_{out,1}$ ดังนั้นตัวชี้วัดสมรรถนะ $J_{out,2}$ เหมาะสำหรับการคำนวณ แบบการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ต้องการ error น้อยที่สุด

2. ในการทดลองปรับเปลี่ยนอัตราส่วนระหว่างช่วงเหตุการณ์ในการทำนาย N_p กับช่วง เหตุการณ์ในการควบคุม N_c พบว่าการออกแบบให้ N_p ยังมีค่ามากกว่า N_c ก็จะทำให้การทำนาย คาตการณ์ล่วงหน้าได้ดีกว่า

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

จากการศึกษาการการออกแบบและทำการจำลองโดยใช้คอมพิวเตอร์การควบคุมแบบ just-in time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับและการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ สำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นพบว่า

จากการศึกษาการควบคุมแบบ just-in time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับจะพบว่าค่าเอาต์พุตที่เป็นค่าเวลาที่ได้ใกล้เคียงกับค่าเวกเตอร์อ้างอิงหรือ set point ซึ่งเหมาะสำหรับการควบคุมการป้อนชิ้นงานในสายการผลิตที่เหมาะสมที่สุดในช่วงเหตุการณ์ที่จำกัดให้เป็นไปอย่างอัตโนมัติ โดยที่สายการผลิตอาจยังคงทำการผลิตอยู่

จากการศึกษาการควบคุมทำนายแบบจำลองแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นจะเป็นการนำการควบคุมแบบ just-in time control แบบไม่มีเงื่อนไขบังคับซึ่งเป็นการควบคุมในช่วงเหตุการณ์ที่จำกัดมาควบคุม โดยจะทำการสุ่มตัวอย่าง (sampling) เป็นช่วงเหตุการณ์เพื่อควบคุมการป้อนชิ้นงานในเวลาจริง (On-line) จึงเหมาะกับระบบการผลิตที่ต้องการปรับอัตราการผลิตอัตโนมัติที่เป็นผลมาจากเศรษฐศาสตร์หรือปัญหาใดๆก็ตาม

ข้อเสนอแนะ

1. งานวิจัยนี้จะใช้การทำการจำลองผล (simulated) โดยใช้คอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาวิธีการและทฤษฎีในการออกแบบจึงไม่ได้คำนึงถึงเวลาในการคำนวณซึ่งจะมีผลต่อการล่าช้า (Delay) ซึ่งเป็นหัวข้อที่น่าสนใจต่อไป

2. การคำนวณค่าอินพุตที่เหมาะสมที่สุดแบบมีเงื่อนไขในการควบคุมทำนายแบบจำลองสำหรับระบบพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นยังคงเป็นเรื่องที่ทำให้อีกทั้งยังใช้เวลาคำนวณมากซึ่งมีผลต่อการล่าช้า (Delay) ก็ยังคงเป็นปัญหาที่น่าสนใจ

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

Baccelli, F.L., G. Cohen and J. Quadrat. 1992. **Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems**. John Wiley & Sons.

Schutter, B. De, and T. van den Boom. 2000. **Model predictive control for max-plus-linear systems**. IEEE Proceedings of the American Control Conference Chicago.

Schutter, B. De and T. van den Boom. 2000. **Model predictive control for max-plus-linear discrete-event systems: Extended report & Addendum***. Technical report bds: 99-10a Faculty of Information Technology and Systems Delft University of Technology.

Schutter, B. De and T. van den Boom. 2008. **Max-plus algebra and max-plus linear discrete event systems: An introduction**. IEEE Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete event systems.

Cohen, G., P. Moller, J. P. Quadrat and M. Viot. 1989. **Algebraic Tools for the Performance Evaluation of Discrete Event Systems**. Proceedings of the IEEE, Vol.7, No.1, pp.39-58.

Farlow, K. G. 2009. **Max-Plus Algebra**. Master's Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute.

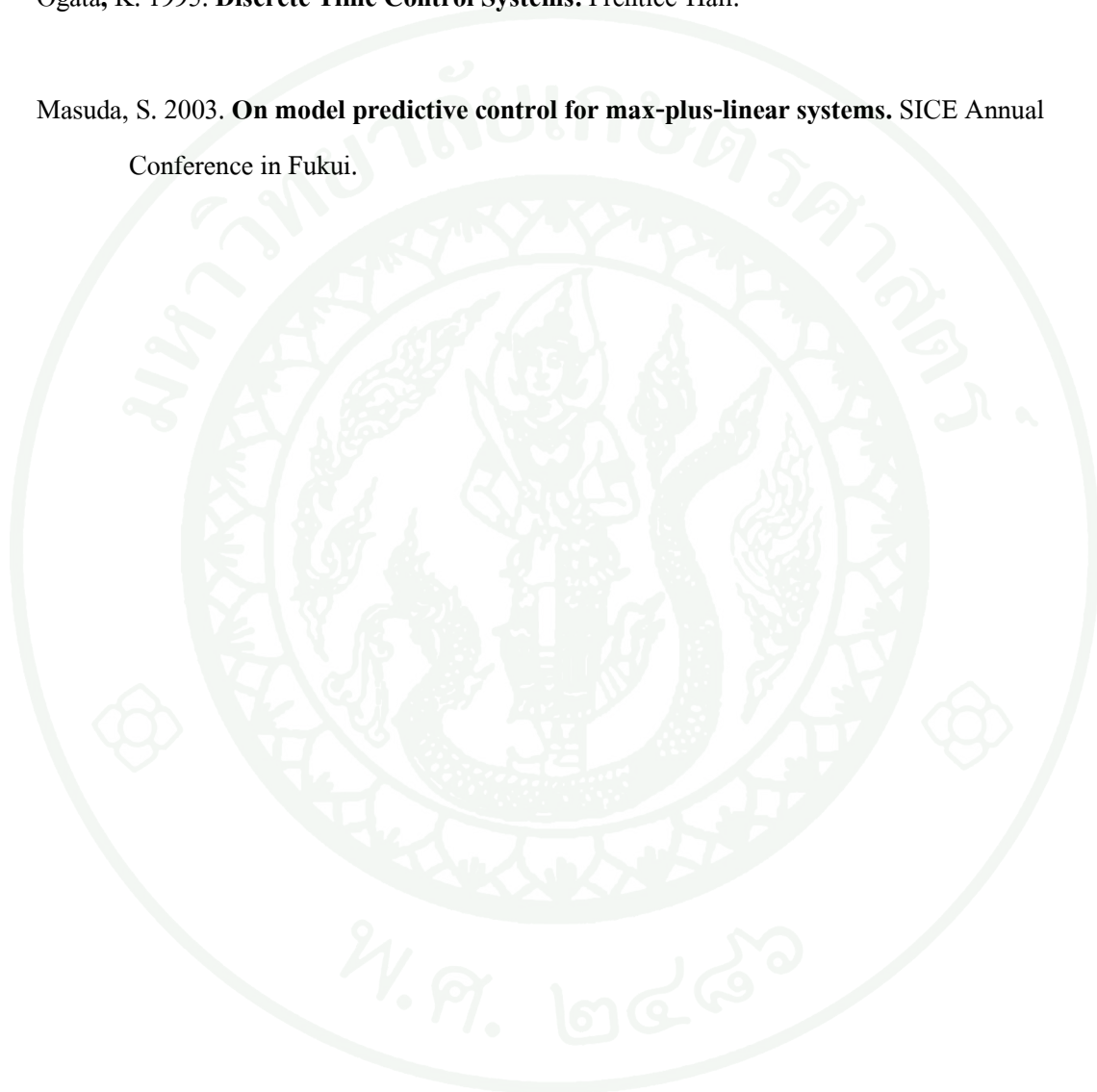
Gazarik, M. J. and E.W. Kamen. 1999. **Reachability and observability of linear systems over max-plus**. Kybernetika, Vol.35, No. 1, pp. 2–12.

Necoara, I. 2006. **Model Predictive Control for Max-Plus-Linear and Piecewise Affine Systems**. Doctor's Thesis submitted to the Technical University of Delft.

Xi, N. and T. J. N. Tarn. 1997. **Integrated task scheduling and action planning/ control for robotic systems based on a max-plus algebra model.** Intelligent Robots and Systems, IROS '97, Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference Vol: 2.

Ogata, K. 1995. **Discrete Time Control Systems.** Prentice-Hall.

Masuda, S. 2003. **On model predictive control for max-plus-linear systems.** SICE Annual Conference in Fukui.







ภาคผนวก ก

การเขียนฟังก์ชันโปรแกรม Mat lab ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

การเขียนฟังก์ชันโปรแกรม Mat lab ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

การบวกกันของเมตริกซ์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```
function[N] = OPLUS(A,B)
[n1,m1] = size(A);
[n2,m2] = size(B);
if (m1 == m2)&&(n1 == n2)
for i1 = 1:n1
for i2 = 1:m2
N(i1,i2) = max(A(i1,i2),B(i1,i2));
end
end
end
```

การคูณกันของเมตริกซ์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```
function[N] = OTIME(A,B)
[n1,m1] = size(A);
[n2,m2] = size(B);
for i1 = 1:n1
for i2 = 1:m2
for i3 = 1:n2
N1(i1,i3) = A(i1,i3)+B(i3,i2);
end
N(i1,i2) = max(N1(i1,:));
end
end
```

การยกกำลังของเมทริกซ์ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```
function[N] = POWEROPLUS(A,num)
```

```
epp = -inf;
```

```
[n1,m1] = size(A);
```

```
if (num == 0)
```

```
for i1 = 1:n1
```

```
for i2 = 1:m1
```

```
if (i1==i2)
```

```
NP(i1,i2) = 0 ;
```

```
elseif (i1~=i2)
```

```
NP(i1,i2) = epp ;
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
elseif (n1 == m1)&&(num~=0)
```

```
NP = A;
```

```
for i = 1:(num-1)
```

```
[NP] = OTIME(A,NP);
```

```
end
```

```
end
```

```
N = NP;
```

การ Kleene Star ในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```
function[Astar] = KLEENSTAR(A0)
```

```
Astar = A0
```

```
for D = 1:5
```

```
A1 = POWEROPLUS(A0,D)
```

```
Astar = OPLUS(Astar,A1)
```

```
end
```

```
Dxx = size(A0)
```

```
for D2 = 1:Dxx
```

```
for D3 = 1:Dxx
```

```
if D2 == D3
```

```
E(D2,D3) = 0
```

```
else
```

```
E(D2,D3) = -inf
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
Astar = OPLUS(E,Astar)
```

การหาผลเฉลยย่อยที่มากที่สุดในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```
function[sol] = Largestsolution(A,B)
```

```
[n1,m1] = size(A);
```

```
for i1 = 1:n1
```

```
for i2 = 1:m1
```

```
N1(i1,i2) = (B(i1)-A(i1,i2));
```

```
end
```

```
end
```

```
for i1 = 1:n1
```

```
N(i1) = min(N1(:,i1)) ;
```

```
end
```

```
sol = N';
```

การหาเมตริกซ์ H ในฟังก์ชันการหา State transition พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

```

function[H] = HTRANSFERMPL(A,B,C,round)
epp = -inf;
for i1 = 1:round
for i2 = 1:round
if (i1 == i2)
H(i1,i1) = OTIME(C,B);
elseif (i1 > i2)
D = i1-i2 ;
H(i1,i2) = OTIME(C,OTIME(POWERPLUS(A,D),B));
else
H(i1,i2) = epp;
end
end
end

```

การหาเมตริกซ์ G ในฟังก์ชันการหา State transition พิชิตณิการหาลำค่ามากที่สุด-การบวก

```

function[G] = GTRANSFERMPL(A,C,round)
epp = -inf;
for i1 = 1:round
G(i1,:) = OTIME(C,POWERPLUS(A,i1));
end

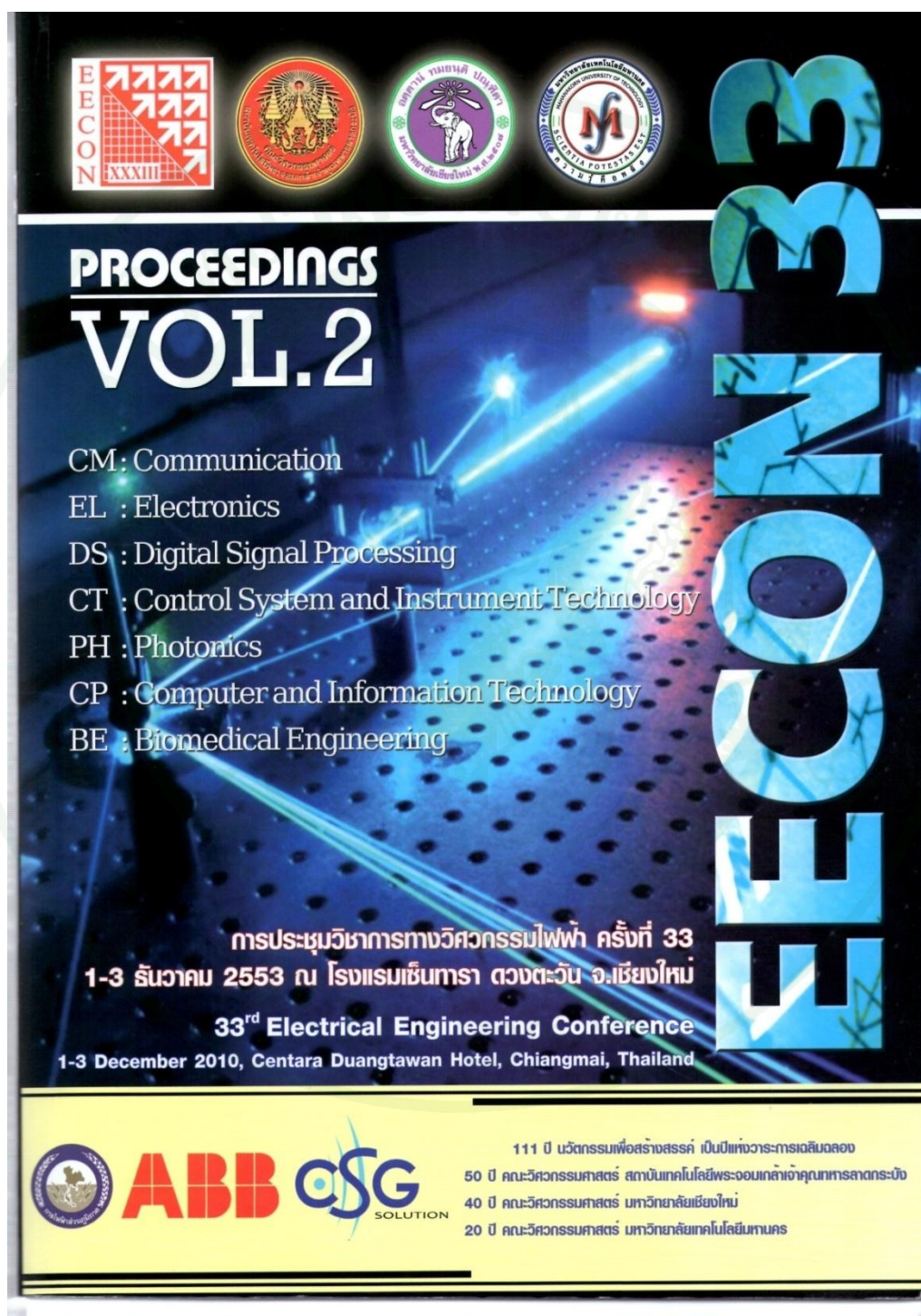
```




ภาคผนวก ข

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 33

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 33



สารบัญ

CT 010	การออกแบบตัวประมาณค่าแรงกักเครื่องกักซีเอ็นซี อดิศักดิ์ แข็งสารกิจ เรืองยศ เกตุรักษา เจิงชาย สมประชา และ เจริญ นิตราเวคิน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี	1389
CT 011	การควบคุมเครื่องช่วยเคลื่อนไหวยึดข้อข้อเคลื่อนด้วยกลไกแบบ PID-like Fuzzy Controller ณัฐพงษ์ เกตุวงมา นนทิวัฒน์ โพธิ์ตะปัญญา และ ประมินทร์ อางฤทธิ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น	1393
CT 012	การเลือกโครงสร้างแบบจำลองสำหรับการระบุลักษณะแบบจำลองวินเนอร์ โดยสมการเชิงเส้นเป็นช่วง รัตนศิริ ตันจาด เด็ชว กุลพิทักษ์ และ ศรวิทย์ วงษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี	1397
CT 013	ระบบการควบคุมเชิงเส้นพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การควบคุมในการควบคุมระบบการผลิต แบบยืดหยุ่น ปฐมพงศ์ ปรมิโธอิน และ พีระยศ แสนโกธน์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์	1401
CT 014	High Building Exterior Wall Climbing Painting Robot based on Image Processing Analysis and Fuzzy-PI Motion Controller via on MCS-51 Microcontroller Control System Songkran Kantawong and Tanasak Phanprasit Bangkok University	1405
CT 015	การควบคุมเส้นทางเดินสำหรับแขนกลกลไกด้วยระบบควบคุมพีชชีเลื่อนโดยแบบปรับตัว พิชัย นิตะราช นนทิวัฒน์ โพธิ์ตะปัญญา และ ประมินทร์ อางฤทธิ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น	1409
CT 016	A Comparison of Heating Techniques for Temperature-Dependent Read Layers in HGA Assembly Suttipan Aksornniem and Rardchawadee Silapunt King Mongkut's University of Technology Thonburi	1413
CT 017	การประยุกต์ใช้ออนโทโลยีสำหรับการวิเคราะห์กระบวนการผลิตในโรงงานอุตสาหกรรม ธนิชชนก นันท์รุจ ณัฐพงษ์ เขาวลิตกุลชัย นพพล มณีรัตน์ และ รัตติกร วราวุฒศิริพันธุ์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง	1417



การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 33 (EECON-33) 1-3 ธันวาคม 2553 จังหวัดเชียงใหม่ จัดโดย สจล. มท. มท.
The 33rd Electrical Engineering Conference, 1-3 December 2010, Organized by KMITL, CMU, MUT

ระบบเหตุการณ์วิกฤตเชิงเส้นพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกในการควบคุมระบบการผลิตแบบยืดหยุ่น

Max-Plus Linear Discrete Event System in Flexible Manufacturing Control System

ปฐมพงศ์ เปรมโยธิน¹ พีระยศ แสนโกชณิ²

^{1,2}ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10903

¹โทรศัพท์ : 02-942-8555 ต่อ 1196 E-mail : koktronic@hotmail.com ²โทรศัพท์ : 02-942-8555 ต่อ 1535 E-mail : peerayot.s@ku.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการออกแบบและวิเคราะห์ระบบที่เป็นระบบเหตุการณ์วิกฤตที่สามารถทำงานประสานเวลา (synchronization) แต่ต้องไม่จบกัน (no concurrency) โดยการวิเคราะห์แบบจำลองแบบระบบเหตุการณ์วิกฤตเชิงเส้นพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก [1] ซึ่งบทความนี้ได้กล่าวถึงคุณสมบัติของพีชคณิตค่ามากที่สุด-การบวก และที่มาของการทำให้เป็นระบบเชิงเส้นในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในระบบการผลิตแบบยืดหยุ่น เพื่อลดเวลาการทำงานในการผลิตที่ต้องผลิตชิ้นงานในหลายๆ ชิ้นต่อเนื่องกัน โดยในสถานีกระบวนการผลิตสามารถทำงานประสานเวลาและต่อเนื่องกันได้ รวมทั้งการควบคุมเบื้องต้นเพื่อหาผลผลิตให้ได้ตามเวลาที่ต้องการ

คำสำคัญ: ระบบเหตุการณ์วิกฤต พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก ระบบเหตุการณ์วิกฤตเชิงเส้นพีชคณิตค่ามากที่สุด-การบวก การผลิตแบบยืดหยุ่น

Abstract

This research is presented a design and analysis approach in Discrete Event System with synchronization but no concurrency, by using Max-Plus Linear Discrete Event System. This research explains property in Max-Plus Algebra and introduce Linear System in Max-Plus Algebra, which can be applied in exemplification Flexible Manufacturing System for reduce time process which work with continuity. By Manufacturing process station can work with synchronization and no concurrency and basic control method

Key words: Discrete Event System, Max-Plus Algebra, Max-Plus Linear Discrete Event System, Flexible Manufacturing System

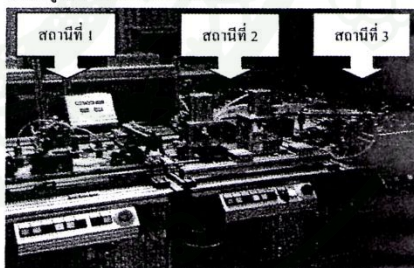
1. คำนำ

เทคนิคและการวิเคราะห์แบบจำลองเพื่อการควบคุมระบบที่มีความซับซ้อนในระบบเหตุการณ์วิกฤตได้มีการนำมาประยุกต์ใช้อย่างมากมายในทางอุตสาหกรรม เครื่องจักรคอมพิวเตอร์ ระบบจัดการการ

ควบคุมการจราจร ระบบควบคุม เป็นต้น โดยหนึ่งในการวิเคราะห์ระบบเหตุการณ์วิกฤตที่เป็นที่นิยมที่สุดวิธีหนึ่งคือการใช้พีชคณิตค่ามากที่สุด-การบวก

หลักการพื้นฐานของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกมีการดำเนินการอยู่ 2 หลักคือ การหาค่ามากที่สุด (Maximization) เพื่อหาค่าเวลาที่มากที่สุดเพื่อการเริ่มกระบวนการใหม่และการใช้การบวก (Addition) เพื่อหาเวลาการทำงานสำหรับการผลิตในสถานีต่างๆ ซึ่งจะกล่าวถึงทฤษฎีไว้ในส่วนที่ 2 ระบบที่ทำงานประสานเวลา แต่ต้องไม่จบกันจะสามารถทำการวิเคราะห์ระบบเชิงเส้นในพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกได้ [2] นั่นคือทำให้มีผลถึงการหาปริภูมิและฟังก์ชันความสัมพันธ์ของระบบได้อีก และยังสามารถควบคุมการทำงานตามเวลาเพื่อให้มีค่า เบื้องบนของเวลาสั่งการทำงานกับเวลาที่ผลผลิตที่เสร็จสิ้นมีค่าแตกต่างกันน้อยที่สุดซึ่งได้กล่าวไว้ในส่วนที่ 3 และได้เปรียบเทียบการทำงานแบบประสานเวลาและไม่ประสานเวลาไว้ในผลทดลองส่วนที่ 4 รวมถึงสรุปผลการทดลองที่จะกล่าวในส่วนที่ 5

ระบบการผลิตแบบยืดหยุ่นที่นำมาประยุกต์ใช้คือเครื่องจักรผลิตและคัดแยกชิ้นงาน Machatronic Standard System (MSS) ของบริษัท Bosch Rexorth มีการทำงานที่ยังไม่ประสานเวลาคือ สถานี 1 ตรวจจับและวิเคราะห์วัสดุจากนั้นแยกกลตัวที่ 1 จะหยิบวัสดุส่งต่อไปในสถานีที่ 2 ซึ่งเป็นกระบวนการประกอบวัสดุเป็นชิ้นงานเพื่อผลิตชิ้นงาน และจะส่งต่อไปในสถานีที่ 3 เพื่อจัดเก็บโดยแยกกลตัวที่ 2 จากนั้นจะทำการเข้าสู่สภาวะเริ่มต้นการผลิตรอบใหม่



รูปที่ 1 Machatronic Standard System (MSS) ของ บริษัท Bosch Rexorth ที่นำมาใช้



การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 33 (EECON-33) 1-3 ธันวาคม 2553 จังหวัดเชียงใหม่ จัดโดย สจจ. นพ. นพ.
The 33rd Electrical Engineering Conference, 1-3 December 2010, Organized by KMITL, CMU, MUT

2. ทฤษฎีพื้นฐานในระบบเหตุการณ์เชิงเส้นพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก [1, 5, 6]

2.1 พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

กำหนดให้ $\mathbb{R}_\varepsilon = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ และ $a, b \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$ การหาค่ามากที่สุด-การบวกนิยามดังนี้

$$a \oplus b = \max(a, b)$$

$$a \odot b = a + b$$

และ $\varepsilon = -\infty$ มีคุณสมบัติดังนี้

$$a \odot \varepsilon = a = \varepsilon \odot a$$

$$a \oplus \varepsilon = \varepsilon = \varepsilon \oplus a$$

2.2 เมทริกซ์พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวก

พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกนำมาเขียนในรูปของเมทริกซ์นิยามได้ดังนี้ กำหนดให้ $A, B \in \mathbb{R}_\varepsilon^{m \times n}$ และ $C \in \mathbb{R}_\varepsilon^{l \times n}$ แล้ว

$$(A \oplus B)_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij})$$

$$(A \odot C)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^n a_{ik} \odot c_{kj} = \max_k(a_{ik} + c_{kj})$$

กำหนดให้มีเมทริกซ์ศูนย์ของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$(\varepsilon_{m \times n})_{ij} = \varepsilon$$

ดังนั้นเมทริกซ์เอกลักษณ์ของพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$(E_n)_{ij} = \varepsilon \text{ for } i \neq j$$

$$(E_n)_{ii} = 0 \text{ for all } i$$

และนิยามให้การยกกำลังของเมทริกซ์พีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกคือ

$$A^{\odot 0} \text{ มีค่าเท่ากับ } E_n \text{ และ } A^{\odot k} = A \odot A^{\odot k-1}$$

สำหรับ $k = 1, 2, \dots$

2.3 ระบบของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$ และ $b \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ อยู่ในระบบของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น $A \odot x = b$ อาจหาค่าผลเฉลยไม่ได้

บทนิยาม 1. กำหนดให้ $A \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$ และ $b \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ จะกล่าวได้ว่า $x \in \mathbb{R}_\varepsilon^n$ เป็นผลเฉลยย่อย (subsolution) ของสมการพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น $A \odot x = b$ ถ้า $A \odot x \leq b$

เป็นไปได้ว่าระบบ $A \odot x = b$ หาค่าผลเฉลยไม่ได้ แต่เป็นไปได้ที่จะหาค่าที่มากที่สุดที่ใกล้เคียง นั่นคือหา $\hat{x}$ ที่เป็นผลเฉลยย่อยที่มากที่สุด (largest subsolution) ของระบบสมการ $A \odot \hat{x} \leq b$

โดย

$$\hat{x}_j = \min_j(b_j - a_{jj}) \quad (1)$$

สำหรับ $j = 1, 2, 3, \dots, n$

ค่าในที่กรณี้ที่ต้องการหาค่าผลเฉลยย่อยที่มากที่สุด (largest subsolution) ซึ่งต้องการค่าความแตกต่างที่น้อยที่สุดระหว่าง $A \odot x$ และ b โดยผลเฉลย $\hat{x}$ ที่เหมาะที่สุดจากสมการ

$$\hat{x} = \hat{x} \odot \frac{\delta}{2} \text{ with } \delta = \max_i(b_i - (A \odot \hat{x})_i) \quad (2)$$

โดย δ คือ ค่าเบี่ยงเบนที่มากที่สุด (largest Derivation)

2.4 แบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้น

ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ทำงานสอดคล้องกันได้จะต้องไม่จบกันสามารถออกแบบและวิเคราะห์แบบจำลองได้ดังต่อไปนี้

$$x(k) = A \odot x(k-1) \oplus B \odot u(k) \quad (3)$$

$$y(k) = C \odot x(k) \quad (4)$$

ซึ่ง $A \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}_\varepsilon^{n \times m}$ และ $C \in \mathbb{R}_\varepsilon^{l \times n}$ โดย m คือจำนวนอินพุต, l คือจำนวนเอาต์พุต, x คือ เวกเตอร์สถานะ, u คือ เวกเตอร์อินพุต, y คือ เวกเตอร์เอาต์พุต, k คือรอบการทำงานของระบบ เช่น $u(k)$ คือค่าเวลาแปรตามทีวี่สดถูกป้อนในรอบที่ k , $x(k)$ คือค่าเวลาแปรตามทีวี่ระบบการคำนวณ ค่าต่างๆทำงานในรอบที่ k , $y(k)$ คือค่าเวลาแปรตามขึ้นงานเสร็จสิ้นในรอบที่ k

จากแบบจำลองปริภูมิสถานะพีชคณิตการหาค่ามากที่สุด-การบวกเชิงเส้นเราสามารถสังเกตพฤติกรรมของระบบได้ว่า

$$x(1) = A \odot x(0) \oplus B \odot u(1)$$

$$x(2) = A \odot x(1) \oplus B \odot u(2)$$

$$= A^{\odot 2} \odot x(0) \oplus A \odot B \odot u(1) \oplus B \odot u(2)$$

เขียนในเชิงอนุกรม สำหรับ $k = 1, 2, \dots$

$$x(k) = A^{\odot k} \odot x(0) \oplus \bigoplus_{i=1}^k A^{\odot k-i} \odot B \odot u(i)$$

แทนในสมการที่ (3) ได้

$$y(k) = C \odot A^{\odot k} \odot x(0) \oplus \bigoplus_{i=1}^k C \odot A^{\odot k-i} \odot B \odot u(i) \quad (5)$$

เราต้องการสังเกตการทำงานของระบบจำนวน p รอบ โดยให้เวกเตอร์อินพุต U และเวกเตอร์เอาต์พุต Y

$$U = [u(1) \ u(2) \ \dots \ u(p)]^T$$

$$Y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(p)]^T$$

จากสมการที่ (5) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์อินพุต U และเวกเตอร์เอาต์พุต Y

$$Y = H \odot U \quad (6)$$

โดยที่

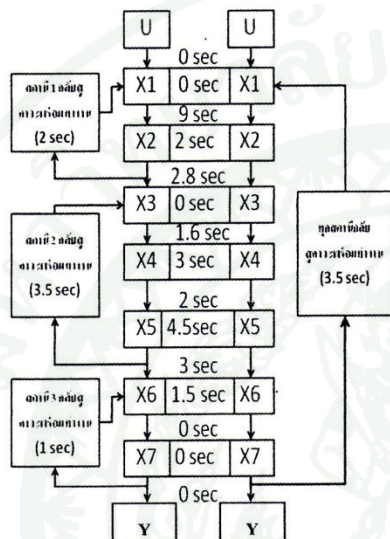
$$H = \begin{bmatrix} C \odot B & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ C \odot A \odot B & C \odot B & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \odot A^{p-1} \odot B & C \odot A^{p-2} \odot B & \dots & C \odot B \end{bmatrix}$$



3. การประยุกต์ใช้ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิงโครไนซ์การไหล

การออกแบบการผลิตแบบยืดหยุ่นให้ทำงานประสานเวลาซึ่งจะเขียนขั้นตอนการทำงานแบบลำดับขั้นตามรูปที่ 2

3.1 การออกแบบการทำงานประสานเวลาและการใช้ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิงโครไนซ์การไหลค่ามากที่สุด-การบวกวิเคราะห์ระบบการผลิตแบบยืดหยุ่น [2, 3, 4, 6]



รูปที่ 2 เปรียบเทียบการออกแบบการทำงานระหว่างการทำงานแบบประสานเวลา (ซ้ายมือ) และแบบไม่ประสานเวลา (ขวามือ)

โดยในรอบการทำงาน k ให้

- $x_1(k)$ คือเวลาที่สถานะเตรียมหรือการทำงานเพื่อเข้าสู่สถานะที่ 1
- $x_2(k)$ คือเวลาที่สถานะแขนกลตัวที่ 1 หอรับวัสดุแล้วยกขึ้น
- $x_3(k)$ คือเวลาที่สถานะรับวัสดุจากแขนกลตัวที่ 1 และเตรียมทำงานในสถานะที่ 2
- $x_4(k)$ คือเวลาที่สถานะกระบวนการประกอบวัสดุเป็นชิ้นงานเพื่อผลิตชิ้นงาน
- $x_5(k)$ คือเวลาที่สถานะรับชิ้นงานจากแขนกลตัวที่ 2 หอรับชิ้นงานแล้วยกขึ้น
- $x_6(k)$ คือเวลาที่สถานะรับชิ้นงานจากแขนกลตัวที่ 2 และจัดเก็บชิ้นงานในสถานะที่ 3
- $x_7(k)$ คือ เวลาของสถานะเสร็จสิ้นรอบการผลิตชิ้นงาน

จากการทำงานของระบบทดลอง ระบบการผลิตแบบยืดหยุ่นจะใช้เวลาสถานะ $x_1(k)$ จะใช้เวลามากที่สุดของรอบการทำงานก่อนหน้าระหว่าง

$$t_1 = x_1(k-1) + 0, t_2 = x_2(k-1) + 2 \text{ และ } u(k)$$

จะเขียนเป็นสมการในระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิงโครไนซ์

การหาค่ามากที่สุดและการบวกได้ว่า

$$x_1(k) = \max[x_1(k-1) + 0, x_2(k-1) + 2, u(k) + 0] \text{ และในสถานะ } x_2(k) \text{ จะได้ว่า}$$

$$x_2(k) = \max[x_1(k) + 9, x_2(k-1) + 9]$$

แทนสถานะ $x_1(k)$ ลงในสถานะ $x_2(k)$ จะได้ว่า

$$x_2(k) = \max[x_1(k-1) + 9, x_2(k-1) + 9]$$

$$x_2(k-1) + 11, u(k) + 9]$$

$$\text{แต่ } x_2(k-1) + 9 \leq x_2(k-1) + 11$$

เราจึงเลือก $x_2(k-1) + 11$ เพราะเป็นค่าที่มากที่สุดจึงได้ว่า

$$x_2(k) = \max[x_1(k-1) + 9, x_2(k-1) + 11, u(k) + 9]$$

ซึ่งเป็นข้อดีในการวิเคราะห์โดยใช้ซิงโครไนซ์การไหลค่ามากที่สุด-การบวก

เชิงเส้นจะมีความสำคัญในการอธิบายการทำงานได้อย่างชัดเจน

เมื่อเขียนสมการของสถานะอื่นๆจะได้ว่า

$$x_3(k) = \max[x_1(k-1) + 13.8, x_2(k-1) + 15.8, x_3(k-1) + 0, x_5(k-1) + 3.5, u(k) + 13.8]$$

$$x_4(k) = \max[x_1(k-1) + 15.4, x_2(k-1) + 17.4, x_3(k-1) + 1.6, x_4(k-1) + 3, x_5(k-1) + 5.1, u(k) + 13.8]$$

$$x_5(k) = \max[x_1(k-1) + 20.4, x_2(k-1) + 22.4, x_3(k-1) + 6.6, x_4(k-1) + 8, x_5(k-1) + 10.1, u(k) + 20.4]$$

$$x_6(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_7(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_8(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_9(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{10}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{11}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{12}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{13}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{14}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{15}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{16}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{17}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{18}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{19}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{20}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{21}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{22}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{23}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{24}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{25}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{26}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{27}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{28}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{29}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{30}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{31}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{32}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{33}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{34}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{35}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{36}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{37}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{38}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{39}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{40}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{41}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{42}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{43}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{44}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{45}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$

$$x_{46}(k) = \max[x_1(k-1) + 27.9, x_2(k-1) + 29.9, x_3(k-1) + 14.1, x_4(k-1) + 15.5, x_5(k-1) + 17.6, x_6(k-1) + 1.5, x_7(k-1) + 1, u(k) + 27.9]$$

$$x_{47}(k) = \max[x_1(k-1) + 29.4, x_2(k-1) + 31.4, x_3(k-1) + 15.6, x_4(k-1) + 17, x_5(k-1) + 19.1, x_6(k-1) + 3, x_7(k-1) + 2.5, u(k) + 29.4]$$



$$H = \begin{bmatrix} 29.4 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 40.4 & 29.4 & \varepsilon & \varepsilon \\ 51.4 & 40.4 & 29.4 & \varepsilon \\ 62.4 & 51.4 & 40.4 & 29.4 \end{bmatrix}$$

เมื่อมีการผลิตชิ้นสุดท้ายตามลำดับเวลา $U = [0 \ 12 \ 30 \ 35]^T$ จะได้ผลผลิตของอาร์ตสุดท้ายตามลำดับเวลา $V = [29.4 \ 41.4 \ 59.4 \ 70.4]^T$

3.2 การควบคุมระบบการผลิตแบบยืดหยุ่นเบื้องต้นโดยระบบแบบ just-in time เหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิกนัลการหาค่ามากที่สุด-การบวก

จากตัวอย่างที่ขม่านั้นต้องการเวลาในการผลิตชิ้นงานเสร็จสิ้นภายในเวลาเวกเตอร์อาร์ตสุดท้าย $V = [30.4 \ 45.4 \ 55.4 \ 65.4]^T$ แบบ just-in time ซึ่งไม่สามารถหาผลผลิตจากสมการได้แต่สังเกตได้ว่าหาผลผลิตที่ย่อยที่สุดตามระบบสมการ $A \odot x \leq b$ จากสมการที่ (1) ได้เวกเตอร์อาร์ตสุดท้าย

$$\hat{U} = [1 \ 14 \ 25 \ 36]^T$$

จึงได้เวกเตอร์อาร์ตสุดท้าย

$$\hat{V} = [30.4 \ 43.4 \ 54.4 \ 65.4]^T$$

ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับเวกเตอร์อาร์ตสุดท้ายโดยมีเงื่อนไขตามระบบสมการ $A \odot x \leq b$

4. การทดลองและวิจารณ์

เมื่อเปรียบเทียบการทดลองการทำงานของระบบการผลิตแบบยืดหยุ่น โดยทั้งแบบประสานเวลาแต่ต้องไม่จบกันและแบบไม่ประสานเวลาโดยให้ทำงานอย่างต่อเนื่องกันนั้นคือเมื่อสิ้นสุดรอบการทำงานให้เริ่มต้นการทำงานรอบต่อไปโดยทันที (แบบเร็วที่สุด) จะได้ผลในตารางรูปที่ 3

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบการทำงานแบบปกติและแบบประสานเวลา

รูปแบบจำนวนรอบ (sec)	รอบที่ 1	รอบที่ 2	รอบที่ 3	รอบที่ 4
แบบไม่ประสานเวลา (แบบเร็วที่สุด)	29.4	62.3	91.7	121.1
แบบประสานเวลา (แบบเร็วที่สุด)	29.4	40.4	51.4	62.4

จากการเปรียบเทียบจะเห็นว่าการทำงานแบบประสานเวลา ในการผลิตชิ้นงานหลายรอบ จะลดเวลาเวลาในการผลิตได้เป็นอย่างมากและเมื่อนำวิเคราะห์ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิกนัลการหาค่ามากที่สุด-การบวกก็จะยังสามารถทำนายการผลิต และควบคุมเวลาการผลิตที่ใกล้เคียงกับเวลาตามที่ต้องการได้

5. สรุปผลการทดลอง

ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่ซิกนัลการหาค่ามากที่สุดและการบวก เหมาะสำหรับระบบที่ทำงานสอดคล้องกันแต่ต้องไม่จบกันสามารถวิเคราะห์ระบบเหตุการณ์เชิงเส้นที่มีความซับซ้อนได้เป็นอย่างมากทำให้ง่ายต่อการออกแบบวางแผน และ ควบคุมเวลาการผลิตตามที่ต้องการนอกจากนี้ยังสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมการจราจรระบบควบคุมเส้นทางในระบบรถไฟ และยังอีกในหลายๆด้านซึ่งมีความที่สนใจอีกมากมาย

เอกสารอ้างอิง

- [1] Bart De Schutter, and Ton van den Boom, "Max-plus algebra and max-plus linear discrete event systems: An introduction," *IEEE Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete event systems*, 2008.
- [2] Qi Zhu, Weihua Sheng, and Ning xi, "Max-Plus Algebra Model for Online Task Schedule of Reconfigurable Manufacturing Work-cell," *Proceeding of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*
- [3] Doo Yong Lee, Frank DiCesare, "Scheduling Flexible Manufacturing Systems Using Petri Nets and Heuristic Search," *IEEE Transactions on Robotic and Automation* VOL. 10, NO. 2, April, 1994
- [4] Ning Xi, Tzyh-Jong Tarn, "Integrated task scheduling and action planning/control for robotic systems based on a max-plus algebra model," *Intelligent Robots and Systems, 1997. IROS '97. Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference* Vol. 2
- [5] Kasie G.Farlow, "Max-Plus Algebra," *Master's Thesis submitted to the faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Mathematic*, 2009
- [6] F.L. Baccelli, G. Cohen and J.Quadrat, "Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems", *John Wiley & Sons*, 1992.

ประวัติผู้เขียนบทความ



ปฐมนิเทศ เปรมไธจีน สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีจากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าจากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ปัจจุบันศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ระบบควบคุม มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ความสนใจ: ซิกนัลการหาค่ามากที่สุด-การบวก (Max-Plus Algebra)



ผศ.ดร. พิระยศ แสนโกจักษ์ จบการศึกษาระดับปริญญาตรีจากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มณฑลศาสตร์ ในปี พ.ศ. 2538, ระดับปริญญาโทจาก Dept. of Electrical Engineering : System, University of Michigan ในปี พ.ศ. 2540, ระดับปริญญาโทและเอกจาก Dept. of System Science and Mathematics, Washington University ในปี พ.ศ. 2542 และ พ.ศ. 2544 ตามลำดับ ปัจจุบันรับราชการที่ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มณฑลศาสตร์



การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 33 (EECON-33) 1-3 ธันวาคม 2553 จังหวัดเชียงใหม่ จัดโดย สอ. มท. นทท.
The 33rd Electrical Engineering Conference, 1-3 December 2010, Organized by KMITL, CMU, MUT

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ	นายปฐมพงศ์ เปรมโยธิน
เกิดวันที่	23 มีนาคม 2530
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี
ประวัติการศึกษา	วศ.บ. (ไฟฟ้า) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งปัจจุบัน	นิสิต
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ผลงานดีเด่นและ/หรือรางวัลทางวิชาการ	-