ผลและวิจารณ์

เนื่องจากแม่น้ำแม่กลองเป็นแม่น้ำที่มีความกว้างน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวตลอดลำน้ำ และมีสภาพการไหลของน้ำบริเวณปากแม่น้ำจะเป็นแบบผสมผสานกันได้ดี (Well Mixed Estuary) ทำให้ไม่เกิดการแปรผันของความเข้มข้นมวลสารในแนวดิ่ง จึงสมมติให้แบบจำลองการแพร่กระจายของมลสาร และลักษณะการไหลของน้ำเป็นแบบ 1 มิติ

สำหรับการพัฒนาแบบจำลองได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบเศษเหลือถ่วงน้ำหนักของกาเลอร์คินในการพัฒนา มีขั้นตอนดังนี้

<u>การสร้างสมการของแบบจำลองอุทกพลศาสตร์</u>

1. <u>สมการพื้นฐานของแบบจำลอง (Model Equation)</u>

ในกรณีของแบบจำลอง 1 มิติ สมการการไหลต่อเนื่อง และสมการโมเมนตัมสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (1) และ (2) ดังนี้

สมการทรงมวลของสาร (Continuity Equation)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B\frac{\partial H}{\partial t} = q_n \tag{1}$$

สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x} + gA\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C_h^2 AH} = 0 \tag{2}$$

2. <u>การกำหนดขอบเขตพื้นที่ของลำน้ำ</u>

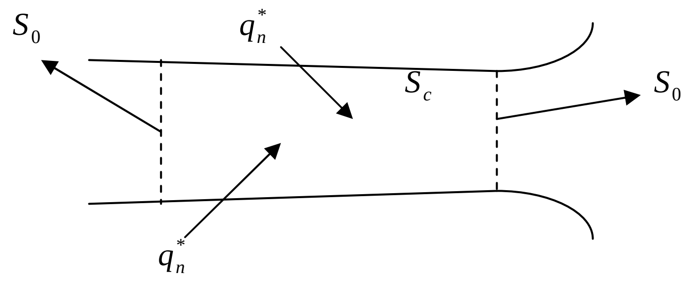
ในการหาผลลัพธ์จากการคำนวณให้ได้ผลถูกต้องจำเป็นจะต้องมีการกำหนดขอบเขตพื้นที่ลำน้ำซึ่งจะประยุกต์ใช้กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องเสียก่อน โดยขอบเขตพื้นที่แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) บริเวณขอบเขตปิดหรือชายฝั่ง (Closed Boundary,S_c) เป็นบริเวณที่ความเร็วในแนวตั้งฉากมีค่าเป็นศูนย์ และสามารถกำหนดปริมาณน้ำที่ระบายลงในขอบเขตนั้นได้ นั้นคือ

$$v_n = 0 \quad \text{และ} \quad q_n = q_n^* \quad \text{บนขอบเขต } S_c \tag{11}$$

2) บริเวณขอบเขตเปิด (Open Boundary, S_0) เป็นขอบเขตที่สามารถกำหนดระดับความลึกของน้ำ หรือทราบค่าการเปลี่ยนแปลงของระดับน้ำ นั้นคือ

$$H = H^* \quad \text{บนขอบเขต } S_0 \tag{12}$$



<u>ภาพที่ 9</u> การแบ่งประเภทขอบเขตพื้นที่ของแหล่งน้ำสำหรับแบบจำลองอุทกพลศาสตร์

3. <u>การพัฒนาสมการเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Residual Equation)</u>

สำหรับการพัฒนาสมการพื้นฐานของแบบจำลองนั้น ใช้วิธีเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนักของกาเลอร์คิน (Galerkin 's Weighted Residual Method) พัฒนาสมการพื้นฐานให้เป็นสมการเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนัก ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ในการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) ของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และสมการอินทิกรัล ซึ่งใช้การแทนค่าผลเฉลยแม่นตรง (Exact

Solution) ด้วยผลเฉลยโดยประมาณซึ่งมีลักษณะการกระจายของผลเฉลยอยู่ในเทอมของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Element Interpolation Function , N_i) และตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (Nodal Unknown , ϕ_i) ลงในสมการหลัก จากนั้นก็จะหาสัมประสิทธิ์ที่จะทำให้ค่าคลาดเคลื่อน หรือ เศษตกค้าง (Residual) ที่เกิดขึ้นจากการประมาณมีค่าน้อยที่สุด โดยให้ค่า Weighted Integral ของ Residual ตลอดทั่วพื้นที่ปรับให้เท่ากับศูนย์ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

จากสมการที่ (1) , (2) และ (3) เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ดังนี้

$$F_h(H,Q) = 0 \tag{13}$$

$$F_q(H,Q) = 0 \tag{14}$$

เมื่อ $F_h(H,Q)$ และ $F_q(H,Q)$ แทนเทอมทางซ้ายของสมการที่ (1) และ (2) ตามลำดับ

โดยวิธีนี้ค่า H และ Q ถูกแทนโดยผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) ซึ่งเขียนในเทอมของค่าที่ Node ต่างๆ ได้ดังนี้

$$\hat{h} = \sum_{i=1}^{n} N_i H_i = \underline{N}^T \underline{H} \tag{15}$$

$$\hat{q} = \sum_{i=1}^{n} N_i Q_i = \underline{N}^T \underline{Q} \tag{16}$$

เมื่อ
$\hat{h}, \hat{q}$ = ผลเฉลยโดยประมาณของ H และ Q
N_i = Element Interpolation Function ที่ Node i
H_i = ค่าความลึกของน้ำที่ Node i
Q_i = ค่าปริมาณการไหลเฉลี่ยที่ Node i
$\underline{N}$ = เมตริกซ์ของ N_i
$\underline{N}^T$ = Transposed Matrix ของ $\underline{N}$
$\underline{H}$ = เมตริกซ์ของ H_i

$$\underline{Q} \quad = \quad \text{เมตริกซ์ของ } Q_i$$

จากนั้นเมื่อแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (13) และ (14) ทำให้เกิดค่าเศษเหลือเนื่องจากค่าผลเฉลยโดยประมาณไม่ใช่ค่าผลเฉลยที่แท้จริงของสมการ ดังนั้น

$$R_h = F_h(\hat{h},\hat{q}) - F_h(H,Q) = F_h(\hat{h},\hat{q}) \tag{17}$$

$$R_q = F_q(\hat{h},\hat{q}) - F_q(H,Q) = F_q(\hat{h},\hat{q}) \tag{18}$$

โดยวิธีเศษตกค้างนั้นจะทำการคูณเศษเหลือด้วยฟังค์ชั่นถ่วงน้ำหนัก (Weighting Function) แล้วทำการอินทิกรัลผลคูณให้เท่ากับศูนย์ เพื่อหาค่า $\hat{h}$, $\hat{q}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า H , Q และทำให้ค่าเศษเหลือเข้าใกล้ศูนย์มากที่สุด ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\int_\Omega \left\{W_{hi} F_h(\hat{h},\hat{q})\right\} d\Omega = 0 \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \ldots \text{ n(node)} \tag{19}$$

$$\int_\Omega \left\{W_{qi} F_q(\hat{h},\hat{q})\right\} d\Omega = 0 \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \ldots \text{ n(node)} \tag{20}$$

เมื่อ W_{hi} และ W_{qi} คือ Weighting Function ของ Residual R_h และ R_q ตามวิธีของ กาเลอร์คิน ที่เรียกว่า บับโนฟ – กาเลอร์คิน (Bubnov – Galerkin) โดยค่า Weighting Function ที่ใช้จะเป็นค่าเดียวกับ Interpolation Function ซึ่งจะได้

$$W_{hi} = W_{qi} = N_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3 \ldots\ldots \text{n (node)} \tag{21}$$

ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ (21) ลงในสมการ (19) และ (20) จะได้

$$\int_\Omega \left\{N_i F_h(\hat{h},\hat{q})\right\} d\Omega = 0 \tag{22}$$

$$\int_\Omega \left\{N_i F_q(\hat{h},\hat{q})\right\} d\Omega = 0 \tag{23}$$

จากสมการ (22) และ (23) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$\int_{\Omega} \{\underline{N} F_h(\hat{h},\hat{q})\}\ d\Omega \quad = \quad 0 \tag{24}$$

$$\int_{\Omega} \{\underline{N} F_q(\hat{h},\hat{q})\}\ d\Omega \quad = \quad 0 \tag{25}$$

โดยสมการที่ (24) และ (25) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมบูรณ์ ได้สมการเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Resideual Equation) ดังนี้

$$G_H \quad = \quad \int_{\Omega} \underline{N} \left\{ B\frac{\partial \hat{h}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} \right\} d\Omega \quad = \quad q_n \tag{26}$$

$$G_Q \quad = \quad \int_{\Omega} \underline{N} \left\{ \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{2\hat{q}}{A}\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\hat{q}^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x} + gA\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \frac{g\hat{q}|\hat{q}|}{C_h^2 A\hat{h}} \right\} d\Omega \quad = \quad 0 \tag{27}$$

4. <u>การเลือกฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Element Interpolation Function)</u>

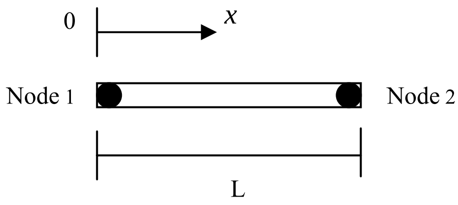
การเลือกฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ ขึ้นอยู่กับรูปแบบของสมการ Weighted Integral โดยที่ฟังก์ชันการประมาณจะต้องต่อเนื่องภายในและระหว่างเอลิเมนท์ จนถึงอันดับที่ n-1 เมื่อ n เป็นอันดับสูงสุดของอนุพันธ์ในสมการ ในการศึกษานี้เลือกใช้เอลิเมนต์แบบ 1 มิติ 2 จุดต่อ (Node) สำหรับการแบ่งพื้นที่ศึกษา โดยสมมติการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณให้อยู่ในเชิงเส้น (Linear function) ดังนี้

$$\phi(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x \tag{28}$$

เมื่อ ϕ = ผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) หรือตัวไม่รู้ค่า (Unknown)

α_i , i = 1-2 = เป็นค่าคงที่ที่หาได้จากเงื่อนไขของค่าที่จุดต่อทั้งสอง

ลักษณะของเอลิเมนต์ 1 มิติ ประกอบด้วยจุดต่อที่ปลายทั้งสอง ความยาวของแต่ละเอลิเมนต์มีค่าเท่ากับ L และ x เป็นระยะที่เริ่มวัดจากจุดต่อที่ 1 ซึ่ง x มีค่า 0 < x < L



ภาพที่ 10 เอลิเมนต์ 1 มิติแบบเชิงเส้น ระบบพิกัด Cartesian

จากสมการที่ เราสามารถค่า α_0 และ α_1 ได้ ดังนี้

ที่ตำแหน่งจุดต่อ 1 ; x = 0 และ $\phi = \phi_1$ ดังนั้น

$$\phi_1 = \alpha_0 \tag{29}$$

ที่ตำแหน่งจุดต่อ 2 ; x = L และ $\phi = \phi_2$ ดังนั้น

$$\phi_2 = \alpha_0 + \alpha_1 L \tag{30}$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

$$\alpha_1 = \frac{\phi_2 - \alpha_0}{L} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{L} \tag{31}$$

เมื่อแทนค่า α_0 และ α_1 ลงในสมการที่ (28) ได้

$$\phi = \phi_1 + \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{L}\right)x \tag{32}$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

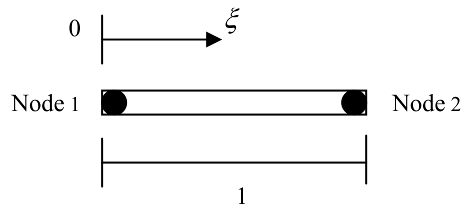
$$\phi = \left(1 - \frac{x}{L}\right)\phi_1 + \left(\frac{x}{L}\right)\phi_2 \tag{33}$$

จากสมการที่ (33) เมื่อเทียบกับสมการที่ (10) ได้ค่าฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ ดังนี้

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L} \tag{34}$$

$$N_2 = \frac{x}{L} \tag{35}$$

เนื่องจากการคำนวณต้องมีการอินทิเกรตทั่วพื้นที่ ดังนั้นจึงต้องมีการแปลง (Transform) ระบบพิกัด (x_i) ไปเป็นระบบพิกัดธรรมชาติ (ξ_i) (Local Coordinate System) เพื่อให้การคำนวณง่ายขึ้น โดยระยะพิกัด ξ มีค่า $0 < \xi < 1$ และเริ่มนับตั้งแต่ จุดต่อ 1 จนถึง จุดต่อ 2 ของแต่ละเอลิเมนต์ ดังภาพที่ 11



<u>**ภาพที่ 11**</u> เอลิเมนต์ 1 มิติแบบเชิงเส้น ระบบพิกัด Local

เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงระบบพิกัด จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัด Cartesian และระบบพิกัด Local ดังนี้

$$x = L\xi \tag{36}$$

$$dx = L(d\xi) \tag{37}$$

เมื่อเราแทนค่าสมการที่ (36) ลงในสมการที่ (33) ได้

$$\phi = (1-\xi)\phi_1 + (\xi)\phi_2 \tag{38}$$

และได้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ของระบบพิกัด Local ดังนี้

$$N_1 = 1-\xi \tag{39}$$

$$N_2 = \xi \tag{40}$$

จากสมการที่ (33) เมื่อแทนค่า ϕ ด้วย $\hat{h}$ และ $\hat{q}$ สำหรับแต่ละเอลิเมนต์จะได้ฟังก์ชันผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Function) ในเทอมของ Interpolation Function (N_i) และพารามิเตอร์ที่จุดต่อ สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ ดังนี้

$$\hat{h}^e = N_1 H_1^e + N_2 H_2^e = \underline{N}^{eT}\ \underline{H}^e \tag{41}$$

$$\hat{q}^e = N_1 Q_1^e + N_2 Q_2^e = \underline{N}^{eT}\ \underline{Q}^e \tag{42}$$

เมื่อ $\underline{N}^{eT} = \{N_1^e \quad N_2^e\}$ (43)

$$\underline{H}^e = \{H_1^e \quad H_2^e\} \tag{44}$$

$$\underline{Q}^e = \{Q_1^e \quad Q_2^e\} \tag{45}$$

หลังจากเลือกประยุกต์ใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์แล้ว จะได้สมการ Weighted Resideual สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ย่อยดังนี้

$$G_h^e = \int_L \underline{N}^e \left\{ B^e \frac{\partial(\underline{N}^{eT}\ \underline{H}^e)}{\partial t} + \frac{\partial(\underline{N}^{eT}\ \underline{Q}^e)}{\partial x} - q_n \right\} dx \tag{46}$$

$$G_q^e = \int_L \underline{N}^e \left\{ \frac{\partial(\underline{N}^{eT}\underline{Q}^e)}{\partial t} + 2\underline{N}^{eT}\left(\frac{\underline{Q}^e}{\underline{A}^e}\right)\frac{\partial(\underline{N}^{eT}\underline{Q}^e)}{\partial x} - N^{eT}\left(\frac{\underline{Q}^e}{\underline{A}^e}\right)^2 \frac{\partial(\underline{N}^e\underline{A}^e)}{\partial x} \right.$$
$$\left. + g\underline{N}^{eT}\underline{A}^e \frac{\partial(\underline{N}^{eT}\underline{H}^e)}{\partial x} - g\underline{N}^{eT}\underline{A}^e \frac{\partial(\underline{N}^{eT}\underline{H}_0^e)}{\partial x} + J_q^e \underline{N}^{eT}\underline{Q}^e \right\} dx \tag{47}$$

เมื่อ $J_q^e = \dfrac{g\left|q^{\bar{e}}\right|}{h^{\bar{e}} C_h^{\bar{e}\,2}}$ (48)

โดย ค่า $q^{\bar{e}}$, $h^{\bar{e}}$ และ $C_h^{\bar{e}}$ จะเป็นค่าเฉลี่ย หรือ ค่าที่จุด Centroid ของแต่ละเอลิเมนต์

จากสมการที่ (46) และ (47) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$G_h^e = \int_L (B^e \underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx \frac{\partial \underline{H}^e}{\partial t} + \int_L (\underline{N}^e \frac{\underline{N}^{eT}}{\partial x}) dx \underline{Q}^e - \int_L \underline{N}^e dx q_n^e \tag{49}$$

$$G_q^e = \int_L (\underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx \frac{\partial \underline{Q}^e}{\partial t} + \int_L (2\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \frac{\underline{Q}^e}{\underline{A}^e} \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \underline{Q}^e - \int_L (\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \left(\frac{Q^e}{A^e}\right)^2 \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \underline{A}^e$$
$$+ \int_L (g\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \underline{A}^e \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \underline{H}^e - \int_L (g\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \underline{A}^e \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \underline{H}_0^e + \int_L (J_q^e \underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx \underline{Q}^e \tag{50}$$

สามารถเขียนให้ดูง่ายขึ้นดังนี้

$$G_h^e = M_h^e \frac{\partial \underline{H}^e}{\partial t} + M_{hq}^e \underline{Q}^e - B_q^e \tag{50}$$

เมื่อ $M_h^e = \int_L (B^e \underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx$ (51)

$M_{hq}^e = \int_L (\underline{N}^e \dfrac{\underline{N}^{eT}}{\partial x}) dx$ (52)

$B_q^e = \int_L \underline{N}^e dx . q_n^e$ (53)

$$G_u^e \quad = \quad M_q^e \frac{\partial \underline{Q}^e}{\partial t} + M_{aq}^e \underline{Q}^e - M_{qa}^e \underline{A}^e + M_g^e \underline{H}^e - M_g^e \underline{H}_0^e + M_j^e \underline{Q}^e \tag{54}$$

เมื่อ

$$M_q^e \quad = \quad \int_L (\underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx \tag{55}$$

$$M_{aq}^e \quad = \quad \int_L (2\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \frac{\underline{Q}^e}{\underline{A}^e} \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \tag{56}$$

$$M_{qa}^e \quad = \quad \int_L (\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \left(\frac{Q^e}{A^e}\right)^2 \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \tag{57}$$

$$M_g^e \quad = \quad \int_L (g\underline{N}^e \underline{N}^{eT} \underline{A}^e \frac{\partial N^{eT}}{\partial x}) dx \tag{58}$$

$$M_{\mathrm{j}}^{\mathrm{e}} \quad = \quad \int_L (J_q^e \underline{N}^e \underline{N}^{eT}) dx \tag{59}$$

5. <u>สร้างระบบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (System of Finite Element Equation)</u>

ในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะแบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นส่วนย่อยๆ หรือเอลิเมนท์ โดยตัวแปรในสมการจะเขียนในเทอมของค่าตัวแปรที่จุดต่อในเอลิเมนท์นั้นๆ การอินทิกรัลทั่วพื้นที่ดังกล่าวข้างต้นจะเท่ากับผลรวมของอินทิกรัลในแต่ละพื้นที่ย่อย

$$G \quad = \quad \sum_{e=1}^{I} G^e \quad = \quad 0 \tag{60}$$

เมื่อ $\quad$ I $\quad = \quad$ จำนวนเอลิเมนท์ทั้งหมด

$G \quad = \quad$ อินทิกรัลทั่วพื้นที่ศึกษา

$G^e \quad = \quad$ อินทิกรัลในเอลิเมนต์ย่อย e

ดังนั้นจะได้ระบบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา ดังนี้

$$G_h \; = \; \sum_{e=1}^{I} \; (M_h^e \frac{\partial \underline{H}^e}{\partial t} + M_{hq}^e \underline{Q}^e - B_q^e) \; = \; 0 \tag{61}$$

$$G_q = \sum_{e=1}^{I} \left(M_q^e \frac{\partial \underline{Q}^e}{\partial t} + M_{aq}^e \underline{Q}^e - M_{qa}^e \underline{A}^e + M_g^e \underline{H}^e - M_g^e \underline{H}_0^e + M_j^e \underline{Q}^e \right) = 0 \qquad (62)$$

จากสมการ (61) และ (62) สามารถเขียนในเทอมเมตริกซ์ของระบบ (System Matrixs) ได้ดังนี้

$$G_h = M_h \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} + M_{hq} \underline{Q} - \underline{B}_q = 0 \qquad (63)$$

$$G_q = M_q \frac{\partial \underline{Q}}{\partial t} + M_{aq} \underline{Q} - M_{qa} \underline{A} + M_g \underline{H} - M_g \underline{H}_0 + M_{\mathrm{j}} \underline{Q} = 0 \qquad (64)$$

สามารถเขียนให้สั้นลงได้ดังนี้

$$G_h = M_h \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} + E_h(Q) = 0 \qquad (65)$$

$$G_q = M_q \frac{\partial \underline{Q}}{\partial t} + E_q(Q) + M_{\mathrm{x}} \underline{H} = 0 \qquad (66)$$

เมื่อ $E_h(Q) = M_{hq} \underline{Q} - \underline{B}_q$ (67)

$E_q(Q) = M_{aq} \underline{Q} - M_{qa} \underline{A} - M_g \underline{H}_0 + M_{\mathrm{j}} \underline{Q}$ (68)

6. ขั้นตอนการคำนวณ (Solution Technique)

สำหรับการคำนวณแบบจำลองอุทกพลศาสตร์ ได้ใช้เทคนิคการแบ่งช่วงเวลา (Separated Time Technique) ในการแก้ระบบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยคำนวณค่า H คนละช่วงเวลากับการคำนวณค่า Q จากสมการทรงมวลของสารที่เวลา t ใดๆ ซึ่งทราบค่า Q ดังนั้นจากสมการทรงมวล จะได้

$$\frac{M_h}{\Delta t} \left(\underline{H}^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \underline{H}^{t-\frac{\Delta t}{2}} \right) + E_h(Q^t) = 0 \qquad (69)$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

$$H^{t+\frac{\Delta t}{2}} = \left(\frac{M_h}{\Delta t}\right)^{-1}\left(\frac{M_h}{\Delta t}\underline{H}^{t-\frac{\Delta t}{2}} - E_h(Q^t)\right) \tag{70}$$

และสามารถเขียนอยู่ในรูปอย่างง่ายได้ ดังนี้

$$\underline{H}^{t+\frac{\Delta t}{2}} = A\ .B \tag{71}$$

เมื่อ

$$A = \left(\frac{M_h}{\Delta t}\right)^{-1} \tag{72}$$

$$B = \left(\frac{M_h}{\Delta t}\underline{H}^{t-\frac{\Delta t}{2}} - E_h(Q^t)\right) \tag{73}$$

เมื่อคำนวณค่า $H^{t+\frac{\Delta t}{2}}$ ได้แล้ว สามารถคำนวณค่า Q ที่เวลา $t+\Delta t$ ได้จากสมการโมเมนตัม ดังนี้

$$\frac{M_q}{\Delta t}\left(\underline{Q}^{t+\Delta t} - \underline{Q}^t\right) + E_q(Q) + M_x\underline{H}^{t+\frac{\Delta t}{2}} = 0 \tag{74}$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

$$\underline{Q}^{t+\Delta t} = \left(\frac{M_q}{\Delta t}\right)^{-1}\left(\frac{M_q}{\Delta t}\underline{Q}^t - E_q(Q^t) - M_x\right) \tag{75}$$

และสามารถเขียนอยู่ในรูปอย่างง่ายได้ ดังนี้

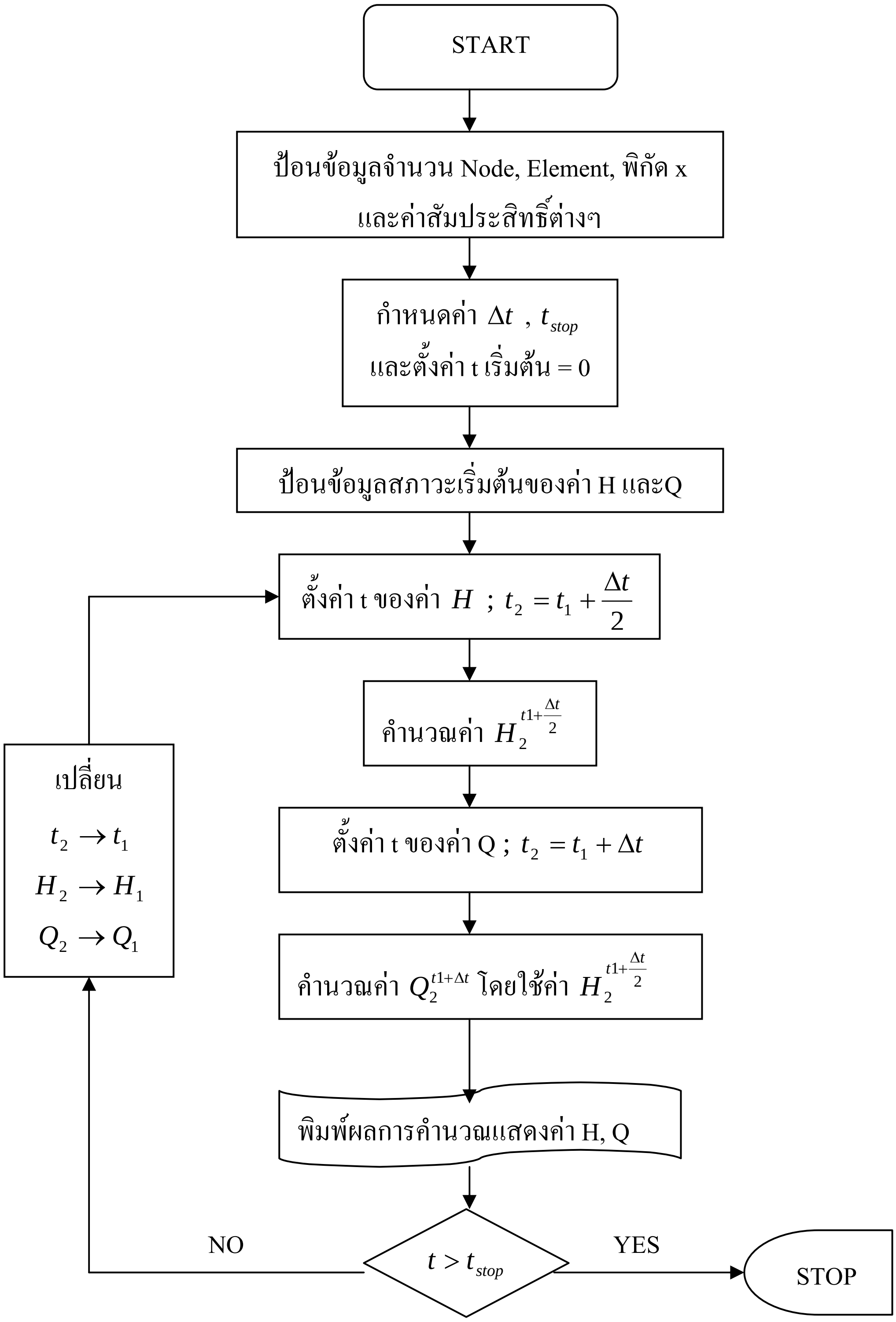
$$\underline{Q}^{t+\Delta t} = P\,.\underline{Q}^t + R^t \tag{76}$$

เมื่อ

$$P = \left(\frac{M_q}{\Delta t}\right)^{-1}\left(\frac{M_q}{\Delta t}\right) \tag{77}$$

$$R \quad = \quad -\frac{M_q}{\Delta t}\left(E_q(Q^t) + M_x \underline{H}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \right) \tag{78}$$

การคำนวณของแบบจำลองอุทกพลศาสตร์จะคำนวณที่สภาวะไม่คงที่ และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปผังการทำงาน ได้ดังภาพที่ 12



ภาพที่ 12 ผังการทำงานแบบจำลองอุทกพลศาสตร์