แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่กระจายความเค็มในแม่น้ำแม่กลอง

Mathematical Model of Salanity Dispersion in the Mae Klong River

คำนำ

แม่น้ำแม่กลองเป็นแม่น้ำที่มีความสำคัญสายหนึ่งในเขตพื้นที่ภาคตะวันตกของประเทศไทย มีพื้นที่ลุ่มน้ำประมาณ 30,198 ตารางกิโลเมตร ครอบคลุมพื้นที่ 8 จังหวัด ได้แก่ กาญจนบุรี ราชบุรี สมุทรสงคราม บางส่วนของ จ.สุพรรณบุรี นครปฐม สมุทรสาคร อุทัยธานี และตาก ในช่วงฤดูแล้งปริมาณการไหลของน้ำในแม่น้ำแม่กลองมีค่าต่ำโดยเฉพาะบริเวณแม่น้ำแม่กลองตอนล่างชุมชนมีการพัฒนาอย่างหนาแน่น สิ่งก่อสร้างต่างๆ กีดขวางการไหลของน้ำทำให้ปริมาณการไหลของน้ำตามธรรมชาติลดต่ำกว่าปกติ ส่งผลให้น้ำทะเลจากอ่าวไทยสามารถรุกล้ำเข้าไปในเขตแม่น้ำทำให้น้ำมีค่าความเค็มสูงขึ้นจนไม่สามารถใช้น้ำเพื่อการเพาะปลูก อุปโภคและบริโภคได้ เหตุการณ์ดังกล่าวส่งผลกระทบโดยตรงต่อเกษตรกร และประชาชนที่อาศัยอยู่บริเวณใกล้เคียงกับแม่น้ำแม่กลอง ซึ่งใช้น้ำจากแม่น้ำแม่กลองเพื่อการชลประทาน นอกจากนี้ความเค็มยังส่งผลกระทบต่อสิ่งมีชีวิตในระบบนิเวศ ต่างๆในพื้นที่ เช่น ระบบนิเวศน้ำจืด ระบบนิเวศน้ำกร่อยที่มีความสามารถในการทนต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความเค็มได้ต่างกันทำให้การทำประมงหรือการเพาะเลี้ยงสัตว์น้ำที่มีการทำกันอย่างแพร่หลายในพื้นที่ประสบปัญหา ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการติดตามตรวจวัดความเปลี่ยนแปลงของค่าความเค็มในจุดต่างๆของแหล่งน้ำ และหามาตรการสำหรับควบคุมการรุกล้ำของน้ำทะเลเพื่อลดผลกระทบดังกล่าว

เนื่องจากการแก้ไขปัญหาการรุกล้ำของน้ำเค็มในแม่น้ำแม่กลองต้องใช้ระยะเวลา ทรัพยากรบุคคล และค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนมาก ดังนั้นความสามารถในการคาดการณ์การรุกล้ำของน้ำเค็มเพื่อป้องกันปัญหาดังกล่าวจึงมีความจำเป็นอย่างมาก ทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว เนื่องจากวิศวกรและนักวิทยาศาสตร์ได้ทำการศึกษากระบวนการทางธรรมชาติที่ก่อให้เกิดปรากฏการณ์ต่างๆ อย่างละเอียด และสามารถพัฒนาสมการเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติได้ โดยอาศัยสมมติฐานบางประการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์หรือในรูปของสมการอินทริกรัล และสามารถหาคำตอบของสมการเหล่านี้ได้โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ซึ่งเป็นวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) โดยหนึ่งใน

วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Methods) ที่นิยมใช้ ได้แก่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ในการศึกษานี้เป็นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 1 มิติ เพื่อใช้จำลองลักษณะทางอุทกพลศาสตร์ (Hydrodynamic) และการแพร่กระจายของค่าความเค็ม (Salinity Dispersion)ในแม่น้ำแม่กลอง โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) ในกระบวนการพัฒนาแบบจำลอง โดยแบบจำลองที่พัฒนาได้สามารถประยุกต์ใช้ในการคาดคะเนค่าความเค็มในจุดต่างๆ ของแม่น้ำแม่กลองได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการจัดการคุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลองอย่างเหมาะสมและยั่งยืนต่อไปได้

วัตถุประสงค์

1.ศึกษาหลักการและทฤษฎีในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อการศึกษาลักษณะทางอุทกพลศาสตร์และการแพร่กระจายความเค็มในแหล่งน้ำผิวดิน

2. ทำการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับการศึกษาลักษณะทางอุทกพลศาสตร์และการแพร่กระจายความเค็มในแม่น้ำแม่กลอง

3. ประยุกต์ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อประเมินแนวทางการแก้ไขปัญหาการรุกล้ำของความเค็มในแม่น้ำแม่กลอง

ขอบเขตการศึกษา

1. พื้นที่ศึกษา ได้แก่ บริเวณสถานีตรวจวัดปริมาณการไหล K.11A อำเภอท่าม่วง จังหวัดกาญจนบุรี ถึง บริเวณปากแม่น้ำแม่กลอง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม รวมระยะทางทั้งสิ้น 120 กิโลเมตร

2. พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบ 1 มิติ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการพัฒนา

3. พารามิเตอร์ที่พิจารณาในแบบจำลองอุทกพลศาสตร์ ได้แก่ ปริมาณการไหล และระดับน้ำ พารามิเตอร์ที่พิจารณาในแบบจำลองการแพร่กระจาย ได้แก่ ความเค็ม

4. การคำนวณทางอุทกพลศาสตร์คำนวณในสภาวะไม่คงที่ และการคำนวณการแพร่กระจายคำนวณทั้งสภาวะคงที่และไม่คงที่

5. การคำนวณทางอุทกพลศาสตร์ไม่คิดค่าปริมาณการไหลเข้าด้านข้าง เนื่องจากการศึกษานี้ทำการพิจารณาในกรณีช่วงฤดูแล้งที่มีปริมาณการไหลในลำน้ำสาขาต่ำ

6. ข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองเป็นข้อมูลทุติยภูมิ โดยข้อมูลอุทกพลศาสตร์เป็นข้อมูลช่วง เดือนเมษายน 2546 จากกลุ่มงานสารสนเทศน์และพยากรณ์น้ำ กรมชลประทาน ข้อมูลความเค็มเป็นข้อมูลช่วง เดือนมกราคม ปี 2546 และเดือนธันวาคม 2547 จากสำนักจัดการคุณภาพน้ำ กรมควบคุมมลพิษ

7. โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ คือ MATLAB version 6.1

การตรวจเอกสาร

ลุ่มน้ำแม่กลอง

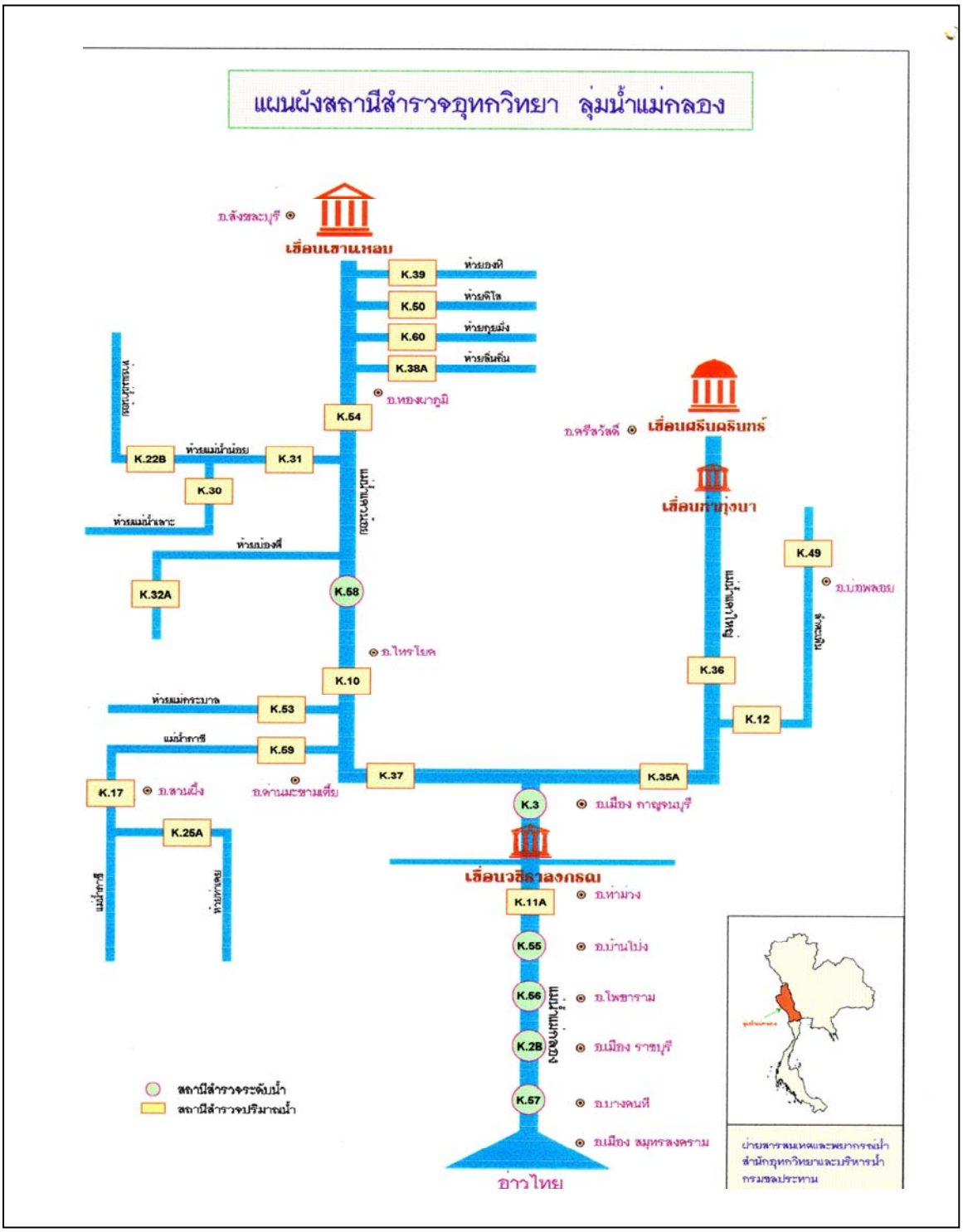
1. สภาพทั่วไป

ลุ่มน้ำแม่กลองอยู่ทางภาคตะวันตกของประเทศ เป็นลุ่มน้ำที่อยู่ติดชายแดนไทยกับประเทศพม่า ซึ่งมีเทือกเขาถนนธงชัยแบ่งกั้นประเทศและเป็นต้นน้ำของแม่น้ำแม่กลอง ลำน้ำไหลจากทิศเหนือลงมาทางทิศใต้ ไหลผ่านอำเภอทองผาภูมิ ศรีสวัสดิ์ และจังหวัดกาญจนบุรี อุทัยธานี บรรจบกับแควน้อยและแควใหญ่ที่วังศาลา แล้วไหลไปบรรจบลำตะเพิน ผ่านพื้นที่ราบเขตอำเภอท่า ม่วง และท่ามะกา ผ่านอำเภอบ้านโป่ง และโพธาราม จังหวัดราชบุรี แล้วไหลไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ ผ่านอำเภอบางคนธี และอัมพวา จังหวัดสมุทรสงคราม แล้วไหลลงอ่าวไทย ที่อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ขนาดพื้นที่ลุ่มน้ำประมาณ 30,198 ตารางกิโลเมตร ครอบคลุมพื้นที่ 8 จังหวัด ได้แก่ กาญจนบุรี ราชบุรี สมุทรสงคราม บางส่วนของจ.สุพรรณบุรี นครปฐม สมุทรสาคร อุทัยธานี และ ตาก ปริมาณน้ำท่ารายปีเฉลี่ย 7,973 ล้านลูกบาศก์เมตร

ลุ่มน้ำแม่กลองแบ่งออกเป็นลุ่มน้ำย่อย 14 ลุ่มน้ำย่อย ได้แก่ แม่น้ำแควใหญ่ ห้วยแม่ละมุง ห้วยแม่จัน แม่น้ำแควใหญ่ตอนกลาง แม่น้ำแควใหญ่ตอนล่าง ห้วยขาแข้ง ห้วย แม่น้ำแควน้อยตอนบน ห้วยเขย็ง ห้วยแม่น้ำ ห้วยบ้องตี้ แม่น้ำแควน้อยตอนกลาง ลำภาชี และทุ่งราบแม่น้ำแม่กลอง ลำน้ำสาขาที่สำคัญ ได้แก่ แม่น้ำแควใหญ่ตอนบน และตอนล่าง ห้วยแม่ละมุง ห้วยแม่จัน ห้วยขาแข้ง ห้วยตะเพิน แม่น้ำแควน้อยตอนบน และตอนล่าง ห้วยปิล๊อก ลำภาชี และที่ราบแม่น้ำแม่กลอง ดังภาพที่ 1 อ่างเก็บน้ำที่สำคัญ คือ เขื่อนศรีนครินทร์ และ เขื่อนเขาแหลม ประชากรในพื้นที่ลุ่มน้ำประมาณ 1,514,164 คน พื้นที่ส่วนใหญ่เป็นป่าไม้ร้อยละ 65.9 พืชไร่ร้อยละ 16.4 และเป็นที่ลุ่มและทุ่งหญ้าร้อยละ 6.2

แม่น้ำแม่กลองมีความยาวทั้งสิ้นประมารณ 140 กิโลเมตร สามารถแบ่งออกเป็น 2 ตอนตามอิทธิพลของกระแสน้ำขึ้นน้ำลง คือ แม่น้ำแม่กลองตอนบน และแม่น้ำแม่กลองตอนล่าง โดยแม่น้ำแม่กลองตอนบน เริ่มตั้งแต่ เขื่อนวชิราลงกรณ์ บริเวณอำเภอเมือง จังหวัดกาญจนบุรี จนถึงบริเวณอำเภอโพธาราม จังหวัดราชบุรี ระยะโดยประมาณ 95 กิโลเมตร และแม่น้ำแม่กลองตอนล่าง

เริ่มตั้งแต่ บริเวณอำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี จนถึงปากแม่น้ำที่อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ระยะทางโดยประมาณ 45 กิโลเมตร



<u>ภาพที่ 1</u> ลักษณะลุ่มน้ำและสถานีสำรวจอุทกวิทยาในลุ่มน้ำแม่กลอง

ที่มา : กรมชลประทาน (2549)

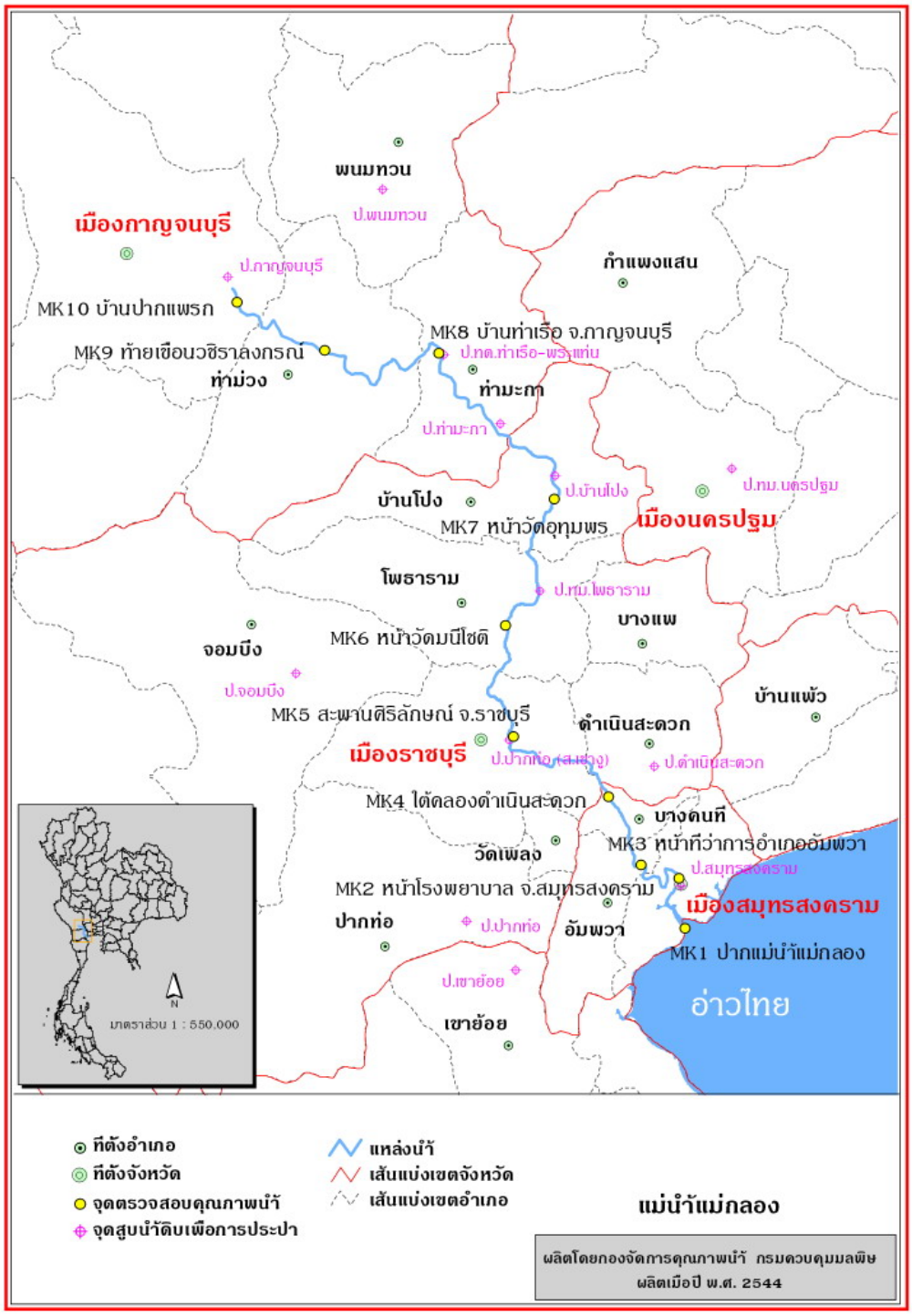
2. <u>สถานการณ์คุณภาพน้ำ</u>

คุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลองตั้งแต่ปี 2544 – 2548 จากการตรวจวัดโดยสถานีตรวจวัดทั้งสิ้น 10 สถานีของกรมควบคุมมลพิษ ดังตารางที่ 1 และภาพที่ 2 ได้ข้อมูลการวิเคราะห์คุณภาพน้ำดังแสดงในภาพที่ 3-5 พบว่า ปริมาณออกซิเจนละลายมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.97-7.68 มิลลิกรัมต่อลิตร ซึ่งค่าที่ต่ำลงโดยทั่วไปแล้วตรวจพบในบริเวณที่แม่น้ำไหลผ่านเขตชุมชนหนาแน่น ได้แก่ อำเภอเมือง จังหวัดกาญจนบุรี อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี และอำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ปริมาณความสกปรกในรูปบีโอดีมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 0.7 – 2.7 มิลลิกรัมต่อลิตร หากพิจารณาจากปริมาณแบคทีเรียกลุ่มโคลิฟอร์มทั้งหมด มีค่าเฉลี่ยระหว่าง 450- 53,550 เอ็มพีเอ็นต่อ100 มิลลิลิตร โดยรวมแล้วคุณภาพน้ำอยู่ในเกณฑ์พอใช้ (แหล่งน้ำประเภทที่ 3) ถึงเสื่อมโทรม (แหล่งน้ำประเภทที่ 4) โดยค่าที่สูงเกินกว่ามาตรฐานนี้ตรวจพบในบริเวณแม่น้ำที่ไหลผ่านแหล่งชุมชน ได้แก่ อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี (กิโลเมตรที่ 43) และอำเภอท่ามะกา จังหวัดกาญจนบุรี (กิโลเมตรที่ 105)

<u>ตารางที่ 1</u> สถานีตรวจวัดคุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลอง

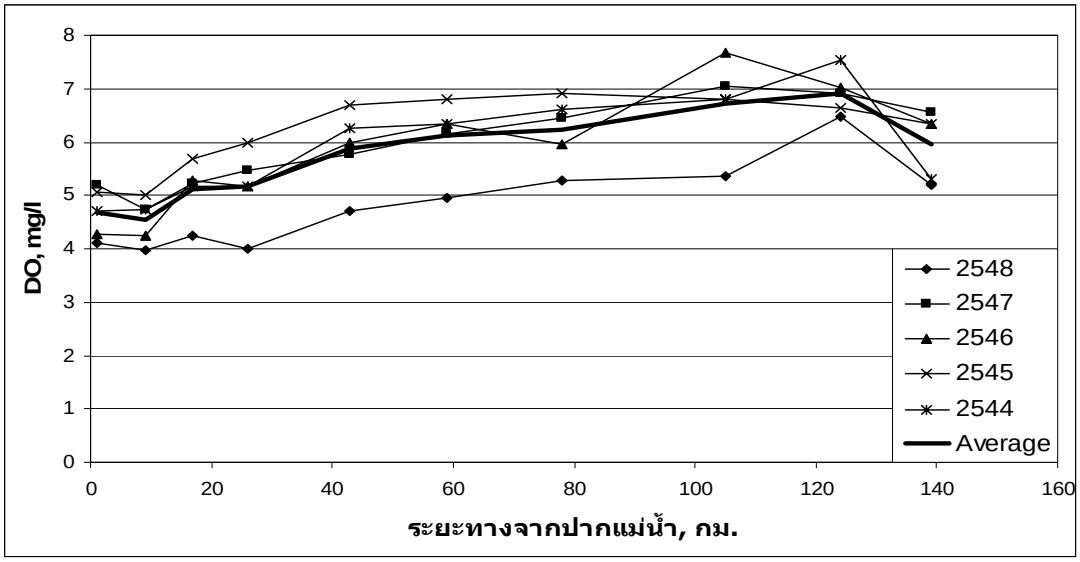
สถานีตรวจวัดคุณภาพน้ำ	สถานที่ตั้ง	ระยะทางจากปากแม่น้ำ
MK01	ปากแม่น้ำแม่กลอง อ.เมือง จ.สมุทรสงคราม	1
MK02	หน้าโรงพยาบาล อ.เมือง จ.สมุทรสงคราม	8.6
MK03	หน้าที่ว่าการอำเภอ อ.อัมพวา จ.สมุทรสงคราม	16.6
MK04	สะพานสมเด็จพระอัมรินทร์ อ.ดำเนินสะดวก จ.ราชบุรี	26.3
MK05	สะพานศิริลักษณ์ อ.เมือง จ.ราชบุรี	42.7
MK06	สะพานธรรมเสน-เจ็ดเสมียนรี อ.โพธาราม จ.ราชบุรี	59.2
MK07	สะพานเฉลิมพระเกียรติฯ อ.บ้านโป่ง จ.ราชบุรี	77.5
MK08	บ้านท่าเรือ อ.ท่ามะกา จ.กาญจนบุรี	104.8
MK09	ท้ายเขื่อนวชิราลงกรณ์ อ.ท่าม่วง จ.กาญจนบุรี	124
MK010	บ้านปากแพรก อ.เมือง จ.กาญจนบุรี	138.7

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)



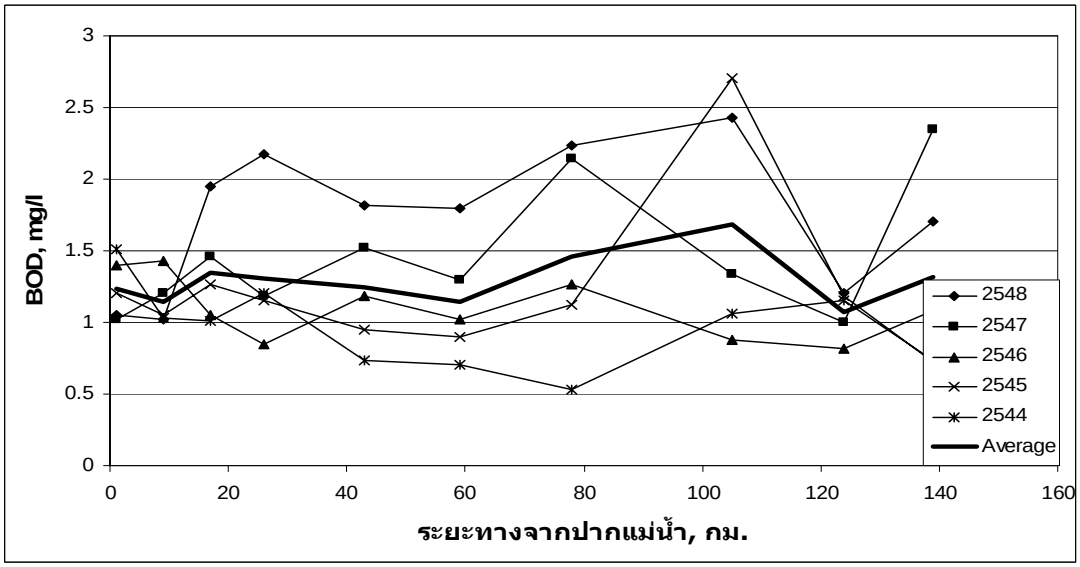
<u>ภาพที่ 2</u> ตำแหน่งสถานีตรวจวัดคุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลอง

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)



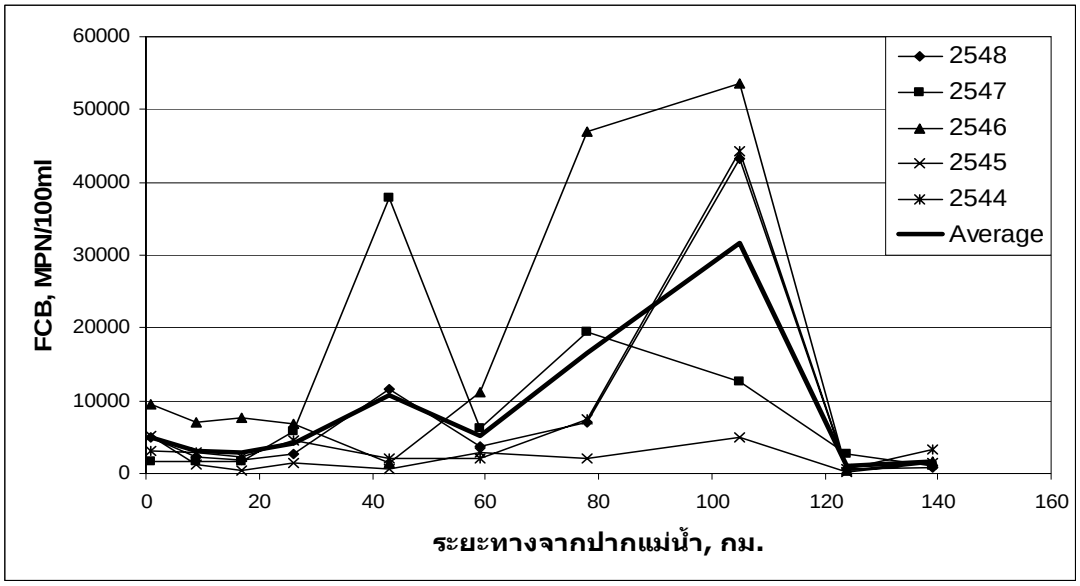
ภาพที่ 3 ค่าปริมาณออกซิเจนละลาย (DO) เฉลี่ยรายปีของแม่น้ำแม่กลอง ปี 2544 – 2548

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)



ภาพที่ 4 ค่าปริมาณความสกปรกในรูปบีโอดี (BOD) เฉลี่ยรายปีของแม่น้ำแม่กลอง ปี 2544 – 2548

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)



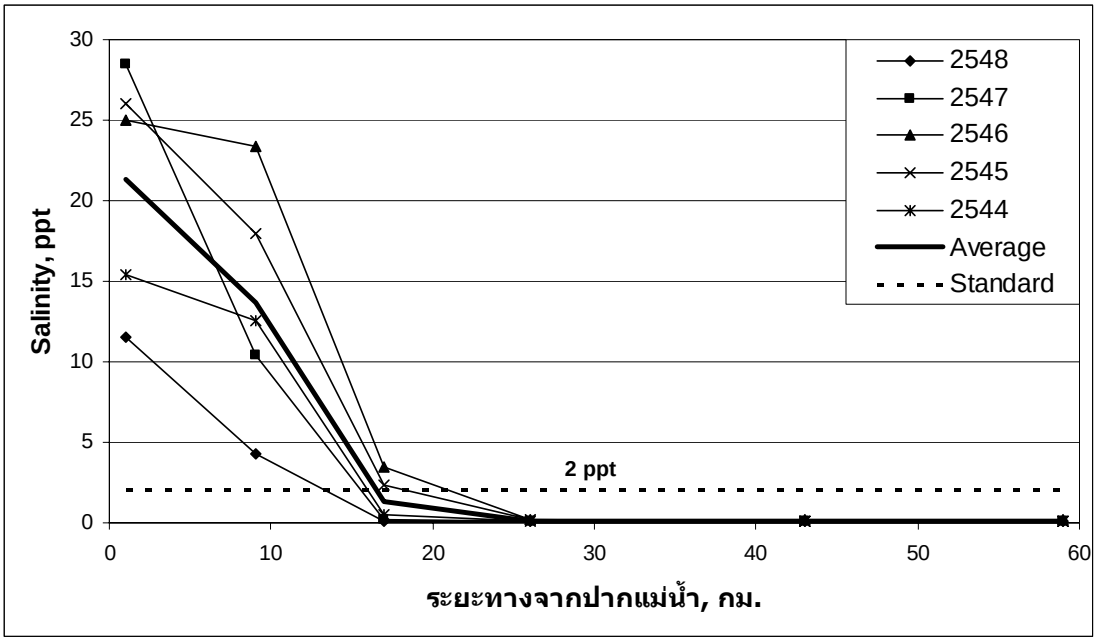
<u>ภาพที่ 5</u> ค่าแบคทีเรียกลุ่มฟีคัลโคลิฟอร์ม (FCB) เฉลี่ยรายปีของแม่น้ำแม่กลอง ปี 2544 – 2548

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)

3. <u>สถานการณ์รุกล้ำของน้ำเค็ม</u>

สำหรับค่าความเค็มในแม่น้ำแม่กลอง แม่น้ำแม่กลองได้รับอิทธิพลจากการขึ้นลงของน้ำทะเลมากส่งผลให้คุณภาพน้ำในแม่น้ำเปลี่ยนแปลงไป โดยการรุกล้ำของน้ำเค็มจะรุนแรงมากในช่วงฤดูแล้ง หรือฤดูน้ำน้อย เนื่องจากอัตราการไหลของน้ำในแม่น้ำต่ำ โดยทั่วไปความเค็มจะลดลงตามระยะทางที่ห่างจากปากแม่น้ำ ซึ่งพื้นที่ที่ประสบปัญหาการรุกล้ำของความเค็มนั้นส่วนใหญ่อยู่ในเขตพื้นที่อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม หรือบริเวณแม่น้ำแม่กลองตอนล่าง แนวทางการป้องกันการรุกล้ำของน้ำเค็มในแม่น้ำแม่กลองโดยปกติจะทำโดยการระบายน้ำจากท้ายเขื่อนวชิราลงกรณ์ในอัตรา 40 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เพื่อผลักดันน้ำเค็มบริเวณปากแม่น้ำแม่กลองซึ่งจะมีผลทำให้ความเค็มรุกล้ำเข้ามาได้ถึงบริเวณสถานีอัมพวาเท่านั้น คิดเป็นระยะทาง 17 กิโลเมตรจากบริเวณปากแม่น้ำแม่กลอง (จารุวรรณและคณะ, 2538)

จากการตรวจวัดโดยสถานีตรวจวัดของกรมควบคุมมลพิษ ได้ข้อมูลการวิเคราะห์ความเค็ม ดังแสดงในภาพที่ 6 พบว่าความเค็มสามารถรุกล้ำเข้าไปในแม่น้ำได้ไกลถึง บริเวณหน้าที่ว่าการอำเภอเมืองอัมพวา จังหวัดสมุทรสงคราม (MK03) ห่างจากปากแม่น้ำประมาณ 17 กิโลเมตร โดยในปี 2546 สามารถตรวจวัดค่าความเค็มได้สูงถึง 3.5 ppt ซึ่งสูงกว่าค่ามาตรฐานเฝ้าระวัง (ไม่เกิน 2 ppt)



<u>ภาพที่ 6</u> ค่าความเค็ม (Salinity) สูงสุดรายปีของแม่น้ำแม่กลอง ปี 2544 – 2548

<u>หมายเหตุ</u> : 1. มาตรฐานความเค็มเฝ้าระวัง ไม่เกิน 2 ppt
2. มาตรฐานความเค็มเฝ้าระวังเพื่อการเพาะปลูก ไม่เกิน 1.00 ppt
3. มาตรฐานความเค็มเฝ้าระวังเพื่อผลิตน้ำประปา ไม่เกิน 0.25 ppt

ที่มา : กรมควบคุมมลพิษ (2549)

<u>ความเค็ม</u>

ความเค็มของน้ำ หมายถึง ปริมาณของแข็ง (Solid) หรือเกลือแร่ต่าง ๆ โดยเฉพาะโซเดียมคลอไรด์ (NaCl) ที่ละลายอยู่ในน้ำ โดยมีหน่วยเรียกว่า ppt (Parts Per Thousand) หรือ กรัมต่อลิตร

ค่าความเค็มของน้ำจะสัมพันธ์กับปริมาณ คลอไรค์, โบรไมค์ และไอโอไดด์ และความนำไฟฟ้า (Conductivity) ที่มีอยู่ในน้ำหนักหนึ่งกิโลกรัม ความเค็มของน้ำจะแตกต่างตามสถานที่และประเภทของดิน โดยมีผู้แบ่งประเภทน้ำตามระดับความเค็มดังนี้

- น้ำจืด (Fresh Water) ความเค็มระหว่าง 0-0.5 ppt
- น้ำกร่อย (Brackish Water) ความเค็มระหว่าง 0.5-30 ppt
- น้ำเค็ม (Sea Water) ความเค็มมากกว่า 30 pptขึ้นไป

ความเค็มของน้ำมีผลต่อการดำรงชีวิตของสัตว์น้ำมาก เนื่องจากความเค็มของน้ำจะส่งผลกระทบต่อการควบคุมปริมาณน้ำภายในร่างกายของสัตว์น้ำ ซึ่งเป็นผลมาจากความแตกต่างของแรงดันออสโมติกภายในร่างกายกับสภาพแวดล้อมภายนอก สำหรับสัตว์น้ำบางชนิด เช่น สัตว์น้ำกร่อยที่อาศัยบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความเค็มมากจะสามารถปรับตัวเข้ากับสภาพความเค็มที่เปลี่ยนแปลงได้ แต่ค่อย ๆ เป็นไปอย่างช้า ๆ โดยสัตว์น้ำจืดสามารถทนอยู่ในความเค็ม 7 ppt ได้ และปลาขนาดเล็กจะมีความทนทานมากกว่าปลาขนาดใหญ่ ค่าความเค็มของน้ำจะแสดงให้ทราบถึงสภาพทางภูมิศาสตร์และผิวดินบริเวณดังกล่าว เช่น บริเวณที่มีฝนตกชุกและมีน้ำไหลตลอดจะมีความเค็มต่ำที่ประมาณ 0.1-25 ppt ส่วนที่แห้งแล้งและมีการระเหยของน้ำสูงก็จะมีความเค็มสูง อย่างไรก็ตามบางพื้นที่หากมีฝนตกชุก น้ำบาดาลอาจมีค่าความเค็มสูงได้เช่นกัน โดยปกติน้ำทะเลจะมีความเค็มประมาณ 35 ppt น้ำกร่อยมีความเค็มประมาณ 10-15 ppt และน้ำที่มีความเค็มมากกว่า 45 ppt ขึ้นไปจะพบในนาเกลือ อาจไม่เหมาะสมแก่การดำรงชีวิตของสัตว์น้ำบางชนิด สำหรับสัตว์น้ำกร่อยที่อาศัยอยู่บริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความเค็มมากจะมีความสามารถปรับตัวและทนทานต่อแรงดันออสโมติกได้ดี แต่สำหรับสัตว์น้ำทั่วๆไปสามารถปรับตัวให้เข้ากับสภาพความเค็มของน้ำที่เปลี่ยนแปลงได้ แต่ทั้งนี้ต้องเป็นไปอย่างช้าๆ

1. <u>การตรวจวัดความเค็มในน้ำ</u>

1. ในอดีตทำได้ด้วยการระเหยน้ำทะเลให้แห้ง แล้วชั่งน้ำหนักเกลือที่ตกผลึกโดยค่าที่ได้มีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากมีการระเหยของเกลือแร่บางชนิด

2. การวัดด้วยความถ่วงจำเพาะ (Specify Gravity) ค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำมีความสัมพันธ์กับปริมาณเกลือแร่ที่ละลายในน้ำ โดยอุณหภูมิของน้ำมีผลต่อความถ่วงจำเพาะด้วย

เครื่องมือที่ใช้วัด คือ ไฮโดรมิเตอร์ (Hydrometer) มีลักษณะเป็นหลอดแก้วทรงสูงและมีเทอร์โมมิเตอร์สำหรับวัดอุณหภูมิ

3. การวัดคลอไรด์ (Chlorinity) เป็นการวัดผลรวมของคลอไรด์ โบรไมด์และไอโอไดด์ เป็นการวัดโดยการไตเตรท วัดปริมาณการใช้ปรอทไนเตรท โดยมีสารละลายอินดิเคเตอร์เป็นตัวเทียบสี หรือใช้ซิลเวอร์ไนเตรท ($AgNO_3$) โดยมีโปแตสเซียมโครเมต (K_2CrO_4) เป็นตัวเทียบสี วิธีการนี้ต้องใช้เวลาและอาศัยความชำนาญจึงสามารถวิเคราะห์ได้ถูกต้อง

4. การวัดดรรชนีการหักเหของแสง (Refractory Index) เครื่องมือที่ใช้วัด คือ Salinometer จะใช้หลักการสะท้อนของแสง โดยการหยดน้ำตัวอย่างลงบนแผ่นปริซึมปิดทับแผ่นใสหยดน้ำแล้วอ่านสเกลที่เลนส์ใกล้ตา อ่านค่าที่ปรากฏตรงรอยที่อยู่ระหว่างส่วนที่มีแสงสว่าง และส่วนที่มืดของสเกลวัด

5. การวัดสภาพนำไฟฟ้า (Electrical Conductance) เป็นการหาความเค็มจากการวัดค่าความนำไฟฟ้า อุณหภูมิ และความดัน โดย The Practical Salinity Scale of 1978 เรียกความเค็มใหม่ว่า Practical Salinity หมายถึง อัตราส่วนของค่าความนำไฟฟ้าของน้ำทะเลต่อความเข้มข้นมาตรฐานของสารละลายโปแทสเซียมคลอไรด์ (KCl) เป็นวิธีที่นิยมใช้ เพราะค่าสภาพนำไฟฟ้ามีความไวสูงและวัดได้สะดวกมีความแม่นยำ เครื่องมือที่ใช้วัด ได้แก่ WTW Multilane P4 ซึ่งสามารถวัดได้ทั้งพีเอช ความเค็ม ค่าความนำไฟฟ้า ออกซิเจนละลาย และอุณหภูมิของน้ำโดยมีหน่วยความเค็มเป็น psu (Practical Salinity Unit)

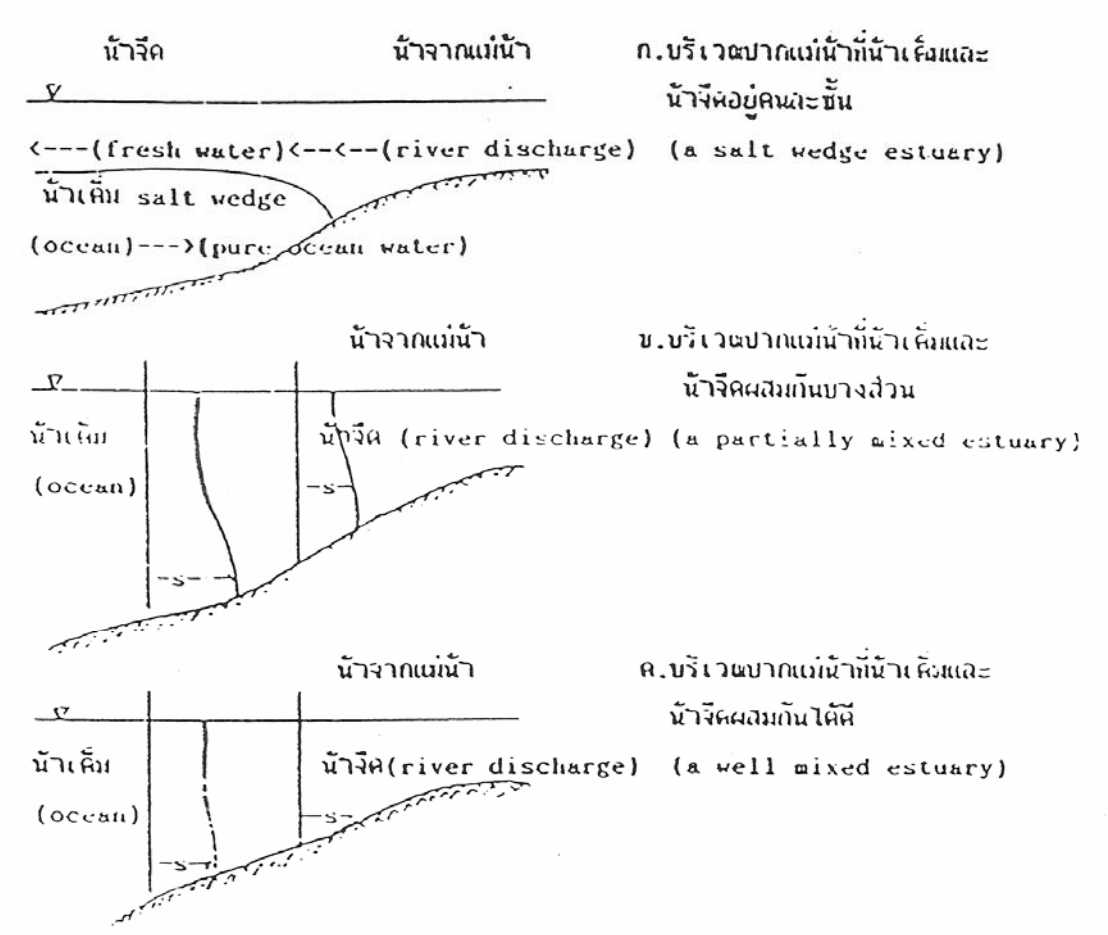
6. การวิเคราะห์ประกอบต่างๆ ทางเคมี เป็นวิธีที่น่าเชื่อถือมากที่สุดในการวัดปริมาณเกลือแร่ในน้ำธรรมชาติ แต่เป็นวิธีเสียเวลามาก

2. <u>ปรากฏการณ์การรุกล้ำของน้ำเค็ม</u>

ปรากฏการณ์การรุกล้ำของน้ำเค็ม มักเกิดขึ้นในหลายๆ ประเทศที่มีพื้นที่ติดต่อกับทะเลและมีแม่น้ำไหลออกสู่ทะเล ซึ่งเมื่อมีการพัฒนาแหล่งน้ำ และชุมชนขึ้นบริเวณปากแม่น้ำหรือบริเวณหลังเขื่อน ส่งผลให้ปริมาณน้ำจากต้นน้ำที่เคยไหลในหน้าแล้งลดลงโดยเฉพาะในปีน้ำน้อย

ทำให้ความเค็มจากน้ำทะเลสามารถแพร่กระจายเข้ามาในแหล่งน้ำได้มากขึ้นจนไม่สามารถใช้น้ำเพื่อการเกษตร อุปโภคและบริโภคได้

ลักษณะการไหลเข้าของน้ำเค็มจะขึ้นอยู่กับสภาพการไหลของน้ำบริเวณปากแม่น้ำ ซึ่งแบ่งได้เป็น 3 แบบ ดังภาพที่ 7



<u>ภาพที่ 7</u> ลักษณะการไหลเข้าของน้ำเค็ม 3 แบบ

ที่มา : โกมินทร์ (2535)

สุจริต (2529) ได้กล่าวถึง ปัจจัยสำคัญของปัญหาการรุกล้ำของน้ำเค็มไว้ 3 ประเด็น ได้แก่

1) ปริมาณน้ำในแม่น้ำจากด้านเหนือน้ำ
2) ระดับน้ำทะเลขึ้น – ลง
3) ความกว้างหรือความชันของแม่น้ำ

นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงการป้องกันความเค็มในแม่น้ำซึ่งอาจทำได้ 3 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ควบคุมให้ปริมาณน้ำที่ไหลจากด้านเหนือน้ำให้มากกว่าปริมาณต่ำสุดที่ใช้ในการไล่ความเค็มในช่วงนั้น

ระดับที่ 2 หามาตรการลดความกว้างหรือเพิ่มความชันของแม่น้ำให้มากขึ้น เพื่อลดปริมาณความเค็มที่ไหลเข้ามาพร้อมๆ กับกระแสน้ำขึ้น – ลง

ระดับที่ 3 สร้างแนวกั้น (Barrier) ปิดกั้นแม่น้ำเพื่อตัดอิทธิพลของกระแสน้ำขึ้น - ลง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์มีส่วนอย่างมากในการสร้างเสริมปรับปรุงความเป็นอยู่ของมนุษย์ให้ดียิ่งขึ้น ปรากฏการณ์ส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นรอบตัวสามารถอธิบายได้โดยกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์ และสามารถอธิบายได้ในลักษณะของสมการต่างๆ ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) หรือในรูปสมการอินทิกรัล (Integral Equation) ของสมการทรงมวล สมการโมเมนตัม และสมการการแพร่กระจาย โดยความถูกต้องของการแก้ไขปัญหาทางชลศาสตร์และคุณภาพน้ำนั้นขึ้นอยู่กับความถูกต้องของวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาแก้ไขสมการ

1. แบบจำลองอุทกพลศาสตร์ (Hydrodynamic Model)

เป็นแบบจำลองที่ใช้จำลองสภาพทางกายภาพของแหล่งน้ำ เช่น แม่น้ำ ทะเลสาบ และปากแม่น้ำ โดยจำลองสภาพการไหล ค่าระดับน้ำ ความเร็วของน้ำ (DHI, 1998)

1.1 สมการพื้นฐานสำหรับแบบจำลองอุทกพลศาสตร์

โดยทั่วไปสามารถคำนวณการไหลในทางน้ำเปิดโดยใช้สมการพื้นฐานการไหลต่อเนื่อง และสมการโมเมนตัม ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย Barre de Saint – Venant หรือ เรียกว่าสมการเซนท์ – วีแนนท์ (Saint – Venant Equation) ได้ โดยในที่นี้จะใช้สมการดังกล่าวอธิบายถึงการไหลในทางน้ำเปิดที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาแบบหนึ่งมิติ ภายใต้สมมติฐานดังนี้

1) การไหลเป็นแบบหนึ่งมิติ (One – Dimantional Flow) โดยความลึก และความเร็วในการไหลเปลี่ยนแปลงในทิศทางตามความยาวของลำน้ำ

2) สมมติให้การไหลเป็นแบบค่อยๆ เปลี่ยนแปลง (Gradually Varied Flow) ตามแนวลำน้ำ ดังนั้นแรงดันของน้ำแบบสถิต (Hydrostatic Pressure) และความเร่งแนวดิ่ง (Vertical Accelerations) สามารถไม่นำมาพิจารณาได้ (Chow , 1959)

3) แกนตามแนวความยาวของลำน้ำเป็นเส้นตรงโดยประมาณ

4) ความลาดชันของท้องน้ำมีน้อยและท้องน้ำมีลักษณะไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งหมายความว่า ผลของการกัดเซาะ (Scour) และการทับถม (Deposition) ของท้องน้ำไม่นำมาพิจารณาได้

5) สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (Resistance Coefficient) สำหรับการไหลแบบ Steady Uniform Turbulent Flow สามารถนำมาประยุกต์ได้ ดังนั้นความสัมพันธ์ เช่น สมการของแมนนิ่งสามารถนำมาใช้เพื่ออธิบายผลที่เกิดจากความเสียดทานได้

6) ของไหลมีสภาพที่ไม่สามารถอัดได้ (Incompressible) และเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneous) ซึ่งหมายความว่า ความหนาแน่นของน้ำมีค่าคงที่ตลอดช่วงการไหล

เมื่อกำหนดให้ความหนาแน่นของน้ำมีค่าคงที่แล้ว สมการการไหลต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมสามารถอธิบายด้วยสมการดังนี้

สมการทรงมวล (Continuity Equation)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B\frac{\partial H}{\partial t} = q_n \qquad (1)$$

สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x} + gA\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C_h^2 AH} = 0 \qquad (2)$$

เมื่อ Q คือ ปริมาณการไหล (ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที)

t คือ ช่วงเวลาการไหล (วินาที)

x คือ ระยะทางในการไหล (เมตร)

A คือ พื้นที่หน้าตัดของการไหล (ตารางเมตร)

B คือ ความกว้างที่ผิวของทางน้ำไหล (เมตร)

H คือ ความลึกของน้ำ (เมตร)

g คือ ความเร่งอันเนื่องมาจากแรงโน้มถ่วง (ตารางเมตรต่อวินาที)

C_h คือ Chezy' s coefficient of roughness

q_n คือ ปริมาณการไหลเข้าด้านข้างต่อความยาวของขอบเขตพื้นที่ (ลูกบาศก์-เมตรต่อวินาที)

2. <u>แบบจำลองการแพร่กระจาย (Dispersion Model)</u>

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่กระจาย เป็นการจำลองลักษณะการแพร่กระจายสารในแหล่งน้ำ เพื่อศึกษาความสามารถในการผสมผสานและการเคลื่อนที่ของสารหรือมวลสาร (DHI, 1998)

2.1 สมการพื้นฐานสำหรับแบบจำลองการแพร่กระจาย

จากกฎสมดุลมวลสาร (Conservation of Mass) สามารถเขียนสมการสมดุลมวลสาร (Substance Balance Equation) แบบ 1 มิติได้ดังนี้

สมการสมดุลมวลสาร (Substance Balance Equation)

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{1}{A}\frac{\partial (QC)}{\partial x}-\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial x}\left(AK_x\frac{\partial C}{\partial x}\right)+R_c=0 \qquad (3)$$

เมื่อ C คือ ความเข้มข้นของมวลสารตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัด (กรัมต่อลิตร)

Q คือ ปริมาณการไหล (ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที)

A คือ พื้นที่หน้าตัดของการไหล (ตารางเมตร)

K_x คือ สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายตามแนวยาว (ตารางเมตรต่อวินาที)

t คือ เวลา (วินาที)

R_c คือ อัตราการระบายของสารสู่ลำน้ำต่อหน่วยปริมาตร(กรัมต่อลิตรต่อวินาที)

จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่า แม่น้ำที่มีปากแม่น้ำอยู่บริเวณอ่าวไทย เมื่อมีอัตราการไหลของน้ำในแม่น้ำมีต่ำการไหลของน้ำบริเวณปากแม่น้ำจะเป็นแบบผสมผสานกันได้ดี (Well Mixed Estuary) ทำให้ไม่เกิดการแปรผันของความเข้มข้นมวลสารในแนวดิ่ง ประกอบกับแม่น้ำแม่กลองเป็นแม่น้ำที่มีความกว้างของลำน้ำน้อยมากเมื่อเทียบกับความความยาวของลำน้ำ ดังนั้นจึงสามารถใช้แบบจำลอง 1 มิติในการศึกษาการแพร่กระจายความเค็มได้

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

1. ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Methods)

แบบจำลองการแพร่กระจายเป็นแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำลองลักษณะการแพร่กระจายความสามารถในการผสมผสาน และการเคลื่อนที่ของมลสารในน้ำ (ภัทรา, 2541) สมการการแพร่กระจายเป็นสมการที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation) ซึ่งการแก้สมการเหล่านี้ไม่สามารถหาคำตอบได้โดยตรง เช่นเดียวกับการแก้สมการคำนวณหาผลลัพธ์ทางอุทกพลศาสตร์ ซึ่งเป็นการแก้สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมในเวลาเดียวกัน จึงจำเป็นต้องอาศัยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ซึ่งเป็นการใช้เทคนิค และข้อกำหนดบางประการ วิธีการนี้มี 2 วิธี คือวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีที่ใช้ในการหาค่าผลลัพธ์โดยประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยให้เป็นให้

เป็นสมการทางพีชคณิต (Algebra Equation) เช่นเดียวกับวิธีผลต่างสืบเนื่อง แต่สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้แม่นยำและถูกต้องกว่า (ปราโมทย์, 2546)

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีทางคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ซึ่งปัญหานั้นจะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขต โดยที่ค่าผลเฉลยแม่นตรง (Exact Solution) ของปัญหานั้นๆ ประกอบไปด้วยตัวแปรต่างๆ กันตามตำแหน่งต่างๆ บนรูปลักษณะของปัญหานั้นๆ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือค่าผลเฉลยแม่นตรงจะประกอบด้วยค่าต่างๆ ทั้งหมดนับเป็นจำนวนอนันต์ค่า ซึ่งในทางปฏิบัติเราไม่สามารถหาค่าผลเฉลยแม่นตรงได้ หลักการคือการเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่มีจำนวนอนันต์ค่านั้นมาเป็นค่าโดยประมาณที่มีจำนวนนับได้ (Finite) ซึ่งเราจะแทนค่าตัวแปรต่างๆ เหล่านั้นด้วยฟังก์ชันการประมาณ (Interpolation Function) เพื่อหาค่าผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) ด้วยการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยเอลิเมนต์ (Element) ซึ่งมีขนาดต่างๆ กัน ความแม่นยำของค่าผลเฉลยโดยประมาณนั้นขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์และการสมมติฟังชั่นการประมาณ

ปราโมทย์ (2546) ได้อธิบายขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ ดังนี้

1. แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นส่วนย่อยๆ หรือเอลิเมนต์ และกำหนดตำแหน่งจุดต่อ (Node) ต่างๆ ลงบนแต่ละเอลิเมนต์

2. เลือกฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Element Interpolation Function)

3. สร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ (Element Equation) จากสมการพื้นฐานและฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

4. นำสมการของแต่ละเอลิเมนต์มาประกอบรวมกันเป็นระบบสมการ (System of Equation) ขนาดใหญ่

5. ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ลงในระบบสมการ

6. แก้ระบบสมการ ผลลัพธ์ที่ได้คือค่าตัวแปรที่ตำแหน่งต่างๆ ที่เรากำหนด

2. <u>การหาคำตอบโดยประมาณโดยวิธีเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนัก (Weight Residual Method</u>)

วิธีเศษเหลือแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Residual Method) เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ในการหาคำตอบโดยประมาณของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และสมการอินทิกรัล ซึ่งใช้วิธีแทนค่าฟังก์ชันที่แท้จริงด้วยฟังก์ชันโดยประมาณลงในสมการหลัก จากนั้นก็หาค่าสัมประสิทธิ์ที่จะทำให้ค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการประมาณมีค่าน้อยที่สุด

ให้สมการหลักและสมการเงื่อนไขขอบเขตเขียนในรูปดังต่อไปนี้

$Lu = f$ ภายในรูปทรง V (4)

$Bu = g$ บนพื้นผิว S ของรูปทรง V (5)

เมื่อ u = $u(x)$ เป็นตัวแปรตาม

x = ตัวแปรอิสระ เช่น Coordinates ของจุดต่อ

f, g = ฟังก์ชันของ x หรือค่าคงที่

L, B = Differential Operator

เมื่อเราไม่ทราบค่า ฟังก์ชันที่แท้จริง $u(x)$ สามารถประมาณค่าได้โดยใช้ฟังก์ชัน $\hat{u}$ ซึ่งอาจอยู่ในรูป Polynomial ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่สำคัญ และประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ที่จะหา a_1 , a_2 ,....., a_n หรือ ตัวไม่รู้ค่า (Unknown) ดังนั้นเพื่อให้ $u = \hat{u}(a , x)$ เราต้องหาค่า a_i ที่ทำให้ u และ $\hat{u}$ มีค่าใกล้เคียงกัน

ถ้าแทน $\hat{u}$ ในสมการ (4) และ (5) จะมีเศษเหลือ (Residual) R_L และ R_B เนื่องจาก $\hat{u}$ ไม่ใช่ค่าที่แท้จริง เศษเหลือนี้จะเป็นฟังชั่นของ x และ a_i

$$R_L = R_L(a , x) = L\hat{u} - f \quad (6)$$

$$R_B = R_B(a , x) = B\hat{u} - g \quad (7)$$

ในการหาค่า a_i มีหลายวิธี วิธีทั่วๆไป ได้แก่ การเอา Weighting Function, W_i คูณกับเศษเหลือ R_L และ R_B แล้วให้ค่าอินทิกรัลของผลคูณมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเรียกว่า วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน (Galerkin 's Weighted Residual Method) ดังนี้

$$\int_v W_i R_L(a_i, x)dV + \int_s W_i R_B(a_i, x)dS = 0 \qquad (8)$$

เมื่อให้จำนวน Weighting function, W_i เท่ากับจำนวนตัวแปร a_i จะได้จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปร แล้วก็สามารถแก้สมการหาค่า a_i ต่างๆ ได้

โปรแกรม MATLAB

MATLAB จัดเป็นซอฟแวร์เชิงเทคนิคประสิทธิภาพสูงในการคำนวณเชิงตัวเลขและการแสดงรูปกราฟหลายมิติ เหมาะสำหรับงานประยุกต์ด้านการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis) การคำนวณทางเมตริกซ์ (Matrix Computation) การประมวลผลเชิงสัญญาณ (Signal Processing) และการแสดงรูปกราฟสวยงามที่เอื้อง่ายกับการใช้งาน ด้วยการเขียนคำสั่งคล้ายคลึงกับการเขียนสมการทางคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องเรียนรู้หรือเขียนโปรแกรมด้วยภาษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั่วๆ ไปมาก่อนก็ได้

โปรแกรม MATLAB เป็นระบบโต้ตอบทันทีที่มีเมตริกซ์ใช้ในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขต่างๆได้ในเวลาอันสั้น ไม่ต้องเขียนโปรแกรมด้วยภาษาที่ยุ่งยากซับซ้อน ลักษณะเด่นของโปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมช่วยงานคำนวณทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอเป็นภาพกราฟฟิกส์สวยงามที่มีประสิทธิภาพสูง สามารถเพิ่มขยายเพื่อนำไปประยุกต์ใช้เฉพาะด้านต่างๆ มากมาย ภายในโปรแกรมประกอบด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันของการนำเสนอภาพเพื่อใช้ประยุกต์ทางวิศวกรรมได้เป็นอย่างดี โดยมีลักษณะทางภาษาแบบการคำนวณและวิเคราะห์ข้อมูลเมตริกซ์ขนาดใหญ่ช่วยให้ใช้เวลาเพื่องานคำนวณที่สั้นกว่าการเขียนด้วยภาษาฟอร์แทรนหรือซี

การทำงานของโปรแกรม MATLAB มีลักษณะแบบตัวแปรภาษาที่เรียกว่า อินเตอร์พริเตอร์ คือการแปลคำสั่งแล้วตีความทำงานตามสั่งทันที ไม่ใช่เป็นโปรแกรมคอมไพล์เลอร์ที่ต้องแปลคำสั่งภายในโปรแกรมย่อยอย่างครบถ้วนทั้งหมด จึงค่อยมาทำงานซึ่งวิธีการแบบอินเตอร์พริเตอร์ช่วยให้การทดสอบและแก้ไขเป็นไปอย่างรวดเร็วเมื่อเกิดข้อผิดพลาด ทำให้ง่ายต่อการแก้ไข

การติดต่อกับผู้ใช้จะแบ่งการแสดงออกเป็นสองช่องหน้าต่าง หน้าต่างหนึ่งจะใช้แสดงข้อความและคำสั่ง อีกหน้าต่างหนึ่งใช้แสดงภาพกราฟฟิกส์ ซึ่งการแบ่งเป็นสองส่วนนี้ช่วยให้ทำงานสะดวกขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

O'Connor *et al*. (1973) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์แบบ 2 มิติ เพื่อจำลองลักษณะทางชลศาสตร์ โดยเริ่มจากสมการทรงมวล และสมการโมเมนตัม อาศัยวิธีวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบเศษเหลือถ่วงน้ำหนัก และได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองใน Massachusette Bay, Norraaganserr และ New Jersey Coast

Adey and Brebbia (1973) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่กระจายของมวลสารในน้ำแบบ 2 มิติ อาศัยวิธีวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ Lagrangian Eulerian Scheme และ Galerkin's Weighted Residual Method โดยใช้ฟังก์ชันควอเดรติกของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม (Triangular Element with Quadratic Interpolation Function) คุณภาพน้ำที่พิจารณาในแบบจำลองคือ โคลิฟอร์มแบคทีเรีย และได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองในบริเวณปากอ่าวระหว่างเมือง Southampton และ Portsmouth ประเทศอังกฤษ

Abdul (1979) ได้ทำการพัฒนาแบบจำลองการรุกล้ำของความเค็มแบบ 1 มิติ ซึ่งเป็นการทำงานร่วมกันระหว่างแบบจำลองอุทกพลศาสตร์ และแบบจำลองการกระจายตัวของมลสาร โดยใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) ในการพัฒนาแบบจำลอง และประยุกต์ใช้กับแม่น้ำบางปะกง พบว่า เมื่อมีการระบุค่าเงื่อนไขขอบเขต แบบจำลองสามารถทำนายการรุกล้ำของความเค็มที่แปรเปลี่ยนตามเวลาได้

Liengcharernsit (1979) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์แบบ 2 มิติโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin's Weighted Residual Method เพื่อศึกษาการเคลื่อนตัวของน้ำเพื่อใช้ในการทำนายกระแสน้ำและระดับน้ำขึ้นน้ำลง รวมทั้งการสร้างแบบจำลองคุณภาพน้ำเพื่อศึกษาพารามิเตอร์คุณภาพน้ำต่าง ๆ ได้แก่ ค่าความเค็ม, โคลิฟอร์มแบคทีเรีย, ปรอท, ไนโตรเจน, มวลชีวภาพของ Phytoplankton, ความสกปรกในรูป Carbonaceous BOD (CBOD) และออกซิเจนละลายน้ำ โดยแบบจำลองลักษณะทางอุทกพลศาสตร์ ใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม (Triangular Element with Linear Interpolation Function) ในการพัฒนา และใช้กฎทรงมวลของ

สาร และสมการโมเมนตัม เป็นสมการพื้นฐาน ส่วนแบบจำลองการแพร่กระจายมลสารใช้ฟังก์ชันควอเดรติกของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม (Triangular Element with Quadratic Interpolation Function) ในการพัฒนา และใช้สมการสมดุลมวลสารเป็นสมการพื้นฐาน เมื่อประยุกต์ใช้แบบจำลองดังกล่าวกับพื้นที่อ่าวไทยตอนบน พบว่า ค่าความเร็วในการไหลของน้ำสูงสุดเท่ากับ 0.5 เมตร/วินาที ซึ่งค่าที่ได้ใกล้เคียงกับค่าที่วัดจริงในพื้นที่ ส่วนผลของแบบจำลองคุณภาพน้ำนั้น พารามิเตอร์ที่ศึกษามีการผันแปรในแต่ละชั่วโมง ซึ่งมีความสัมพันธ์กับอิทธิพลของน้ำขึ้นน้ำลงรายชั่วโมง

Lohani (1980) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์แบบ 2 มิติ เพื่อจำลองการแพร่กระจายของมลสารในน้ำ โดยอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin's Weighted Residual Method และได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองหาค่า Deoxygenation Coefficient, Reaeration Coefficient และ Dispersion Coefficient

สุจริต (2529) ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบ 1 มิติ ในการคำนวณการแพร่กระจายความเค็ม โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในรูปแบบ Galerkin และ Weak Formulation แทนการใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องแบบดั้งเดิม และประยุกต์ใช้กับแม่น้ำเจ้าพระยา ซึ่งผลที่ได้เมื่อเทียบกับค่าจริงแล้วให้ผลดีกว่าผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนท์ที่เคยใช้คำนวณมาแต่เดิม

กีรติ (2531) ได้ศึกษาการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา จากปากแม่น้ำ จังหวัดสมุทรปราการ (กิโลเมตรที่ 0) ถึงอำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา (กิโลเมตรที่ 108) ในช่วงเดือนธันวาคมถึงเดือนพฤษภาคม โดยหาความสัมพันธ์ของปริมาณน้ำเค็มกับการขึ้นลงของระดับน้ำ และอัตราการไหลจากแม่น้ำ โดยใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 1 มิติ จากการศึกษาพบว่า แบบจำลองสามารถใช้ในการคาดการณ์ได้ดีพอสมควร และความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความเค็มกับอัตราการไหลมีความสัมพันธ์กันมากที่สุด โดยสามารถกำหนดอัตราการไหลเพื่อควบคุมความเค็มสูงสุดที่จะเกิดได้เป็นรายเดือนตามพิสัยน้ำขึ้นน้ำลง

Boworsak (1992) ได้ทำการประยุกต์ใช้แบบจำลองคุณภาพน้ำในลุ่มน้ำเจ้าพระยาพิจารณาการไหลเป็นแบบ 1 มิติ โดยใช้ค่าบีโอดี และออกซิเจนละลายน้ำเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลอง ซึ่งใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องในการแก้ปัญหา ทำการแบ่งลำน้ำออกเป็น 33 ช่วง

พิจารณาอัตราการไหลที่ 100 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที ผลการศึกษาได้ทำนายคุณภาพของลุ่มน้ำเจ้าพระยาในปี ค.ศ. 2000 ว่าคุณภาพน้ำจะต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน โดยคิดเป็น 84 เปอร์เซนต์ของลุ่มน้ำเจ้าพระยาที่ต้องบำบัด

โกมินทร์ (2535) ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบ 1 มิติ ในการคำนวณการแพร่กระจายของความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin's Weighted Residual Method ในการพัฒนาแบบจำลอง เมื่อป้อนข้อมูล ปริมาณการไหล, ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย อัตราการสลายตัวของสารในลำน้ำ และปริมาณที่ระบายลงในแต่ละส่วนของลำน้ำแบบจำลองดังกล่าวสามารถคำนวณการแพร่กระจายของความเค็มได้ ทำให้รู้ค่าความเค็มในแต่ละ node ของลำน้ำ

นฤมล (2541) ได้ทำการปรับเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ MIKE 11 ในการคาดการณ์คุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลองตอนบน โดยทำการปรับเทียบแบบจำลอง 3 ส่วน ได้แก่ แบบจำลองอุทกพลศาสตร์ แบบจำลองการแพร่กระจายมลสาร และ แบบจำลองคุณภาพน้ำ พบว่าค่าที่เหมาะสมสำหรับสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง (manning's n) เท่ากับ 0.03-0.05 สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเท่ากับ 100 ตารางเมตรต่อวินาที ค่าคงที่การย่อยสลายเท่ากับ 0.02 ชั่วโมง$^{-1}$ ค่าคงที่การย่อยสลายย่อยสลายสารอินทรีย์เท่ากับ 0.23 ต่อวัน ผลผลิตของออกซิเจนสูงสุดโดยกระบวนการสังเคราะห์แสงและการใช้ออกซิเจนโดยกระบวนการหายใจของพืชและสัตว์น้ำเท่ากับ 3.8 และ 2.3 กรัม ออกซิเจนต่อตารางเมตรต่อวัน

ภัทรา (2541) ได้ทำการปรับเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ MIKE 11 ในการคาดการณ์คุณภาพน้ำในแม่น้ำแม่กลองตอนล่าง โดยทำการปรับเทียบแบบจำลอง 3 ส่วน ได้แก่ แบบจำลองอุทกพลศาสตร์ แบบจำลองการแพร่กระจายมลสาร และแบบจำลองคุณภาพน้ำ พบว่าค่าที่เหมาะสมสำหรับสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง (manning's n) เท่ากับ 0.025 สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเท่ากับ 100-300 ตารางเมตรต่อวินาที ในช่วงกิโลเมตรที่ 95.85 – 129.8 และ300-1,600 ตารางเมตรต่อวินาที ในช่วงกิโลเมตรที่ 129.85 – 136.85 สัมประสิทธิ์การย่อยสลาย 0.2 ต่อวัน ผลผลิตของออกซิเจนสูงสุดโดยกระบวนการสังเคราะห์แสงและการใช้ออกซิเจนโดยกระบวนการหายใจของพืชและสัตว์น้ำ เท่ากับ 1 และ 2.5 กรัม ออกซิเจนต่อตารางเมตรต่อวัน

สุทธิพร (2542) ได้พัฒนาแบบจำลองคุณภาพน้ำแบบ 1 มิติ ซึ่งประกอบไปด้วย แบบจำลองการกระจายตัวของมลสาร สำหรับคำนวณหาค่าออกซิเจนละลายน้ำ และความสกปรกในรูปบีโอดีของลำน้ำ และแบบจำลองทางชลศาสตร์สำหรับคำนวณลักษณะทางชลศาสตร์ของลำน้ำ โดยใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องในการพัฒนาแบบจำลอง และประยุกต์ใช้กับลำน้ำลำตะคอง พบว่า แบบจำลองสามารถจำลองแบบลักษณะทางชลศาสตร์ และคุณภาพน้ำของลำตะคองได้ใกล้เคียงกับข้อมูลที่วัดได้ จากการทำนายคุณภาพน้ำในปี 2543, 2548, 2553, 2558 และ 2563 เมื่อไม่มีการจัดการใดๆ พบว่าคุณภาพน้ำในพื้นที่ศึกษาส่วนใหญ่อยู่ในเกณฑ์คุณภาพน้ำประเภทที่ 5

Li (2000) ได้ทำการพัฒนาแบบจำลองการกระจายตัวของมลสารแบบ 1 มิติ เพื่อหาการถ่ายเทและการแพร่กระจายของค่าออกซิเจนละลายน้ำ และความสกปรกในรูปบีโอดี ในลำน้ำโดยใช้วิธี ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนท์ และประยุกต์ใช้กับแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่างพบว่า ค่าความสกปรกในรูปบีโอดี มีค่าสูงสุดที่ 50 กิโลเมตร จากปากแม่น้ำและมีแนวโน้มจะเพิ่มขึ้นในอนาคต ส่วนค่าออกซิเจนละลายน้ำมีค่าต่ำกว่า 2 มิลลิกรัมต่อลิตร และจะเพิ่มขึ้นจากจุด 50 กิโลเมตรขึ้นไปทางด้านบนของลำน้ำ

กรรณิการ์ (2547) ได้พัฒนาแบบจำลองคุณภาพน้ำ 2 มิติ เพื่อคำนวณการแพร่กระจายของค่าความเค็มในทะเลสาบสงขลา โดยใช้ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin’s Weighted Residual Method แปลงสมการสมดุลมวลสารแบบ 2 มิติ ซึ่งอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ เป็นสมการพีชคณิตที่มีค่าความเข้มข้นของมลสารที่จุดต่อต่างๆ ในแม่น้ำ พบว่า แบบจำลองนี้เมื่อผ่านการตรวจพิสูจน์การแพร่กระจายมวลสารในกรณีต่างๆ ความเข้มข้นจากแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ และได้นำแบบจำลองไปประยุกต์ใช้จริงกับทะเลสาบสงขลา เมื่อคำนวณความเค็มในทะเลสาบสงขลาทุก 900 วินาที ใน 1 วัน ได้ผลการแพร่กระจายความเค็มทุกจุดต่อใกล้เคียงกับผลการตรวจวัดในทะเลสาบสงขลา เป็นที่ยอมรับได้

ปิยพร (2547) ได้ทำการพัฒนาแบบจำลองคุณภาพน้ำแบบ 2 มิติ ในการหาการแพร่กระจายของค่าความสกปรกในรูป Carbonaceous BOD และค่าออกซิเจนละลายน้ำในแม่น้ำท่าจีน โดยอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin’s Weighted Residual Method ในการพัฒนาแบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถประยุกต์ใช้กับแม่น้ำท่าจีนในการพิจารณาผลการจัดการน้ำเสียรูปแบบต่างๆ โดยการลดปริมาณมลสารจากแหล่งกำเนิดประเภทต่างๆ ที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำท่าจีนพบว่า การลดปริมาณมลสารจากแหล่งกำเนิดประเภทชุมชนในแม่น้ำท่าจีนตอนกลาง

และน้ำทิ้งเกษตรกรรมในแม่น้ำท่าจีนตอนล่างจะสามารถลดค่าความสกปรกในรูปบีโอดี ในแม่น้ำได้ดี เนื่องจากเป็นแหล่งกำเนิดของเสียมากที่สุด

รชตวรรณ (2547) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณการไหลของน้ำ แบบ 2 มิติในแม่น้ำบางปะกง ซึ่งค่าตัวแปรและพารามิเตอร์ในสมการเป็นค่าเฉลี่ยในแนวดิ่งตลอดความลึกของแม่น้ำ โดยอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin's Weighted Residual Method ในการพัฒนาแบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับแม่น้ำบางปะกงในการทำนายลักษณะทางอุทกพลศาตร์ระหว่างเปิดเขื่อนกับปิดเขื่อน โดยระดับน้ำสูงสุดที่บริเวณท้ายเขื่อนเมื่อเปิดใช้งานจะสูงกว่ากรณีไม่มีเขื่อนอยู่ 0.5 เมตร และระดับน้ำต่ำสุดจะมีต่ำกว่ากรณีไม่มีเขื่อนอยู่ 0.6 เมตรซึ่งเป็นสาเหตุของปัญหาการพังทลายของตลิ่ง

วัชรี (2547) ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบ 2 มิติ ในการคำนวณหาการแพร่กระจายของค่าความสกปรกในรูปบีโอดี และค่าออกซิเจนละลายน้ำ ในลำน้ำบางปะกง โดยอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ Galerkin's Weighted Residual Method ในการพัฒนาแบบจำลอง โดยแบบจำลองดังกล่าวสามารถทำนายสภาวะของคุณภาพน้ำของแม่น้ำบางปะกงได้ ซึ่งพบว่าค่าความสกปรกในรูปบีโอดีเหนือเขื่อนทดน้ำบางปะกงสูงกว่ามาตรฐาน 2 มิลลิกรัมต่อลิตร และค่าออกซิเจนละลายน้ำต่ำกว่า 4 มิลลิกรัมต่อลิตร จากแบบจำลองสามารถเสนอแนวทางการแก้ไขปัญหาได้คือ ทำการเปิดเขื่อนสูง 3 เมตร เพื่อให้ค่าความสกปรกในรูปบีโอดี และค่าออกซิเจนละลายน้ำอยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน หากทำการปิดเขื่อนจะต้องมีการลดมลพิษจากฟาร์มหมู 70 เปอร์เซนต์ และฟาร์มกุ้ง 50 เปอร์เซนต์ เพื่อให้ค่าความสกปรกในรูปบีโอดี และค่าออกซิเจนละลายน้ำอยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน