

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. ฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ (Hard disk drive, HDD)

ฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์สามารถเรียกได้หลายชื่อ เช่น ฮาร์ดไดรฟ์ (Hard drive), ฮาร์ดดิสก์ (Hard disk) หรือ ฟิกซ์ดิสก์ไดรฟ์ (Fixed disk drive) ทำหน้าที่บันทึกและอ่านข้อมูลเชิงอิเล็กทรอนิกส์ของคอมพิวเตอร์ ที่สามารถเก็บรักษาข้อมูลได้แม้ขณะที่ไม่มีกำลังไฟฟ้าป้อนให้ก็ตาม ข้อมูลต่างๆจะถูกบันทึกลงบนแผ่นแพตเตอร์ (platter) ที่มีพื้นผิวมีคุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้า โดยการเก็บข้อมูลนั้นจะเก็บในรูปรหัสดิจิทัลลงบนแผ่นดิสก์กลมแบนที่หมุนอย่างรวดเร็วซึ่งก็คือแผ่นแพตเตอร์

1.1 ประวัติและความเป็นมาของฮาร์ดดิสก์

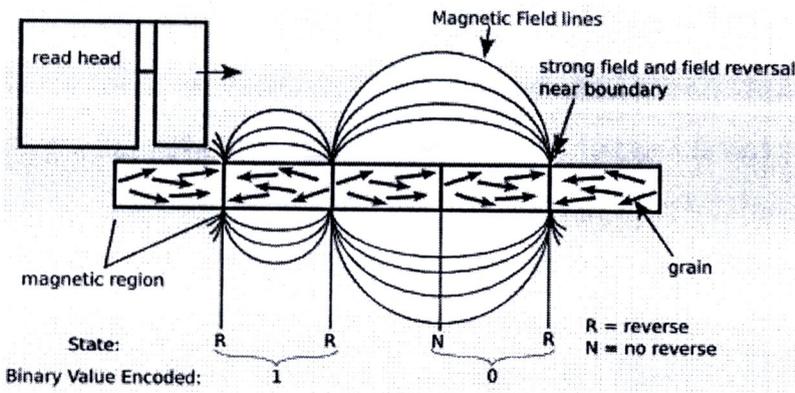
ฮาร์ดดิสก์เริ่มนำมาเผยแพร่ในทางการค้าเมื่อปี 1956 โดยคอมพิวเตอร์เครื่องแรกที่ใช้ฮาร์ดดิสก์ที่มีหัวอ่าน/เขียนเคลื่อนที่ได้ คือ IBM 305 RAMAC ซึ่งใช้ฮาร์ดดิสก์รุ่น IBM Model 350 เป็นระยะเวลาหลายปีที่ฮาร์ดดิสก์มีขนาดใหญ่ อุปกรณ์มีน้ำหนักมากและการใช้กำลังไฟฟ้ามักเกินไป จึงเหมาะกับการใช้ในสำนักงานที่มีขนาดใหญ่กว่าสำนักงานที่มีขนาดเล็กหรือตามบ้านเรือน ก่อนช่วงต้นปี 1980 ฮาร์ดดิสก์มีแพตเตอร์ขนาด 8 นิ้ว หรือ 14 นิ้ว ต้องใช้พื้นที่และกำลังไฟฟ้ามาก ด้วยเหตุนี้ ฮาร์ดดิสก์จึงไม่เป็นที่นิยมนำมาใช้กับคอมพิวเตอร์ขนาดเล็ก จนกระทั่งหลังปี 1980 เมื่อซีเกตเทคโนโลยี (Seagate Technology) ได้เสนอฮาร์ดดิสก์รุ่น ST-506 ซึ่งมีขนาด 5.25 นิ้วรุ่นแรกที่สามารถเก็บข้อมูลได้ 5 เมกกะไบต์

ความสามารถในการเก็บข้อมูลของฮาร์ดดิสก์ก็เติบโตอย่างรวดเร็ว ในช่วงเริ่มต้นของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ส่วนตัว (PC) ฮาร์ดดิสก์สามารถเก็บข้อมูลได้ 20 เมกกะไบต์ ซึ่งถือว่ามีความจุมากแล้ว จนกระทั่งระหว่างกลางปี 1990 ถึงช่วงท้ายปี 1990 เมื่อคอมพิวเตอร์ส่วนตัวต้องมีความสามารถเก็บข้อมูลที่ไม่เพียงแต่เป็นข้อมูลที่เป็นข้อความ เอกสาร แต่ยังต้องเก็บข้อมูลที่เป็นรูปภาพ เพลงและวีดีโอได้ ดังนั้นฮาร์ดดิสก์จึงถูกสร้างให้มีความสามารถในการเก็บข้อมูลได้ 8-20 กิกะไบต์ ในช่วงท้ายปี 2007 ฮาร์ดดิสก์มีความสามารถในการเก็บข้อมูล 100-500 กิกะไบต์ ขณะที่ความสามารถในการเก็บข้อมูลสูงสุดอยู่ที่ 1 เทราไบต์

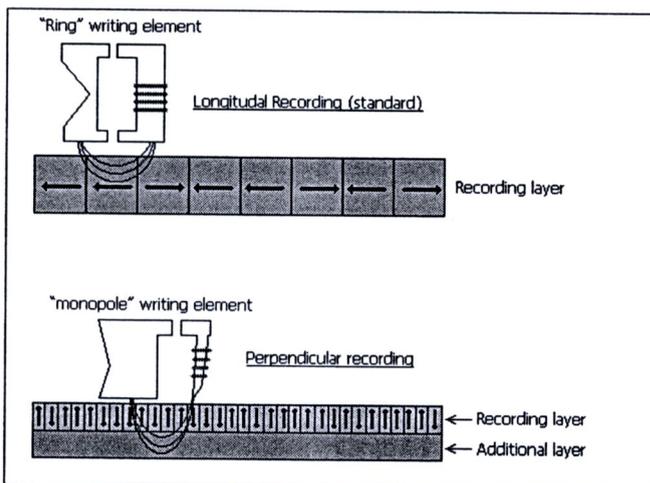
1.2 เทคโนโลยีฮาร์ดดิสก์

ฮาร์ดดิสก์เก็บข้อมูลโดยใช้ทิศของสนามแม่เหล็กแทนรหัส 0 หรือ 1 ดังแสดงในภาพที่ 1[8] และอ่านข้อมูลกลับโดยใช้วัสดุที่ตรวจจับความเป็นแม่เหล็กได้ ตัวอย่างการออกแบบฮาร์ดดิสก์ประกอบด้วยสปินเดิล (spindle) ซึ่งยึดติดแพตเตอร์จำนวนหนึ่งแผ่นหรือมากกว่า

หนึ่งแผ่น แพลตเตอร์ทำจากวัสดุที่ไม่มีคุณสมบัติทางแม่เหล็กเช่น อลูมิเนียมอัลลอย (aluminum alloy) หรือแก้ว และถูกเคลือบด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติทางแม่เหล็ก โดยในปัจจุบันได้มีการพัฒนาการเก็บข้อมูลจากการเก็บข้อมูลแบบแนวนอน (longitudinal recording) มาเป็นแบบการเก็บข้อมูลแบบแนวตั้ง (perpendicular recording) ซึ่งทำให้ฮาร์ดดิสก์สามารถเก็บข้อมูลได้มากขึ้น ดังแสดงในภาพที่ 2[8]

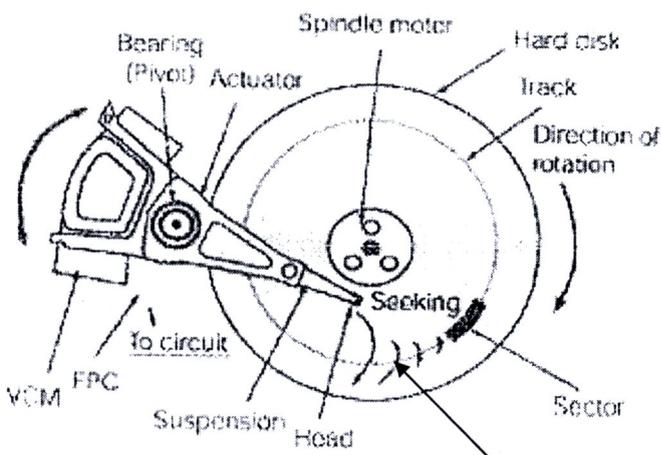


ภาพที่ 1 รูปตัดขวางของพื้นผิวที่มีคุณสมบัติของแม่เหล็กที่เก็บข้อมูลโดยใช้ทิศของสนามแม่เหล็ก แทนรหัส 0 หรือ 1 [8]



ภาพที่ 2 การเก็บข้อมูลในฮาร์ดดิสก์แบบแนวตั้งและแบบแนวนอน [8]

แพลตฟอร์มซึ่งหมุนด้วยความเร็วรอบสูง ข้อมูลจะถูกบันทึกลงบนแพลตฟอร์ม ขณะที่มันหมุนผ่านอุปกรณ์ที่เรียกว่าหัวอ่าน/เขียน (Head) หัวอ่าน/เขียนทำงานโดยลอยอยู่เหนือพื้นผิวที่มีคุณสมบัติทางแม่เหล็กของแพลตฟอร์ม ระยะห่างระหว่างพื้นผิวแพลตฟอร์มและหัวอ่านมีขนาดน้อยมาก (ในฮาร์ดดิสก์รุ่นใหม่หัวอ่านจะลอยอยู่ใกล้แพลตฟอร์มประมาณช่วง 10 นาโนเมตร) หัวอ่าน/เขียนถูกใช้สำหรับตรวจจับและเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติทางแม่เหล็กของวัสดุที่อยู่ใต้ตัวมันอย่างรวดเร็ว พื้นผิวหนึ่งด้านของแพลตฟอร์มที่ยึดติดกับสปินเดิลจะใช้หัวอ่าน/เขียนหนึ่งชิ้นที่ประกอบอยู่กับชิ้นส่วนที่มีลักษณะเหมือนแขน ซึ่งเรียกว่าแอกชูเอเตอร์อาร์ม (actuator arm) แอกชูเอเตอร์อาร์มเป็นส่วนที่ทำให้หัวอ่าน/เขียนเคลื่อนที่ในแนวเส้นโค้งข้ามไปมาบนแพลตฟอร์มที่หมุนอยู่ แอกชูเอเตอร์อาร์มเคลื่อนที่โดยการควบคุมของวอยซ์คอยล์ (voice coil) หรือสเตปเปอร์มอเตอร์ (stepper motor, ใช้ในฮาร์ดดิสก์รุ่นเก่า) สเตปเปอร์มอเตอร์นั้นถูกติดตั้งให้อยู่ด้านนอกของห้องหัวอ่าน/เขียนและแพลตฟอร์ม และมีมาก่อนแบบวอยซ์คอยล์ ในเวลาต่อมาไม่นานนัก ฮาร์ดดิสก์ที่ใช้วอยซ์คอยล์ มีโครงสร้างเหมือนลำโพง คือขดลวดและหัวอ่าน/เขียนจะเคลื่อนที่แนวรัศมีของแพลตฟอร์มแบบเส้นตรง ไม่ใช่การเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นโค้งเหมือนในปัจจุบันดังแสดงในภาพที่ 3[8] ปัจจุบันฮาร์ดดิสก์ที่ใช้วอยซ์คอยล์มีรายละเอียดของโครงสร้างที่ต่างจากช่วงแรก แต่ยังคงมีส่วนที่เหมือนกัน คือ การทำงานร่วมกันระหว่างขดลวดและสนามแม่เหล็ก



แนวการเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นโค้งของหัวอ่าน/เขียน

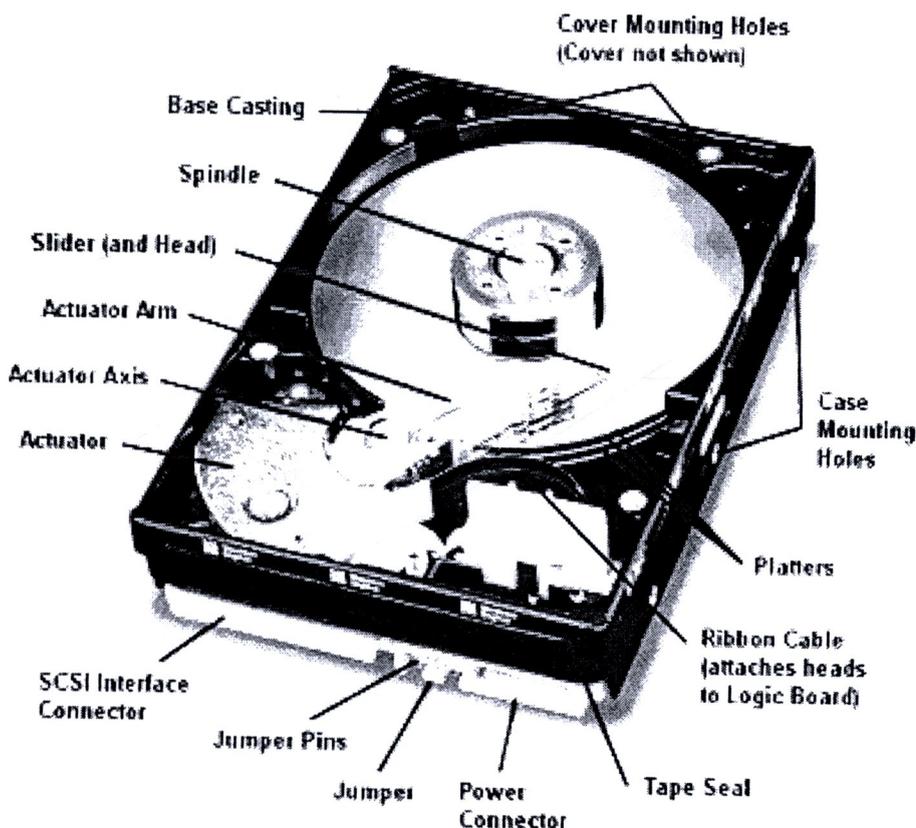
ภาพที่ 3 การเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นโค้งของหัวอ่าน/เขียน[8]

ฮาร์ดดิสก์รุ่นเก่าอ่านข้อมูลบนแผ่นเพลตเตอร์กลับ โดยอาศัยการเปลี่ยนแปลงของกระแสแม่เหล็กในหัวอ่าน หัวอ่านนี้จะมีขดลวดและทำงานเหมือนหัวอ่านของเทปแม่เหล็ก (magnetic-tape) โดยที่หัวอ่านไม่สัมผัสกับพื้นผิวที่เก็บข้อมูล เนื่องจากความหนาแน่นในการเก็บข้อมูลในเพลตเตอร์เพิ่มขึ้น การใช้หัวอ่านแบบแมกนีโทริซิสเทนซ์ (magnetoresistance, MR) จึงถูกนำมาใช้ ซึ่งเป็นหัวอ่านที่ เมื่อได้รับกระแสแม่เหล็กจากแผ่นเพลตเตอร์ ความต้านทานทางไฟฟ้าของหัวอ่านจะเปลี่ยนแปลง ต่อมาได้มีการพัฒนาหัวอ่านให้กระแสแม่เหล็กมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความต้านทานทางไฟฟ้ามากขึ้นแต่มีขนาดเล็กมากเรียกว่าหัวอ่านชนิดจีเอ็มเอ (GMR) ซึ่งย่อมาจากภาษาอังกฤษว่า giant magneto resistance ในปี ค.ศ. 2005 ได้มีการพัฒนาและนำหัวอ่านรุ่นทีเอ็มเอ (TMR, tunneling MR) มาใช้ในฮาร์ดดิสก์

หัวอ่าน/เขียนของฮาร์ดดิสก์รักษาระยะห่างจากแผ่นเพลตเตอร์ด้วยอากาศที่เคลื่อนที่เนื่องจากการหมุนของแผ่นใกล้กับพื้นผิวของแผ่นเพลตเตอร์ หัวอ่าน/เขียนถูกติดตั้งบนชิ้นส่วนที่มีลักษณะเป็นกล่องสี่เหลี่ยมเรียกว่าสไลเดอร์ (Slider) ความสูงของหัวอ่าน/เขียนในการลอยอยู่เหนือพื้นผิวเพลตเตอร์ (Flying Height) ถูกลดลงอยู่เสมอ เพื่อต้องการเพิ่มความหนาแน่นในการเก็บข้อมูล ความสูงในการลอยอยู่เหนือพื้นผิวเพลตเตอร์ถูกควบคุมโดยการออกแบบการเซาะร่องบริเวณพื้นผิวของสไลเดอร์ให้รูปทรงต่างๆ หรือเรียกว่าการออกแบบแอร์เบริง (air bearing) (air bearing: เป็นการใช้ประโยชน์จากแผ่นฟิล์มบางๆที่เกิดขึ้นจากความดันของอากาศ ทำให้ไม่มีค่าความเสียดทานระหว่างพื้นผิว 2 พื้นผิวที่ทำงานร่วมกัน โดยพื้นผิวทั้งสองไม่สัมผัสกัน เนื่องจากการไม่สัมผัสกันของพื้นผิวทั้งสองทำให้ไม่เกิดปัญหาหลายอย่าง เช่น ความเสียดทาน, ความล่าช้าของชิ้นงาน, การเกิดอนุภาคเล็กๆ และสารหล่อลื่น ซึ่งข้อดีนี้เหมาะสำหรับงานที่ต้องการความแม่นยำในการระบุตำแหน่งและงานที่ต้องใช้ความเร็วสูง) หน้าที่ของแอร์เบริง คือ รักษาระดับความสูงของหัวอ่าน/เขียนให้คงที่ขณะที่ลอยอยู่เหนือพื้นผิวของเพลตเตอร์ ถ้าหัวอ่าน/เขียนชนหรือสัมผัสกับเพลตเตอร์จะเกิดความเสียหายที่รุนแรงบนพื้นผิวของเพลตเตอร์

1.3 ส่วนประกอบหลักที่สำคัญในฮาร์ดดิสก์

ภาพที่ 4[8] แสดงส่วนประกอบหลักที่สำคัญของฮาร์ดดิสก์แบบทั่วไปซึ่งมีรายละเอียดดังนี้



ภาพที่ 4 ส่วนประกอบต่างๆในฮาร์ดดิสก์ [8]

1.3.1 แขนหัวอ่าน (Actuator Arm) ทำงานร่วมกับมอเตอร์ในการเลื่อนแขนหัวอ่านไปที่ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับการอ่าน/เขียนข้อมูล โดยมีคอนโทรลเลอร์ (Controller) ทำหน้าที่แปลคำสั่งที่มาจากคอมพิวเตอร์ จากนั้นก็เลื่อนหัวอ่านไปยังตำแหน่งที่ต้องการเพื่ออ่านหรือเขียนข้อมูล แต่ต่อมา Stepping Motor ได้ถูกแทนด้วย Voice Coil ที่สามารถทำงานได้เร็วและแม่นยำกว่า Stepping Motor

1.3.2 หัวอ่าน (Read/Write Head) เป็นส่วนที่ใช้ในการอ่าน/เขียนข้อมูล มีขนาดเล็กและมีความซับซ้อนจึงมีราคาแพง ภายในหัวอ่านมีลักษณะเป็นขดลวด โดยในการอ่าน/เขียนข้อมูลเกิดขึ้นเมื่อคอนโทรลเลอร์ (Controller) ของฮาร์ดดิสก์ได้รับคำสั่งจาก Host ให้มีการอ่าน/เขียนข้อมูล จะนำคำสั่งที่ได้รับมาแปลงเป็นแรงดันไฟฟ้าแล้วป้อนเข้าสู่ขดลวดทำให้เกิดแรงเหนี่ยวนำไปเปลี่ยนโครงสร้างของสารแม่เหล็กที่ฉาบบนแผ่นดิสก์ ซึ่งมีรูปแบบของการบันทึกข้อมูลในที่สุด เทคโนโลยีของการอ่าน/เขียนนี้ เรียกว่า MR (Magnical Recorder) โครงสร้างของหัวอ่านเป็นสารกึ่งตัวนำและกระบวนการผลิตเป็นเช่นเดียวกับการผลิตไมโครโปรเซสเซอร์ หัวอ่านจัดเป็นชิ้นส่วนที่เล็กและมีความซับซ้อนมาก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเทคโนโลยีในการผลิตเป็นส่วนที่ทำ



สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่..... 26.8.2555
เลขทะเบียน.....
เลขเรียกหนังสือ.....

หน้าที่อ่านและเขียนข้อมูลบนจานแม่เหล็กโดยตรง แต่จะลอยอยู่เหนือจานแม่เหล็กในระยะใกล้มากประมาณ 512 Micro Inches เท่านั้นเอง จำนวนของหัวอ่านในฮาร์ดดิสก์ตัวหนึ่งจะขึ้นอยู่กับจำนวนของแผ่นจานแม่เหล็ก โดยหนึ่งด้านของจานแม่เหล็กจะต้องมีหัวอ่านจำนวน 1 อันเสมอ ฮาร์ดดิสก์โดยส่วนใหญ่ที่มีแผ่นจานแม่เหล็กตั้งแต่ 1 - 4 แผ่นก็จะมีจำนวนหัวอ่านตั้งแต่ 2 - 8 หัว และเป็นไปได้ว่าในฮาร์ดดิสก์ที่มีขนาดใหญ่อาจมีจำนวนหัวอ่านได้มากถึง 20 หัว การอ่านและเขียนข้อมูลลงบนจานแม่เหล็กอาศัยหลักการตามทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งทุกครั้งที่มีการอ่านหรือเขียนข้อมูลจะมีเพียงหนึ่งหัวอ่านเท่านั้นที่สามารถทำการเข้าถึงข้อมูลได้

1.3.2.1 การเขียนข้อมูลทุกครั้ง หัวอ่านทำการเขียนข้อมูลจะมีกระแสไฟฟ้าป้อนให้กับส่วนของขดลวดที่ปลายหัวอ่าน ทำให้มันถูกเปลี่ยนสถานะเป็นแม่เหล็กไฟฟ้าชั่วคราวและจะไปเหนี่ยวนำให้สารแม่เหล็กบนจานแม่เหล็กมีการจัดเรียงทิศทางตามรูปแบบของข้อมูลที่ต้องการบันทึก

1.3.2.2 การอ่านข้อมูลของหัวอ่านจะเป็นไปในทางกลับกัน คือ หัวอ่านจะอยู่ในสถานะที่ไม่มีกระแสไฟฟ้า จึงเกิดการเหนี่ยวนำจากกระแสไฟฟ้าอ่อนๆ ขึ้นที่ขดลวด ซึ่งค่าของกระแสที่อ่านได้นี้ คือข้อมูลที่อ่านได้จากจานแม่เหล็กนั่นเอง

1.3.3 แผ่นจานแม่เหล็ก (Platters) หรือจะเรียกว่า “เพลตเตอร์” เป็นพื้นที่ที่ใช้สำหรับบันทึกข้อมูลจะมีลักษณะเป็นแผ่นจานเหล็กกลมๆ มีเส้นผ่านศูนย์กลางตั้งแต่ 1.8 - 5.25 นิ้ว ที่เคลือบสารแม่เหล็กวางซ้อนกันหลายๆ ชั้น (ขึ้นอยู่กับความจุ) อยู่บนแกนหมุน (Spindle) และสารแม่เหล็กที่จะถูกเหนี่ยวนำให้มีสถานะเป็น 0 และ 1 เพื่อจัดเก็บข้อมูลแทนความหมายของข้อมูลแต่ละก้อน โดยจานแม่เหล็กนี้จะติดกับมอเตอร์ที่ทำหน้าที่หมุนแผ่นจานแม่เหล็กนี้ ปกติฮาร์ดดิสก์แต่ละตัวจะมีแผ่นดิสก์ประมาณ 1 - 4 แผ่น แต่ละแผ่นก็จะเก็บข้อมูลได้ทั้งสองด้าน ส่วนของจานแม่เหล็กนั้นทำมาจากวัสดุอลูมิเนียมหรือวัสดุประเภทแก้วที่มีส่วนผสมของเซรามิคอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งข้อดีของแผ่นจานแม่เหล็กที่ผลิตโดยใช้วัสดุอย่างหลัง คือจะมีคุณสมบัติเป็นฉนวนความร้อนที่ดีและสามารถออกแบบให้แผ่นจานแม่เหล็กมีขนาดบางเท่าที่จะบางได้กว่าอลูมิเนียม ควรระมัดระวังไม่ให้ฮาร์ดดิสก์กระทบกระเทือนอย่างแรงเพราะจะทำให้ส่วนที่เคลือบด้วยสารแม่เหล็กและข้อมูลเสียหายได้ พื้นผิวของแผ่นจานแม่เหล็กทั้งสองด้านจะถูกเคลือบด้วยสารแม่เหล็ก ซึ่งเท่าที่มีใช้กันมี 2 ชนิด คือ สารประเภท Iron Oxide และ Thin Film

1.3.3.1 สารประเภท Iron Oxide แผ่นจานแม่เหล็กที่เคลือบด้วยวัสดุประเภทนี้สังเกตได้ง่าย เพราะว่ามันมีสีน้ำตาล ใช้กันมากสำหรับฮาร์ดดิสก์ในช่วงแรกๆ เพราะเป็นวัสดุที่มีราคาค่อนข้างถูกเนื่องจากมีคุณสมบัติที่ค่อนข้างเปราะบางและแตกหักง่ายจากการ

สัมผัสกับหัวอ่าน ประกอบกับสารแม่เหล็กประเภทนี้มีความหนาแน่นค่อนข้างน้อยจึงมีข้อจำกัดในด้านขนาดความจุของข้อมูล

1.3.3.2 สารประเภท Thin Film เป็นสารแม่เหล็กที่มีสีเงินวาว มีคุณสมบัติค่อนข้างทนทานต่อการเสียดสีของหัวอ่าน อีกทั้งยังเป็นสารเคลือบผิวที่บางมากทำให้หัวอ่านสามารถเข้าถึงข้อมูลได้ดีกว่าจานแม่เหล็กที่ใช้สารเคลือบผิวชนิดอื่นๆ สารแม่เหล็กประเภทนี้ยังมีราคาที่สูงมาก

1.3.4 มอเตอร์หมุนจานแม่เหล็ก (Spindle Motor) เป็นมอเตอร์ที่ใช้หมุนของแผ่นแม่เหล็กซึ่งมีความสำคัญอย่างมากต่อความเร็วในการอ่านของฮาร์ดดิสก์ เพราะยิ่งมอเตอร์หมุนเร็วหัวอ่านก็จะเจอข้อมูลที่ต้องการเร็วขึ้นนั่นเอง ซึ่งความเร็วที่ว่านี้จะวัดกันเป็นรอบต่อนาที (Revolutions per Minute หรือ RPM) ถ้าเป็นฮาร์ดดิสก์รุ่นเก่าจะหมุนด้วยความเร็วเพียง 3,600 รอบต่อนาที ต่อมาพัฒนาเป็น 5,400 รอบต่อนาทีและ 7,200 รอบต่อนาที และปัจจุบันหมุนได้เร็วถึง 10,000 รอบต่อนาที การพัฒนาให้ฮาร์ดดิสก์หมุนเร็วจะได้ประสิทธิภาพสูงขึ้นเพราะมีผลให้ Sector ที่บรรจุข้อมูลจะถูกหมุนเร็วมาพบกับหัวอ่านเร็วขึ้น ทำให้การค้นพบอ่านข้อมูลได้เร็วขึ้น ประสิทธิภาพดีขึ้น เพราะลดทั้ง Access Time และ Latency Time

1.3.5 เคส (Case) มีลักษณะเป็นกล่องสี่เหลี่ยมใช้บรรจุกลไกต่างๆ ในการหมุนอ่านภายในแผ่นดิสก์ ปกติเคสนี้จะถูกปิดผนึกอย่างหนาแน่น เพื่อป้องกันความเสียหายที่เกิดจากการหยิบจับและป้องกันฝุ่นละออง

1.3.6 กรองอากาศ (Air Filter) ภายในฮาร์ดดิสก์ไม่ได้เป็นสูญญากาศอย่างที่เข้าใจ เพราะมันต้องการอากาศในการยกหัวอ่านให้ลอยอยู่เหนือจานแม่เหล็กได้ในหลายพื้นที่ที่มีสถานะแรงดันอากาศแตกต่างกัน เนื่องจากอากาศจะเคลื่อนที่จากที่ที่มีความกดอากาศสูงไปยังที่ที่มีความกดอากาศต่ำ ตัวกรองอากาศจึงทำหน้าที่ในการรักษาปริมาณอากาศเพื่อป้องกันไม่ให้อากาศระบายออกไปด้านนอกหมด

1.3.7 ขั้วต่อและจัมเปอร์ (Connector and Jumper) ขั้วต่อและจัมเปอร์เป็นส่วนประกอบที่อยู่ในส่วนท้ายของฮาร์ดดิสก์ทุกๆ ตัว ซึ่งประกอบไปด้วยขั้วต่ออินเตอร์เฟซ ขั้วต่อสายไฟ และจัมเปอร์

1.3.8 ขั้วต่ออินเตอร์เฟซ (Interface Connector) เป็นจุดเชื่อมต่อที่ทำหน้าที่รับส่งข้อมูลระหว่างฮาร์ดดิสก์กับซีพียูหรือแม่กระแท่งหน่วยความจำ ซึ่งรูปแบบของขั้วต่ออินเตอร์เฟซอาจแตกต่างกันไปตามแต่ละประเภทของฮาร์ดดิสก์ เช่น จำนวนขาสัญญาณจะมีไม่เท่ากันซึ่งเป็นผลทำให้สายสัญญาณที่ใช้ ย่อมมีลักษณะที่ต่างกัน ไปอีกด้วย



1.3.8.1 ขั้วต่อสายไฟ (Power Connector) คือ ช่องสี่เหลี่ยมที่มีมุมตัดสองด้านบน ใช้รองรับขั้วไฟพลาสติกสีขาวขนาดใหญ่ที่มาจากเพาเวอร์ซัพพลายนั่นเอง (ขั้วไฟขนาดเล็กจะใช้กับฟลอปปีดิสก์ไดรฟ์) โดยจะมีขาโลหะทั้งหมดสี่ขาในช่องนี้ เวลาเสียบขั้วไฟพลาสติกสีขาวเข้ากับ Power Connector ต้องเสียบให้ถูกต้องทิศทาง ไม่เช่นนั้นจะเป็นการป้อนกระแสไฟฟ้าที่ไม่ตรงกับความต้องการใช้งานของฮาร์ดดิสก์ ส่งผลให้ฮาร์ดดิสก์เกิดความเสียหายได้ ฮาร์ดดิสก์ทุกตัวจะมีขั้วต่อสายไฟสำหรับต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟ โดยขั้วต่อไฟมาตรฐานจะมีจำนวนขาสัญญาณ 4 เข็ม ซึ่งจะจ่ายไฟ 5 V และ 12 V

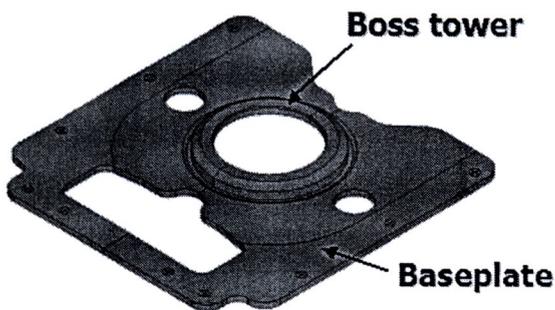
1.3.8.2 จัมเปอร์ (Jumper) เป็นส่วนประกอบที่ทำหน้าที่ใช้สำหรับการปรับตั้งค่าเฉพาะให้กับฮาร์ดดิสก์แต่ละตัว เช่น การกำหนดให้ฮาร์ดดิสก์เป็นตัว Boot หรือเป็นตัวเก็บข้อมูลในฮาร์ดดิสก์ประเภท IDE

1.3.9 แผงวงจรบนตัวฮาร์ดดิสก์ (Circuit/Logic Board) ฮาร์ดดิสก์แต่ละตัวจะมีแผงวงจรที่เรียกว่า Circuit หรือ Logic Board แผงวงจรนี้จะถูกยึดติดกับภายนอกของตัวฮาร์ดดิสก์ โดยจะมีชิพไอซีที่เรียกว่า DSP (Digital Signal Processors) ซึ่งควบคุมการส่งผ่านของข้อมูลเพื่อเก็บข้อมูลส่วนที่ถูกเรียกใช้บ่อยๆ และส่วนประกอบอื่นๆ รวมทั้งส่วนควบคุม Spindle, Actuator, Cache Memory, Read/Write Operation, Power Management แผงวงจรนี้จะรับคำสั่งผ่านทางส่วนควบคุมการทำงานของฮาร์ดดิสก์ หรือ Hard Drive's Controller ซึ่งถูกควบคุมโดยระบบปฏิบัติการอีกทีหนึ่ง เมื่อระบบต้องการข้อมูลที่เก็บบันทึกอยู่ในฮาร์ดดิสก์ ตัวแผงวงจรนี้จะรับคำสั่งโดยเคลื่อนและควบคุมส่วนประกอบต่างๆ เพื่อให้ได้รับข้อมูลที่ต้องการออก

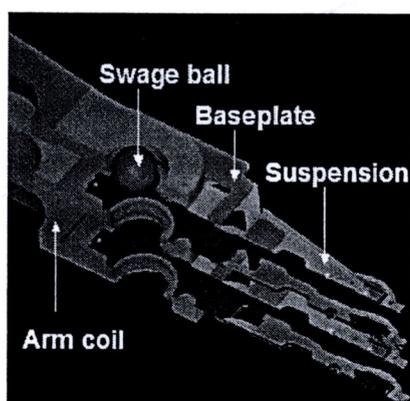
2. กระบวนการประกอบชุดอ่าน-เขียนข้อมูล (Ball Swaging Process)

เฮดสแตคแอสเซมบลี (Head Stack Assembly, HSA) หรือชุดหัวอ่านเขียนข้อมูล เป็นอุปกรณ์ที่เกิดจากการประกอบหัวอ่านเขียนข้อมูล (Head Gimbal Assembly) หลาย ๆ ชิ้นเข้ากับแขนควบคุม (Actuator Arm) โดยใช้กระบวนการ Ball Swaging process ดังแสดงในภาพที่ 6

Ball Swaging process เป็นวิธีการยิง swage ball ผ่าน บริเวณของ Swage boss ที่เป็นส่วนประกอบของ baseplate ดังแสดงในภาพที่ 5 โดยที่เส้นผ่าศูนย์กลางรูของ Swage boss จะมีขนาดที่ออกแบบมา ให้สามารถประกอบเข้ากับแขนควบคุมได้พอดี ขนาดของ swage ball ที่ใช้นั้นจะมีขนาดใหญ่กว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางรูของ Swage boss เมื่อทำการยิง swage ball ผ่านบริเวณของ Swage boss จึงส่งผลให้ Swage boss เกิดการเปลี่ยนรูอย่างถาวร เกิดการยึดเกาะติดเข้ากับแขนควบคุม



ภาพที่ 5 ส่วนประกอบของ Baseplate



ภาพที่ 6 Ball Swaging process

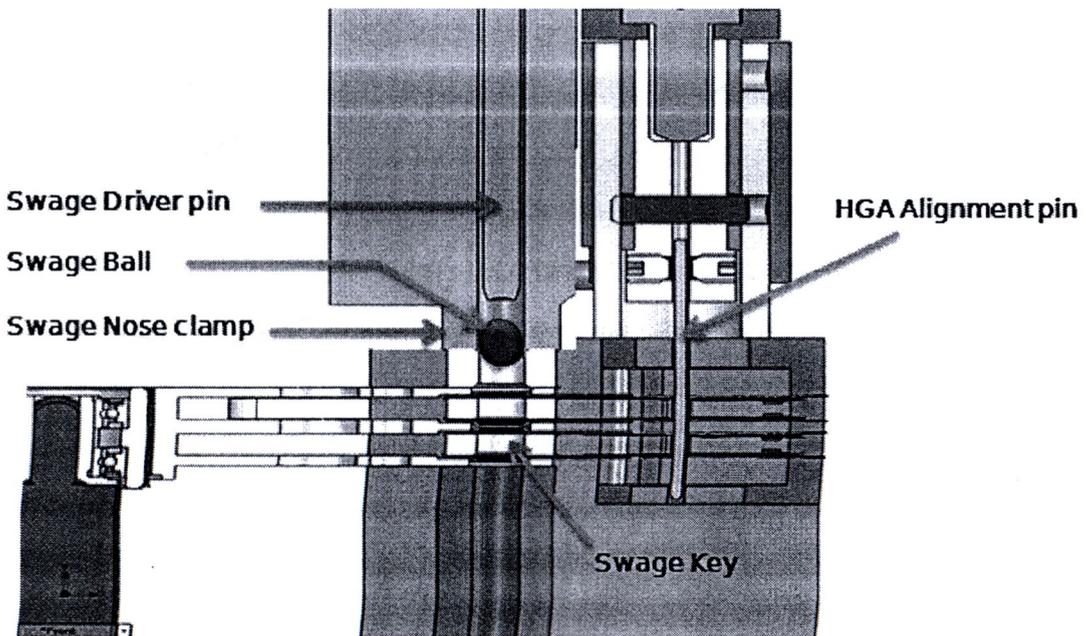
การเปลี่ยนรูปร่างของ Baseplate ยึดติดกับ E-Block arm จะเกิดค่าของแรง (strength) หรือเรียกว่า Retention torque ยิ่งมีค่ามาก ก็จะทำให้ตัวงานยึดเกาะกันได้ดีมากยิ่งขึ้น ซึ่งก็สืบเนื่องมาจากการที่เกิดการเสียรูปมากขึ้นตามไปด้วย

เครื่องมือที่ใช้ในการประกอบหัวอ่านเขียนสำเร็จ (Swaging Machine) ดังภาพที่ 7 ซึ่งมี ส่วนประกอบหลัก ๆ ดังนี้

- 2.1 Swage Driver Pin ทำหน้าที่ยิงหรือดันลูกบอลเพื่อบีบอัดแผ่นฐานให้ติดกับแกนหัวอ่านเขียน
- 2.2 Swage Nose Clamp ทำหน้าที่จับยึดให้แผ่นฐานกับแกนหัวอ่านเขียนอยู่นิ่งขณะที่ยิงลูกบอล โดยที่กดด้วยแรงที่มีค่าสูง
- 2.3 Swage Key ทำหน้าที่เป็นตัวรองหรือกั้นในแต่ละชั้นของชุดหัวอ่านเขียนสำเร็จให้ระยะห่างในแต่ละชั้นคงที่

2.4 Swage Ball เป็นอุปกรณ์ที่สำคัญและมีผลต่อกระบวนการบอลลสเวจจึง ลูกบอลจะทำมาจาก Stainless Steel ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกบอลที่ใช้จะขึ้นอยู่กับความต้องการในแต่ละผลิตภัณฑ์

2.5 Head Gimbals Assembly Alignment ทำหน้าที่เป็นตัวยึดไม่ให้ชุดหัวอ่านเขียนตำเริงเคลื่อนตัวและจัดให้ชุดหัวอ่านเขียนตำเริงอยู่ในแนวตรงกันในขณะที่ทำการสเวจ



ภาพที่ 7 แสดงโครงสร้างของเครื่องบอลลสเวจ

3. ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ

เนื่องจากวิธีโทโปโลยีเหมาะสมที่สุดนั้น ต้องการหาการกระจายของวัสดุที่อยู่บนโครงสร้างของชิ้นงาน โดยอาศัยค่าตัวแปรที่อยู่ในรูปของซูโดเดนซิตี (pseudo-densities) ภายในของพื้นที่ย่อยเล็กๆหรือเรียกว่าเอลิเมนต์ (element) ในโครงสร้าง เพื่อให้โครงสร้างมีคุณสมบัติตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เราสนใจ เช่น หาค่าพลังงานต่ำสุดของโครงสร้าง, หาค่ามากที่สุดของค่าความถี่ธรรมชาติ ฯลฯ ด้วยเหตุนี้เราจึงต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการหาคุณสมบัติทางกายภาพของโครงสร้าง เช่น ความเค้น, ความเครียด, ระยะเวลาขจัด หรือพลังงานความเครียดของโครงสร้าง ด้วยการวิเคราะห์ประมาณค่าเหล่านี้จากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการวิเคราะห์ ซึ่งวิธีการหนึ่งที่น่าสนใจคือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ วิธีการนี้ใช้หลักการหาความสัมพันธ์ของเอลิเมนต์ด้วยระเบียบเชิงตัวเลขแทนการใช้สมการเชิงอนุพันธ์ ในการหาค่าคุณสมบัติทางกายภาพ

ต่างๆของโครงสร้างที่มีความซับซ้อนจนไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำ (exact solution) จากสมการเชิงอนุพันธ์ได้ ดังนั้นการออกแบบโครงสร้างด้วยโทโปโลยีเหมาะสมที่สุด เราจำเป็นต้องทราบถึงวิธีการของไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วย

พื้นฐานของการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์คือ การแบ่งโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ แล้วใช้หลักการคำนวณสถานะสมดุลพลวัตของแต่ละเอลิเมนต์ โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน ซึ่งกล่าวไว้ว่าผลรวมของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อมวลในทิศทางใด จะมีค่าเท่ากับผลคูณของมวลกับความเร่งในทิศทางนั้น แล้วนำเอลิเมนต์เหล่านั้นรวมเข้าด้วยกัน ให้เป็นระบบโครงสร้างที่ง่ายขึ้น โดยแสดงในรูปของสมการเมตริกซ์ การวิเคราะห์ด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ในขั้นต้นจะไม่คำนึงความหน่วงของโครงสร้าง การวิเคราะห์ระบบแบบพลวัตสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีซึ่งทั้ง 2 กรณีพิสูจน์ได้จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตันคือ 1. วิธีพลังงาน (พลังงาน) เป็นวิธีที่ใช้หลักของงานเสมือน (principal of virtual work) 2. อาศัยสมการลากรองจ์ (Lagrange's equation) ในการวิเคราะห์ระบบโครงสร้างที่ถูกแบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อย

3.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Shape function)

ในวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์เราจะแบ่งขอบเขตออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ซึ่งต่อกันที่จุดต่อต่างๆ ค่าที่จุดต่อต่างๆไม่รู้ค่าและต้องการหาการกระจายของผลเฉลยระหว่างจุดต่อ (node) ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์เป็นฟังก์ชันที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อประมาณค่าคุณสมบัติต่างๆเช่น การขจัดและความเครียด ที่อยู่ภายในเอลิเมนต์ เพื่อให้หาผลเฉลยที่จุดต่อ ซึ่งเราสามารถสมมุติให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย เช่น ในลักษณะเชิงเส้นตรงได้

3.2 การหาสทิงเฟนสมเมตริกซ์และสมการของเอลิเมนต์

สามารถหาสทิงเฟนสมเมตริกซ์ของเอลิเมนต์ โดยอาศัยหลักการพลังงานศักย์รวมต่ำสุด จากสมการพลังงานศักย์ π_p มีค่าเท่ากับผลรวมของพลังงานความเครียด U กับพลังงานศักย์เนื่องจากแรงภายนอกหรืองานเนื่องจากแรงภายนอก W ดังสมการที่ (3.1)

$$\pi_p = U + W \quad (3.1)$$

สมการพลังงานความเครียด (Strain energy) ของเอลิเมนต์ใดๆคือ

$$U_i = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega_i} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (3.2)$$

เมื่อ Ω_i คือ ปริมาตรของเอลิเมนต์ที่ i และพิจารณาในเทอมพิกัดรวมจะได้ว่า

$$U_i = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{d}}^T \left(\iiint_{\Omega_i} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{B}} d\Omega \right) \bar{\mathbf{d}} \quad (3.3)$$

งานเนื่องจากแรงภายนอกคือ $W_i = \bar{\mathbf{d}}^T \bar{\mathbf{f}}$ (3.4)

เมื่อ $\bar{\mathbf{d}}$ คือ เวกเตอร์การขจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ในพิกัดรวม

$\bar{\mathbf{f}}$ คือ แรงทั้งหมดที่กระทำบนเอลิเมนต์ที่เหลื่อม

ดังนั้นพลังงานศักย์รวมของแต่ละเอลิเมนต์จากสมการ (3.1) คือ

$$\pi_p = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{d}}^T \left(\iiint_{\Omega_i} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{B}} d\Omega \right) \bar{\mathbf{d}} - \bar{\mathbf{d}}^T \bar{\mathbf{f}} \quad (3.5)$$

ในกรณีที่วัสดุอยู่ในช่วงขีดจำกัดความยืดหยุ่น การกระจัดและความเครียดมีค่าน้อยและขึ้นส่วนอยู่

ในสภาวะสมดุล พลังงานศักย์รวมของระบบจะมีค่าต่ำสุด โดยให้ $\nabla \pi_p|_a = \bar{\mathbf{0}}$ นั่นคือ

$$\nabla \pi_p|_a = \iiint_{\Omega_i} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{B}} d\Omega \bar{\mathbf{d}} - \bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.6)$$

จากสมการ (3.6) จัดรูปใหม่ได้ $\iiint_{\Omega_i} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{B}} d\Omega \bar{\mathbf{d}} = \bar{\mathbf{f}}$ (3.7)

หรือ $\bar{\mathbf{k}} \bar{\mathbf{d}} = \bar{\mathbf{f}}$ (3.8)

สมการที่ (3.8) คือสมการสมดุลของแรงในเทอมของสทิฟเนสเมตริกซ์

ซึ่งค่า $\bar{\mathbf{k}} = \iiint_{\Omega_i} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{B}} d\Omega$ คือสทิฟเนสเมตริกซ์ของเอลิเมนต์ในพิกัดรวม และในกรณีที่เอลิเมนต์มีความหนาแน่นที่ สทิฟเนสเมตริกซ์ของเอลิเมนต์คือ



$$\bar{\mathbf{k}} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dA \quad (3.9)$$

ในกรณีที่จุดต่อถูกกำหนดตำแหน่งโดยพิกัดเฉพาะที่ จำเป็นต้องแปลงพิกัดเฉพาะที่ให้อยู่ในเทอมของพิกัดรวม ซึ่งสามารถแปลงได้โดยใช้สมการที่ (3.10)

$$\mathbf{d} = \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{f} = \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{f}} \quad \text{และ} \quad \bar{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{T}}^T \mathbf{k} \bar{\mathbf{T}} \quad (3.10)$$

เมื่อ $\bar{\mathbf{T}}$ คือ เมตริกซ์แปลงพิกัดเฉพาะที่ให้อยู่ในเทอมของพิกัดรวม
 \mathbf{k} คือ สติฟเนสเมตริกซ์ของเอลิเมนต์ในพิกัดเฉพาะที่

3.3 การหาสมการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต

สมการรวมของระบบโครงสร้างสามารถหาได้จาก การรวมสมการของแต่ละเอลิเมนต์เข้าด้วยกันด้วยวิธีซ้อนทับ (Superposition method) หรือเรียกว่าสติฟเนสโดยตรง (direct stiffness method) โดยอาศัยหลักการสมมูลของแรงที่จุดต่อของเอลิเมนต์ และความต่อเนื่องของโครงสร้าง ทำให้สามารถหาสติฟเนสเมตริกซ์รวมในพิกัดรวมของระบบได้ดังนี้คือ

$$\mathbf{K} = \sum_1^{N_E} \bar{\mathbf{k}} \quad (3.11)$$

ดังนั้นสามารถหาสมการสมมูลของแรงในเทอมพิกัดรวมของระบบได้ดังนี้

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (3.12)$$

เมื่อ \mathbf{F} คือ เวกเตอร์ของแรงของระบบที่จุดต่อ
 \mathbf{K} คือ สติฟเนสเมตริกซ์รวมของระบบ

เนื่องจากเมตริกซ์ \mathbf{K} ในสมการ (3.12) เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular matrix) จึงจำเป็นต้องอาศัยขอบเขตเงื่อนไข (boundary condition) หรือเงื่อนไขอื่นๆ เช่น จุดยึด เพื่อช่วยให้เมตริกซ์ \mathbf{K} ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน และสามารถหาการกระจัดที่จุดต่อได้ พิจารณาตามสมการรวมของระบบโครงสร้าง และเงื่อนไขขอบเขตได้ตามสมการที่ (3.13)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_a \\ \mathbf{d}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{F}_b \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

กระจายสมการที่ (3.13) ได้ดังนี้

$$\mathbf{K}_{aa} \mathbf{d}_a + \mathbf{K}_{ab} \mathbf{d}_b = \mathbf{F}_a \quad (3.14)$$

$$\mathbf{d}_a = \mathbf{K}_{aa}^{-1} (\mathbf{F}_a - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{d}_b) \quad (3.15)$$

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{K}_{ba} \mathbf{d}_a + \mathbf{K}_{bb} \mathbf{d}_b \quad (3.16)$$

เมื่อ \mathbf{F}_a และ \mathbf{F}_b คือ เวกเตอร์แรงภายนอกที่กระทำ ณ จุดต่อที่ทราบ และไม่ทราบค่า ตามลำดับ \mathbf{d}_a และ \mathbf{d}_b คือ เวกเตอร์การขจัดที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า ตามลำดับ ซึ่งแรงและการขจัดที่ทราบค่านี้ จะเป็นเงื่อนไขขอบเขตที่ต้องการ ส่วนสทิงเฟนสมเมตริกซ์จะเป็นสทิงเฟนสมเมตริกซ์ตามตำแหน่งของการขจัดและตำแหน่งของแรง

4. การวิเคราะห์เชิงพลวัตของโครงสร้าง

ปัญหาทางพลวัตของการเคลื่อนที่ ความเร็ว ความเค้น ความเครียด และแรง ทั้งหมดนี้มีผลต่อกัน วิธีการหนึ่งที่นิยมใช้วิเคราะห์ระบบโครงสร้างที่ถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ คือ สมการลากรองจ์ (Lagrange's equation) ข้อดีข้อวิธีการนี้คือสามารถแทนรายละเอียดของการกระจัดของโครงสร้างด้วยพิกัดทั่วไป ซึ่งถ้าให้ระบบที่กำลังพิจารณา มีการกระจัดเสมือนที่เป็นอิสระต่อกันจำนวน n ค่า คือ q_1, q_2, \dots, q_n มีพลังงานจลน์ของระบบเป็นฟังก์ชันของ $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ และ q_1, q_2, \dots, q_n มีพลังงานความเครียดเป็นฟังก์ชันของ q_1, q_2, \dots, q_n สมการลากรองจ์ของระบบจะอยู่ในรูปของสมการ (3.17)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i, \quad \text{สำหรับ } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.17)$$

เมื่อ เครื่องหมาย คอท หมายถึงการอนุพันธ์เทียบกับเวลา

D คือ งานจากแรงหน่วง

Q_i คือ แรงทั่วไปที่สอดคล้องกับพิกัดทั่วไป q_i

พิจารณาสมการลากรองจ์ สำหรับการวิเคราะห์แบบไฟไนต์เอลิเมนต์ กรณีที่พลังงานจลน์ไม่ขึ้นอยู่กับการจัดเสมือน (q_i) ใดๆและไม่พิจารณาความหน่วงของโครงสร้าง จะพบว่าพจน์ที่ 2 และ 3 ในสมการ (3.17) สามารถตัดทิ้งได้ และจากการแบ่งโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยที่มีรูปทรงอย่างง่ายหลายๆเอลิเมนต์ ทำให้สามารถพิจารณาได้ว่าโครงสร้างที่กำลังวิเคราะห์นั้น เกิดขึ้นได้จากการนำจุดต่อ (node) และเส้นขอบหรือผิวรอบของแต่ละเอลิเมนต์มาเชื่อมโยงกันไว้

สำหรับเอลิเมนต์ย่อยตัวที่ i มีเวกเตอร์การขจัด \mathbf{r}_i ที่จุด P ใดๆภายในเอลิเมนต์จะอยู่ในรูปของสมการ (3.18)

$$\mathbf{r}_i(P) = \mathbf{N}\mathbf{r}_{c,i} \quad (3.18)$$

เมื่อ \mathbf{N} คือ ฟังก์ชันเมตริกซ์ หรือเรียกอีกอย่างว่าฟังก์ชันการขจัด (Displacement function) ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว นิยมใช้ป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียล การเลือกใช้ฟังก์ชันการขจัดจะขึ้นอยู่กับประเภทของเอลิเมนต์

$\mathbf{r}_{c,i}$ คือ เวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยการขจัดของจุดต่อของเอลิเมนต์ที่กำลังพิจารณา พลังงานจลน์รวมของเอลิเมนต์สามารถคำนวณได้จาก

$$T_i = \frac{1}{2} \left(\rho \iiint_{\Omega_i} \dot{\mathbf{r}}_i^T \dot{\mathbf{r}}_i d\Omega \right) \quad (3.19)$$

เมื่อ Ω_i คือ ปริมาตรของเอลิเมนต์
 ρ คือ ความหนาแน่นของเอลิเมนต์ ซึ่งสมมุติให้มีค่าคงที่

เมื่อแทนสมการ (3.18) ลงในสมการ (3.19) จะได้ว่า

$$T_i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_{c,i}^T \left(\rho \iiint_{\Omega_i} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \right) \dot{\mathbf{r}}_{c,i} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_{c,i}^T \mathbf{m}_i^0 \dot{\mathbf{r}}_{c,i} \quad (3.20)$$

พลังงานศักย์รวมหรือพลังงานความเครียดของเอลิเมนต์ที่ i สามารถคำนวณได้จากสมการ (3.2)

เมื่อ $\boldsymbol{\sigma}$ และ $\boldsymbol{\varepsilon}$ แทนความเค้นและความเครียดที่จุดใดๆภายในเอลิเมนต์ตามลำดับ ความเครียดดังกล่าวสามารถเขียนในรูปของอนุพันธ์ของการขจัดเทียบกับแกนพิกัด ดังนั้นสมการ (3.21) จะได้ว่า

$$\boldsymbol{\varepsilon}(P) = \mathbf{B}\mathbf{r}_{e,i} \quad (3.21)$$

โดย \mathbf{B} หาได้จากวิธีเหมือน \mathbf{N}

จากการใช้กฎของฮุก (Hooke's law) ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดคือ

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.22)$$

จากสมการจะได้ว่า

$$U_i = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{e,i}^T \left(\iiint_{\Omega_i} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \right) \mathbf{r}_{e,i} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{e,i}^T \mathbf{k}_i^0 \mathbf{r}_{e,i} \quad (3.23)$$

ดังนั้นพลังงานจลน์รวมและพลังงานศักย์รวมของทั้งโครงสร้าง สามารถเขียนได้เป็น

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^T \left(\sum_{i=1}^{N_E} \mathbf{m}_i \right) \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{r}} \quad (3.24)$$

และ

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \left(\sum_{i=1}^{N_E} \mathbf{k}_i \right) \mathbf{r} = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{K} \mathbf{r} \quad (3.25)$$

เมื่อ N_E คือ จำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมด

\mathbf{r} คือ เวกเตอร์การขจัดของระบบรวม (Global system)

ความสัมพันธ์ระหว่างการขจัดของระบบรวมกับการขจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ i สามารถหาได้จากเมตริกซ์การแปลง (transformation matrix) ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\mathbf{r}_{e,i} = \mathbf{T}_i \mathbf{r} \quad (3.26)$$

จากผลของการแปลงการขจัดที่จุดต่อไปเป็นการขจัดของระบบรวมนั้น เราจะได้เมตริกซ์มวลของเอลิเมนต์ (element mass matrix, \mathbf{m}_i) และสทิฟเนสเมตริกซ์ของเอลิเมนต์ (element stiffness matrix, \mathbf{k}_i) ตามลำดับดังนี้

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{T}_i^T \mathbf{m}_i^0 \mathbf{T}_i \quad (3.27)$$

และ
$$\mathbf{k}_i = \mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^0 \mathbf{T}_i \quad (3.28)$$

แทนค่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ในสมการลากรองจ์ จะได้สมการการเคลื่อนที่ของระบบโครงสร้างในรูปเมตริกซ์คือ

$$\mathbf{M}_{aa} \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}_{aa} \mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (3.29)$$

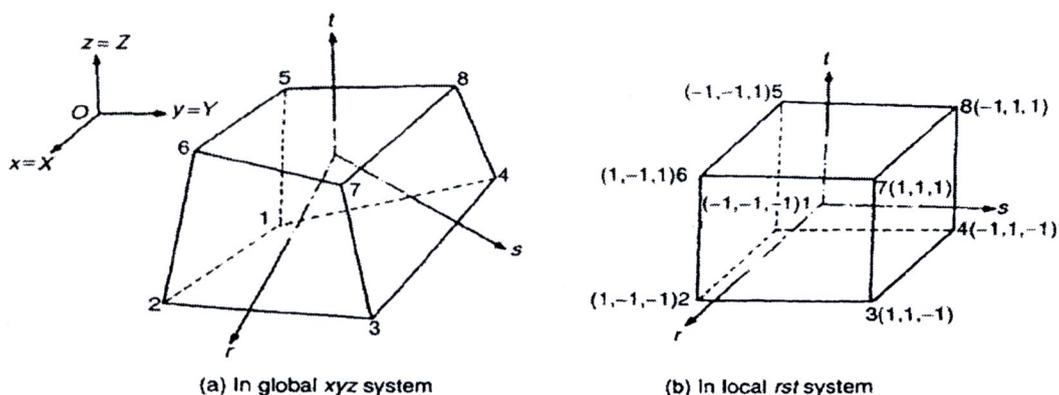
- เมื่อ \mathbf{M} คือ เมตริกซ์มวลของโครงสร้าง
 \mathbf{K} คือ สทิวเฟนสมเมตริกซ์ของโครงสร้าง
 \mathbf{F} คือ เวกเตอร์ของแรงภายนอกที่สอดคล้องกับจุดต่อในโครงสร้าง

สมการ (3.29) คือระบบของการวิเคราะห์แบบพลวัต จะเห็นว่าเมื่อทำการตัดพจน์ของพลังงานจลน์ออกไปจะได้การวิเคราะห์แบบสถิตย์ ซึ่งทำให้การซับซ้อนของการคำนวณลดลง

5. อีลีเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาแบบสามมิติ (3-Dimensional element analysis)

5.1 อีลีเมนต์แบบแปดหน้าหรือทรงลูกบาศก์ (Hexahedron element)

ในส่วนของหัวข้อนี้ จะพิจารณาถึงรูปแบบการแบ่งอีลีเมนต์แบบแปดหน้าหรือทรงลูกบาศก์ (Hexahedron element) ซึ่งจะมีแปดจุด (Node) ที่ตามมุมของอีลีเมนต์ ในแต่ละจุดจะมี 3 ดีกรีออฟฟรียดอม (Degree of freedom) เพื่อให้สะดวกเราคิดรูปแบบอีลีเมนต์โดยการคิดแบบ isoperimetric element. อีลีเมนต์แบบนี้ถูกเรียกว่า Zienkiewicz-Irons-Brick มี 8 nodes (ZIB 8) ตามภาพที่ 8(a) [9]



ภาพที่ 8 อีลีเมนต์แบบลูกบาศก์ Hexahedron 8 โหนด [9]



5.2 Natural Coordinate System

ตัวอย่างในภาพที่ 8(a) พิกัดในรูปแบบปกติ คือ $r, s,$ และ t ที่มีจุดเริ่มต้นของระบบคือจุดเซนทรอยด์ (centroid) ของแต่ละอีลีเมนต์ ซึ่งแกนระยะพิกัดของแต่ละแกน r, s และ t จะเชื่อมโยระหว่างคู่ของผิวที่อยู่ด้านตรงข้ามซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง ± 1

ดังนั้นระยะพิกัดที่เป็นโลกอล รูปแบบของอีลีเมนต์ที่เป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ดังที่อยู่ในรูป 8(b) ถึงแม้ว่าในระบบพิกัด Cartesian ที่เป็น global อาจจะไม่มีความแน่นอนและการบิดรูปของทรงลูกบาศก์ของทั้งหกด้าน เช่นในภาพที่ 8(a) ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของ local และ global สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_8 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

โดยที่

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & \dots & N_8 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

และ

$$N_i(r, s, t) = \frac{1}{8} (1 + rr_i)(1 + ss_i)(1 + tt_i) : i = 1, 2, \dots, 8 \quad (3.32)$$

5.3 แบบจำลองการกระเษการเคลื่อนที่ (Displacement Model)

การตั้งสมมติฐานของการเปลี่ยนแปลงของระยะการเคลื่อนที่ระหว่างโนด (Node) เป็นความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น การเคลื่อนที่ที่สามารถแสดงได้โดยการใช้ฟังก์ชันอินเตอร์โพลเนชัน (Interpolation function) ซึ่งเหมือนกับรูปแบบทางเรขาคณิต

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_8 \end{Bmatrix} = [N] \bar{Q}^{(e)} \quad (3.33)$$

ซึ่ง $\bar{Q}^{(e)}$ คือ เวกเตอร์ของ Nodal displacement degree of freedom และ (u_i, v_i, w_i) คือระยะการเคลื่อนที่ของจุด $i, i = 1-8$

5.4 ความสัมพันธ์ของความเครียดและความเค้น (Stress-Strain Relations)

ใช้สมการ (3.34) Three-dimensional strain-displacement relations สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\bar{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = \underset{6 \times 24}{[B]} \underset{24 \times 1}{\bar{Q}^{(e)}} \quad (3.34)$$

โดยที่

$$\underset{6 \times 24}{[B]} = \llbracket \underset{6 \times 8}{[B_1]} \underset{6 \times 8}{[B_2]} \dots \underset{6 \times 8}{[B_8]} \rrbracket \quad (3.35)$$

และ

$$[B_i]_{6 \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad i = 1-8 \quad (3.36)$$

โดยที่เมตริก $[B_i]$ สามารถเขียนออกมาในรูปเชิงอนุพันธ์ ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.37)$$

5.5 Element Stiffness Matrix

กำหนดให้ Element Stiffness Matrix มีรูปสมการตามข้อ (3.38)

$$[K]^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D][B] dV \quad (3.38)$$

เมื่อ เมตริก $[B]$ คือ natural coordinates (ปรากฏในสมการ 3.34, 3.35) ซึ่งจำเป็นที่จะต้องรวมสมการ หลังจากการอินทิเกรตใน สมการที่ (3.38) ด้วย โดยใช้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$dV = dx dy dz = \det[J] \cdot dr ds dt \quad (3.39)$$

ดังนั้นสมการที่ (3.38) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$[K]^{(e)} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B] [D][B] \det[J] dr ds dt \quad (3.40)$$

5.6 การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Computation)

เมื่อ เมตริก [B] คือ ฟังก์ชันอิมพลีซิฟ ของ r, s และ t วิธีการคิดทางเชิงตัวเลขถูกใช้ในประเมินผลคูณรวมของการอินทิเกรต (Integrate) ของสมการ (3.40) จากการพิสูจน์พบว่าวิธีการ Gaussian quadrature เป็นวิธีคิดที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ในการแก้ปัญหานี้ใช้ Gaussian quadrature แบบสองจุด ซึ่งให้ผลที่แม่นยำ ดังนี้

$$[K]^{(e)} = \sum_{r=R_1}^{R_2} \sum_{s=S_1}^{S_2} \sum_{t=T_1}^{T_2} [(B)^T [D][B] \cdot \det[J]](R_r, S_j, T_k) \quad (3.41)$$

โดยที่

$$[(B)^T [D][B] \cdot \det[J]](R_r, S_j, T_k) \quad (3.42)$$

6. การสัมผัสในระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

การสัมผัสของชิ้นส่วนทางกลเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้สำหรับการสัมผัสของส่วนชิ้นงานตั้งแต่สองส่วน ในการศึกษากระบวนการ Ball Swaging process นั้น จำเป็นต้องพิจารณาการสัมผัสกันของลูกบอลกับแผ่นฐาน และแผ่นฐานกับแกนหัวอ่านเขียน

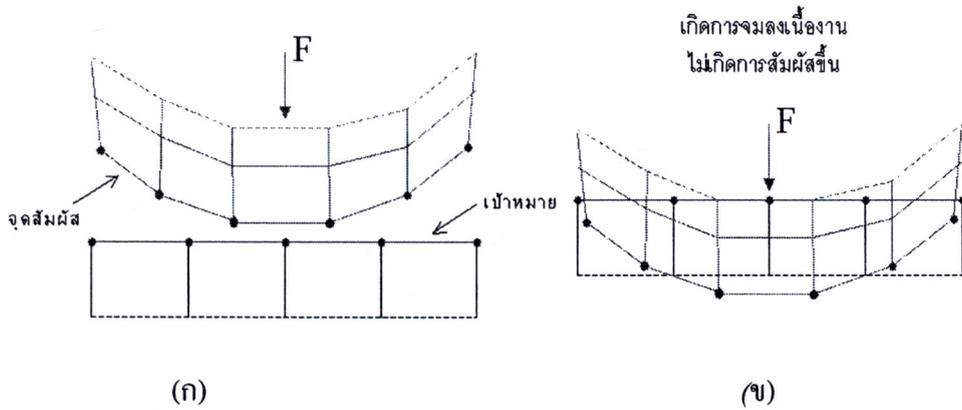
6.1 แนวคิดพื้นฐานการสัมผัส

การสัมผัสคือการที่พื้นผิวอิสระเริ่มเคลื่อนที่เข้าหากันจนกระทั่งพื้นผิวเหล่านั้นเริ่มมีการชนและทำการสัมผัสกันอย่างเต็มที่ ดังแสดงในภาพที่ 10[10] ในทางฟิสิกส์อธิบายคุณลักษณะการสัมผัสไว้ดังนี้ [10]

- การสัมผัสของพื้นผิวจะไม่มีอาการจมลงเนื่องงานของกันและกัน ดังแสดงในภาพที่ 9[10]

- มีการส่งผ่านแรงกดและแรงเสียดทาน และไม่มีการส่งผ่านแรงดึง กล่าวคือพื้นผิวสัมผัสสามารถแยกออก และเคลื่อนที่ออก จากกันได้โดยอิสระ

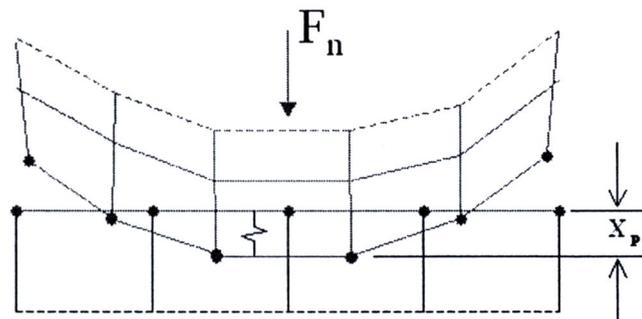
การสัมผัสคือการเปลี่ยนสถานะแบบไม่เชิงเส้น ความแข็งของระบบขึ้นอยู่กับสถานะของการสัมผัสว่าเป็นแบบขณะสัมผัสหรือขณะเคลื่อนที่ออกจากกัน



ภาพที่ 9 ลักษณะการสัมผัสของพื้นผิวอิสระ [10]

6.2 สมการคำนวณการสัมผัส

สำหรับการสัมผัสแบบวัตถุแข็งสามารถใช้สมการเพียวพินาตี้ (Pure Penalty) หรือ ออกเมนต์ลากรางซ์ (Augmented Lagrange) ซึ่งมีพื้นฐานสมการเดียวกันได้ ข้อแตกต่างระหว่างสมการคำนวณแบบ เพียวพินาตี้ (Pure Penalty) และ ออกเมนต์ลากรางซ์ (Augmented Lagrange) คือ การมีพจน์ขยายของการสัมผัส (λ) เพิ่มเข้ามา



ภาพที่ 10 ลักษณะการสัมผัสแบบวัตถุแข็ง [10]

$$\text{PurePenalty} : F_{normal} = k_{normal} + X_{penetration} \quad (3.43)$$

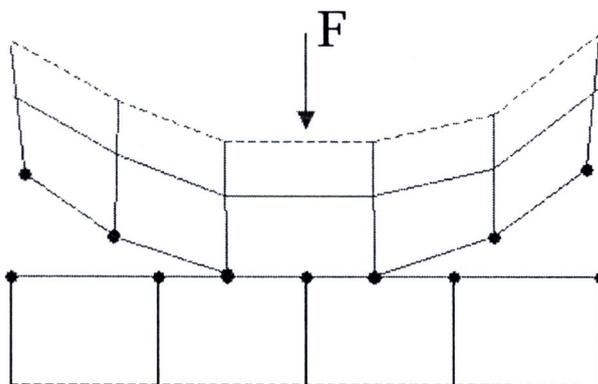
$$\text{Augmented Lagrange} : F_{normal} = k_{normal} + X_{penetration} + \lambda \quad (3.44)$$

โดย	F_{normal}	คือ แรงจากการสัมผัส
	K_{normal}	คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัส
	$X_{penetration}$	คือ ระยะการจมลงเนื่องจาก
	λ	คือ พจน์ขยายของการสัมผัส [11]

จากการที่มีพจน์ขยายของการสัมผัส (λ) นี้ ทำให้การคำนวณแบบออกเมนต์ลากรางซ์ (Augmented Lagrange) ไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัส k_{normal} ยิ่งค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัส k_{normal} มีค่ามาก ระยะการจมลงเนื่องจาก ก็จะน้อย

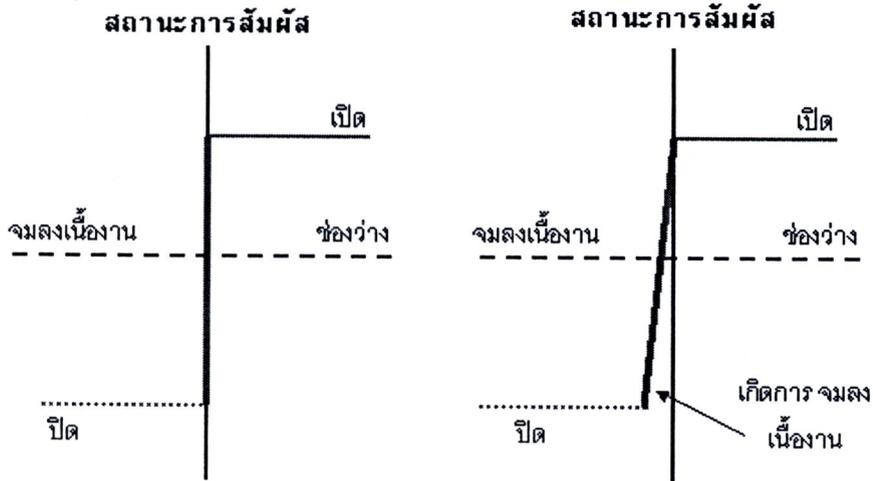
สมการลากรางซ์แบบทวีคูณ (Lagrange Multiplier) ก็คือการเพิ่มค่าแรงกดสัมผัส เป็นองศาอิสระการเคลื่อนที่ (degree of freedom) พิเศษ เข้าไปในสมการลากรางซ์แบบปกติ (Normal Lagrange) เพื่อให้เกิดการสัมผัสโดยสมบูรณ์ ผลที่ตามมาคือแทนที่จะทำการแก้ปัญหา สมการค่าแรงสัมผัสโดยผ่านค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัสและระยะจมลงเนื่องจาก แต่แรงกดสัมผัสจะถูกแก้สมการโดยวิธีแบบชัดเจน บังคับให้ค่าการจมลงเนื่องจาก มีค่าเท่ากับหรือใกล้ค่า ศูนย์ โดยเปลี่ยนแปลง DOF ดังแสดงในภาพที่ 11[10]

$$F_{normal} = \text{Extra DOF (Contact Pressure)} \quad (3.45)$$



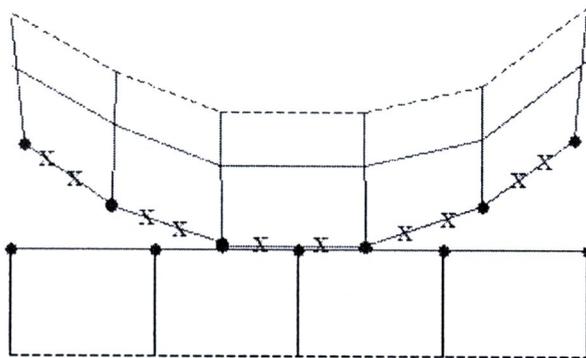
ภาพที่ 11 DOF [10]

ปัญหาของสมการลากรางซ์แบบปกติ (Normal Lagrange) ถ้ามีการกำหนดให้ไม่มีการจมนื่องานเกิดขึ้น สถานะการสัมผัสจะเป็นทั้งแบบเปิด หรือปิดได้ซึ่งทำให้ใช้วิธีการลู่อายาก เพราะจุดสัมผัสสามารถเกิดขึ้นได้ทั้งในช่วงเปิดหรือปิด แต่ถ้ายอมให้มีการจมนื่องานเกิดขึ้นบ้าง ดังแสดงในภาพที่ 12[10] วิธีการลู่อายากจะทำได้ง่ายกว่า



ภาพที่ 12 ลักษณะของสถานะหน้าสัมผัส [10]

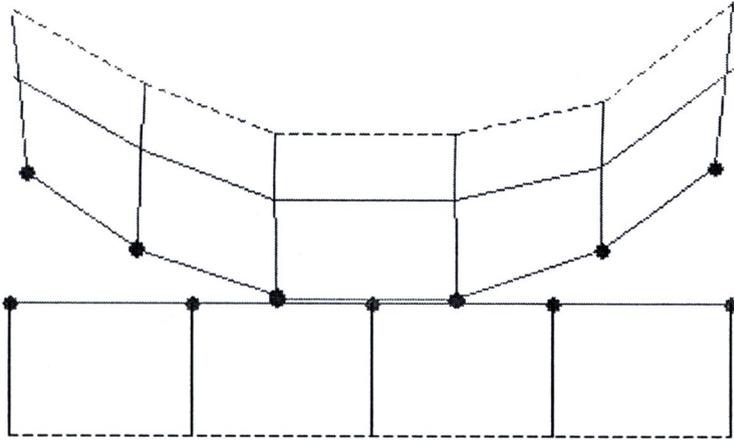
การสัมผัสจะถูกตรวจจับแตกต่างกันไปตามชนิดของสมการที่ใช้ สมการคำนวณแบบเพียวพินาตี้ (Pure Penalty) และ ออกเมนต์ลากรางซ์ (Augmented Lagrange) จะใช้การตรวจจับอนุพันธ์แบบจุด (Integration Point Detection) ดังแสดงในภาพที่ 13[10] ทำให้มีจุดตรวจจับที่มากจุด



ภาพที่ 13 แสดงการตรวจจับอนุพันธ์แบบจุด [10]

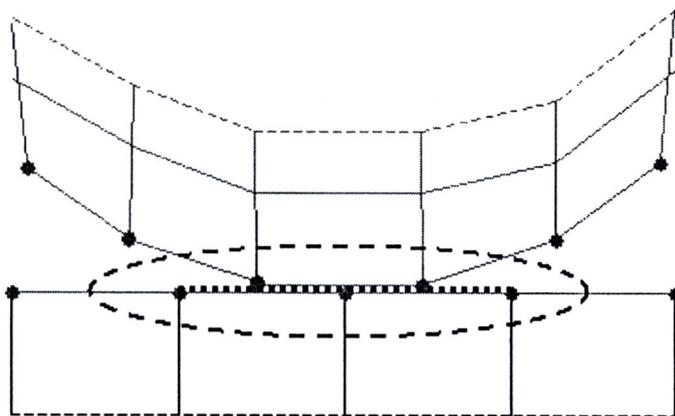
สมการลากรางจ์แบบปกติ (Normal Lagrange) และ มัลติพอยน์คอนสเตรนท (Multi-Point Constraint) จะใช้โนดอลดีเทกชัน (Nodal Detection) ดังแสดงในภาพที่ 14, 15[10] ทำให้มีจุดตรวจจับน้อยกว่า

โนดอลดีเทกชัน (Nodal Detection) จะให้ผลการสัมผัสที่ขอบที่ดีกว่า แต่แยกว่าในส่วนอื่นๆ ซึ่งการทำเมชที่ละเอียดสามารถช่วยแก้ไขได้



ภาพที่ 14 แสดงการตรวจจับอนุพันธ์แบบจุด ใช้โนดอลดีเทกชัน [10]

ในกรณีของการสัมผัสแบบยึดติดและไม่มีการแยกจากกันของสองพื้นผิว สามารถใช้สมการมัลติพอยน์คอนสเตรนท (Multi-Point Constraint) ได้ ข้อจำกัดจะถูกเพิ่มเข้าไป ในสมการเพื่อที่จะโยกการเคลื่อนที่ระหว่างพื้นผิวสัมผัส วิธีนี้ไม่ใช่สมการแบบพินาคีเบส (Penalty-based) หรือ ลากรางจ์แบบทวีคูณ (Lagrange Multiplier) แต่เป็นแบบที่เกี่ยวข้องกับบริเวณ พื้นผิวโดยตรง การเลือกรูปขนาดใหญ่อีกก็สามารถใช้สมการมัลติพอยน์คอนสเตรนท (Multi-Point Constraint) ได้



ภาพที่ 15 แสดงการตรวจจับอนุพันธ์แบบจุด ที่บริเวณพื้นผิว [10]

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดในข้างต้นจะเกี่ยวข้องกับการสัมผัสในทิศทางปกติ ถ้ามีการระบุถึงค่าแรงเสียดทาน ความหยาบและการจับยึดของการสัมผัส ลักษณะเช่นนี้จะเกิดการสัมผัสในทิศทางเชิงมุมได้ คล้ายกับการผ่านเข้าไปไม่ได้จากการสัมผัสในทิศทางเชิงมุม พื้นผิวทั้งสองจะไม่เลื่อนตัวออกจากกันถ้าเกิดการยึดติดขึ้น “Sticking” สมการแบบ เพียวพินาตี้ (Pure Penalty) จะถูกใช้คำนวณเสมอ โดยมีตัวแปรเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัสเชิงมุมและระยะการเลื่อนตัว

$$\text{Sticking : } F_{\text{tangential}} = k_{\text{tangential}} + X_{\text{sliding}} \quad (3.46)$$

โดย $F_{\text{tangential}}$ คือ แรงจากการสัมผัสเชิงมุม
 $K_{\text{tangential}}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความแข็งสัมผัสเชิงมุม
 X_{sliding} คือ ระยะการเลื่อนตัว

ซึ่ง X_{sliding} มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับการเกิดการยึดติด แม้ว่าการเลื่อนตัว ถูกอนุญาตให้มีได้ในวิธีการแบบพินาตี้เบส (Penalty-based)

7. วิธีการวิเคราะห์คำนวณเชิงตัวเลขทางพลวัต (Dynamic Analysis By Numerical Integration)

7.1 บทนำ

โดยพื้นฐานทั่วไปการแก้ปัญหาการวิเคราะห์ของระบบโครงสร้างพลวัต (Dynamic response) คือการใช้วิธีการวิเคราะห์คำนวณเชิงตัวเลขของสมการ Dynamic equilibrium ในขณะหลังจากที่เวลาเริ่มต้นที่ศูนย์จนถึงเวลาใด ๆ ในช่วงเวลาที่กำหนด โดยส่วนใหญ่ในหลักวิเคราะห์คำนวณเชิงตัวเลขหลาย ๆ แบบจะกำหนดเวลาในการคำนวณเป็นช่วงระยะเวลา $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, N\Delta t$ ในการประมวลผล อย่างไรก็ตามทุกวิธีการแก้ปัญหาก็สามารถจำแนกออกเป็น 2 พวกใหญ่ ๆ คือ วิธีการแบบ Explicit Integration และ Implicit Integration

วิธีการแบบ Explicit Integration ไม่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามหาผลักร์ของสมการเชิงเส้นที่เป็นกลุ่ม โดยปกติแล้ววิธีการนี้จะนำมาใช้ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equations) ที่เวลา “t” ใด ๆ แล้วนำไปประเมินผลที่เกิดขึ้น ณ เวลาที่ “t+ Δt ” สำหรับโครงสร้างจริงใด ๆ ที่ประกอบด้วย Stiff element และต้องการผลลัพธ์ที่แน่นอนในช่วงเวลาสั้น ๆ

วิธีการแบบ Implicit Integration จะนำมาใช้ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equations) ที่เวลา “t” ใด ๆ หลังจากที่พบผลที่เกิดขึ้นจากการประมวลผล ณ เวลาที่ “t-Δt” ดังนั้นวิธีการนี้จำเป็นจะต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ของสมการเชิงเส้นที่เป็นกลุ่ม

7.2 วิธีการของนิวมาร์ค (Newmark method)

วิธีการของนิวมาร์ค (Newmark method) ได้ถูกคิดค้นในปี ค.ศ. 1959 [9] และนำมาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาโครงสร้างพลวัต (Dynamic structural problem) ที่เกี่ยวข้องจากแรงระเบิดและแผ่นดินไหว หลังจากนั้นได้มีการปรับปรุงและพัฒนาเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์สมการ Linear Dynamic Equilibrium ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการ (3.47)

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = F_t \quad (3.47)$$

เมื่อทำการใช้วิธีการของนิวมาร์ค สามารถแปลงออกมาได้ในรูปแบบสมการ (3.48) และ (3.49)

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^3 \ddot{u} \quad (3.49)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{u} \quad (3.50)$$

ถ้ากำหนดให้ค่าความเร่งเป็นเชิงเส้นภายในระยะเวลาที่กำหนด จะสามารถเขียนสมการออกมาได้ตาม (3.51)

$$\ddot{u} = \frac{(\ddot{u}_t - \ddot{u}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \quad (3.51)$$

สมการที่ (3.49, 3.50 และ 3.51) สามารถนำมาเขียนในรูปแบบฟอร์มพื้นฐานของนิวมาร์ค (New mark's standard form) ได้เป็นสมการ (3.52) และ (3.53) ดังต่อไปนี้

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_t \quad (3.52)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t \ddot{u}_t \quad (3.53)$$

นิวมาร์คได้ใช้สมการ (3.48), (3.52) และ (3.53) ในการประมวลผลในแต่ละช่วงเวลา และระดับ ความเป็นอิสระการกระจัดของโครงสร้าง โดยที่พจน์ \dot{u}_i สามารถคำนวณได้จากสมการ (3.48) โดยการนำค่ามวลที่เกี่ยวข้องกับระดับความเป็นอิสระไปหารทั้งหมด

โดย γ และ β คือ ค่าอินทิเกรชันพารามิเตอร์ (Integration parameters) ซึ่งมีผลต่อค่าความเสถียรของระบบ และสามารถสรุปวิธีการอินทิเกรชันแบบโดยตรง (Direct Integration Algorithm) ดังตารางที่ 1 และวิธีการของนิวมาร์คจะมีความเสถียรถ้า

$$\gamma \geq \frac{1}{2}, \quad \beta \leq \frac{1}{2} \quad \text{และ} \quad \Delta t \leq \frac{1}{\omega_{\max} \sqrt{\frac{\gamma}{2} - \beta}} \quad (3.54)$$

โดยที่ ω_{\max} เป็นค่าความถี่ที่มากที่สุดในระบบโครงสร้าง และจะมีความเสถียรอย่างไม่มีเงื่อนไขถ้า

$$2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2} \quad (3.55)$$

โดยสรุปวิธีการอินทิเกรชันแบบโดยตรง (Direct Integration Algorithm) โดยวิธีการของนิวมาร์ค ได้ดังนี้

การคำนวณเริ่มต้น (Initial Calculation)

สร้างเมตริก K (Stiffness), M (Mass) และ C (Damping)

กำหนดอินทิเกรชันพารามิเตอร์ β และ γ

คำนวณค่าคงที่อินทิเกรชัน (Integration Constant)

$$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \quad b_2 = \frac{1}{\beta \Delta t} \quad b_3 = \beta - \frac{1}{2} \quad b_4 = \gamma \Delta t b_1$$

$$b_5 = 1 + \gamma \Delta t b_2 \quad b_6 = \Delta t (1 + \gamma b_3 - \gamma)$$

$$\text{สร้างเมตริก Stiffness } \bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$$

$$\text{สร้างเมตริก Stiffness } \bar{K} = LDL^T$$

กำหนดค่าตั้งต้น u_0 , \dot{u}_0 , \ddot{u}_0

ในแต่ละช่วงของเวลา $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots$

I คำนวณโหลดเวกเตอร์ (Load vector)

$$\bar{F}_i = F_i + M(b_1 u_{i-\Delta t} - b_2 \dot{u}_{i-\Delta t} - b_3 \ddot{u}_{i-\Delta t}) + C(b_4 u_{i-\Delta t} - b_5 \dot{u}_{i-\Delta t} - b_6 \ddot{u}_{i-\Delta t})$$

II แก้มสมการเวกเตอร์ Node Displacement ที่เวลา t ใดๆ $LDL^T u_t = \bar{F}_t$

III คำนวณหาความเร็วและความเร่งของโหนดที่เวลา t

$$\dot{u}_t = b_4(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad \ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}$$

IV ย้อนกลับไปคำนวณอีกครั้งตั้งแต่ข้อ I โดยใช้ $t = t + \Delta t$