

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาคุณลักษณะบางประการที่ทำให้ตัวประมาณแบบเบส์ภายใต้ฟังก์ชันสูญเสียความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Squared error loss function) มีคุณสมบัติสอดคล้องกับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator - MLE) และตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Unbiased Estimator - MVUE) ทั้งในกรณีที่ทราบความรู้เดิมน้อยมากหรือไม่มีเลย (Vague prior) และกรณีที่ทราบความรู้เดิมที่มีประโยชน์ต่อการหาตัวประมาณแบบเบส์ (Informative prior) ภายใต้การแจกแจง 3 ลักษณะคือ การแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution) การแจกแจงแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) และการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 50$) โดยพิจารณาหาเงื่อนไขของตัวประมาณแบบเบส์ที่ทำให้ผลต่างระหว่างตัวประมาณแบบเบส์กับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดมีค่าน้อยกว่า 0.01 โดยอาศัยการวิเคราะห์ความไว (Sensitivity Analysis)

จากผลการวิจัยพบว่า กรณีที่ทราบความรู้เดิมน้อยมากหรือไม่มีเลยและกรณีที่ทราบความรู้เดิมที่มีประโยชน์ต่อการหาตัวประมาณแบบเบส์ สำหรับการแจกแจงของข้อมูลภายใต้การพิจารณาทุกลักษณะ ตัวประมาณแบบเบส์มีค่าใกล้เคียงตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดมากขึ้น เมื่อจำนวนข้อมูลมีค่ามากขึ้น

นอกจากนี้กรณีที่ทราบความรู้เดิมที่มีประโยชน์ต่อการหาตัวประมาณแบบเบส์ พบว่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบทวินามและปัวส์ซอง และกำหนดการแจกแจงเดิมของพารามิเตอร์เป็นการแจกแจงแบบเบต้า ($Beta(a, b)$) และแกมมา ($Gamma(a, b)$) ตามลำดับ พบว่าควรกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ a และ b มีค่าน้อยๆ จึงจะทำให้ตัวประมาณแบบเบส์มีค่าใกล้เคียงตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดมีจำนวนมากขึ้น

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ และกำหนดการแจกแจงเดิมของพารามิเตอร์ μ เป็นการแจกแจงแบบปกติ ($\text{Normal}(a, b)$) และการแจกแจงเดิมของพารามิเตอร์ θ เป็นการแจกแจงแบบอินเวอร์สแกมมา ($\text{Inverse Gamma}(d, e)$) พบว่าในการประมาณพารามิเตอร์ μ ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ a ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเดิมของพารามิเตอร์ μ จะไม่มีผลต่อจำนวนตัวประมาณแบบเบสที่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุด และควรกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ b ซึ่งเป็นความแปรปรวนของพารามิเตอร์ μ มีค่ามากๆ จึงจะทำให้ตัวประมาณแบบเบสมีค่าใกล้เคียงตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดมีจำนวนมากขึ้น และในการประมาณพารามิเตอร์ θ ควรกำหนดไฮเปอร์พารามิเตอร์ d ให้มีค่าเข้าใกล้ 1 และกำหนดค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ e มีค่าน้อยๆ จึงจะทำให้ตัวประมาณแบบเบสมีค่าใกล้เคียงตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดมีจำนวนมากขึ้น

The objective of this study is to determine the characteristics of Bayes estimators with squared error loss function being consistent with the maximum likelihood estimator (MLE) and the minimum variance unbiased estimator (MVUE) using both vague and informative priors under 3 types of distributions: binomial, poisson and normal distributions when sample sizes are very small ($n \leq 50$). The criterion of consideration is based on the differences between Bayes estimator and MLE or MVUE falling within 0.01, using sensitivity analysis.

With the use of vague and informative priors, the study indicates that Bayes estimators are consistent with MLE and MVUE when sample sizes of data in all three distributions increase. In addition, using informative priors in binomial with beta priors ($\text{Beta}(a, b)$) and poisson distribution with gamma priors ($\text{Gamma}(a, b)$), the number of Bayes estimators consistent with MLE and MVUE will increase when both hyperparameters, a and b , are very small.

When data are normally distributed and using normal priors for population mean μ ($\text{Normal}(a, b)$) and inverse gamma for population variance θ ($\text{Inverse Gamma}(d, e)$), it is found that the hyperparameter a in the estimation of population mean μ has no effect on the properties under consideration, while large values of hyperparameter b will lead to the increase number of Bayes estimators consistent with MLE and MVUE. In the estimation of population variance θ , the number of Bayes estimators consistent with MLE and MVUE will increase when the hyperparameter d approaches 1 and hyperparameter e has very small value.