ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
E46905

ANALYTICAL SOLUTIONS OF THE DEGASPERIS-PROCESI EQUATIONS BY USING THE HOMOTOPY ANALYSIS METHOD AND THE SINE-COSINE METHOD

MR.THANARAT SANGATITUTAI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
GRADUATE COLLEGE
KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK
ACADEMIC YEAR 2010

COPYRIGHT OF KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK

b 00246511

300

M.SC.

Thesis Certificate

The Graduate College, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

Title Analytical Solutions of the Degasperis-Procesi Equations by Using the Homotopy Analysis Method and the Sine-Cosine Method

By Mr.Thanarat Sangatitutai

Accepted by the Graduate College, King Mongkut's University of Technology North Bangkok in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Applied Mathematics

Mongkol Wangsathitwong Dean, Graduate College

(Dr.Mongkol Wangsathitwong)

18 March 2011

Thesis Examination Committee

S. Chysidl Chairperson

(Dr.Sumlearng Chunrungsikul)

Sanoe Koonprasert. Member

(Associate Professor Dr.Sanoe Koonprasert)

Suphawat Asawasamrit Member

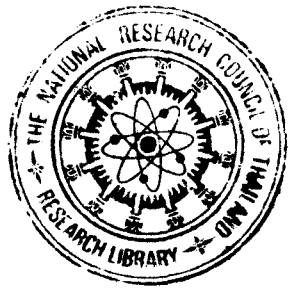
(Dr.Suphawat Asawasamrit)

Mahosut Punpocha Member

(Dr.Mahosut Punpocha)

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
E46905

ANALYTICAL SOLUTIONS OF THE DEGASPERIS-PROCESI EQUATIONS BY USING THE HOMOTOPY ANALYSIS METHOD AND THE SINE-COSINE METHOD



MR.THANARAT SANGATITUTAI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
GRADUATE COLLEGE
KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK
ACADEMIC YEAR 2010
COPYRIGHT OF KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK

Name : Mr.Thanarat Sangatitutai

Thesis Title : Analytical Solutions of the Degasperis-Procesi Equations by Using the Homotopy Analysis Method and the Sine-Cosine Method

Major Field : Applied Mathematics
King Mongkut's University of Technology North Bangkok
Thesis Advisor : Associate Professor Dr.Sanoe Koonprasert
Co-Advisor : Dr.Suphawat Asawasamrit

Academic Year : 2010

E46905

Abstract

Many natural disaster and scientific phenomena can be representing the model of nonlinear partial differential equations. Shallow water wave model is a classical PDE model describing the motion of waves. We study three models of shallow water wave propagation which called the Degasperis-Procesi equation, the modified generalized Degasperis-Procesi equation and the modified Degasperis-Procesi equation respectively. The solution of three models can be solved by means of an analytic technique, namely the Homotopy Analysis Method (HAM) and the Sine-Cosine method. We developed some mathematical program for reduce the size of computation and show the results.

(Total 63 pages)

Keywords: The Degasperis-Procesi equation, The Homotopy Analysis Method, The Sine-Cosine method

Sanoe Koonprasert

Advisor

ชื่อ : นายธนะรัชต์ แสงอาทิตย์อุทัย
ชื่อวิทยานิพนธ์ : คำตอบเชิงวิเคราะห์ของสมการดีแกสเพอรีส-โปรเซสซี
โดยใช้วิธีโฮโมโทพีและวิธีไซน์-โคไซน์
สาขาวิชา : คณิตศาสตร์ประยุกต์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รองศาสตราจารย์ ดร.เสนอ คุณประเสริฐ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : อาจารย์ ดร.ศุภวัชร์ อัศวสัมฤทธิ์
ปีการศึกษา : 2553

E46905

บทคัดย่อ

ปรากฏการณ์ทางธรรมชาติหรือทางวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถเขียนได้รูปของแบบจำลองของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้น แบบจำลองของคลื่นใต้น้ำก็เป็นแบบจำลองของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบหนึ่งซึ่งบรรยายถึงลักษณะการเคลื่อนที่ของคลื่น ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาหาคำตอบของแบบจำลองคลื่นทั้งหมดสามแบบจำลอง คือ แบบจำลองของสมการดีแกสเพอรีส-โปรเซสซีในรูปทั่วไป แบบจำลองของสมการดีแกสเพอรีส-โปรเซสซีที่มีการปรับปรุงทั่วไป และแบบจำลองของสมการดีแกสเพอรีส-โปรเซสสีที่มีการปรับปรุง ซึ่งคำตอบของทั้งสามแบบจำลองสามารถหาได้โดยวิธีเชิงวิเคราะห์คือ วิธีโฮโมโทพีและวิธีไซน์-โคไซน์ นอกจากนี้ได้ทำการพัฒนาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ในการลดระยะเวลาในการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ของแบบจำลอง

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 63 หน้า)

คำสำคัญ : สมการดีแกสเพอรีส-โปรเซสซี, วิธีโฮโมโทพี, วิธีไซน์-โคไซน์

_____ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ACKNOWLEDGEMENTS

Firstly, I would like to thank my advisor and co-advisor, Assoc. Professor Dr.Sanoe Koonpraset and Dr.Suphawat Asawasamrit respectively, for advice, any guidance and ways to solve the problems. I would also like to thank the other lecturer and officer in the Department of Mathematics who have also teach and educate me during my study for the degree of Bachelor and Master of Science at King Mongkut's University of Technology North Bangkok. I would like to thank Science Achievement Scholarship of Thailand (SAST) for the financial supports.

Lastly, I must thank to my parents, my brother, my sister and my friends very much who have encourage and good consulting for me all the time.

Thanarat Sangatitutai

TABLE OF CONTENTS

	Page
Abstract (in English)	ii
Abstract (in Thai)	iii
Acknowledgements	iv
List of Figures	v
Chapter 1 Introduction	1
1.1 Background and General Statement of the Problem	1
1.2 Purpose of the Study	3
1.3 Scope of the Study	4
1.4 Method of the Study	4
1.5 Utilization of the Study	4
Chapter 2 Literature Review	6
2.1 Waves	6
2.2 Shallow Water Waves	9
2.3 Linear Operators	10
2.4 Zero-Order Deformation Equation	11
2.5 Development of Model of Shallow Water Waves	12
2.6 The Degasperis-Procesi Equation	15
2.7 Basic Ideas of the Homotopy Analysis Method	16
2.8 Basic Ideas of the Sine-Cosine Method	19
Chapter 3 Methodology	
3.1 The Homotopy Analysis Method for the Degasperis-Procesi Equation	21
3.2 The Homotopy Analysis Method for the Modified Generalized Degasperis-Procesi Equation	25
3.3 The Homotopy Analysis Method and the Sine-Cosine Method for the Modified Degasperis-Procesi Equation with Term of u^{2k}	29

TABLE OF CONTENTS (CONTINUED)

	Pages
3.4 Summary	35
Chapter 4 Results	36
4.1 The Sine-Cosine Method for the Modified Degasperis Procesi Equation with Term of u^{2k}	36
4.2 The Homotopy Analysis Method for the Modified Degasperis Procesi Equation with Term of u^{2k}	42
Chapter 5 Discussion and Conclusions	48
5.1 Discussion and Conclusions	48
5.2 Suggestion for Future Work	49
Bibliography	50
Appendix : Mathematical Program	53
Biography	56

LIST OF FIGURES

Figure		Page
2-1	Waves, classified by the motion	7
2-2	Waves, classified by the vision	7
2-3	Waves, classified by the wavelength	8
2-4	Waves, classified by the shallow-deep water	9
2-5	Component of the waves	9
2-6	Relationship between period, water depth and wave type	10
4-1	The exact solutions of the modified Degasperis-Procesi equation (k=1)	37
4-2	Exact solutions of the mDP equation (k=1)	37
4-3	The exact solutions of the modified Degasperis-Procesi equation (k=2)	38
4-4	Exact solutions of the mDP equation (k=2)	39
4-5	The exact solutions of the modified Degasperis-Procesi equation (k=3)	40
4-6	The absolute errors which depends on the values of h (t=0.1)	40
4-7	Exact solutions of the mDP equation (k=1,2,…,7), t=0.1	41
4-8	1-term approximation solution for h=-1	43
4-9	Approximation solutions for h=-1, t=0.1	43
4-10	Error of HAM solutions	44
4-11	1-term approximation solution for h=-1	45
4-12	Approximation solutions for h=-1, t=0.1	46
4-13	Error of HAM solutions	46